

---

**TP-2: Le GPS**


---

Dans le cadre de ce TP vous passerez, via le principe d'équivalence, du repère uniformément accéléré de la relativité restreinte à un premier calcul de la dilatation gravitationnelle du temps, applicable au réseau GPS (Global Positioning System).

**Exercice 1** (problème 6.6 du Hartle)

On considère la transformation de coordonnées suivante, où  $c$  est la vitesse de la lumière (retour aux "coordonnées physiques"):

$$t = \left( \frac{c}{g} + \frac{x'}{c} \right) \sinh \left( \frac{gt'}{c} \right),$$

$$x = c \left( \frac{c}{g} + \frac{x'}{c} \right) \cosh \left( \frac{gt'}{c} \right) - \frac{c^2}{g},$$

$$y = y', \quad z = z'.$$

1. Exprimez l'intervalle métrique dans les coordonnées du référentiel prime.
  2. Démontrez que dans la limite  $gt'/c \ll 1$ , cette transformation correspond à un référentiel uniformément accéléré
  3. Démontrez qu'une horloge située à  $x' = h$  ticke plus rapidement qu'une horloge à  $x' = 0$  par un facteur  $(1 + gh/c^2)$
  4. Qu'en concluez vous quant à l'influence de la gravité sur l'écoulement du temps ? (pensez principe d'équivalence généralisé).
- 

**Exercice 2** (problème 6.9 du Hartle)

Un peu la suite logique du précédent... Considérons un satellite GPS en orbite circulaire à une altitude de  $3.2R_{\oplus}$  au dessus du cercle équatorial terrestre (le rayon terrestre  $R_{\oplus} \simeq 6400$  km). Le satellite émet des signaux à une fréquence  $f$  (Hz) déterminée par son horloge interne. Quelle est la fréquence mesurée par un récepteur situé à la surface de la Terre, quand le satellite est directement à la verticale ?

Vous devez prendre en considération à la fois les effets de dilatation du temps dus à la vitesse orbitale du satellite (relativité restreinte), et les effets dus à la gravité, tels qu'ils peuvent être déduits du problème précédent via le principe d'équivalence.

---