

Question 3

a)

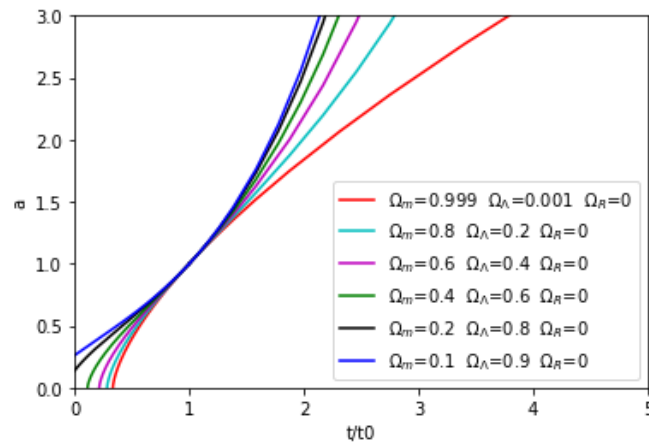


FIGURE 1 – Figure représentant l'évolution de l'Univers en fonction de différente constante cosmologique (Ω_Λ).

b)

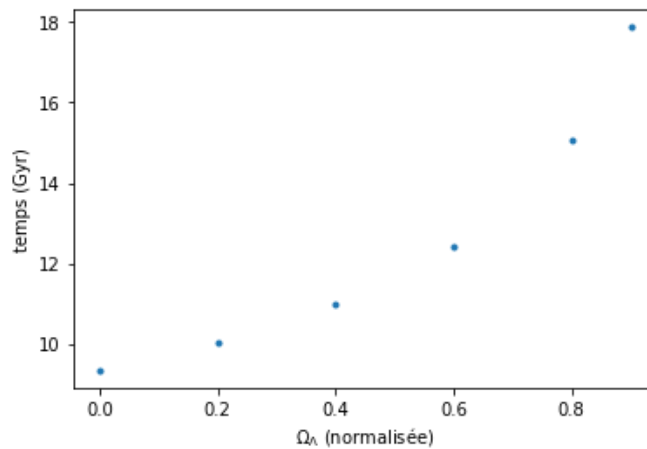


FIGURE 2 – Figure représentant l'âge de l'univers en fonction de la constante cosmologique normalisée (Ω_Λ). On définit le temps de vie de l'Univers comme le temps entre $a=0$ et $a=1$, le point du présent est donc à 1

c)

L'âge de l'étoile la plus vieille connue est de 13.2 GYr (https://en.wikipedia.org/wiki/HE_1523-0901).

d)

En comparant la figure b) et le chiffre obtenu au c), on peut remarquer qu'il y a donc une valeur maximale et minimale de la constante cosmologique afin de pouvoir obtenir un âge de l'Univers qui

correspond avec la valeur expérimentale. On peut observer à la figure 3, la valeur de l'âge de l'étoile en comparaison avec la constante cosmologique. Il faut donc une constante cosmologique non nulle pour obtenir l'âge expérimental (valeur d'au moins $1.2 \cdot 10^{-35} \text{ s}^{-2}$ approximativement selon la figure 3) pour obtenir l'âge de l'Univers. En effet, cette âge d'étoile représente la constante cosmologique minimale requise. Une des sources d'incertitude de cette valeur de constante cosmologique est l'incertitude même sur l'âge de l'étoile que l'on obtient. En effet, il est difficile de caractériser l'incertitude sur la mesure puisque les étoiles sont situées à de grandes distances. Dans le cas de l'étoile en c), plusieurs sources radioactives indépendantes ont été identifiées, ce qui donne de la validité à la valeur obtenue. Cette mesure indique donc que si l'Univers est plat, il doit y avoir une constante cosmologique non nulle pour que les prédictions du modèle soient en accord avec les valeurs expérimentales. Il y a aussi une incertitude face aux modèles même que nous utilisons, comment savoir jusqu'à quel moment est-ce que le modèle est valide, étant basé sur la relativité générale, celle-ci n'est pas valide pour tout le développement de l'Univers. Il y a donc une incertitude en soi associée au calcul même de la constante cosmologique en terme de l'âge de l'Univers. Il est donc difficile de dire quelle est l'incertitude sur la constante cosmologique, on peut toutefois affirmer que selon le modèle d'univers plat, il doit y en avoir une pour concorder avec les données.

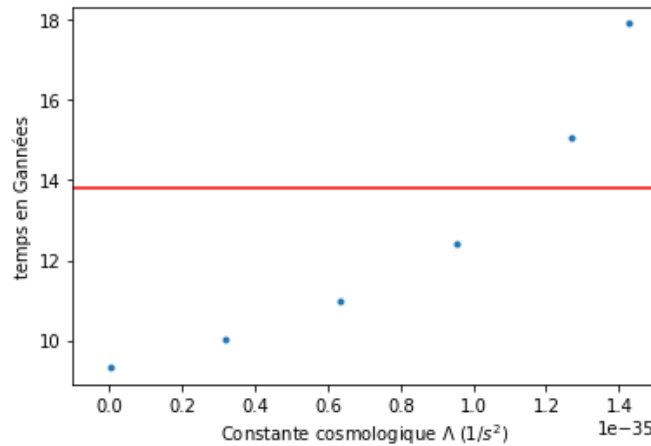


FIGURE 3 – Figure représentant l'âge de l'univers en fonction de la constante cosmologique (Λ). La ligne rouge définit le temps de vie de l'Univers mesuré expérimentalement avec la plus vieille étoile.

Question 5

e)

Pour une raison que je n'ai pas plus identifiée, je n'arrive pas à faire fonctionner le script correctement. Je pense avoir correctement transformé les équations différentielles d'ordre 2 en équation différentielle d'ordre 1 (équation 5.1-5.2, 5.3, 5.4). Je n'ai pas réussi à comprendre s'il fallait réexprimer nos τ en terme de t , j'ai tout de même essayé de le faire sans obtenir de résultat satisfaisant. On peut aussi observer à la figure 4, le résultat obtenu en faisant varier différentes accélérations. Malheureusement, c'est loin d'être le comportement attendu. En premier temps, la distance radiale diminue de très peu (très loin de 0, le rayon le plus petit atteint est ≈ 1.999). Il y a aussi un phénomène de boomerang inexpliqué, c'est-à-dire que la vitesse se met à changer de signe après un certain point et notre observateur s'éloignerait du trou noir après avoir passé l'horizon, ce qui est impossible physiquement. De plus, le temps est beaucoup trop long comparativement à la figure de l'article (35 sec). Et finalement, on remarque que plus a est grand et plus la diminution de la vitesse radiale est grande, ce qui n'est pas non plus le résultat de l'article où l'on s'attendait à obtenir une valeur optimale de a pour le temps et ensuite réduire. Finalement, il semble qu'initialement, la vitesse radiale ne change pas pendant environ 10 secondes ce qui est faux aussi du

point de vue du trou noir. De surcroît, il y a un problème avec la valeur de e , effectivement, à la figure 4, on peut observer qu'elle varie manifestement beaucoup jusqu'à complètement s'inverser ce qui n'est pas du tout physique considérant que c'est le cas en chute libre. C'est-à-dire que cette valeur devrait être constante. La valeur initiale de e a été forcée à la valeur analytique donnée à l'équation 16 de l'article. Cette figure illustre donc encore une fois que l'intégration numérique ne représente pas la bonne solution. J'ai décidé de répondre aux questions suivantes en suivant les figures de l'article. Voici un petit poème que j'ai composé en ces heures tardives pour m'excuser de ne pas être capable de réussir ce numéro !

Parfois essayer n'est pas assez

Parfois, les fautes deviennent invisibles

Double ignorance, on ne sait plus ce que l'on sait

Toujours je me souviendrai de ce fameux numéro

Car ce sont de nos échecs qui nous marquent bien plus que les succès

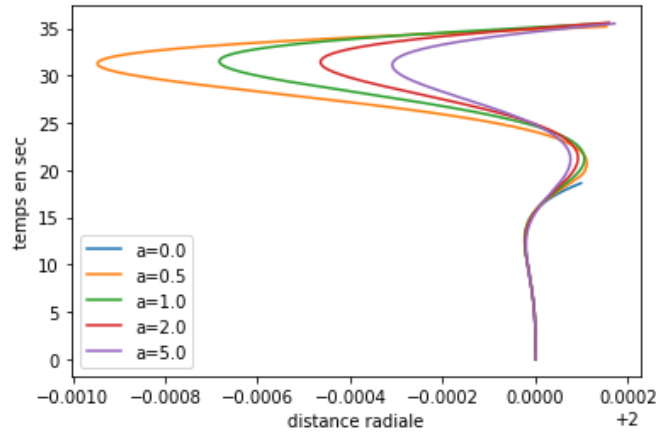


FIGURE 4 – Figure représentant le rayon radiale d'un observateur lâché à $r=2.0001$ avec différente accélération.

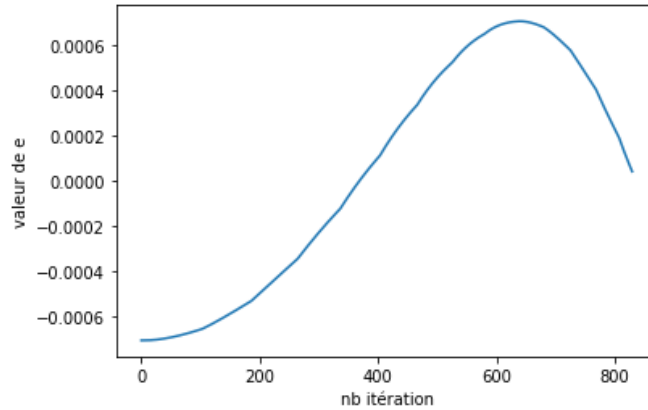


FIGURE 5 – Figure représentant la variation de e dans le cas de chute libre $a=0$ en fonction du nb d'itération de Runge-Kutta

f)

Question : Pourquoi pas de $r/M = 2$ exactement ?

On ne peut pas choisir cette valeur, car dans notre métrique et nos coefficients de Christofel, il y a une singularité pour cette valeur de r/m . On ne peut donc pas partir une sonde à l'horizon du trou noir.

Question :Comment varie l'intervalle de temps propre requis pour passer de l'horizon à $r = 0$ en fonction de a ?

On remarque que a peut maximiser le temps propre pour certaines valeurs (0.5) à la figure 2 de l'article. Cependant, si la valeur de a devient trop grande, on réduit le temps propre pour atteindre le trou noir. Il y a donc un intervalle de valeur optimale de a .

Le Buck en chute libre vit-il vraiment plus longtemps que ses clones en mode freinage ?

Tout dépend de la norme de l'accélération. de ces clones. Tel que discuté précédemment, il peut vivre plus longtemps si ces clones ont une accélération trop élevée ou moins longtemps si l'accélération des clones leur permet de tendre vers une énergie e de 0.

g)

En premier temps, on observe pour une raison qui reste assez nébuleuse que la figure 6 ressemble beaucoup plus à ce que nous devrions obtenir comme résultat. Malheureusement, la trajectoire ne se rend jamais à 0 et tel qu'à la figure 5, change de direction après avoir atteint un certain point. De plus, même si un changement d'accélération a été implémenté dans le code, on ne peut pas distinguer les courbes sur la figure. C'est comme si un des termes de vitesses devenait plus important que l'accélération après avoir passé l'horizon. On peut observer à la figure 7 la valeur de e calculés à chaque itération. On remarque qu'il y a une différence entre chaque courbe que le point $r=2/m$ survient environ à 2000 itérations. L'implémentation de différente accélération à $r=2/m$ semble donc avoir fonctionné. Le seul problème tel que précédemment est la valeur en soi de e , l'amplitude de celle-ci est beaucoup trop grands ainsi que les fluctuations et même une oscillation qui indiquent un problème dans le code.

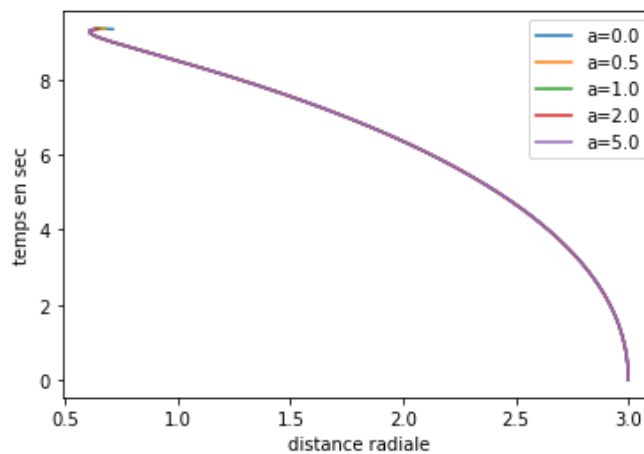


FIGURE 6 – Figure représentant une trajectoire en chute libre entre $3r/m$ et $2r/m$ puis une accélération de différente amplitude entre $2r/m$ et 0. Le temps choisi sur l'axe est le temps dans la métrique de Eddington-Finkelstein, t .

Est-ce vraiment le cas que la trajectoire en chute libre maximise toujours le temps propre entre deux points ? La réponse est oui, mais comment pouvez-vous alors réconcilier vos résultats en (f) et (g) sur

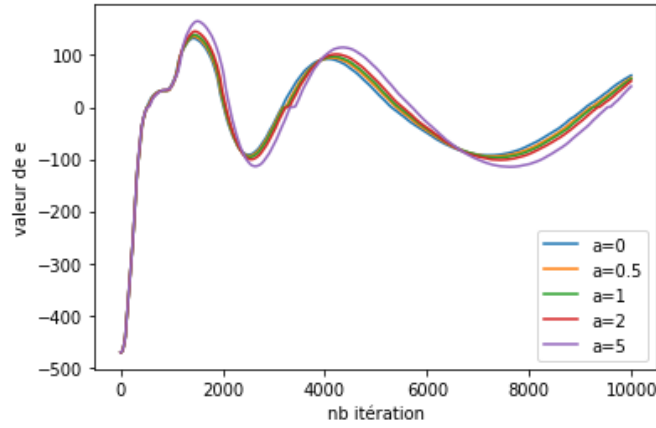


FIGURE 7 – Figure représentant e en chute libre entre $3r/m$ et $2r/m$ puis une accélération de différente amplitude entre $2r/m$ et 0.

cette question ?

C'est le cas, le problème avec cette assumption est que l'on suppose que l'évènement de la collision avec la singularité pour Buck et ses clones accélérés est le même. Si l'on force Buck et son clone accéléré à avoir le même temps de coordonnée dans la métrique de Eddington-Finkelstein, c'est-à-dire que les 2 vont arriver sur la singularité en même temps. On peut déduire que celui en chute libre aura le temps propre le plus court, car il est sur une géodésique.