

PHY 3070
RELATIVITÉ 2

PROJET 2: PESER UNE ÉTOILE PAR ASTROMÉTRIE RELATIVISTE

Les effets de lentilles gravitationnelles, tels que décrits à la section 5.6 des notes de cours, sont devenus un des meilleurs “stéthoscope” cosmologique pour sonder la distribution spatiale de la soit-disant **matière sombre**, qui semble constituer plus de 80% de la matière dans l’Univers visible.

De surcroît, l’amélioration spectaculaire des mesures astrométriques (mesure des positions et vitesses de déplacement des étoiles sur le plan du ciel) qu’ont permis les observatoires spatiaux permettent maintenant de mesurer la déviation de la lumière émise par une étoile d’arrière-plan via la courbure de l’espace-temps causée par une seconde étoile d’avant plan située dans la ligne de visée de la première. Sachant comment calculer la déviation de la lumière dans la métrique de Schwarzschild, il devient donc possible de mesurer la masse de l’étoile d’avant-plan; Et c’est précisément ce que ce projet vise à vous faire explorer.

Les étapes du projet sont les suivantes:

1. Relire attentivement et bien comprendre les sections 4.7 et 5.6 des notes de cours. Lire également l’article intitulé *Relativistic deflection of background starlight measures the mass of a nearby white dwarf star*, par S. Sahu et al. (où “et al.” inclut ici votre prof de mécastat Pierre Bergeron, Yé!) disponible sur la page Web du cours (sous “Cours 14, 25 février 2021”).
2. Reproduire la Figure 4.16 des notes de cours, par évaluation numérique de l’équation (4.89) en suivant la procédure d’intégration numérique détaillée à la §4.7.
3. Maintenant un peu de géométrie. Imaginez un objet se déplaçant dans le plan $[y, z]$ selon une trajectoire rectiligne en z (x et y demeurent constants) à vitesse constante. Plaçons un objet compact de masse M à une distance d du plan le long d’un axe x perpendiculaire à ce plan. C’est exactement la géométrie illustrée à la Figure 5.8 des notes de cours. La masse est donc à $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, et le plan de la trajectoire est à $x = -d$. Calculez (analytiquement!) la variation temporelle $r(t)$ du rayon mesuré par rapport au point $(y, z) = (0, 0)$ à $x = -d$, le long de la trajectoire définie ci-dessus. Caractérisez vos trajectoires par la distance de plus faible approche du point $(y, z) = (0, 0)$ dans le plan, dénotant cette distance par a/M .
4. Avec un oeil sur la Figure 5.8 des notes de cours, comprenez bien comment la variation $r(t)$ dans le plan vous permet de calculer le paramètre d’impact b d’un rayon lumineux se déplaçant purement dans la direction x pour $x \gg d$. Votre calcul à l’étape 2 ci-dessus peut donc être utilisé pour solutionner le problème de recherche de racine défini par l’équation (5.114) des notes de cours. La position $r(t)$ vous donne alors la position radiale réelle de l’étoile d’arrière-plan dans le plan (y, z) (“ B ” en noir sur la Fig. 5.8) tandis que le paramètre d’impact solutionnant ce problème de recherche de racine vous donne les positions apparentes (“ B ” en vert/rouge sur la Fig. 5.8) des images primaire et secondaire dans ce même plan. Portez en graphique r vs t et b vs t des images primaire et secondaire pour des trajectoires ayant $a/M = [4., 5., 8., 15., 20., 30., 50.]$.
5. Tracez, dans le plan $[y, z]$, vos six trajectoires réelles et apparentes avec $-60M \leq y, z \leq 60M$. Divisez chaque trajectoire en 100 intervalles égaux en t , et reliez les points correspondants

entre la position réelle et son image primaire. À quel point de la trajectoire la distance entre les positions apparente et réelle devient-elle maximale ? Ceci se produit-il toujours au même points de la trajectoire pour différentes valeurs de a/M ?

6. Sahu et al. déduisent une masse de $M = 0.675M_{\odot}$ ($M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30}$ kg est la masse du soleil) pour l'étoile de type naine blanche causant la déviation apparente de la position de leur étoile d'arrière-plan, à partir d'une déviation angulaire mesurée de $\simeq 2 \times 10^{-3}$ arcsec (1 arcsec = 1/3600 degrés), au moment où la séparation angulaire entre les deux étoiles est de 0.103 arcsec. Ce résultat est-il cohérent avec vos calculs ? Pouvez vous expliquer les différences, le cas échéant ?
-

Échéancier:

- (a) **8 mars:** Me transmettre votre choix du projet et composition de l'équipe (le cas échéant).
 - (b) **18 mars:** Étapes 1 et 2.
 - (c) **30 mars:** Étapes 3 et 4.
 - (d) **12 avril:** Remise du rapport de projet sur Studium.
-