

PHY-2100

PHYSIQUE

ENVIRONNEMENTALE

Notes de cours
par

Paul Charbonneau
Département de Physique
Université de Montréal

janvier 2025

MINI-PRÉFACE

Ces notes contiennent toute la matière couverte dans le cadre du cours PHY-2100, **Physique environnementale**, offert par le département de physique de l'Université de Montréal.

Vous avez en main la version 2.0, soit une version passablement revue, modifiée et corrigée de celle de la session H24. Je tiens à remercier la cohorte d'étudiant(e)s de 2024, dont les commentaires et suggestions ont contribué très positivement à cette révision. Parmi les nouveaux sujets couverts on notera: la spectroscopie moléculaire, l'équilibre géostrophique, la percolation, l'évapotranspiration, les centrales thermiques solaires, et l'élévation du niveau de la mer causée par le réchauffement climatique. J'ai également ajouté plusieurs nouveaux exemples détaillés dans diverses sections. Afin de dégager du temps de cours pour ces nouveautés, et toujours selon la rétroaction de la cohorte H24, certains sujets couverts en classe ont été déplacés en annexe, aux fins de référence si besoin il y a. Ces annexes couvrent la mathématique de la marche aléatoire, les couches limites hydrodynamiques, et un rappel sur les ondes électromagnétiques.

Je compte sur vos commentaires et suggestions, sur le cours en général, et sur ces Notes en particulier, pour continuer d'améliorer tout ça pour l'an prochain.

Table des Matières

1	Introduction: les bases	6
1.1	Qu'est-ce-que la physique environnementale?	6
1.2	Propriétés des solides, liquides et gaz	7
1.2.1	Le gaz parfait	8
1.2.2	Capacités thermiques	9
1.2.3	Changements de phase et chaleur latente	10
1.2.4	Évaporation et condensation	10
1.2.5	Compressibilité et dilatation thermique	12
1.3	Une brève introduction à la spectroscopie moléculaire	12
1.3.1	Les modes de vibration	13
1.3.2	Les modes de rotation	16
1.3.3	Les modes couplés de vibration+rotation	16
1.3.4	Photoexcitation, photoionisation, et photodissociation	16
1.4	Réservoirs, flux, sources et puits	17
1.5	Lois de conservation	19
2	L'environnement physique	23
2.1	L'atmosphère	23
2.1.1	L'équilibre hydrostatique	24
2.1.2	L'équilibre géostrophique	26
2.1.3	L'atmosphère plan parallèle isotherme	27
2.1.4	Capacité thermique atmosphérique moyenne	28
2.1.5	La très haute atmosphère	28
2.2	L'hydrosphère	29
2.2.1	Les océans	29
2.2.2	Les eaux de surface	31
2.2.3	La cryosphère	31
2.3	La lithosphère	31
2.4	La biosphère	34
2.5	L'anthroposphère	37
3	Processus physiques I. Radiation	41
3.1	Équilibre thermodynamique et corps noir	41
3.2	Le spectre électromagnétique du soleil	43
3.3	L'irradiance solaire	43
3.4	Insolation	46
3.5	Absorption	49
3.6	Dispersion	52
3.6.1	La dispersion de Rayleigh	52
3.6.2	L'irradiance du ciel	54
3.6.3	Les nuages: dispersion et absorption	55
3.7	Réfectivité et albedo	57

3.8	Absorption au sol	59
3.9	Émission par la surface	60
3.10	Bilan radiatif global	65
4	Processus physiques II. Matière	68
4.1	La diffusion	68
4.1.1	Diffusion = marche aléatoire	69
4.1.2	Le temps de diffusion	73
4.1.3	Solutions analytiques à l'équation de diffusion	74
4.2	Écoulements: transport et mélange	78
4.2.1	L'équation de transport	79
4.2.2	Le temps advectif et le nombre de Peclet	81
4.2.3	Solutions analytiques à l'équation de transport	82
4.2.4	La turbulence	84
4.2.5	Exemple: un inspirant mélange turbulent	85
4.2.6	Exemple: la fonderie Horne à Rouyn-Noranda	86
4.3	La sédimentation	89
4.3.1	La solution de Stokes	89
4.3.2	La vitesse de sédimentation	91
4.3.3	Exemple: la règle du 2 mètres	92
4.4	La percolation	96
4.4.1	Exemple 1 : Infiltration des eaux de surface dans un sol	97
4.4.2	Exemple 2 : bassin de rétention	98
4.4.3	La Loi de Darcy	99
5	Processus Physiques III. Chaleur	102
5.1	Les trois manières de cuire un poulet	102
5.2	Conduction thermique	102
5.3	L'équation du transport de la chaleur	103
5.3.1	Exemple 1: l'asphalte brûlant	103
5.3.2	Exemple 2: l'isolation thermique	105
5.3.3	Exemple 3: les îlots de chaleur	108
5.4	Évaporation et évapotranspiration	111
5.4.1	Le cycle global de l'eau	111
5.4.2	Exemple: Comment survivre le jour dans un désert	111
5.4.3	Le facteur humidex	112
6	Activité humaine I. Énergie	115
6.1	L'effet dynamo	115
6.1.1	Le générateur homopolaire	116
6.1.2	Le générateur AC	118
6.1.3	Le flux d'énergie cinétique dans un écoulement	119
6.2	Énergie éolienne	120
6.2.1	La limite de Betz	120
6.2.2	Impacts biosphériques	122
6.3	Énergie hydroélectrique	122
6.3.1	Barrages hydroélectriques	123
6.3.2	Impacts biosphériques	125
6.4	L'énergie marémotrice	126
6.4.1	Turbines marémotrices	127
6.4.2	Impacts biosphériques	129
6.5	La centrale thermique	129
6.6	Énergie solaire I	132
6.6.1	Utilisation passive	133

6.6.2	Centrales thermiques solaires	134
6.7	Énergie solaire II: les panneaux solaires	135
6.7.1	Les semiconducteurs	135
6.7.2	La jonction np	136
6.7.3	L'effet photovoltaïque	137
6.7.4	La limite de Shockley-Queisser	139
6.7.5	Impacts biosphériques	139
6.7.6	Bioénergie et photosynthèse artificielle	139
6.8	Énergie renouvelable versus non-renouvelable	141
6.8.1	Combustibles fossiles	141
6.8.2	Impacts biosphériques	142
6.9	Énergie nucléaire	143
6.9.1	Structure et désintégration nucléaires	143
6.9.2	Fission et fusion	146
6.9.3	Déchets nucléaires	148
6.9.4	Accidents: l'exemple de Tchernobyl	151
6.9.5	Impacts biosphériques	152
6.10	L'éléphant dans la pièce	154
7	Activité humaine II. Bilans de masse	156
8	Activité humaine III. Changement climatique	157
8.1	Le réchauffement global observé	157
8.2	Variabilité climatique naturelle	159
8.2.1	Les âges glaciaires et les cycles de Milanković	160
8.2.2	Variabilité solaire	162
8.2.3	Éruptions volcaniques	164
8.3	Variabilité climatique anthropogénique	167
8.3.1	Les gaz à effet de serre	167
8.3.2	La stratosphère comme stéthoscope	171
8.3.3	Les océans et le cycle du carbone	172
8.3.4	Hausse du niveau des océans	172
8.3.5	Les boucles de rétroaction	175
8.4	Les scénarios du GIEC	178
A	Ondes Électromagnétisme	181
A.1	Ondes électromagnétiques	181
A.2	Interfaces: transmission et réflexion	182
A.3	Flux et irradiance	186
A.4	Le spectre électromagnétique	186
B	La marche aléatoire	188
C	Viscosité et couches limites	191
C.1	La couche limite	192
C.2	Couche limite turbulente	193

Chapitre 1

Introduction: les bases

1.1 Qu'est-ce-que la physique environnementale?

La définition de ce qu'est la Physique Environnementale est loin d'être évidente et certainement pas consensuelle, au delà du fait (plutôt trivial) qu'elle est une composante de la Science Environnementale. *Wikipedia* définit cette dernière comme suit (août 2025):

“Environmental science is an interdisciplinary academic field that integrates physics, biology, meteorology, mathematics and geography (including ecology, chemistry, plant science, zoology, mineralogy, oceanography, limnology, soil science, geology, physical geography, and atmospheric science) to the study of the environment, and the solution of environmental problems [...] it provides an integrated, quantitative, and interdisciplinary approach to the study of environmental systems.”

Il faut déjà remarquer ici, dans la dernière partie de cette définition, les mots “integrated”, “quantitative” et “interdisciplinary”. La définition ci-dessus n'en demeure pas moins toute une salade... et ça ne s'améliore pas si on cherche une définition spécifiquement de la physique environnementale. Souvent on tombe sur des définitions si générales qu'elles ne sont pas vraiment utiles, comme celle-ci, tirée du site Web d'une Université Australienne réputée dont je tairai le nom:

“Environmental physics is the study of the Earth and environment using Physics and Mathematics.”

À l'autre extrême, on trouve aussi des définitions beaucoup plus spécifiques, comme sur cet autre site web d'une autre Université Américaine tout aussi réputée que la précédente:

“Environmental Physics is a scientific discipline that focuses on determination of how environmental factors affect biological and physical processes in agricultural and natural ecosystems.”

Dans la quatrième édition de leur grand classique *Principle of Environmental Physics*, Monteith et Unsworth y vont dans une veine semblable:

“Environmental Physics, as we choose to define it, is the measurement and analysis of interactions between organisms and their environment.”

À leur défense, ils sont très explicite par rapport au fait que leur définition reflète un choix personnel, et de surcroît, quand on découvre ce qu'ils entendent par “environment” leur définition s'élargit substantiellement.

Perso, et après y avoir bien réfléchi, je me risque à proposer la définition suivante, qui penche nettement plus vers le général que le spécifique:

“La Physique Environnementale se définit par l’application des méthodes et approches de la physique aux questions de nature environnementales.”

Quoiqu’il en soit, cette définition a guidé la structure de ce nouveau cours dont ces Notes en regroupent le contenu. Je vous encourage à penser à vos propres définitions de la physique environnementale... nous les discuterons en classe !

On pourrait évidemment aller plus loin. Dans leur excellent ouvrage *Environmental Physics*, Egbert Boeker et Rienk van Grondelle le font, en mettant une forte emphase sur les contributions que peut (et doit!) apporter la physique environnementale à la société en général, incluant les processus décisionnels au niveau politique. Je ne me sens pas du tout confortable à enseigner de tels sujets, mais c’est à garder en tête. En terme de pertinence sociale, la physique environnementale est à la physique ce que le changement climatique est aux sciences atmosphériques et océaniques.

La difficulté, en physique environnementale, ne vient pas de la physique sous-jacente. Pas besoin de mystérieuses énergie ou matière sombres, de particules élémentaires exotiques, de “Nouvelle Physique”, ou même de relativité. En fait, dans pas mal tout ce cours les théories et concepts physiques mobilisés relèvent presque tous de la physique dite “classique”, i.e., pré-relativiste et pré-quantique; la très importante exception étant l’interaction de la radiation électromagnétique avec la matière, qui comme on le verra exige de la mécanique quantique assez solide. La difficulté provient plutôt de la nature même du système environnemental, qui est d’une complexité dépassant pas mal tout ce que vous rencontrerez durant vos études au Bac en physique. Cette complexité provient autant du nombre très élevé de composantes ou éléments en interaction, de la nonlinéarité de ces interactions, et de la très vaste gamme d’échelles spatiales et temporelles sur lesquelles évolue l’environnement. Si il y a une chose que vous apprendrez à maîtriser dans ce cours (si je fais bien mon travail!), c’est l’art de l’approximation physique, et du design de modèle simples pouvant néanmoins capturer certains aspects importants d’une réalité physiquement beaucoup plus complexe.

Le reste de ce chapitre est quelque peu hétéroclite; on commence (§1.2) par un bref survol des propriétés physiques de la matière, vue comme un milieu continu (gaz, liquide, solide). Il s’agira donc d’un rappel de certains concepts que vous avez déjà rencontrés dans vos autres cours (notamment PHY-2215 *Physique Thermique et Statistique*¹, mais en introduira d’autres avec lesquels vous êtes probablement moins familiers. Ensuite (§1.3), bâtissant sur ce que vous avez appris en PHY-2810 *Mécanique Quantique*, on se tape un petit survol de la physique (et du calcul) des spectres d’absorption/émission moléculaires. On passe ensuite (§1.4) à la présentation d’une classe de modèles mathématico-physiques qui nous servira à répétition au fil du cours: le modèle “Réservoir-Source-Puit-Flux” (abrévié RSPF), aussi connu sous l’appellation “box model” dans la littérature anglophone. Ce modèle peut offrir une représentation simple de systèmes très complexes, et permet (souvent) le calculs de propriétés globales de tels systèmes qui autrement ne pourraient qu’être extraites de simulations numériques massives du genre qu’on aimerait éviter à moins de ne vraiment pas en avoir le choix. Ce genre de modèle est basée sur des principes de conservation, dont la formulation mathématique formelle est décrite à la §1.5, histoire (entre autre) de mieux apprécier l’approche RSPF !

1.2 Propriétés des solides, liquides et gaz

Dans bien des applications en physique environnementale, il est d’usage de traiter la matière comme un **milieu continu** (gaz, liquide, solide...), dont les caractéristiques seront définies par des variables globales: par exemple la densité ρ (unités: kg m^{-3}), la température T (unités: degré K ou $^{\circ}\text{C}$), la pression p (unités: Pa pour Pascal, $\equiv \text{N m}^{-2}$). Ce n’est vraiment que lorsqu’on doit considérer l’interaction de la radiation électromagnétique avec la matière que

¹Je saisis d’ailleurs l’occasion pour aussi dire un gros merci à mon collègue Pierre Bergeron, pour m’avoir refilé ses excellentes notes de cours de PHY-2215, ce qui m’a permis de me rafraichir efficacement la mémoire sur certaines subtilités du sujet; la mémoire étant une faculté qui oublie!

la nature microscopique de cette dernière (ainsi que la nature quantique de la lumière comme étant composée de photons d'énergie $h\nu$) devra être prise en considération.

1.2.1 Le gaz parfait

Le pont entre le microscopique et le macroscopique s'établit grâce à une expression tout à fait fondamentale résultant des travaux de Ludwig Boltzmann (1844–1906). Pour un ensemble de “particules” non-relativistes de masse m sans degrés de liberté internes, et donc interagissant uniquement via collisions élastique:

$$\frac{1}{2}mv_{\text{th}}^2 = \frac{3}{2}k_B T, \quad (1.1)$$

où $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann, et v_{th} est la vitesse thermique moyenne:

$$v_{\text{th}}^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \quad (1.2)$$

où v_x^2, v_y^2, v_z^2 sont les composantes de la vitesse moyennées (rms) sur l'ensemble des particules. Le **théorème d'équipartition** stipule qu'à chacun des trois degré de liberté (translations en x, y et z) est associée une énergie moyenne $k_B T/2$. Ceci implique alors que les vecteurs-vitesse individuels sont orientés isotropiquement, et que $|v_x| = |v_y| = |v_z| = \sqrt{v_{\text{th}}^2}/3$.

Considérons maintenant un volume V contenant n de nos particules de masse m . La densité est simplement:

$$\rho = \frac{nm}{V}, \quad [\text{kg m}^{-3}]. \quad (1.3)$$

La densité volumique d'énergie (e) s'écrit alors:

$$e = \frac{1}{2}\rho v_{\text{th}}^2, \quad [\text{J m}^{-3}]. \quad (1.4)$$

Imaginons maintenant une surface perpendiculaire à la direction x (disons) contre laquelle nos particules rebondissent de manière élastique. En vertu de l'isotropie spatiale et du théorème d'équipartition, le transfert de quantité de mouvement à 1 mètre carré de la surface par une densité ρ de particules ayant une vitesse thermique v_{th} est alors:

$$p = \frac{1}{3}\rho v_{\text{th}}^2, \quad [\text{J m}^{-3}] \equiv [\text{N m}^{-2}]. \quad (1.5)$$

ou, utilisant (1.1) pour exprimer v_{th}^2 en fonction de T :

$$p = \rho \frac{k_B T}{m}. \quad (1.6)$$

C'est l'**équation d'état** pour la gaz parfait. En physique environnementale et/ou climatique on exprime souvent cette équation d'état sous la forme alternative:

$$pV = nRT, \quad (1.7)$$

où $n = \rho V/\mu$ est maintenant le nombre de particules contenues dans le volume V , exprimé en **mole**, par définition composée de $A = 6.02 \times 10^{23}$ particules, ce A étant le célèbre **Nombre d'Avogadro**, et $R \equiv k_B \times A = 8.314 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ est la **constante des gaz**. La quantité μ (sans dimension) est la masse moléculaire moyenne des particules, exprimée en unités de la masse de l'atome d'Hydrogène, i.e., $\mu = m/m_H$ avec $m_H = 1.6735 \times 10^{-27} \text{ kg}$.

Dans la plupart des situations que nous rencontrerons dans ce cours, l'idéalisation du gaz parfait est une excellente approximation, même si nous aurons à traiter de mélange gazeux dont les constituants microscopiques sont des molécules possédant des états d'énergie interne associés à la vibration et/ou rotation. Cependant, aux densités et températures d'intérêt dans un contexte environnemental, les collisions inter-particules ne sont pas suffisamment énergétiques

pour exciter les états vibrationnels, et le contenu énergétique des états rotationnels est trop faible pour avoir impact important sur les collisions inter-particules². L'équation d'état du gaz parfait (1.6) tient alors la route, avec un μ approprié. Par exemple, si on approxime l'air comme un mélange de 80% N₂ et 20% O₂, on a $\mu = 0.8 \times 28 + 0.2 \times 32 = 28.8$.

Ceci dit, on verra plus loin (§3.9) qu'au niveau de l'interaction avec la radiation électromagnétique, les états vibrationnels et rotationnels de diverses molécules peuvent jouer un rôle de grande importance.

1.2.2 Capacités thermiques

Si on injecte un incrément d'énergie dans un gaz de “particules”, cette énergie doit se retrouver quelque part, conservation de l'énergie oblige. À volume constant, la seule possibilité est d'augmenter la vitesse thermique des particules, et donc la température du gaz. On peut alors écrire:

$$dE = \rho c_v dT, \quad (1.8)$$

où c_v (unités: J kg⁻¹ K⁻¹) est la **capacité thermique à volume constant**, et dE est l'énergie injectée par unité de volume.

Dans la plupart des processus environnementaux, qui ne se développent pas dans des situations où le volume est fixé mécaniquement par des contenants rigides, un gaz dans lequel on injecte de l'énergie peut non seulement réchauffer, mais aussi prendre de l'expansion; dans ce dernier cas le travail devant être fait contre la pression aura comme conséquence que l'augmentation de température sera moins marquée que dans un processus à volume constant. On écrirait alors

$$dE = \rho c_p dT + p dV, \quad (1.9)$$

Le travail par unité de volume fait par expansion étant donné par $p dV$, et c_p (unités: J kg⁻¹ K⁻¹) est maintenant la **capacité thermique à pression constante**, et clairement $c_p > c_v$. Si maintenant on prend la dérivée de l'équation d'état (1.7) à p constant on obtient immédiatement:

$$p dV = n R dT. \quad (1.10)$$

Substituant ainsi pour dV dans (1.9) et soustrayant (1.8), on arrive à:

$$c_p - c_v = \frac{nR}{\rho}. \quad (1.11)$$

Les deux capacités thermiques dépendent évidemment de la nature microscopique de la substance considérée. Pour notre gaz parfait à trois degrés de liberté (et non relativiste), on a

$$\rho c_p = \frac{5nR}{2}, \quad \rho c_v = \frac{3nR}{2}, \quad (1.12)$$

Donc le rapport $c_p/c_v = 5/3$, ce rapport définissant l'**indice adiabatique** (γ). Le Tableau 1.1 liste les capacités thermiques à pression constante pour plusieurs milieux qui seront d'intérêt dans ce qui suit. La dernière colonne liste le produit ρc_p , soit la capacité thermique volumique (unités: J m⁻³ K⁻¹), souvent plus pratique d'utilisation. On notera déjà la très grande capacité thermique volumique de l'eau, en comparaison à l'air.

On verra plus loin (§2.1.1) qu'autant dans l'atmosphère que dans les océans, le profil vertical de pression est établi via l'équilibre hydrostatique, ce qui implique que la majorité des processus thermodynamiques d'intérêt opèrent à pression localement constante ou vraiment pas loin, ce qui fait que dans tout ce qui suit la capacité thermique c_p sera utilisée, sauf avis contraire explicite.

²Il y a quelques subtilités cachés derrière ce dernier énoncé; on y reviendra à la §1.3.

Table 1.1: Chaleurs spécifiques pour quelques substances d'intérêt

Substance	ρ [kg m ⁻³]	c_p [J kg ⁻¹ K ⁻¹]	ρc_p [J m ⁻³ K ⁻¹]
Air (sec)	1.2	1004	1.2×10^3
Glace (0° C)	917	2030	1.8×10^6
Eau (pure)	1000	4182	4.2×10^6
Sol/organique	1300	1921	2.5×10^6
Sol/inorganique	2600	733	1.9×10^6
Asphalte	2320	865	2.0×10^6
Béton	2400	880	2.1×10^6
Acier	7900*	466	3.5×10^6

* 7750–8050 dépendant de l'alliage

1.2.3 Changements de phase et chaleur latente

Qu'un processus thermodynamique opère à pression constante ou volume constant, il n'en demeure pas moins qu'un apport de chaleur à un volume de gaz/fluide causera une augmentation de sa température. Une exception importante est la **transition de phase**, qui conduit à des situations particulière où un apport (ou perte) de chaleur dans un élément de volume ne change pas la température de son contenu. On parle alors de **chaleur latente**. En contexte environnemental, les fusion/gel et vaporisation/condensation de l'eau seront les deux transitions de phase dont nous aurons à nous préoccuper.

L'apport d'énergie requis pour la fusion de la glace à 0° (la **chaleur latente de fusion**) est de 3.34×10^3 J kg⁻¹; et le gel de l'eau liquide *libère* la même quantité d'énergie.

La **chaleur latente de vaporisation** de l'eau liquide à 100° est de 2.26×10^6 J kg⁻¹, ce qui est très substantiel; c'est 5.4 fois plus que l'apport énergétique requis pour chauffer le même volume d'eau de 0 à 100°C. Comme on le verra ultérieurement, l'évaporation est utilisée efficacement par bon nombre d'organismes vivants (dont nous!) aux fins de régulation thermique. Comme dans le cas de la transition liquide/solide, la même substantielle quantité d'énergie est libérée quand la vapeur d'eau condense en gouttelettes liquides, avec des conséquences importantes pour la dynamique et énergétique atmosphériques.

1.2.4 Évaporation et condensation

Il est important de distinguer de la **vaporisation**, changement de phase se produisant pour l'eau (pure) à 100°C, de l'**évaporation**, qui est un phénomène opérant à une *interface* liquide-gaz. En contexte environnemental, on s'intéresse le plus souvent à une interface eau-air.

L'évaporation peut se produire même si l'eau n'est pas à 100°C, comme on peut facilement le constater en examinant en cuisine la vapeur émanant d'un chaudron rempli d'eau chaude. Du point de vue microscopique, la raison en est que les molécules d'eau dans la queue élevée de la distribution de Maxwell-Boltzmann ont suffisamment d'énergie pour échapper aux forces intermoléculaires donnant au fluide sa cohésion.

La chaleur latente de vaporisation de l'eau est de $\Lambda = 2260$ kJ kg⁻¹. Si on imagine que l'évaporation consiste à élever la température de l'eau à 100°C et ensuite la vaporiser, on écrirait:

$$L \simeq c_p(100 - T) + \Lambda, \quad [\text{Approximation \#1}] \quad (1.13)$$

On en concluerait que l'input énergétique requis pour évaporer de l'eau à $T < 100^\circ$ est plus élevé que la chaleur latente de vaporisation Λ , et diminue à mesure que T approche le point d'ébullition; et c'est bien le cas comme le montre la Figure 1.1. Attention cependant, la véritable **chaleur latente d'évaporation** L , indiquée par des points noirs sur la Fig. 1.1, est bien toujours plus grande que Λ , mais significativement plus petite que ce qui est prédit par

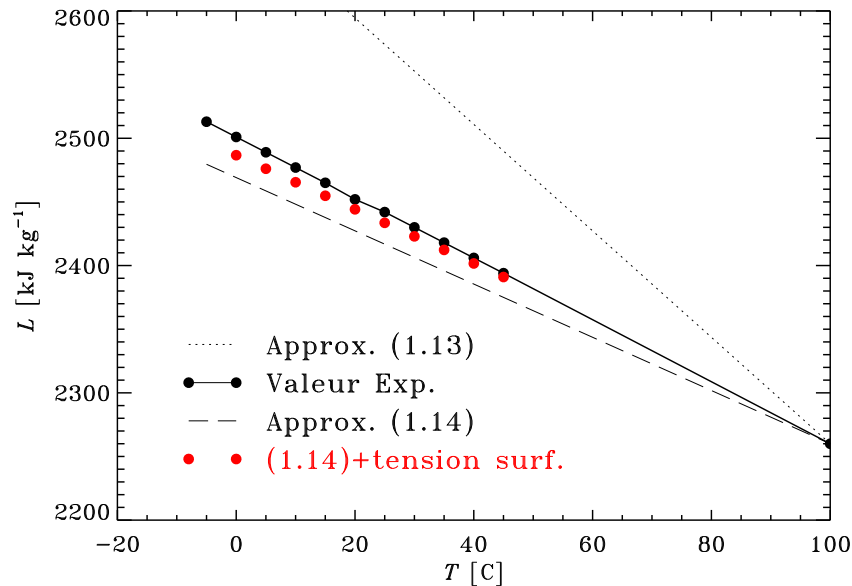


Figure 1.1: Chaleur latente d'évaporation de l'eau dans l'air sec à pression atmosphérique (poits noirs; source de données: Monteith & Unsworth, Tableau A.3). Le trait pointillé indique l'apport énergétique requis pour chauffer une masse d'eau d'une température T jusqu'à 100° et ensuite de la vaporiser entièrement, soit notre première approximation donnée par l'éq. (1.13), et le trait en tirets correspond à l'approximation donnée par l'éq. (1.14). Les points rouges améliorent cette seconde approximation en incluant un estimé de l'énergie requise pour briser la tension de surface (voir texte).

l'expression (1.13) ci-dessus (trait pointillé sur la Fig. 1.1). La raison en est qu'une molécule d'eau à l'interface ne “ressent” que les forces intermoléculaires associées aux molécules d'eau sur et sous l'interface, soit sur 2π steradian; tandis qu'une molécule dans la couche liquide même ressent ces forces sur 4π steradian. On en concluerait qu'en meilleure approximation, la chaleur latente d'évaporation pourrait se calculer comme:

$$L \simeq \frac{1}{2}c_p(100 - T) + \Lambda, \quad [\text{Approximation \#2}] \quad (1.14)$$

expression qui, comme la précédente, néglige les (petites) variations de ρ et c_p avec la température T . Le trait en tirets sur la Figure montre cette approximation, bien supérieure à la première, qui s'avère à sous-estimer le véritable $L - \Lambda$ par seulement $\simeq 15\%$ à $T = 20^\circ\text{C}$.

On peut faire encore mieux en incorporant un autre effet significatif, soit l'apport énergétique requis pour briser la tension de surface à l'interface fluide-air. La force de cette tension est mesurée par le **coefficient de tension superficielle** (Θ , unités N m^{-1} ou J m^{-2}). Ce coefficient mesure autant la force requise pour étirer une interface d'une unité de longueur (les unités N m^{-1}) que l'énergie potentielle surfacique (les unités J m^{-2}) associée à cet étirement. Ce coefficient décroît graduellement quand la température augmente, une variation bien capturée en première approximation par la relation linéaire suivante:

$$\Theta [\text{J m}^{-2}] = 0.0756 - 0.000154T, \quad 0 \leq T [^\circ\text{C}] \leq 50. \quad (1.15)$$

Les points rouges sur la Figure 1.1 montrent l'effet d'ajouter cette énergie ($\Theta \times \text{surface}$) requise pour briser la tension superficielle à l'estimé approximatif de la chaleur latente d'évaporation fourni par l'éq. (1.14). On a supposé ici qu'un mètre cube d'eau (1000 kg) s'étale en une couche plane de 333 m^2 et d'épaisseur 3 mm, cette dernière correspondant à la longueur capillaire

de l'eau, soit l'épaisseur sous laquelle la couche se fragmenterait spontanément en un grand nombre de petites gouttelles³. On commence à être pas mal près des mesures expérimentales de L .

En contexte environnemental, une complication importante vient du fait que le *taux* d'évaporation (déterminant la quantité d'eau évaporée par unité de temps) dépend non seulement de la température, mais aussi de la pression partielle de vapeur d'eau dans l'air, i.e., du degré d'humidité. Nous y reviendrons plus loin (§5.4), quand nous aborderons le rôle de l'évapotranspiration dans la thermorégulation animale.

1.2.5 Compressibilité et dilatation thermique

Toutes les substances d'intérêt pour ce cours (l'air, l'eau, etc.) se compriment sous action d'une pression extérieure, et se dilatent si leur température augmente. La quantification des variations de densité correspondantes se fait via le **coefficient de compressibilité** (β) et le **coefficient de dilatation thermique** (α):

$$\beta = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial p} \quad \equiv \quad \frac{\partial \log \rho}{\partial p}, \quad (1.16)$$

$$\alpha = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \quad \equiv \quad -\frac{\partial \log \rho}{\partial T}. \quad (1.17)$$

Notez le signe “−” dans (1.17), ajouté “à bras” de manière à ce que α soit une quantité positive⁴.

Un fluide, comme l'eau, est à toute fins pratiques incompressible, et se retrouve donc caractérisée par un β minuscule. Dans le cas de l'eau pure, $\beta = 4.6 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$; c'est comparable au roc ! Dans un gaz, comme l'air, β est beaucoup plus grand, mais tant qu'un écoulement gazeux qui n'est pas confiné par des parois demeure confortablement subsonique, les effets de la compressibilité sur la dynamique sont en fait négligeables⁵.

Dans un contexte environnemental, la dilatation thermique a des effets beaucoup plus importants, autant pour un gaz qu'un fluide. La Figure 1.2 montre la variation de la densité et du coefficient de dilatation thermique de l'eau pure en fonction de la température. Attention, l'axe vertical rouge est en unités de $10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}$, i.e., $\alpha \simeq 2 \times 10^{-4} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$ à $T = 20^\circ\text{C}$. Ces valeurs de α peuvent sembler petites, mais un exercice en fin de chapitre vous conduit à vérifier que l'augmentation du niveau des océans associée à une hausse de température d'un degré C est très significative!

1.3 Une brève introduction à la spectroscopie moléculaire

Un aspect essentiel de la dynamique atmosphérique (et climatique) est la transmission et absorption de la radiation électromagnétique par l'atmosphère (surtout), et les océans. Une bonne partie du chapitre 3 y sera consacré. Pour les conditions physiques (température, densité, etc.) caractérisant l'atmosphère terrestre (discutées à la §2.1), les principaux absorbeurs sont sous forme moléculaire. Il s'agit donc d'établir les caractéristiques des transitions énergétiques dans des molécules relativement simples (e.g. H_2O , CO_2 , CO), et en déduire les longueurs d'onde d'absorption/émission des spectres moléculaires.

En plus des transitions électroniques se produisant dans les atomes les composant, une molécule peut contenir de l'énergie sous forme de vibration et de rotation; et comme dans le cas des niveaux électroniques d'un atome isolé, les niveaux énergétiques de vibration et rotation d'une molécule sont quantifiés, et calculables en solutionnant l'équation de Schrödinger incluant

H16, §3.5
BvG, §8.3

³Cette instabilité dite capillaire est discutée en détail dans l'EXCELLENT cours PHY-3140 *Hydrodynamique* !

⁴La définition de α et β en terme de la variation de $\log \rho$ plutôt que simplement ρ est une convention dont j'ignore l'origine ou la motivation.

⁵Ce résultat plutôt contre-intuitif est rigoureusement démontré dans l'EXCELLENT cours PHY-3140 *Hydrodynamique*.

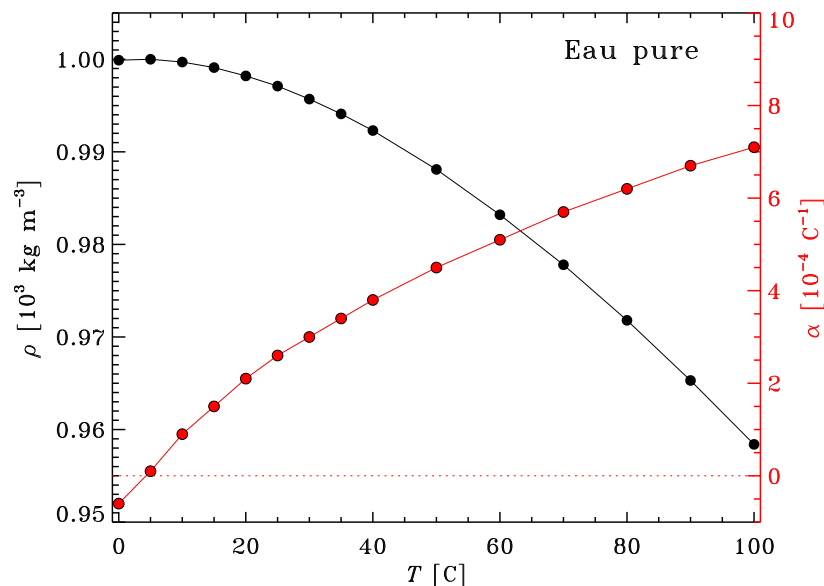


Figure 1.2: Variation du coefficient de dilatation thermique (voir l'éq. (1.17)) de l'eau pure (en rouge) et densité de l'eau (en noir) en fonction de la température. Notez que sous $\simeq 4^\circ\text{C}$, α devient négatif, i.e., la densité de l'eau diminue légèrement quand T diminue.

un potentiel d'interaction inter-atomique approprié. Pas question de solutionner l'équation de Schrödinger dans ce qui suit (ce serait vraiment du sport même pour des molécules simples), mais on peut tout de même en apprendre beaucoup à partir de trucs que vous connaissez déjà, en bâtissant sur vos connaissances acquises en mécanique quantique (PHY-2810 !).

1.3.1 Les modes de vibration

En bonne première approximation, dans une molécule diatomique le déplacement des deux atomes par rapport à leurs positions d'équilibre peut être décrit via le potentiel d'un oscillateur harmonique:

$$V = \frac{1}{2}K(R - R_e)^2, \quad (1.18)$$

où R est la séparation entre les deux atomes, R_e leur séparation d'équilibre, et K (unités: N m^{-1}) est la constante de force, de l'ordre de quelques 10^2 – 10^3 N m^{-1} pour les molécules (relativement) simples (diatomiques ou triatomiques) qui sont d'intérêt dans ce cours. Si on imagine le lien covalent comme un ressort, K est l'équivalent de sa constante de raideur.

La solution de l'équation de Schrödinger avec le potentiel ci-dessus nous fournit alors les niveaux d'énergie vibratoire comme un spectre de valeurs propres:

$$E_\nu = \left(\nu + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega, \quad \nu = 0, 1, 2, \dots \quad (1.19)$$

où ν est le nombre quantique vibratoire, et

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{\mu}}. \quad (1.20)$$

Dans ces expressions $\hbar = h/(2\pi)$, avec $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}$ la constante de Planck, et la quantité μ est la masse réduite; pour une molécule diatomique composée de deux atomes de

masses m_1, m_2 respectivement:

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} . \quad (1.21)$$

Une transition vibratoire induite radiativement est régie par la règle de sélection $\Delta\nu = \pm 1$, conséquence du fait qu'un photon absorbé par une molécule doit y transférer non seulement son énergie, mais aussi son moment cinétique; dans le contexte d'une transition vibratoire ceci ne sera possible que si la vibration cause un changement du moment dipolaire électrique de la molécule. Une telle transition $\nu \rightarrow \nu + 1$ demande ainsi une énergie:

$$\Delta E \equiv E_\nu - E_{\nu-1} = \hbar\omega , \quad (1.22)$$

Pour une molécule de CO, on a $K = 1857 \text{ N m}^{-1}$ et $\mu = 1.14 \times 10^{-26} \text{ kg}$, conduisant à $\omega = 4.04 \times 10^{14} \text{ s}^{-1}$, $\Delta E = 4.26 \times 10^{-20} \text{ J} \equiv 0.266 \text{ eV}$, et donc

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{2\pi c}{\omega} = 4.67 \mu\text{m} , \quad (1.23)$$

soit dans l'infrarouge moyen⁶. Comme pour toutes les molécules diatomiques, c'est ici le seul mode vibratoire possible pour la molécule CO.

Pour des molécules triatomiques, comme H_2O ou CO_2 , il y a trois modes de vibration possibles: deux d'étirement, dits symétrique et antisymétrique, ainsi qu'un mode de flexion⁷, tel qu'illustré schématiquement sur la Figure 1.3. Le calcul des énergies associées à ces différents modes vibratoires est passablement plus complexe que dans le cas d'une molécule diatomique, mais on finit encore avec des énergies de l'ordre de 0.1–1eV, et des longueurs d'onde de transitions radiatives dans l'intervalle $1 \lesssim \lambda \lesssim 20 \mu\text{m}$.

Le Tableau 1.2 ci-dessous liste les longueurs d'onde des transitions vibratoires pour plusieurs molécules d'intérêt⁸. Le calcul de ν_1 pour les molécules diatomiques N_2 et O_2 est laissé en exercice (problème #5 en fin de chapitre!). Notons que dans le cas des molécules linéaires sans

Table 1.2: Longueurs d'onde (en μm) de transitions vibratoires moléculaires

Molécule	ν_1	ν_2	ν_3	ν_4	dip. perm.	dip. induit
CO	4.67	—	—	—	oui	
NO	5.25	—	—	—	oui	
N_2	(#1.5)	—	—	—	non	non
O_2	(#1.5)	—	—	—	non	non
H_2O	2.73	6.27	2.65	—	oui	
CO_2	7.39*	15.0	4.26	—	non	oui (ν_2)
O_3	9.01	14.2	9.59	—	oui	
N_2O	7.78	17.0	4.49	—	oui	
CH_4	3.31*	6.32*	3.17	7.31	non	oui (ν_3, ν_4)

* radiativement interdite

moment dipolaire électrique permanent, comme CO_2 , le mode vibratoire symétrique (ν_1) ne peut être excité radiativement puisqu'il n'induit aucun moment dipolaire transitoire, contrairement aux modes ν_2 et ν_3 , ce qui fait qu'il est alors impossible de respecter la règle de transition dipolaire. Cette transition est donc radiativement interdite, et n'apparaîtra donc pas dans le

⁶Voir le Tableau A.2 pour la définition des différents domaines du spectre électromagnétique.

⁷Une molécule composée de N atomes dispose de $3N - 6$ modes vibratoires en général, mais $3N - 5$ pour une molécule linéaire comme CO_2 ; cependant, dans ce dernier cas, deux modes de flexion sont dégénérés en énergie, donc on se retrouve encore avec 3 transitions énergétiquement distinctes.

⁸Alerte Notation! Il semble être conventionnel en spectroscopie moléculaire de dénoter par ν_1, ν_2 , etc, les **longueurs d'onde** des transition rotationnelles; à cause du choix tout aussi conventionnel de ν pour dénoter le nombre quantique associé aux vibrations j'imagine. Ne pas confondre avec la fréquence!

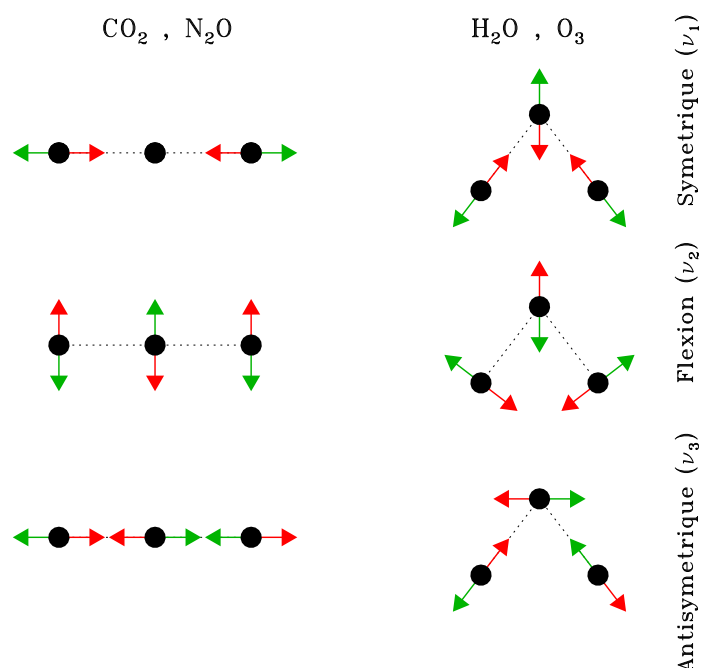


Figure 1.3: Représentation schématique des trois modes vibratoires accessibles aux molécules triatomiques, comme les molécules linéaires CO_2 et N_2O (colonne de gauche), et les molécules planaires comme H_2O et O_3 (colonne de droite). Le centre de masse des molécules demeure fixe durant le cycle vibrationnel rouge→vert→rouge.

spectre d'absorption/émission infrarouge. Elle pourrait cependant être excitée collisionnellement, mais aux températures atmosphériques terrestres l'énergie thermique $k_B T \sim 0.025 \text{ eV}$ est trop faible. Il en est de même pour des molécules diatomiques comme N_2 et O_2 , qui n'ont pas de moment dipolaire électrique permanent, et ne peuvent en générer par vibration. Deux des 4 modes vibratoires non-dégénérés de la très symétrique molécule CH_4 induisent aussi un moment dipolaire transitoire sous vibration, et donc peuvent être excités radiativement⁹.

Le fait que $\Delta E_\nu \sim 0.1\text{--}0.5 \text{ eV} \gg k_B T \simeq 0.025 \text{ eV}$ implique aussi qu'en l'absence d'excitation radiative, seul le niveau fondamental $\nu = 0$ sera peuplé pour des conditions atmosphériques du genre TPN, mais on peut néanmoins s'attendre à un élargissement thermique (collisionnel) significatif des transitions vibratoires. Cependant, un élargissement beaucoup plus important est causé par la présence de transitions rotationnelles.

⁹Les valeurs citées dans la littérature et/ou éparpillées sur le Web pour les longueurs d'onde des 4 modes non-dégénérés de vibration du CH_4 montrent des variations significatives. Les valeurs cités ici sont tirés de:

www2.ess.icla.edu/~schauble/MoleculeHTML/CH4_html/CH4_page.html

Ce sont les valeurs qui semblent s'accorder le mieux avec celles incluses dans le *Planetary Spectrum Generator* de la NASA, que vous utiliserez en TP et qui a servi à produire la Fig. 3.16 du chapitre 3 plus loin. Notons que ces valeurs diffèrent dans certains cas par plus de 10% de celles listées au Tableau 3.1 de l'ouvrage de Hartmann (voir bibliographie en fin de chapitre), d'où les autres valeurs du tableau sont tirées (sauf ν_1 pour CO_2).

1.3.2 Les modes de rotation

Tout comme la vibration, la rotation d'une molécule est sujette à la quantification de son énergie rotationnelle. Pour une molécule linéaire comme CO₂, les niveaux d'énergie permis sont:

$$\begin{aligned} E_J &= \frac{J(J+1)\hbar^2}{2I}, \\ &= hcBJ(J+1), \quad J = 0, 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (1.24)$$

où J est le nombre quantique associé au moment cinétique¹⁰. La seconde égalité résulte de la définition de la constante de rotation $B = \hbar/(4\pi cI)$ (unités: m⁻¹), I étant le moment d'inertie de la molécule. Pour les "petites" molécules qui nous intéressent ici, typiquement $10 \lesssim B \lesssim 100 \text{ m}^{-1}$. L'expression ci-dessus demeure valide pour des molécules "sphériques" (dans le sens que les moments d'inertie selon une triade d'axes x, y, z sont identiques), mais des termes supplémentaires s'y ajoutent au côté droit dans le cas de molécules ayant des plans de symétrie; les valeurs de E_J résultantes demeurent cependant du même ordre.

Un photon absorbé par une molécule doit y déposer son moment cinétique, donc induire radiativement une transition rotationnelle dans une molécule exige de satisfaire à la règle de transition $\Delta J = \pm 1$, d'où

$$\Delta E \equiv E_J - E_{J-1} = 2hcBJ. \quad (1.25)$$

Pour la molécule CO₂, on a $B = 39.0 \text{ m}^{-1}$, ce qui conduit à $\Delta E = 1.55 \times 10^{-23} \text{ J} \equiv 10^{-4} \text{ eV}$. Contrairement aux niveaux vibrationnels, ceci est maintenant beaucoup plus petit que l'énergie thermique $k_B T \simeq 0.025 \text{ eV}$ à TPN, en conséquence de quoi les niveaux rotationnels seront peuplés jusqu'à de très hautes valeurs de J . Dans le cas d'une molécule linéaire comme CO₂, la probabilité d'occupation est

$$p(E_J) \propto (2J+1) \exp\left(-\frac{E_J}{k_B T}\right), \quad (1.26)$$

avec E_J donné par (1.24). Je vous laisse vérifier que pour CO₂ à TPN, la probabilité d'occupation est maximale à $J \simeq 250$! Ceci permet ainsi un très grand nombre de transitions distinctes, résultant en un spectre rotationnel très dense, i.e., composé d'un très grand nombre de raies séparées chacune de la suivante (en J) par 10^{-2} – $10^{-3} \mu\text{m}$.

1.3.3 Les modes couplés de vibration+rotation

Les vibration et rotation moléculaires sont en réalité couplées, et on peut montrer (solide calcul de mécanique quantique !) qu'une transition vibratoire doit presque toujours induire une transition rotationnelle $\Delta J = \pm 1$. En bonne première approximation, les niveaux d'énergie sont donnés par:

$$E_{\nu,J} = \left(\nu + \frac{1}{2}\right) \hbar\omega + hcBJ(J+1), \quad \Delta\nu = \pm 1, \quad \Delta J = \pm 1. \quad (1.27)$$

Comme un très grand nombre de niveaux rotationnels sont peuplés à TPN, une bande spectrale de rotation-vibration sera beaucoup plus large que la raie de vibration pure au même ν , et l'élargissement thermique conduira souvent au chevauchement spectral des raies rotationnelles, résultant en une **bande moléculaire** où l'absorption est complète sur une plage substantielle de longueur d'ondes. On en verra des exemples spécifiques plus loin (§3.9).

1.3.4 Photoexcitation, photoionisation, et photodissociation

Tout comme dans un atome isolé, l'absorption d'un photon peut induire une transition électronique dans un atome faisant partie d'une molécule. Les niveaux électroniques diffèrent de ceux du

¹⁰Tout comme pour les transitions électroniques dans le très célèbre atome d'Hydrogène que vous avez étudié à fond en PHY-2810.

même atome en isolation, à cause du chevauchement des orbitales des autres atomes de la molécule, mais ce processus de **photoexcitation** exige tout de même des photons dans le visible ou proche ultraviolet, sous conditions atmosphériques typiques (excluant, e.g., ce qui se passe durant un éclair).

L'absorption d'un photon UV plus énergétique peut aussi causer une **photoionisation** de la molécule en éjectant un électron d'un des atomes, ou encore carrément dissocier la molécule; on parle alors de **photodissociation**. Pour les molécules du Tableau 1.2, autant la photoionisation que la photodissociation demandent des photons d'énergies beaucoup plus élevées que celles associées aux bandes de rotation/vibration. On parle typiquement de longueur d'onde dans l'ultraviolet $\lambda < 200$ nm, sauf pour l'ozone (O_3), une molécule relativement fragile qui peut être photodissociée ($O_3 + h\nu \rightarrow O_2 + O$ ou $O_2 + O^+ + e^-$) déjà à des longueurs d'onde $200 \lesssim \lambda \lesssim 320$ nm.

1.4 Réservoirs, flux, sources et puits

Revenons aux échelles macroscopiques. Bien des questions en physique environnementale impliquent des systèmes complexes, que l'on peut souvent représenter comme un réseau de **réservoirs** (de chaleur, d'eau, de CO_2 , etc.), sujets à des gains ou pertes associés à des **sources** ou **puits** internes ou externes au système, et interconnectés de manière telle qu'il existe des **flux** entre réservoirs. Nous introduisons ici une formulation sous forme d'équations différentielles ordinaires couplées qui permettent de modéliser quantitativement ce genre de situations. Cette formulation pourra paraître plutôt ad hoc à prime abord, mais on verra au fil des chapitres qui suivent qu'elle est en fait tout à fait appropriée et applicable à bien des systèmes d'intérêt en physique environnementale.

On considère ici deux réservoirs, A et B , contenant une certaine quantité de quelque chose (Q), et on cherche à modéliser l'évolution temporelle de $Q(t)$ dans chacun des réservoir, en réponse à la présence d'une source et d'un puit de Q dans le réservoir A , ainsi qu'un flux entre les deux réservoirs; aux fins de ce petit exercice on définira ces "ingrédients" comme suit:

- Source pour réservoir A : $S(t)$
- Puit pour réservoir A : σQ_A^4
- Flux entre réservoirs A et B : $\pm(Q_A - Q_B)/\tau$

L'idée est illustrée schématiquement à la Figure 1.4 pour un système à deux réservoirs. Ici τ est un temps caractéristique d'échange de Q entre les deux réservoirs, et on a choisi une forme particulière pour le puit de Q dans le réservoir A , soit $\propto Q_A^4$. Le fait que le flux soit proportionnel à la différence de contenu Q entre les deux réservoir suggère que ceux-ci pourraient être deux corps noirs en contact, et Q la température, dans lequel cas le flux de chaleur entre les réservoir devrait effectivement être proportionnel à la différence de température (on justifiera ça formellement plus loin, §5.2). De plus, avec $Q \propto T$, le puit $\propto \sigma Q_A^4$ ressemble aussi dangereusement à l'énergie irradiée dans le vide par un corps noir... Mais Q pourrait aussi bien être la quantité de fluide dans deux vases communicants, la source un robinet déversant du fluide dans un des vases, et le puit une forme particulière d'évaporation. Ce genre de formulation est d'applicabilité très générale!

Écrivons maintenant les équations d'évolution pour la quantité Q contenue dans chaque réservoir, utilisant les formes mathématiques listées plus haut pour nos différents ingrédients:

$$\frac{dQ_A}{dt} = - \underbrace{\frac{Q_A - Q_B}{\tau}}_{\text{Flux } A \rightarrow B} + \underbrace{S(t)}_{\text{Source}} - \underbrace{\sigma Q_A^4}_{\text{Puit}}, \quad (1.28)$$

$$\frac{dQ_B}{dt} = + \underbrace{\frac{Q_A - Q_B}{\tau}}_{\text{Flux } A \rightarrow B}. \quad (1.29)$$

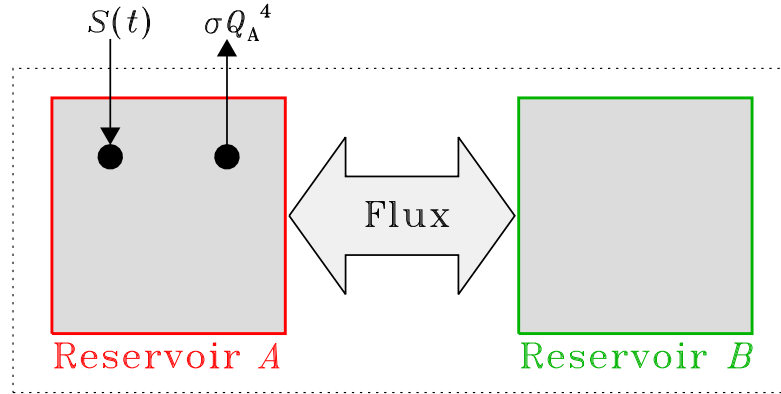


Figure 1.4: Représentation schématique d'un système Réservoir+Source+Puit+Flux (abrévié RSPF dans ce qui suit). Le système physique (rectangle pointillé) contient deux réservoirs, A et B , entre lesquels peut exister un flux d'une quantité Q , qui peut aller de A vers B ou l'inverse. Ici une source S ajoute du Q au réservoir A , à un taux spécifié par la fonction $S(t)$, et un puit qui évacue Q , à un taux $\propto Q^4$. Ce petit modèle peut être interprété comme une représentation très simplifiée du bilan de chaleur de la couche externe de l'océan (voir texte).

Notons que le terme de flux apparaît avec des signes opposés aux deux membres de droite, conséquence du fait que (trivialement) le flux sortant du réservoir A vers B est le même flux qui entre dans le réservoir B du A , autrement dit la quantité totale de Q (soit $Q_A + Q_B$) est conservée lors du transfert entre les deux réservoirs.

Ces deux équations différentielles ordinaires (EDO) nonlinéaires et couplées se solutionnent aisément numériquement¹¹. La Figure 1.5 montre deux exemples, différant seulement dans la forme du terme source: constant dans le graphique du haut, mais périodique dans celui du bas. L'amplitude de S dans la solution du haut a été ajustée de manière à ce que sur la durée de la simulation, la même quantité de Q soit injectée dans chaque solution. Dans les deux cas la condition initiale est $Q_A = Q_B = 0$. Le comportement de la simulation du haut (S constant) est facile à saisir intuitivement: initialement Q_A augmente car le puit est $\simeq 0$, ce qui crée une différence $Q_A - Q_B > 0$ qui alimente le réservoir B , qui augmente à son tour, en retard sur le A par un temps de l'ordre de τ ($= 1$ ici), le temps caractéristique d'échange de Q entre les réservoirs. On arrive éventuellement à une solution stationnaire ($d/dt = 0$) des éqs. (1.28)–(1.29), soit:

$$Q_A = \left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/4}, \quad Q_B = Q_A. \quad (1.30)$$

La solution du bas, avec terme source périodique (mais non-sinusoidal) suit la même tendance générale d'augmentation suivie de stabilisation, mais dans sa phase stabilisée conserve la périodicité imposée par celle du terme source. On remarquera comment la séquence temporelle du réservoir A (rouge) retarde par rapport à celle du terme source, conséquence de "l'inertie" du réservoir A , et similairement comment la phase de la séquence pour le réservoir B (vert) oscille à plus faible amplitude et retarde par rapport au A , conséquence du temps fini requis pour échanger entre A et B (constante τ).

¹¹par exemple via un des nombreux solveurs d'EDO contenus dans la librairie SciPy en Python, e.g., `odeint`.

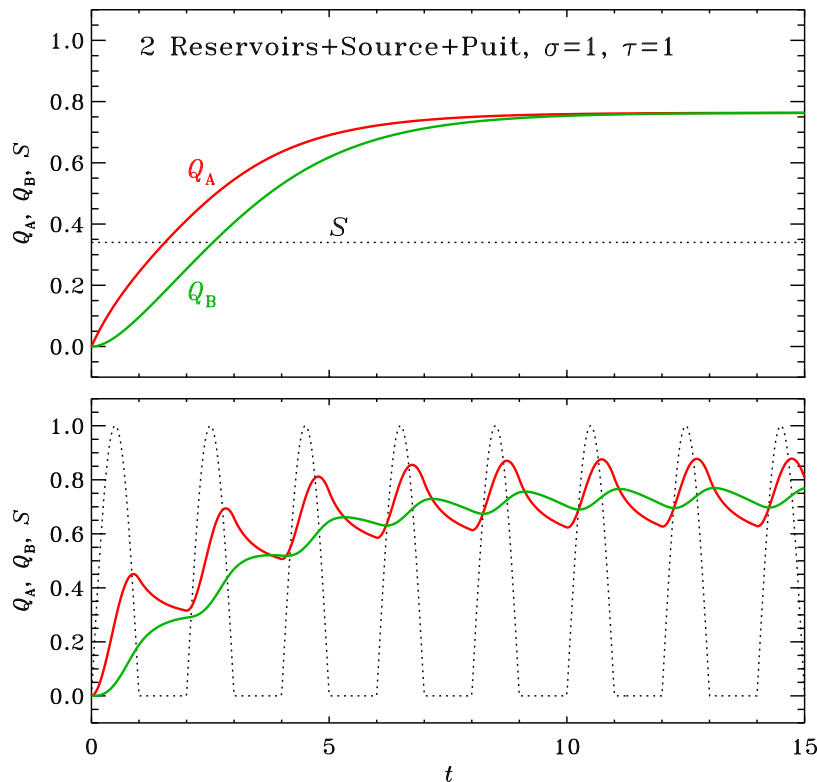


Figure 1.5: Solutions numériques des équations (1.28)–(1.29) pour $\sigma = 1$ et $\tau = 1$, à partir d’une condition initiale $Q_A = Q_B = 0$, pour deux termes sources (pointillés) différents: en haut, S constant; et bas, $S(t)$ variant périodiquement, mais non-sinusoidalement (voir texte).

Vous aurez à expérimenter avec ce genre de petit modèle dans le cadre de votre premier TP. En fait, le “modèle” de la Figure 1.4 et la partie périodiquement stationnaire de la Figure 1.5 pourrait décrire en première approximation l’évolution de la température (Q) de la couche superficielle des océans (réservoir A) en réponse à l’irradiance solaire (Source $S(t)$ périodique, maximale à midi et nulle durant toute la nuit), les pertes radiatives vers l’atmosphère (Puit σQ_A^4), et les échanges par transport de chaleur vers les couches profondes de l’océan (réservoir B). TP1

1.5 Lois de conservation

Les couches superficielles de l’océan ne sont pas vraiment un “contenant” genre réservoir, et ne sont pas démarquées des couches profondes par une interface bien définie. Cependant l’idée générale sous-jacente au modèle très simple de la Fig. 1.4, soit un principe de conservation (on pourrait même dire “de plomberie”) peut se reformuler de manière beaucoup plus réaliste, en considérant notre fameuse quantité générique Q , ainsi que ses flux, sources et puits comme des variables physiques continues qui dépendent de la position et du temps.

Considérons un volume V de forme arbitraire, délimité par une surface fermée S , et contenant une “substance” $q(\mathbf{x}, t)$ (une quantité scalaire qui pourrait être la température, la densité d’un polluant, etc.). Le contenu total de q dans le volume V à un temps t se calculerait en

intégrant q sur V :

$$Q(t) = \int_V q(\mathbf{x}, t) dV . \quad (1.31)$$

Similairement, si une source $s(\mathbf{x}, t)$ (unités: “q” par unité de volume et par unité de temps) ou un puit $p(\mathbf{x}, t)$ (unités: idem que s) est présent à l’intérieur du volume, la quantité de q gagnée via la source ou perdue via le puit, par unité de temps, sera donnée par une intégrale du genre:

$$\int_V (s(\mathbf{x}, t) - p(\mathbf{x}, t)) dV . \quad (1.32)$$

Dénotons maintenant par $\mathbf{f}_q(\mathbf{x}, t)$ le flux (unités: “q” par unité de surface par unité de temps) de notre quantité q traversant un élément de surface dS . La quantité nette de q entrant ou sortant de V par unité de temps t est alors donnée par:

$$\Phi(t) = - \oint_S \mathbf{f}_q(\mathbf{x}, t) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS , \quad (1.33)$$

où $\hat{\mathbf{n}}$ est un vecteur normal défini en chaque point de la surface S , et orienté extérieurement au volume, ce qui impose d’inclure le signe “−” de manière à ce qu’un flux net Φ positif corresponde à un gain de q dans le volume (par convention). Le produit scalaire du flux avec la normale est requis pour capturer la géométrie de la surface: un flux parallèle à la surface ne ferait rentrer aucune quantité de q dans le volume délimité par cette surface! Notez aussi que Φ est un scalaire, mais $\mathbf{f}_q$ est un champ vectoriel.

Nous avons maintenant tous les morceaux requis pour écrire une **loi de conservation** pour notre substance q :

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_V q(\mathbf{x}, t) dV = - \oint_S \mathbf{f}_q(\mathbf{x}, t) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS + \int_V (s(\mathbf{x}, t) - p(\mathbf{x}, t)) dV . \quad (1.34)$$

Mais, on peut faire mieux! En interchangeant la dérivée temporelle et l’intégrale de volume au membre de gauche, et en appliquant le théorème de la divergence au premier terme du membre de droite, on peut écrire notre loi de conservation sous la forme:

$$\int_V \left[-\frac{\partial q}{\partial t} - \nabla \cdot \mathbf{f}_q + s(\mathbf{x}, t) - p(\mathbf{x}, t) \right] dV = 0 . \quad (1.35)$$

Comme le volume V est de forme tout à fait arbitraire, pour que l’intégrale soit nulle en général, il faudra que l’intégrant soit lui-même nul, d’où:

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{f}_q = s(\mathbf{x}, t) - p(\mathbf{x}, t) . \quad (1.36)$$

Fondamentalement, cette équation différentielle aux dérivées partielles représente une formulation continue du système discret “Réservoirs+Source+Puit+Flux” introduit à la §1.4. Dans les deux cas, en pratique pour une quantité q donnée la principale difficulté sera de développer des expressions appropriées pour les flux, sources et puits. Cela nous tiendra pas mal occupés aux chapitres 3, et 4, et 5 !

Exercices:

1.1: Vous disposez d’un four domestique typique développant une puissance tout aussi typique de 3000 W. Calculez le temps requis pour

1. Chauffer 0.25 m^3 d’air de 20 à 180°C ;
2. Faire fondre 1 kg de glace;

3. Chauffer l'eau ainsi produite jusqu'à son point d'ébullition;
4. Évaporer la totalité de cette eau à 100°.

1.2: Le coefficient de compressibilité de l'eau pure ($\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$) à TPN est de $\beta = 4.6 \times 10^{-10} \text{ m}^2 \text{ N}^{-1}$. Imaginons un tube cylindrique de longueur $L = 1 \text{ m}$ et rayon $R = 0.05 \text{ m}$ rempli d'eau, fermé à une extrémité et muni d'un piston à l'autre. Quelle force (en N) doit être exercée sur le piston pour comprimer la colonne d'eau de 1 mm ? Si le cylindre est orienté verticalement dans le champ gravitationnel terrestre, quelle masse doit-on empiler sur le piston pour produire cette force ?

1.3: Approximons (très grossièrement!) l'océan comme une couche d'eau de profondeur moyenne 4km à une température uniforme de 10°C ($\alpha \simeq 10^{-5} \text{ °C}^{-1}$ à cette température). Supposez qu'à toutes les profondeurs, la température monte de 1°C. Calculez la hausse du niveau de l'océan qui sera causée par ce réchauffement.

1.4: Les molécules N_2 et O_2 ont des constantes de force $K = 2738$ et $K = 2294 \text{ N m}^{-1}$ respectivement. Les deux étant des molécules diatomiques, elles n'ont qu'un seul mode vibratoire. Calculez pour chacune la longueur d'onde d'une transition vibratoire $\nu \rightarrow \nu + 1$. Ces transitions sont-elles radiativement actives ?

1.5: Dans la molécule pentaatomique CH_4 , les 4 atomes d'hydrogène sont aux sommets d'un tétraèdre, avec l'atome de Carbone au centre. Pour une molécule pentaatomique ($N = 5$) qui n'est pas en configuration linéaire, on a en général $3N - 6 = 9$ degrés de libertés vibrationnels, mais ici la haute symétrie de la molécule conduit à seulement 4 modes énergétiquement distincts. Tracez-les schématiquement. De ces 4 modes, seuls deux sont radiativement actifs, lesquels et pourquoi ?

1.6: Il s'agit ici de modifier le modèle RSPF de la §1.4, en déplaçant le terme puit au réservoir B.

1. Écrivez la nouvelle forme des équations (1.28)–(1.29);
2. Obtenez les nouvelles valeurs d'équilibre ($dt/d = 0$) pour Q_a et Q_B ;
3. Modifiez votre code du TP1 pour produire un équivalent de la Fig. 1.5 pour ce modèle modifié, en conservant les mêmes valeurs des paramètres τ , S , etc.

1.7: Revenant à la version originale du modèle RSPF présenté à la Fig. 1.4, ajoutez un troisième réservoir ("C") connecté au réservoir B par échange d'un flux $\propto \pm(Q_B - Q_C)/\tau$ avec le même temps caractéristique τ que pour le flux entre A et B.

1. Écrivez l'équivalent du systèmes d'EDO (1.28)–(1.29 pour ce système à trois réservoirs;
2. Calculez la solution d'équilibre;
3. Produisez un équivalent de la Fig. 1.5... et réfléchissez à l'origine des différences!

Bibliographie:

Ces notes de cours sont de mon cru, mais je me suis évidemment inspiré de divers manuels de cours sur le sujet, plus spécifiquement les quatre qui suivent, listés en ordre croissant de niveau technique (selon ma perception de la chose). Parfois l'inspiration est vraiment forte, i.e., je n'ai surtout fait que traduire et/ou élaborer/ajouter des étapes manquantes et/ou commentaires aux développements mathématiques. J'indique alors en **rouge** dans les marges les références aux sections correspondantes dans l'un ou l'autre de ces bouquins, suivant le code d'abréviation indiqué:

- Harte, J., *Consider a Spherical Cow*, University Science Books (1988) [H88]
Monteith, J.L., & Unsworth, M.H., *Principles of Environmental Physics*, 4^e éd., Academic Press (2013) [MU]
Boeker, E., & van Grondelle, R., *Environmental Physics*, 3^e éd., Wiley (2011) [BvG]
Hartmann, D.L., *Global Physical Climatology*, 2^e éd., Elsevier (2016) [H16]

Notez cependant que j'ai recalculé moi-même tout seul comme un grand pratiquement tous les résultats analytiques ou numériques présentés au fil des pages qui suivent. Si c'est trop difficile pour que je puisse le recalculer, c'est trop difficile pour l'inclure dans ces Notes de cours. Les quelques rares exceptions à ce *modus operandi* seront explicitement indiquées. Il serait aussi une bonne idée de garder à portée de la main vos notes de cours de PHY-2215 *Physique thermique et statistique* et PHY-2441 *Optique et ondes électromagnétiques* (PHY-2441), et PHY-2810 *Mécanique quantique I*.

Le site web suivant est une véritable mine d'or offrant des compilations (tableaux, graphiques, calculateur en ligne) des propriétés physiques (incluant les capacités thermiques, coefficients de dilatation thermique, etc.) d'un grand nombre de substances, incluant air et eau, et leur variations en fonction de la température, pression, etc:

engineeringtoolbox.com

Une série d'animations très pédagogiques illustrant les différents modes de vibration d'une vaste gamme de molécules simples et relativement complexes est disponible ici (décembre 2024):

www2.ess.ucla.edu/~schaube/molecular_vibrations.htm

Les données pour la variation du coefficient de tension superficielle avec la température, utilisées à la §1.2.3, sont tirées de:

- Vargaftik, N.B., Volkov, B.N., & Voljak, L.D., *J. Phys. Chem. Ref. Data*, **12**(3), 817–820 (1983).

Chapitre 2

L'environnement physique

La physique environnementale se joue dans pas mal toutes les “sphères” qu’aime définir la géographie: l’ATMOsphère, l’HYDROsphère, la CRYOsphère, la LITHOsphère, et la BIOsphère. Ce chapitre offre donc un survol des propriétés physiques de ces différentes “sphères” d’intérêt.

2.1 L’atmosphère

L’atmosphère est cette mince couche gazeuses entourant la surface de la Terre (rayon moyen $R_{\oplus} = 6370$ km), à peine visible de l’espace (voir Figure 2.1). Elle n’en est pas moins essentielle à pas mal toute vie sur Terre, directement ou indirectement. Dans la majorité des questions

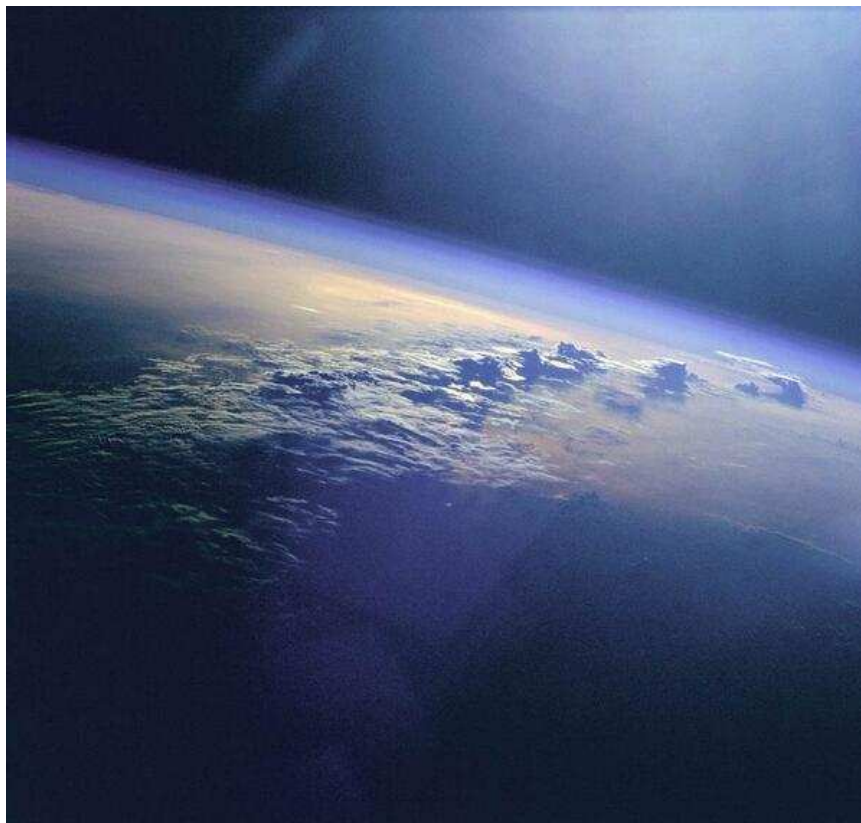


Figure 2.1: L’atmosphère terrestre vue de l’espace. Source: NASA.

pertinentes à la physique environnementale, on ne s'intéressera qu'à la **troposphère**, soit le premier $\simeq 10 - 12$ km de l'atmosphère, et plus occasionnellement à la **stratosphère**, couche supérieure à la troposphère (épaisseur ~ 10 km) et s'étendant jusqu'à $\simeq 50$ km d'altitude¹.

La composition chimique moyenne du gaz atmosphérique est présentée au Tableau 2.1, ordonnée en fonction de la masse totale de chaque constituant. Seul les 10 premiers constituants (en masse totale) sont listés. À eux seul, l'azote moléculaire (N_2) et l'oxygène moléculaire (O_2) comptent pour 98.75% de l'atmosphère, en masse. Ce qui n'implique cependant pas que les autres constituants comme la vapeur d'eau (H_2O) ou le dioxyde de Carbone (CO_2), soient à négliger; on verra plus loin comment et pourquoi ces constituants, même mineurs en fraction de masse, dominent l'opacité de l'atmosphère terrestre dans l'infrarouge. L'Hydrogène, de loin

Table 2.1: Composition chimique de l'atmosphère terrestre

Constituent	μ	fraction volumique	masse totale [10^9 kg]
Total	28.97		5.136×10^9
Air sec	28.96	1.0	5.119×10^9
N_2	28.01	0.7808	3.870×10^9
O_2	31.99	0.2095	1.185×10^9
Ar	39.95	0.00934	6.59×10^7
H_2O	18.02	variable	1.7×10^7
CO_2	44.0	420ppm*	3.18×10^6
Ne	20.18	18.18ppm	6.48×10^4
Kr	83.8	1.14ppm	1.69×10^4
CH_4	16.04	1.92ppm*	5.23×10^3
He	4.00	5.24ppm	3.71×10^3
O_3	47.99	variable	3.3×10^3

* valeur en 2023

l'élément chimique le plus abondant dans l'Univers, ne fait même pas le "top-10", avec une maigre fraction volumique de 0.5ppm. Le peu d'Hydrogène se trouvant dans l'atmosphère résulte principalement de la dissociation de molécules comme H_2O ou CH_4 . Par contre, les gaz nobles (colonne de droite du tableau périodique) sont abondamment représentés. Ceci est dû au fait qu'ils ne réagissent pas chimiquement, et donc ne se sont pas retrouvés "capturé" dans des molécules plus lourdes, comme dans le cas de l'Hydrogène. L'Hélium, étant moins dense que l'air, s'échappe graduellement l'atmosphère vers l'espace, et les abondances mesurées reflètent principalement la désintégration- α d'isotopes radioactifs comme l'Uranium ou le Radium dans la croûte terrestre.

En très bonne première approximation, la dynamique atmosphérique peut se décrire comme deux équilibres: (1) dans l'horizontale, des vents propulsés par la différence de température pôles-équateur, finissant dans une configuration où un gradient horizontal de pression équilibre la force de Coriolis; c'est l'**équilibre géostrophique**; (2) dans la verticale, une structure statique (pas ou peu de vents verticaux) résultant d'un équilibre entre le gradient vertical de pression et la force gravitationnelle agissant sur un volume de fluide atmosphérique; c'est l'**équilibre hydrostatique**. Commençons par ce dernier.

2.1.1 L'équilibre hydrostatique

Considérons, tel qu'illustré schématiquement sur la Figure 2.2, un élément de fluide (air) de densité ρ et de volume $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$ en équilibre dans l'atmosphère. Cet élément de fluide ressent une force gravitationnelle $\rho \Delta V g$ dirigée vers le bas. La pression est la force par unité de

¹Dans pratiquement tout ce qui suit on utilisera "atmosphère" dans son sens vernaculaire, même si on devrait vraiment écrire "troposphère".

surface ($\text{N m}^{-2} \equiv \text{Pa}$, pour “Pascal”) agissant perpendiculairement à chaque surface délimitant le volume ΔV . Sur la Figure 2.2, elle exerce donc sur chaque surface une force donnée dans l'horizontale par $\pm p \times \Delta z \Delta y \mathbf{e}_x$, et dans la verticale par $p \Delta x \Delta y$. En l'absence d'autres forces,

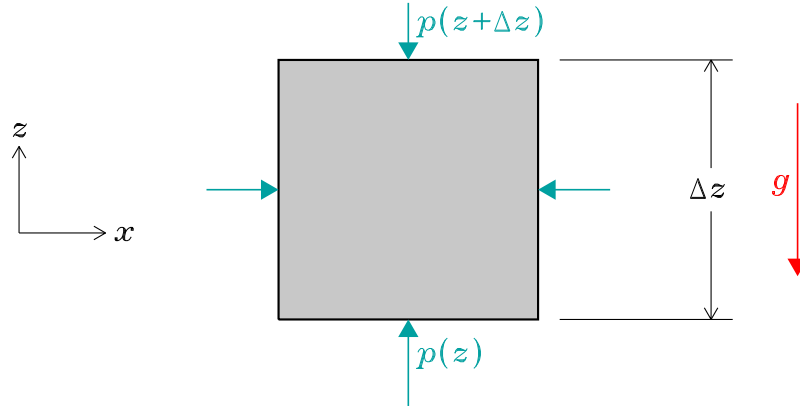


Figure 2.2: L'équilibre hydrostatique. La force gravitationnelle $\rho g \Delta V$ sur un élément de volume de fluide de densité ρ est équilibré par la différence de pression sur ses faces supérieure et inférieure (voir texte).

l'équilibre des forces n'est possible que si les pressions agissant sur les faces droite et gauche sont identiques, et si la pression agissant sur la face inférieure est plus grande que celle agissant sur la face supérieure, ce qui implique que la pression doit décroître avec z . L'équilibre dans la verticale requiert donc:

$$\begin{aligned} \Delta x \Delta y \times [p(z + \Delta z) - p(z)] &= -(\rho \Delta V) g \\ &= -\rho \Delta x \Delta y \Delta z g, \end{aligned} \quad (2.1)$$

d'où

$$\frac{p(z + \Delta z) - p(z)}{\Delta z} = -\rho g. \quad (2.2)$$

Dans la limite infinitésimale $\Delta z \rightarrow 0$ ceci devient

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g. \quad (2.3)$$

C'est la très célèbre équation de l'**équilibre hydrostatique**. Sa solution $p(z)$ exige cependant que l'on spécifie comment varie la densité ρ soit avec l'altitude z , soit avec la pression. Cette dernière est reliée à la densité ρ via une équation d'état, qui dans le cas d'un gaz parfait est simplement

$$p = \frac{\rho k_B T}{\mu m_p}. \quad (2.4)$$

où $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann, $\mu = 29$ le poids moléculaire moyen du gaz atmosphérique, et $m_p = 1.673 \times 10^{-27} \text{ kg}$ la masse du proton. Le gaz atmosphérique n'est pas un gaz parfait, ses constituants moléculaires ayant des degrés de libertés “internes” associés aux niveaux de rotation et vibration (on l'a vu à la §1.3), mais aux températures de la basse atmosphère ces transitions ne sont que rarement excitées par les collisions produites par le mouvement thermique, donc l'éq. (2.4) est une bonne approximation. Cependant, la solution de l'équation (2.3) exigera alors que l'on puisse spécifier comment varie la température (T) avec l'altitude z .

2.1.2 L'équilibre géostrophique

Dans la direction horizontale, i.e., perpendiculaire à la gravité, l'équilibre hydrostatique prédirait une pression constante. Aux grandes échelles spatiales ($\gtrsim 1000$ km), les vents ont donc tendance à souffler horizontalement, les vents verticaux se développant typiquement sur de beaucoup plus petites échelles spatiales, associées à l'orographie ou aux "points chauds". Mais un vent soufflant horizontalement à vitesse $\mathbf{u}$ ressentira une force de Coriolis $\propto -2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$, où $\boldsymbol{\Omega}$ est le vecteur de vitesse angulaire de rotation de la Terre. Pour atteindre un équilibre dynamique à l'horizontale, la seule autre force disponible est celle associée à un gradient horizontal de pression.

La Figure 2.3 illustre cet état d'équilibre dit géostrophique. On y a représenté (schématiquement) en noir une série d'isobares (contours de pression constante) sur une surface horizontale (altitude constante) dans l'atmosphère, avec une zone de basse pression ("L") dans le coin inférieur gauche. La force $\propto -\nabla p$ exercée sur un élément de fluide (carré gris) par le gradient horizontal de pression est indiquée par la flèche verte. Considérons d'abord la situation sur le diagramme

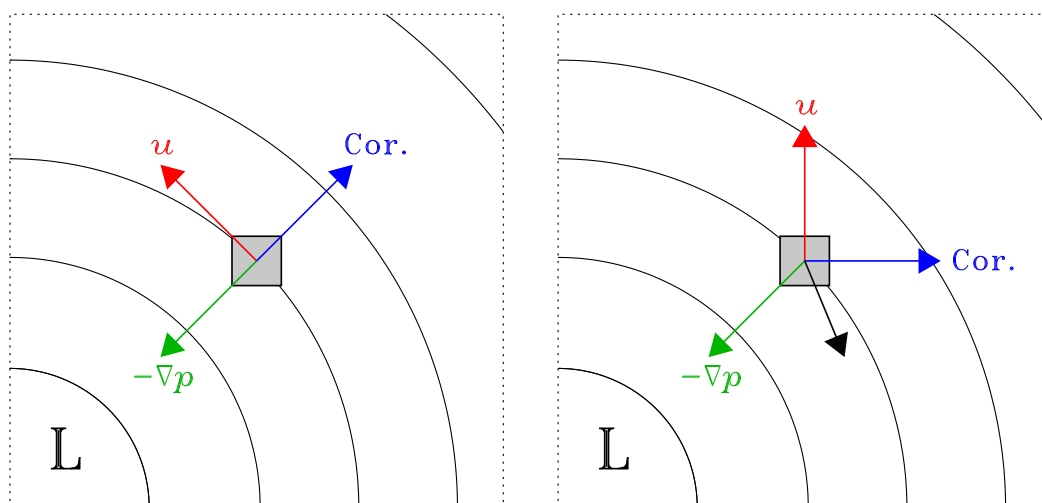


Figure 2.3: L'équilibre géostrophique entre la force due au gradient de pression (flèches vertes) et la force de Coriolis (flèches bleues) est illustrée sur le diagramme de gauche. Les lignes noires sont des isobares, associée à la présence d'une dépression atmosphérique (L) située dans le coin inférieur gauche. Le diagramme de droite montre comment une déviation de la trajectoire de l'élément de fluide (flèches rouges) produira une force résultante (flèche noire) qui ultimement réalignera la trajectoire avec l'isobare (voir texte). Les diagrammes sont tracés pour l'hémisphère Nord; dans l'hémisphère Sud, les vents circulent autour des dépressions dans le sens inverse, soit horaire plutôt qu'antihoraire.

de gauche. Si l'élément de fluide se déplace à vitesse u le long de l'isobare (flèche rouge), il ressentira une force de Coriolis (flèche verte) $\propto -\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$, qui peut équilibrer le gradient de pression. Si maintenant la trajectoire de l'élément de fluide est déviée vers le Nord (diagramme de droite), alors la force nette résultante (flèche noire) tendra à le ralentir, ce qui fera décroître la force de Coriolis, faisant ainsi graduellement tourner le vecteur force résultante dans la direction horaire. Ceci ramènera donc la trajectoire de notre élément de fluide vers l'isobare. C'est pourquoi, sur les cartes météo, aux échelles dites synoptiques les vents soufflent majoritairement le long des isobares².

²Pour en savoir plus sur la dynamique atmosphérique et ses conséquences météo, et au risque de me répéter, ne manquez pas PHY-3140 *Hydrodynamique* !

2.1.3 L'atmosphère plan parallèle isotherme

Revenons à l'équilibre hydrostatique dans la verticale. Si l'épaisseur de l'atmosphère est $\ll R_\oplus$, alors on peut utiliser des coordonnées cartésiennes avec z pointant dans la direction du zénith local, et l'accélération gravitationnelle g peut être considérée comme constante, à sa valeur de surface $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ pour la Terre. Une telle atmosphère est dite **plan-parallèle**.

Un cas particulièrement simple, et offrant une première approximation tout à fait acceptable aux premiers 8–10km de l'atmosphère terrestre, est celui d'une **atmosphère isotherme**, soit $T = \text{constante}$. La substitution de (2.4) dans (2.3) conduit alors à:

$$\frac{dp}{dz} = -\frac{p}{H}, \quad \text{avec} \quad H = \frac{k_B T}{\bar{m}g} \quad (2.5)$$

qui s'intègre maintenant facilement:

$$p(z) = p_0 \exp(-z/H). \quad (2.6)$$

où p_0 est la pression à la base de l'atmosphère, soit $p_0 = 101.6 \text{ kPa}$ à TPN au niveau de la mer. La quantité H (dimension de longueur) est la **hauteur de colonne**, fixant l'échelle de la décroissance exponentielle de la pression (et densité) avec l'altitude z . Pour une atmosphère terrestre isotherme à $T = 288 \text{ K}$, on trouve $H = 8.36 \text{ km} \ll R_\oplus$, ce qui est cohérent *a posteriori* avec l'hypothèse plan-parallèle.

La Figure 2.4 présente le profil de pression (noir) et température (rouge, échelle de droite) correspondant à l'atmosphère dite “standard”, telle que définie par la National Atmospheric and Oceanic Administration (NOAA, É.-U.). Cette atmosphère standard n'est clairement pas isotherme, la température chutant de $\simeq 50 \text{ K}$ entre altitudes 0 et 10km. Néanmoins, le profil

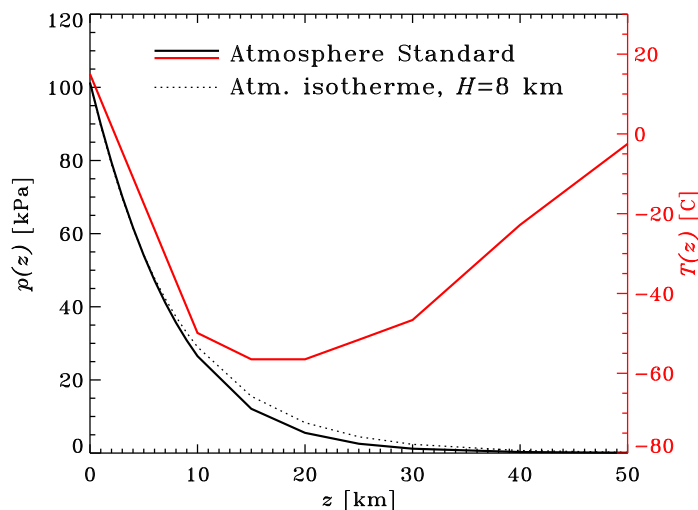


Figure 2.4: L'atmosphère “standard” de la National Atmospheric and Oceanic Administration (NOAA, É.-U.). Le trait pointillé correspond au profil de pression pour une atmosphère isotherme de hauteur de colonne $H = 8 \text{ km}$, correspondant à $T = 276 \text{ K}$.

de pression $p(z)$ mesuré colle tout de même très bien au profil de décroissance exponentielle donné par l'éq. (2.6) pour une hauteur de colonne de $H = 8.0 \text{ km}$ (trait pointillé sur la Fig. 2.4), qui correspondrait à une température constante $T = 276 \text{ K}$, ou 3°C . La raison est simplement que Mesuré en Kelvin, la chute de température entre 0 et 10km n'est qu'un peu moins de 20% du 287K à altitude zéro. Tant qu'on ne s'intéresse qu'à la basse atmosphère, ou aux échanges d'énergie ou de masse entre l'atmosphère et le sols ou les océans, l'atmosphère isotherme offre donc une excellente hypothèse de travail.

2.1.4 Capacité thermique atmosphérique moyenne

Il sera utile, pour ce qui suit, de calculer une capacité thermique effective moyenne d'une colonne atmosphérique de section 1 m^2 , que nous dénoterons $\bar{C}_a$ (unités: $\text{J K}^{-1} \text{ m}^{-2}$). Dans une atmosphère isotherme, la densité chute exponentiellement, comme le fait la pression (viz. l'éq. (2.6)). Le calcul de $\bar{C}_a$ demande donc d'intégrer le produit ρc_p sur la colonne atmosphérique:

$$\begin{aligned}\bar{C}_a &= \int_0^\infty c_p \rho_0 \exp(-z/H) dz \\ &= -H \rho_0 c_p [\exp(-z/H)]_0^\infty \\ &= c_p \frac{p_0}{g} = 1.02 \times 10^7 \text{ J K}^{-1} \text{ m}^{-2},\end{aligned}\quad (2.7)$$

où ρ_0 est la densité au sol ($z = 0$). Dans la seconde égalité on a supposé que c_p est constant dans toute l'atmosphère, et dans la troisième, on a fait bon usage de notre définition de la hauteur de colonne (2.5) pour exprimer la densité à la base de l'atmosphère (ρ_0) en terme de la pression $p_0 = 101.4 \text{ kPa}$. ATTENTION, ici $\bar{C}_a$ est vraiment une capacité *volumique* exprimée en unités *surfiques*.

2.1.5 La très haute atmosphère

Revenant à la Fig. 2.4, il est clair que quelque chose de particulier se produit au delà d'une altitude de $\sim 10 \text{ km}$, conduisant à la remontée de la température. L'atmosphère de la Terre s'étend en fait jusqu'à une centaine de kilomètre d'altitude; au delà, c'est l'espace. Ces couches de la très haute atmosphère terrestre jouent néanmoins un rôle non-trivial en physique environnementale, puisqu'elles absorbent la radiation ultraviolette solaire qui serait sinon très dommageable aux organismes vivant à la surface de la Terre.

La Figure 2.5 présente la structure en température de l'atmosphère terrestre, cette fois jusqu'à 120 km d'altitude. On y définit traditionnellement quatre couches, sur la base du profil de température:

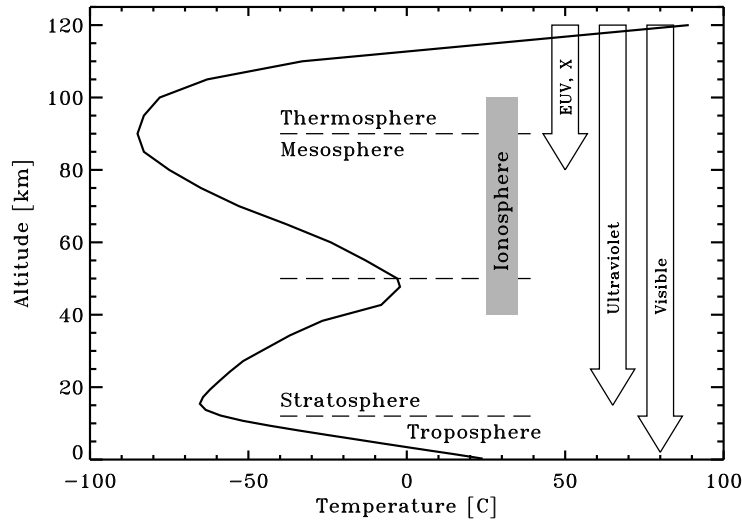


Figure 2.5: Structure en température de l'atmosphère terrestre à mi-latitudes, jusqu'à 120 km d'altitude.

- La **troposphère** (altitude 9–12 km), correspondant à “l’atmosphère” du langage courant tel que déjà mentionné. La température y décroît approximativement linéairement avec l’altitude;

- La **stratosphère** (altitude 12–50km), où la température remonte jusqu'à $\sim 0^\circ\text{C}$. Ce réchauffement est causé par l'absorption de l'ultraviolet rapproché (200–400nm) par dissociation de l'ozone (O_3);
- La **mésosphère** (altitude 50–90km), où la température retombe à $\simeq -80^\circ\text{C}$;
- La **thermosphère** (altitude $> 90\text{km}$), où la température remonte rapidement à des valeurs dépassant de loin la température de surface. Ce réchauffement est causé par l'absorption de l'ultraviolet lointain, rayons-X, et particules énergétiques d'origine solaire, par dissociation de N_2 et O_2 .

Les démarcations entre ces différentes couches atmosphériques ne sont évidemment pas taillées au couteau. Sous 50km on observe une certaine dépendance en fonction de la latitude et des saisons; et au delà de 50km, une très forte variabilité temporelle associée à l'activité solaire.

Une dernière couche atmosphérique, l'**ionosphère** (altitude $\simeq 40\text{--}100\text{ km}$), est caractérisée par une conductivité électrique substantielle; cette dernière peut varier en réponse aux sursauts de radiation et flux de particules énergétiques, causés par les éruptions solaires et produisant des perturbations aux communications radio (entre autres).

2.2 L'hydrosphère

L'eau (H_2O) est essentielle à la biosphère, et joue également un rôle majeur dans la dynamique et l'énergétique de l'atmosphère et des sols.

Le Tableau 2.2 donne la répartition de l'eau dans l'environnement terrestre. Les océans dominent évidemment le bilan, avec un volume total de $1.35 \times 10^{18} \text{ m}^3$, ou encore $1.35 \times 10^{21} \text{ kg}$, avec 10^3 kg m^{-3} pour la densité de l'eau. La troisième colonne du Tableau liste la profondeur

Table 2.2: Distribution des eaux dans l'environnement

Réservoir	Fraction (%)	Profondeur équivalente (m)
Océans	97	2650
Glaciers et calottes glaciaires	2.2	60
Eaux souterraines	0.7	20
Lacs, fleuves et rivières	0.013	0.35
Sols humides	0.013	0.12
Atmosphère	0.0009	0.025

équivalente de chaque "réservoir", si le contenu en eau était réparti uniformément sur toute la surface de la Terre ($4\pi R_\oplus^2$, avec $R_\oplus = 6371 \text{ km}$). On en déduit déjà le potentiel d'élévation du niveau des océans pouvant résulter de la fonte des calottes glaciaires.

2.2.1 Les océans

Les océans couvrent $\simeq 71\%$ de la surface de la Terre. La masse totale de l'atmosphère étant de $5.15 \times 10^{18} \text{ kg}$, on en déduit un rapport de masse océan:atmosphère de $\simeq 300 : 1$. De plus, la rapport des chaleurs spécifiques volumiques (ρc_p) eau:air est $\simeq 4000 : 1$. Les océans agissent ainsi comme un véritable réservoir thermique pour le climat.

Calculons la capacité thermique globale d'une colonne d'eau de profondeur h . Contrairement à l'air, l'eau est un fluide à toutes fin pratiques incompressible, dans le sens que sa densité demeure constante à $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ (eau pure non saline) même quand la pression augmente substantiellement. Nous n'avons donc pas à intégrer le profil de densité verticalement, comme dans le cas de l'atmosphère (viz. eq. (2.7)); pour une colonne d'eau de profondeur d_e , on peut écrire directement:

$$\bar{C}_e = c_p \rho_e d_e = 4.2 \times 10^6 d_e \text{ J K}^{-1} \text{ m}^{-2}, \quad (2.8)$$

avec d_e exprimé en mètres. Poser l'égalité $\bar{C}_a = \bar{C}_e$ conduit à la conclusion qu'une colonne d'eau de profondeur $d_e \simeq 2$ m a la même capacité thermique globale que toute la colonne atmosphérique qui lui est superposée. Ceci est ultimement dû au fait que le produit ρc_p est $\simeq 4000$ plus grand pour l'eau, comparé à l'air à TPN (voir Tableau 1.1). Cette comparaison néglige évidemment plusieurs effets importants, en particulier le fait que la capacité thermique de l'air augmente significativement avec son contenu en vapeur d'eau, mais la conclusion demeure.

On verra plus loin que sur un cycle saisonnier annuel, on peut s'attendre à ce que les variations de l'insolation conduisent à des variations de température des eaux océaniques de surface s'étendant jusqu'à une profondeur de ~ 100 m, ce qui implique que la capacité thermique *effective* des océans est ~ 50 fois plus grande que celle de l'atmosphère; les océans sont un très puissant régulateur thermique du climat!

Comme l'eau est à toute fin pratique incompressible, le coté droit de l'équation de l'équilibre hydrostatique (2.3) est alors constant, ce qui conduit à une augmentation linéaire de la pression avec la profondeur:

$$p(z) = p_0 - \rho g z, \quad (z \leq 0), \quad (2.9)$$

où p_0 est la pression atmosphérique au niveau de la mer (altitude $z = 0$). ATTENTION, dans cette expression z est une quantité négative si $\hat{z}$ pointe vers le zénith et on pose $z = 0$ à la surface de l'océan. La densité de l'eau étant environ 1000 fois celle de l'air, la pression monte très rapidement quand on s'enfonce dans les océans, ou même dans un lac: à seulement $z = 10$ m sous l'eau, le poids de la colonne d'eau est le même que le 10 km d'atmosphère produisant la pression atmosphérique à $z = 0$!

La Figure 2.6 montre la variation de la température océanique avec la profondeur. ATTENTION, ici je vous expose à la tradition océanographique consistant à porter la variable dépendante, la profondeur z , sur l'axe vertical, et la variable dépendante, ici la température en rouge) sur l'axe horizontal³. La température de $\sim 20^\circ\text{C}$ caractérisant les premiers quelques

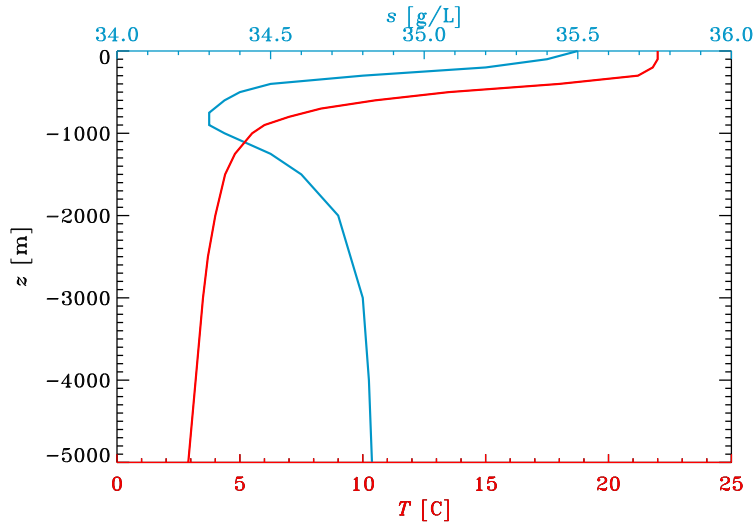


Figure 2.6: Profils moyens de température (en rouge) et salinité (en bleu) en fonction de la profondeur dans l'océan.

centaines de mètres de l'océan est produite par l'absorption de l'irradiance solaire (§3.3 plus loin), la mince couche de transition vers les températures de $\sim 4^\circ\text{C}$ des eaux profondes est la **thermocline**. Notons qu'aux pressions extrêmes des abysses océaniques, l'eau demeure dans sa phase complètement liquide sous 4°C

³Par contre je dévie de la tradition océanographique en gardant l'axe des z pointant vers le haut; il y a quand même des limites à vouloir mêler le monde...

En plus d'un réchauffement marqué, l'irradiance solaire cause aussi une évaporation à la surface de l'océan, ce qui augmente localement la salinité (en bleu sur la Figure 2.6). L'augmentation n'est que de quelques %, mais c'est suffisant pour produire des effets dynamiques conduisant à un mélange vertical des couches superficielles. Si la hausse de salinité devient telle que la densité de l'eau en surface devient plus grande que celle des eaux très profonde, alors on génère un courant descendant qui, ultimement, conduira à un échange des eaux de surface et des eaux profondes. C'est la **circulation thermohaline**, qui joue un rôle très important au niveau climatique et biosphérique; on y reviendra plus loin.

2.2.2 Les eaux de surface

Les eaux de surface (lacs, fleuves, rivières, sols humides), bien que ne comptant que pour une minuscule fraction de l'eau totale (voir Tableau 2.2), jouent néanmoins un rôle important dans le bilan énergétique des sols et basse atmosphère, principalement via l'évaporation, mais aussi dans le transport des nutriments, contaminants et pathogènes. L'eau est également essentielle non seulement comme milieu de vie pour les écosystèmes aquatiques et marins, mais dans la synthèse organique (voir §2.4 plus loin). Un humain en santé peut survivre 2 mois sans nourriture ; mais seulement 3-4 jours sans eau !

2.2.3 La cryosphère

Un terme spécial, la cryosphère, est utilisée pour l'eau à l'état solide dans l'environnement. Comme l'indique le tableau 2.2, les glaces contiennent $\sim 2\%$ de l'eau totale sur Terre (mais $\simeq 80\%$ de l'eau douce!). La calotte glaciaire Antarctique à elle seule compte pour 89% du total, avec 8.8% pour la calotte du Groenland, 0.76% pour les glaciers de montagne, et 0.95% dans le permafrost. La neige est également une composante (transiente en fonction des saisons) de la cryosphère.

La neige et les glaces jouent un rôle important dans le système climatique: elles impactent la réflectivité des sols et des océans, et ont un effet d'isolation thermique important. On reviendra sur tout ça et en détail, au fil du cours.

La neige est une substance absolument fascinante. Les formes que peuvent prendre ses cristaux sont pratiquement infinies, et dépendent de manière extrêmement sensible de la température, pression, niveau d'humidité, etc. La Figure 2.7 en montre quelques exemples, produits en laboratoire. Vous pourrez facilement imaginer que les propriétés mécaniques de ces différents types de cristaux de glace sont très différentes les unes des autres.

Plus encore que la glace, la neige augmente la réflectivité des surfaces qu'elle recouvre. La Figure 2.8 en montre un exemple frappant, soit une banquise océanique vue à incidence normale. La réflectivité de l'océan découvert est ici de quelques pourcent, tandis que celle de la glace couverte de neige approche le 90%. On y reviendra plus loin.

La neige est aussi un excellent isolant thermique. Dépendant de son niveau de compaction et de son contenu en eau (neige fondante), la diffusivité thermique d'une couche neigeuse peut varier entre celle de l'air à -5°C , et celle de la glace (voir le Tableau 5.1, à la §5.3 plus loin). Une couche de neige sèche de quelques dizaines de centimètres peut maintenir une température au sol de 0°C même quand l'air extérieur est sous -25°C . À nos latitudes, ceci assure la survie de plusieurs petits rongeurs n'hibernant pas l'hiver, et passant le gros de la saison sous la neige, à grignoter l'écorce des arbres ou des résidus organiques au sol.

Notons finalement que bien que la neige (fraîche) soit très blanche, elle irradie effectivement comme un corps noir à $T \simeq 273\text{ K}$!

2.3 La lithosphère

Les sols peuvent se définir comme la mince pellicule recouvrant la lithosphère, soit la croûte terrestre. D'une importance fondamentale en physique environnementale, les sols montrent une



Figure 2.7: Flocons de neiges, produits en laboratoire sous différentes conditions de pression, température, et pression partielle de vapeur d'eau. Source: Ken Libbrecht, www.snowcrystals.com; ce site web inclut des films absolument fascinant suivant la croissance de ces cristaux.



Figure 2.8: Glace océanique en mer d’Amundsen (Antarctique), 12 décembre 2015. Cette image satellite illustre parfaitement comment la réflectivité de la surface de l’océan (à incidence normale ou pas loin) est beaucoup, beaucoup plus faible que celui d’une banquise neigeuse. Source: <http://www.sciencephoto.com>

très grande diversité dans leurs propriétés physiques, en particulier en fonction de leur contenu en eau et en matières organiques, incluant les organismes vivants.

En plus évidemment de leur densité, une caractéristique déterminante des sols est leur **porosité**. On définit le coefficient de porosité d’un sol (symbole p), comme la fraction du volume de “vide”, i.e., n’étant pas occupé par le substrat rocheux (grains de sable, gravier, roches, etc.), par rapport au volume d’un échantillon de sol. Le Tableau 2.3 liste quelques valeurs représentatives pour quelques types de sols.

Une autre caractéristique importante des sols est leur **perméabilité**, soit la capacité à laisser s’infiltrer l’eau (ou tout autre liquide). On mesure ceci par un coefficient de **conductivité hydraulique** (k , unités m s^{-1}), également listé au Tableau 2.3. Comme pour la porosité, la perméabilité des sols granulaires (e.g. sable, terre, etc.) dépend beaucoup de leur niveau de compaction, d’où les intervalles d’une largeur très généreuse listés en dernière colonne du tableau. Un modèle approximatif décrivant la dépendance de la conductivité hydraulique sur la porosité du sol sera développé plus loin (§4.4). Typiquement, un sol est considéré perméable si $k > 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$, imperméable si $k < 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$, et semi-perméable entre les deux.

Les propriétés thermodynamique des sols sont en grande partie déterminées par leur contenu en eau, qui dépend (entre autre) de la porosité. En particulier, un sol très poreux et chargé en eau aura une capacité thermique et une conduction thermique beaucoup plus élevées que le même sol asséché, ou qu’un sol de même densité mais de faible porosité. De plus, un sol riche en matières organiques aura tendance à retenir l’eau plus longtemps qu’un sol inorganique même de plus grande porosité.

Table 2.3: Coefficient de porosité (p) et conductivité hydraulique (k) pour différents sols

Sols	p	k [m s ⁻¹]
Roches concassées	0.23–0.38	3×10^{-4} – 3×10^{-2}
Sable	0.26–0.43	10^{-6} – 5×10^{-4}
Sable fin	0.29–0.46	2×10^{-7} – 2×10^{-4}
Argile (+organique)	0.51–0.77	5×10^{-9} – 10^{-7}
Argile	0.35–0.55	10^{-11} – 5×10^{-9}
Sol arable compact	0.06–0.18	$\sim 10^{-4}$
Sol arable labouré	0.17–0.24	$\sim 10^{-4}$
Tourbe	0.71–0.95	$> 10^{-4}$

Source: voir bibliographie

2.4 La biosphère

La biosphère regroupe tous les organismes vivants présents sur Terre, du virus à la baleine bleue, en passant par tous les genres de plantes et animaux⁴. L'environnement physique, que l'on peut définir comme l'union des atmosphère, hydrosphère, cryosphère, lithosphère, et de l'illumination solaire, définit ce grand théâtre dans lequel se développe la biosphère. Par exemple:

- L'environnement physique est la source de tous les éléments chimiques dont sont composés les organismes vivants;
- Via ce magnifique truc de passe-passe chimique qu'est la photosynthèse, la radiation électromagnétique en provenant du soleil est la source d'énergie quasi-exclusive pour toute vie sur Terre.
- L'environnement détermine les conditions physiques (température, humidité, gravité, durée du jour, etc.) qui régulent la croissance des végétaux, l'activité métabolique, les cycles d'hibernation et de reproduction chez les animaux.
- Les écoulements atmosphériques et océaniques contrôlent la distribution des nutriments, pathogènes et parasites circulant dans les écosystèmes.

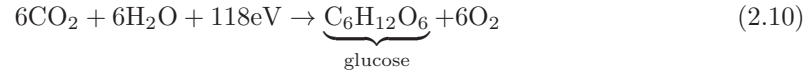
Moins évident mais tout aussi important, la biosphère a un effet de rétroaction souvent très significatif sur l'environnement physique; par exemple:

- La biosphère influence fortement la composition chimique de l'atmosphère; par exemple, sans biosphère la concentration atmosphérique d'oxygène moléculaire (O₂) serait beaucoup plus faible qu'observée;
- Les végétaux sont une composante essentielle des cycles de l'eau et du CO₂;
- La présence d'une couverture végétale (forêt, savanne, toundra) impacte le bilan énergétique global via son effet sur la réflectivité de la surface terrestre, et par la capture (temporaire) d'une partie de l'irradiance solaire;
- La biosphère a un impact majeur sur la structure et l'évolution des sols, influençant ainsi les échanges de matière et énergie entre la lithosphère, l'atmosphère et l'hydrosphère.

Nous aurons l'occasion, au fil de ce cours, d'étudier en détail, et sur des bases physiques quantitatives, bon nombre de ces processus.

⁴L'inclusion de l'humain dans la biosphère est sujette à débat...

La photosynthèse, ultimement, consomme du CO_2 et du H_2O , et libère de l'oxygène moléculaire, le Carbone se retrouvant transféré à des molécules organiques. La photosynthèse est accomplie via un cycle chimique complexe appelé **cycle de Calvin**, mais en bout de ligne, schématiquement ça a l'air de:



($1 \text{ J} = 6.242 \times 10^{18} \text{ eV}$). Le glucose ainsi produit est incorporé en molécules organiques, incluant celles agissant comme réservoirs énergétiques; dans la grande majorité des végétaux il s'agit de l'ATP.

Il s'avère pratique de mesurer la **biomasse** (B) d'un écosystème non pas simplement en kilogramme, mais en kilogramme de Carbone, abrégé kg(C) dans ce qui suit. La **productivité** (p) d'un écosystème se mesure alors en kilogramme de Carbone par unité de temps⁵. Le Tableau 2.4 liste ces deux quantités (exprimées par unité de surface) pour divers écosystèmes d'intérêt, ainsi que la productivité totale $P (= p \times A)$ associée à la surface (A) couverte par chaque type d'écosystème sur Terre. La productivité totale est donc dominée par l'océan (prin-

Table 2.4: Surfaces, biomasse, et productivité des écosystèmes

Écosystème	$A [10^{12} \text{ m}^2]$	$B [\text{kg(C)}\text{m}^{-2}]$	$p [\text{kg(C)} \text{ m}^{-2} \text{ yr}^{-1}]$	$P [10^{12}\text{kg(C)} \text{ yr}^{-1}]$
Forêts tropicales	24.5	18.8	0.83	20.3
Forêts tempérés	12.0	14.6	0.56	6.72
Forêts boréales	12.0	9.0	0.36	4.32
Broussailles	8.0	2.7	0.27	2.16
Savannes	15.0	1.8	0.32	4.80
Prairies	9.0	0.7	0.23	2.07
Toundra	8.0	0.3	0.065	0.52
Déserts	18.0	0.3	0.032	0.58
Roc, sable, glace	24.0	0.01	0.015	0.36
Champs cultivés	14.0	0.5	0.29	4.06
Marécages	2.0	6.8	1.13	2.26
Lacs et rivières	2.5	0.01	0.23	0.58
Océan ouvert	332.0	0.0014	0.057	18.9
Zones de résurgence	0.4	0.01	0.23	0.07
Plateaux continentaux	26.6	0.005	0.16	4.26
Coraux, champs d'algues	0.6	0.9	0.90	0.54
Estuaires	1.4	0.45	0.81	1.13

Source: voir bibliographie

cipalement via la photosynthèse par le plancton) et les forêts tropicales, les forêts tempérées suivant en bon troisième. D'où l'idée de préserver les forêts tropicales, et d'arrêter de traiter les océans comme une grande poubelle.

La productivité surfacique (p) des océans est relativement inhomogène, tendant à être plus élevée là où l'apport de nutriment est élevé; ceci peut se produire via les écoulements continentaux de surface (e.g., un fleuve se jettant dans la mer, ou ruissellement de surface sur les côtes), ou résurgence des eaux profondes, résultant souvent de l'interaction des courants marins avec les masses continentales, ou des profondeurs moindres permettant la croissance d'algues et coraux. Les plateaux continentaux se retrouvent donc des sites productifs, comme l'illustre très bien la

⁵Vous aurez peut-être remarqué que nous sommes déjà rendus à trois attributions très distinctes à la lettre " p "; la pression (gazeuse), la porosité (des sols), et la productivité (écosystémique); dans ce qui suivra au fil du cours, le contexte devrait suffire à établir duquel des p il est question.

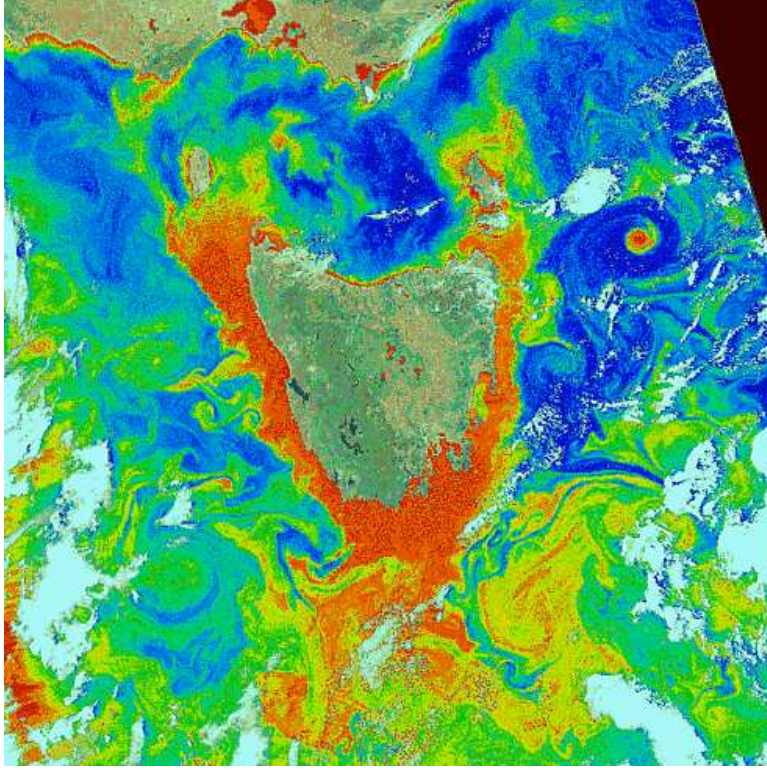


Figure 2.9: Concentration de phytoplancton (échelle de couleur allant du bleu au rouge selon l'augmentation de la concentration). La prédominance de régions à hautes concentrations de phytoplancton près des côtes est due à la plus grande productivité biomassique des plateaux continentaux, souvent favorisée par la résurgence d'eaux profondes. Source: projet SeaWiFS (NASA/GSFC), <https://oceancolor.gsfc.nasa.gov>.

Figure 2.9. Il s'agit ici d'une image en fausses couleurs, codant l'absorptivité dans une bande de longueurs d'onde sensible à la concentration de phytoplancton.

On remarquera aussi au Tableau 2.4 que l'écosystème le plus “productif” (par unité de surface) est en fait le marécage ($p = 1.13 \text{ kg(C) m}^{-2} \text{ s}^{-1}$), d'où l'importance de la protection des milieux humides face à l'urbanisation.

La productivité totale de la biosphère est donnée par le produit de la productivité surfacique d'un écosystème par sa surface totale, sommée sur tous les types d'écosystèmes du Tableau 2.4:

$$P_{\text{tot}} = \sum P_k = 7.4 \times 10^{13} \text{ kg(C) yr}^{-1}. \quad (2.11)$$

Cette productivité en Carbone peut aussi être convertie en unités d'énergie. On estime qu'un kilogramme de biomasse a un contenu énergétique de $1.6 \times 10^7 \text{ J/kg}$. Si on revient au glucose, connaissant les poids moléculaires de C, H et O, il est facile de vérifier que la fraction de masse en Carbone est de 0.4. Donc,

$$1 \text{ kg biomasse} = 0.4 \text{ kg(C)} \equiv 6.4 \times 10^6 \text{ J}$$

Utilisant cette relation comme facteur de conversion, la productivité énergétique totale des écosystèmes est donc de $1.5 \times 10^{21} \text{ J}$ par année, ou encore 46.9 TW ($1 \text{ TW} \equiv 10^{12} \text{ W}$).

2.5 L'anthroposphère

Le terme **anthroposphère** réfère aux éléments de l'environnement modifiés par l'activité humaine. C'est une mosaïque étourdissante: déforestation, agriculture, élevage, extraction minières, barrages et irrigation, modification/destruction des écosystèmes, villes et routes, production énergétique, production industrielle, pollution des sols, atmosphère et océans, réchauffement climatique, pour n'en nommer que quelques uns.

La plupart des interactions entre l'environnement naturel et l'anthroposphère, ainsi que les impacts de ces interactions, sont ultimement proportionnels à la taille de la population humaine. La Figure 2.10 illustre la croissance de cette population durant le dernier millénaire. Le segment

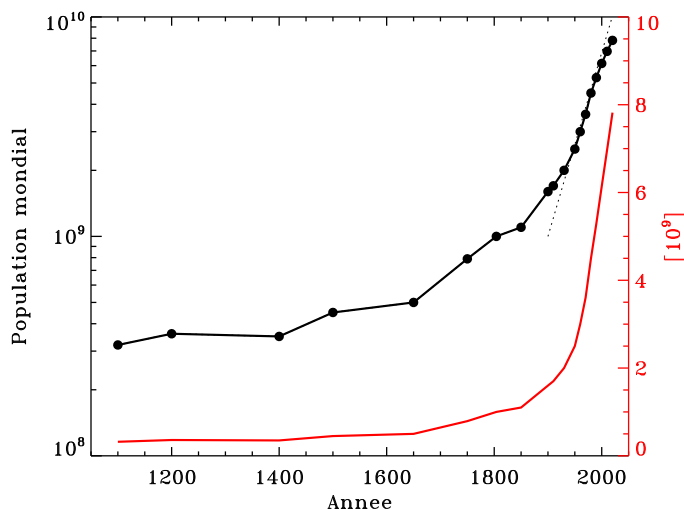


Figure 2.10: Croissance de la population mondiale durant le dernier millénaire, sur une échelle logarithmique à gauche (noir), et linéaire à droite (rouge). Les valeurs avant 1500 sont des estimés historiques, mais au delà de 1850 environ l'incertitude devient comparable au diamètre des points noirs, et plus petite au delà de 1900. Le segment de droite pointillée illustre la croissance exponentielle de la population mondiale durant le vingtième siècle.

de droite en pointillés indique une phase exponentielle de croissance couvrant la majorité du vingtième siècle. Une telle exponentielle est une solution d'une équation différentielle de la forme:

$$\frac{dN}{dt} = \alpha N, \quad (2.12)$$

où N est la population et α mesure son taux de croissance. Du point de vue de la dynamique des populations, ce genre d'équation différentielle, où $dN/dt \propto N$, caractérise une population sans prédateurs et ayant accès à des ressources illimitées pour soutenir sa croissance; et depuis le dix-neuvième siècle, c'est malheureusement le cas que l'humanité a pratiquement éliminé tous ses prédateurs naturels (autre que lui-même, *Homo homini lupus...*), et siphonne l'environnement comme si c'était un bar ouvert inépuisable.

L'activité métabolique d'un humain moyen requiert 2500 calories par jour, soit $\simeq 10^7$ J par jour⁶. Ceci correspond à 0.116kW en mode continu sur toute l'année. Une population humaine de 8×10^9 individus consomme donc annuellement 2.9×10^{19} J. La fraction de la productivité énergétique de la biomasse consommée par l'humanité à des fins purement métaboliques est

⁶La "calorie" (cal) est une antique unité d'énergie, valant 4.19 Joule; la "Calorie" (Cal; notez le "C" majuscule) sur les emballage de nourriture est en fait une kilo-calorie (kcal); d'où $2500 \text{ Cal} \simeq 10^7 \text{ J}$.

donc

$$f = \frac{2.9 \times 10^{19} \text{ [J/yr]}}{1.5 \times 10^{21} \text{ [J/yr]}} \simeq 0.02, \quad (2.13)$$

soit 2%. Le carbone dans le corps humain compte pour $\simeq 18.5$ de sa masse totale. Mesurée en kg(C), la biomasse totale de l'humanité est de $(8 \times 10^9) \times 65 \text{ kg} \times 0.185 \simeq 2.3 \times 10^{11} \text{ kg(C)}$, pour un humain moyen pesant 65 kg, tandis que la biomasse totale des écosystèmes listés au Tableau 2.4 est de $8.3 \times 10^{14} \text{ kg(C)}$. L'humanité compte donc pour 2.8×10^{-4} de la biomasse-Carbone totale, mais consomme une fraction 2×10^{-2} de sa productivité. C'est assez gourmand...

Ça se gâte encore plus si on considère la consommation énergétique de l'humanité pour autre chose que le simple métabolisme: construction, transport, production industrielle, chauffage/-climatisation, communications, etc. On estime que ceci totalise présentement 16 TW ($1 \text{ TW} \equiv 10^{12} \text{ W}$) en continu pour l'ensemble de la population humaine de la planète, soit 2kW/humain, pour un total de $5 \times 10^{20} \text{ J}$ sur une année; c'est le tiers de la production énergétique biosphérique.

Évidemment, la majorité de cette consommation énergétique totale est basée non pas sur la production biosphérique annuelle, mais plutôt sur l'utilisation des combustibles fossiles; autrement dit, sur une portion de la productivité biosphérique géologiquement emmagasinée dans la lithosphère au fil des derniers 500 million d'années. Les impacts biosphérique et climatique de cette utilisation s'avèrent très importants.

La Figure 2.11 montre la croissance de la concentration atmosphérique de CO_2 (en rouge) depuis 1958, telle que mesurée au sommet du Mauna Loa (Hawaï'i). Cette augmentation résulte principalement de l'utilisation accélérée des combustibles fossiles (principalement le charbon et le pétrole). La petite variation annuelle superposée à la croissance générale reflète la dépendance

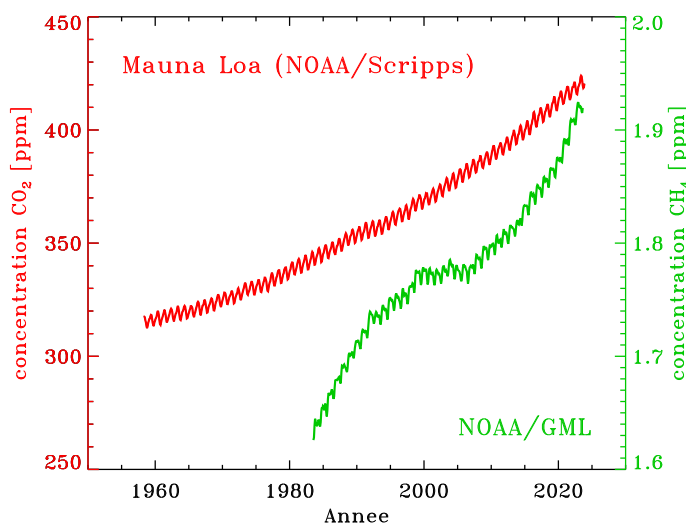


Figure 2.11: Croissance des concentrations atmosphériques de CO_2 (en rouge) et CH_4 (en vert). Source des données: NOAA/Scripps, gml.noaa.gov/ccgg/trends/data.html

saisonnière de la productivité biosphérique.

La croissance du méthane atmosphérique (CH_4 ; en vert sur la Fig. 2.11) est aussi significative, et résulte en grande partie de l'élevage intensif du bétail (les fameux "pets de vaches"), et du méthane libéré par la fonte du pergélisol.

On verra au chapitre qui suit comment ces deux gaz atmosphériques, CO_2 et CH_4 , bien que présents en faibles concentrations dans l'atmosphère terrestre actuelle (voir Tableau 2.1), n'en jouent pas moins un rôle majeur au niveau du climat.

Exercices:

2.1: Supposons que la température T décroît linéairement de 14°C à $z = 0$ à -50° à $z = 10\text{ km}$ (une assez bonne approximation en fait); intégrez l'équation de l'équilibre hydrostatique pour calculer le profil de pression $p(z)$. Comparez ceci avec le profil de pression pour une atmosphère isotherme à 14°C .

2.2: Calculez le profil de pression $p(r)$ pour une atmosphère isotherme ($T = 14^\circ\text{C}$) où la gravité chute en $1/r^2$, comme nous l'a enseigné le Sieur Newton.

2.3: Calculez de combien s'élèverait le niveau des océans si l'ensemble de la banquise Antarctique venait à fondre complètement.

2.4: En utilisant les Figures 1.2 et 2.6 pour “lire” les données requises, calculez de combien varie la densité de l'eau de mer entre la surface et une profondeur de 1000m...

1. Si seulement la variation de la température est prise en considération;
2. Si seulement la variation de la salinité est prise en considération;
3. Si les variations de température et de salinité sont toutes deux prises en considération.
4. De combien doit-on réduire la température de surface (sans changer sa salinité) pour que l'eau en surface se retrouve plus dense que les eaux très profondes (4000m, disons).

Vous pouvez approximer la densité de l'eau de mer comme celle de l'eau pure plus le poids en sel par unité de volume, et négliger l'effet de la salinité sur le coefficient dilatation thermique.

2.5: Le sable sec a une capacité thermique $c_p \simeq 800\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$, pour des grains de silicates de densité $\rho \simeq 2650\text{ kg m}^{-3}$. Estimez la capacité thermique de ce même sable, mais complètement imbibé d'eau.

2.6: Petit exercice de jonglage d'unités avec relents de cours de chimie: calculez le nombre de Joule requis par la réaction de photosynthèse donnée (2.10) par mole de glucose produite. Combien de moles de CO_2 sont ainsi capturés ?

2.7: La population mondiale était de $N = 1.6 \times 10^9$ en 1900, et $N = 6.4 \times 10^9$ en 2000;

1. À partir de ces chiffres, calculez le taux de croissance exponentielle α dans l'éq. (2.12);
2. Supposons maintenant que ce taux de croissance est proportionnel à la productivité biosphérique totale annuelle P_{tot} , moins la quantité $Q = N \times 2\text{ kW}$ consommée par l'humanité à son rythme de 2023, i.e., on écrit:

$$\alpha = \beta(P_{\text{tot}} - Q) . \quad (2.14)$$

Utilisant la valeur de P_{tot} calculée à la §2.5, calculez β (attention aux unités!). Quelle est la population humaine d'équilibre (i.e., N pour lequel $dN/dt = 0$?)

3. Maintenant solutionnez (2.12) avec α donné par l'expression ci-dessus et les valeurs numériques calculées à l'étape précédente. Si β et Q demeurent constants, en quelle année atteindra-t-on 90% de la population d'équilibre calculée précédemment ?

2.8: Le “jour de bascule” est le jour de l'année pour lequel l'humanité a siphonné depuis le 1 janvier toute la productivité biosphérique annuelle de la planète n'étant pas nécessaire pour maintenir minimalement les écosystèmes dans leur état actuel. En 2024, le jour de bascule était le 1 août.

1. Dénoteons par $P_{\min}$ la part de la productivité biosphérique totale P_{tot} requise pour maintenir les écosystèmes; calculez cette quantité à partir des données et calculs de la §2.5.
2. La forêt amazonienne compte pour 54% de la superficie totale couverte par les forêts tropicales sur toute la planète. Si 20% de l'Amazonie est instantanément convertie en terres agricoles, déterminez à quelle date arrivera le jour de bascule l'an prochain.
3. En supposant que la consommation énergétique moyenne par humain demeure à 2kW et que la productivité biosphérique le demeure aussi à son niveau actuel, jusqu'où peut croître la population humaine avant que le jour de bascule recule au 15 janvier ? Ce calcul vous semble-t-il raisonnable ? Pourquoi ?

Bibliographie:

Les données des Tableaux 2.1 et 2.2 sont tirées directement des Tableaux 1.1 et 1.2 dans l'ouvrage de Hartmann cité en bibliographie au chapitre 1; celles du 2.4 sont tirées de l'Annexe XII.2 de l'ouvrage de Harte, également cité en bibliographie au chapitre 1. Les données présentées au Tableau 2.3 sont adaptées de:

www.geotechdata.info/parameters/soil-porosity

structx.com/Soil.Properties.007.html

Sur les flocons de neige, naturels ou produits en laboratoire, voir:

skycrystals.ca/snowflake-gallery

www.snowcrystals.com

ainsi que l'excellent (mais très technique):

Libbrecht, K., *The Physics of Snow Crystals*, *Rep. Prog. Phys.*, **68**, 855-895 (2005)

Sur la consommation énergétique mondiale, voir

iea.org/reports/key-world-energy-statistics-2021/final-consumption

pour le plus récent rapport (2021) de l'International Energy Agency.

Chapitre 3

Processus physiques I. Radiation

La radiation électromagnétique provenant du soleil est, de loin, la source d'énergie dominante pour toute vie sur terre, et pour la dynamique de l'atmosphère et des océans. Dans ce chapitre, nous considérons comment cette radiation électromagnétique est transmise et partiellement réfléchie et absorbée par l'atmosphère; comment elle est réfléchie, absorbée et re-émise par le sol et les océans; et comment cette radiation ré-émise interagit à son tour avec l'atmosphère avant de s'échapper dans l'espace. Tout un programme... qui débutera cependant par un petit rappel de thermodynamique radiative.

3.1 Équilibre thermodynamique et corps noir

Le **corps noir** est un concept iconique de la physique statistique, que vous avez déjà étudié en détail en PHY-2215. Dans ce qui suit on utilisera le corps noir, et en particulier son spectre électromagnétique, pour approximer l'émission radiative du soleil ou de la terre; on serait en droit de penser ces deux corps célestes seraient très mal approximés par une cavité percée d'un très petit trou, la représentation iconique du corps noir! Mais ce qui importe vraiment ici c'est l'**équilibre thermodynamique**, autrement dit le champs de radiation doit être en équilibre thermique avec la matière, ce qui ne sera possible que si le flux radiatif reçu ou perdu (observable) demeure beaucoup plus petit que le contenu thermique du système durant la période d'observation. Pour une étoile comme le soleil, l'énergie perdue radiativement par sa surface (la photosphère) n'est qu'une minuscule fraction du contenu thermique de l'intérieur. C'est vrai aussi pour la Terre, même si on ne s'en tient qu'à son atmosphère.

Si le système est en équilibre thermodynamique, alors le spectre électromagnétique est entièrement déterminé par la température T du corps noir lui étant associé; c'est la **Loi de Planck**, ou spectre du corps noir. Exprimé en terme de la longueur d'onde λ :

$$B_\lambda(T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/\lambda k_B T) - 1}, \quad [\text{W m}^{-3} \text{sr}^{-1}] \quad (3.1)$$

où $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ J s}^{-1}$ est la constante de Planck, et $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$ la constante de Boltzmann. Attention aux unités ici, $B_\lambda(T)$ est un flux spectral d'énergie, se mesurant en Watt par mètre cube par steradian; soit la quantité d'énergie émise par intervalle de longueur d'onde par unité de surface émettrice par unité d'angle solide du faisceau lumineux (voir Fig. A.3 au besoin). Notons finalement qu'un corps noir émet sa radiation de manière spatialement **isotrope**, i.e. sans aucune dépendance sur la direction d'émission.

La Figure 3.1 présente une série de spectres de corps noir, couvrant les plages de longueurs d'onde et de températures qui seront particulièrement importantes pour ce cours. Sur une telle échelle linéaire en longueur d'onde, à basses températures ($T \lesssim 1000 \text{ K}$) le spectre est plutôt plat, mais à plus hautes température développe un pic marqué aux courtes longueurs d'onde. Il est facile de montrer, en dérivant le membre de droite de l'éq. (3.1), que le pic du spectre du

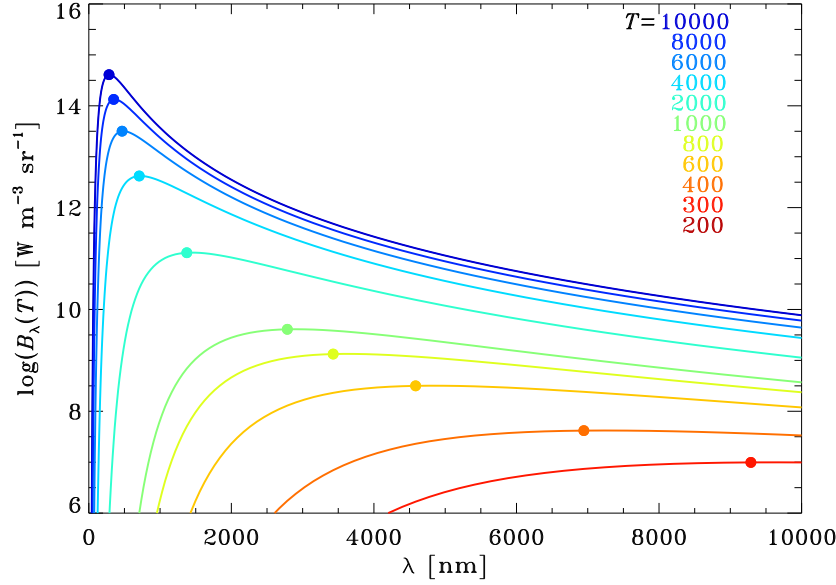


Figure 3.1: Spectre du corps noir, pour diverses températures d'intérêt (indiquées en degrés Kelvin). Les points marquent le pic de chaque spectre, correspondant à la Loi de déplacement de Wien (3.2). Notez l'échelle verticale logarithmique.

corps noir est situé à une longueur d'onde $\lambda_{\max}$ (en $\text{nm} \equiv 10^{-9} \text{ m}$) donnée par:

$$\lambda_{\max} = \frac{2.897 \times 10^6}{T} \quad [\text{nm}] \quad (3.2)$$

avec T en degrés Kelvin. C'est la **Loi de déplacement de Wien**. On peut vérifier que le spectre "corps noir" du soleil ($T \simeq 6000 \text{ K}$) pique à $\lambda_{\max} \simeq 480 \text{ nm}$, et celui de la Terre ($T \simeq 300 \text{ K}$) à $\simeq 10^4 \text{ nm}$, ou encore $10 \mu\text{m}$.

Le flux d'énergie émise par une surface à température T dans l'hémisphère la recouvrant se calcule en intégrant la Loi de Planck (3.1) sur les longueurs d'onde. On obtient ainsi la **Loi de Stefan**:

$$F = \sigma T^4, \quad [\text{W m}^{-2}] \quad (3.3)$$

où la constante de Stefan-Boltzmann σ est donnée par

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k_B^4}{15c^2 h^3} = 5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}. \quad (3.4)$$

Connaissant (c'est mesurable!) le rayon ($R_{\odot} = 6.96 \times 10^8 \text{ m}$) et la luminosité ($L_{\odot} = 3.83 \times 10^{26} \text{ W}$) du soleil, on peut définir une **température effective** via la Loi de Stefan:

$$L_{\odot} = 4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{\text{eff}}^4 \quad \rightarrow \quad T_{\text{eff}} = \left(\frac{L_{\odot}}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma} \right)^{1/4} \quad (3.5)$$

Pour le soleil, on arrive à $T_{\text{eff}} = 5770 \text{ K}$. On peut évidemment faire la même chose pour la Terre.

3.2 Le spectre électromagnétique du soleil

La Figure 3.2 montre le spectre d'émission électromagnétique observée du soleil, sur une plage de longueurs d'onde allant de l'EUV à l'infrarouge moyen¹ (voir Tableau A.2 pour la définition des différents domaines du spectre électromagnétique). Les fortes fluctuations avec la longueur d'onde dans l'UV et le visible ne sont pas du bruit instrumental ou des erreurs de mesure, mais des variations véritables, dues à la présence de raies spectrales d'absorption produites dans la photosphère du soleil. L'encadré en bleu montre le spectre en plus de détail sur une petite plage de longueur d'onde 500–550nm. La profonde structure présente dans l'intervalle 517–519nm, par exemple, correspond à un triplet du MgI, sur lequel se superpose une raie du FeI; entre 519 et 520nm, on a quatre raies du Fer et une raie du Titane. L'avènement de la spectroscopie quantitative dans la seconde moitié du dix-neuvième siècle marque vraiment la naissance de l'astrophysique (en tant que discipline distincte de l'astronomie du temps), puisque qu'elle a permis de déterminer la composition chimique et les conditions physiques (pression, température, etc.) dans les atmosphères du soleil et des étoiles.

Les courbes vertes sur le graphique donnent le spectre attendu pour un corps noir de température $T = 5770\text{ K}$. Si on oublie les raies spectrales, c'est tout de même une très bonne représentation du spectre solaire véritable dans l'infrarouge, tout-à-fait acceptable aussi jusqu'au milieu du visible. Cependant, le spectre véritable est sous-estimé de $\sim 20\text{--}25\%$ dans le vert et le bleu, et ça se gâte rapidement dès qu'on entre dans l'ultraviolet rapproché, le flux réel étant maintenant très significativement sous la valeur attendue du corps noir. Dans l'ultraviolet, les raies spectrales associées aux métaux présents dans l'atmosphère du soleil, même en très faibles concentrations comparé à l'Hydrogène ou l'Hélium, sont tellement nombreuses et spectralement denses qu'elles abaissent effectivement le niveau du continu. Le flux manquant doit alors “sortir” à d'autres longueurs d'onde où l'opacité photosphérique est moindre. C'est ce qui se retrouve à causer l'excès de flux aux plus courtes longueur d'onde du visible. Tout ceci conduit à la forme curieusement triangulaire du pic d'émission à $\simeq 450\text{ nm}$ sur le graphique du haut, plutôt que la forme plus arrondie qui caractérise le spectre du corps noir.

De l'EUV aux rayons-X, le flux spectral observé est très faible, mais montre peu de dépendance sur la longueur d'onde, ce qui est tout à fait contraire à ce que prédit la théorie du corps noir, suggérant une origine dans un phénomène physique loin de l'équilibre thermodynamique. Cette émission est associée à l'activité solaire, et plus précisément à la dissipation très spatiotemporellement intermittente de l'énergie magnétique dans la basse couronne solaire.

3.3 L'irradiance solaire

L'**irradiance solaire totale** (TSI) est définie comme le flux radiatif d'énergie (en Watt par mètre carré), intégré sur toutes les longueurs d'onde du spectre électromagnétique, incident sur la très haute atmosphère terrestre, i.e., avant toute réflexion ou absorption, quand la Terre est à exactement une unité astronomique du Soleil ($1\text{ U.A.} \equiv 149\,597\,870.7\text{ km}$; dans tout ce qui suit j'arrondirai à $150 \times 10^6\text{ km}$!), Cette quantité est mesurée de manière continue depuis 1978 par une suite de satellites en orbite autour de la Terre.

La Figure 3.3 montre une séquence temporelle de la TSI. Il s'agit ici d'un composite assemblé à partir de mesures provenant de plus d'une douzaine de satellites; ce processus d'assemblage exige un travail substantiel de calibration des mesures d'un instrument à l'autre, mais laissons ça aux experts (voir bibliographie en fin de chapitre).

La TSI montre des variations à prime abord substantielles, mais regardez bien l'échelle verticale; les fluctuations couvrent environ 2 W m^{-2} , sur une valeur moyenne de $\simeq 1361\text{ W m}^{-2}$, soit 0.15% ! Ces fluctuations sont dues à l'activité magnétique à la surface du soleil, qui produit de régions plus sombres (taches solaires) ou plus brillantes (facules, réseau) que la photosphère non-magnétisée. La variation approximativement périodique de période $\simeq 11$ ans

¹Attention, ici c'est le flux mesuré à 1UA qui est porté en graphique, intégré sur l'angle solide sous-tendu par le Soleil vu de la Terre.

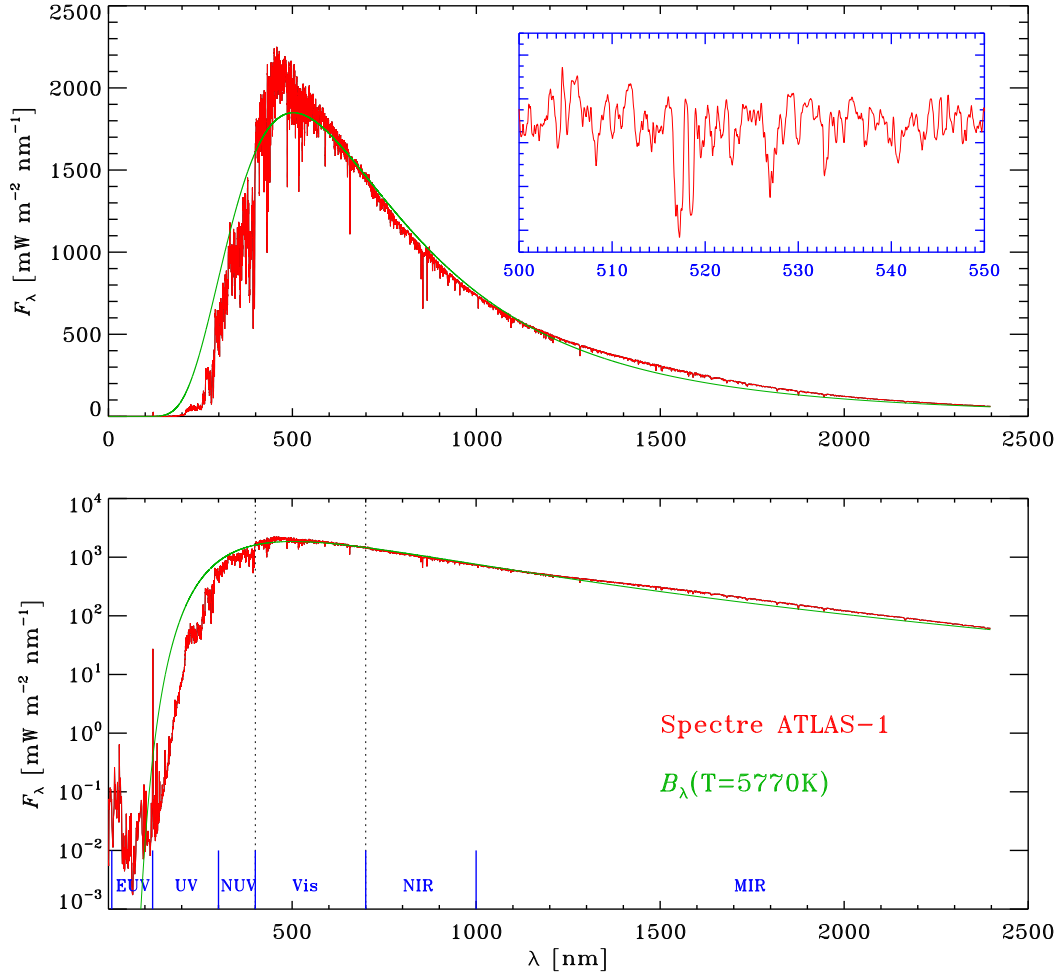


Figure 3.2: Le spectre électromagnétique du soleil, tel qu'observé de l'espace de l'extrême ultraviolet à l'infrarouge moyen, avec le flux spectral porté en graphique sur une échelle linéaire sur le graphique du haut, et logarithmique sur celui du bas. Sur ce dernier, le trait en vert est le spectre d'un corps noir à $T = 5770 \text{ K}$, qui offre une bonne représentation du spectre véritable dans l'infrarouge jusqu'au milieu du visible, mais en dévie de plus en plus à mesure que la longueur d'onde diminue (voir texte). Le très haut pic d'émission à 121 nm, démarquant traditionnellement les domaines EUV et UV, correspond à la raie spectrale $\text{Ly}\alpha$ de l'Hydrogène. Source: Spectre Atlas-1 (G. Thuillier), sbuv.gsfc.nasa.gov/solar/reference_spectra

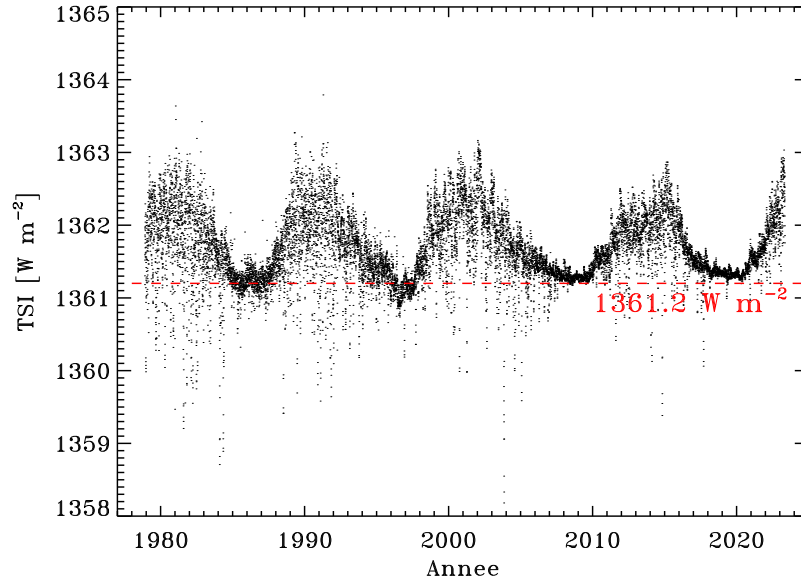


Figure 3.3: L'irradiance solaire totale depuis 1978. Chaque petit point correspond à une mesure journalière. Les fluctuations par rapport à la valeur basale de 1361 W m^{-2} sont dues à l'activité solaire, fortement modulée selon un cycle de période d'environ 11 ans (voir texte). Source: G. Kopp, <http://spot.colorado.edu/~kopp/TSI>

reflète le cycle magnétique du soleil, propulsé par un effet dynamo opérant en son intérieur. Notons cependant qu'aux courtes longueurs d'onde, la variabilité en fonction de la phase du cycle d'activité est beaucoup plus grande: $\sim 1\text{--}3\%$ dans l'UV, $\sim 10\text{--}20\%$ dans l'EUV, $\gtrsim 50\%$ pour $\text{Ly}\alpha$ à 121nm , atteignant $100\text{--}200\%$ dans les SXR; cependant, les flux sont très faibles dans ces plages de longueur d'onde, ce qui fait que la variabilité de la TSI est dominée par la variabilité dans le visible, proche ultraviolet, et proche infrarouge.

Aux fins de ce cours, il sera tout à fait acceptable de considérer la TSI comme constante dans le temps, à une valeur $S_0 = 1361.2 \text{ W m}^{-2}$, indiquée par le trait en tirets rouges sur la Fig. 3.3.

Connaissant la TSI, il est possible de calculer la **température d'équilibre** de la Terre, soit la température à laquelle l'émission radiative thermique de sa surface vers l'espace compense exactement le flux radiatif solaire incident:

$$(\pi R_{\oplus}^2) \times S_0 = (4\pi R_{\oplus}^2) \times \sigma T_{\text{eq}}^4, \quad \rightarrow \quad T_{\text{eq}} = \left(\frac{S_0}{4\sigma} \right)^{1/4}. \quad (3.6)$$

Donc pour la Terre, $T_{\text{eq}} = 278 \text{ K} \equiv 5^\circ \text{C}$, ce qui est vraiment surprenamment près de 287K , la température moyenne mesurée². On remarquera que la température d'équilibre de la Terre ne dépend pas de son rayon.

Notons finalement que le volcanisme, l'activité géothermique, et la conduction de la chaleur à travers la croûte terrestre depuis l'intérieur de la Terre, ne totalisent conjointement qu'environ 0.08 W m^{-2} ; et l'énergie déposée dans l'atmosphère par les rayons cosmiques d'origine galactique ne contribue qu'une fraction $\sim 10^{-8}$ de la TSI.

²Il y a une coïncidence ici, l'annulation quasi-exacte de deux effets allant dans des directions opposées, que nous aurons l'occasion d'étudier en détail dans ce qui suit.

3.4 Insolation

À tout moment, l'irradiance solaire illumine une surface effective de $\pi R_{\oplus}^2$, où $R_{\oplus} = 6370$ km est le rayon moyen de la Terre³. L'input énergétique total est donc de $S_0 \times \pi R_{\oplus}^2 = 173495$ TW ! Moyennée sur toute l'atmosphère, de surface $4\pi R_{\oplus}^2$ (équivalent à une moyenne journalière) on obtient une irradiance au sol de 340.3 W m^{-2} .

Ce n'est pas aussi simple cependant. L'irradiance varie en fonction de la distance Terre-Soleil, qui varie au cours de l'année; et de plus, localement, l'irradiance varie beaucoup en fonction de la latitude et des saisons en raison de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport au plan de son orbite autour du Soleil. Ces effets s'avèrent à produire de très substantielles variations de l'irradiance au sol à différents points à la surface de la Terre, qui seront très importantes pour la suite des choses.

Commençons par définir l'**angle zénithal solaire** θ_S , soit l'angle soutendu par le segment reliant un point à la surface de la Terre au soleil, et la verticale locale (voir Figure 3.4). Un élément de surface dA interceptera alors un flux $\propto S_0 \cos \theta_S$, par simple effet de projection. H16, §2.7

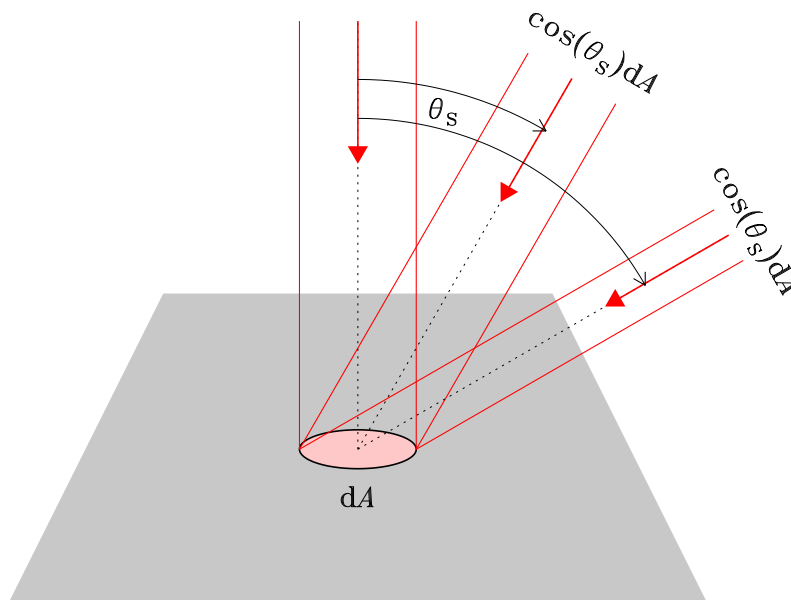


Figure 3.4: Variation de l'insolation Q d'un élément de surface dA avec l'angle zénithal θ_S . Même si l'irradiance S_0 ne dépend pas de θ_S , Q varie en $\cos \theta_S$, correspondant à l'irradiance effective sur la projection de dA dans un plan perpendiculaire à la radiation incidente. Au lever et coucher du soleil, $\theta_S = 0$.

L'**insolation** (Q , mesurée en W m^{-2}), soit l'irradiance effective reçue par l'élément de surface

³La Terre n'est pas exactement sphérique, à cause de sa rotation; son rayon équatorial est de 6378 km, tandis que son rayon polaire est de 6357 km. Nous utiliserons $R_{\oplus} = 6370$ km dans tout ce qui suit.

dA, sera alors donnée par:

$$Q = S_0 \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 \cos \theta_S, \quad [\text{W m}^{-2}] \quad (3.7)$$

où le facteur $(\bar{d}/d)^2$ capture la variation annuelle de la distance Terre-Soleil, $\bar{d}$ étant par définition égal à une unité astronomique.

Il faut maintenant quantifier comment varie θ_S en fonction de l'heure de la journée et des saisons. Nous devons définir deux autres angles: (1) l'**angle horaire** h , soit la longitude ($\in [-\pi, \pi]$) du point subsolaire par rapport à sa longitude à midi solaire (correspondant à $h = 0$); et (2) l'**angle de déclinaison** δ , soit la latitude du point à la surface de la Terre où le soleil est au zénith à midi. Ceci permet de relier l'angle zénithal au midi solaire à la latitude locale ϕ : $\theta_S = \phi - \delta$. Notons que δ varie en fonction des saisons.

Un développement mathématique plutôt fastidieux en trigonométrie sphérique, dont je nous fait grâce, permet d'exprimer l'angle zénithal solaire en fonction de la latitude ϕ , l'angle de déclinaison δ , et l'angle horaire h (voir bibliographie en fin de chapitre). Le résultat de cette manoeuvre est:

$$\cos \theta_S = \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos h \quad (3.8)$$

Une valeur $\cos \theta_S < 0$ indique que le soleil est sous l'horizon, i.e., c'est la nuit! Les lever/coucher de soleil se produisent à $\theta_S = \pi/2$, les deux angles horaires correspondant (h_0) étant donnés par l'expression:

$$\cos h_0 = -\tan \phi \tan \delta \quad (3.9)$$

La Figure 3.5 illustre la trajectoire du soleil dans le plan du ciel $[h, \theta_S]$, aux solstices et aux équinoxes. L'angle horaire est exprimé en terme de l'**heure solaire locale**, $h_S = 12(1+h/(2\pi))$. Par définition, le soleil atteint son élévation maximale à $h_S = 12:00:00$, directement au Sud (dans l'hémisphère Nord), se lève exactement à 06:00:00 directement à l'Est aux équinoxes, etc. L'information contenue dans la Figure 3.5 est du genre à considérer dans le choix de l'orientation et inclinaison optimales pour des panneaux solaires!

En climatologie, on est souvent intéressé à la moyenne journalière ($\bar{Q}$) de l'insolation locale Q . Il s'agit "simplement" de substituer (3.8) dans (3.7), et d'intégrer de $-h_0$ à h_0 , cette quantité étant donnée par (3.9), et divisant le tout finalement par 2π . Notons que à une latitude et un jour donnés, δ et ϕ peuvent être considérés comme des constante du point de vue de cette intégrale. On trouve ainsi:

$$\bar{Q} = \frac{S_0}{\pi} \left(\frac{\bar{d}}{d} \right)^2 (h_0 \sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \sin h_0). \quad (3.10)$$

Le calcul de $\bar{Q}$ est compliqué par le fait que δ ne varie pas exactement sinusoidalement à cause de la variation annuelle de la distance Soleil-Terre, l'orbite étant elliptique ($\varepsilon = 0.0167$). Ce dernier calcul est passablement plus complexe qu'on pourrait l'imaginer *a priori*. Cependant, aux fins de la modélisation atmosphérique/climatique, au niveau de précision requis on peut se contenter des premiers termes d'un développements en séries de Fourier. On commence par définir un angle θ_d en fonction du jour (n) de l'année, débutant avec $n = 0$ le 1 janvier:

$$\theta_d = \frac{2\pi n}{365}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, 364 \quad (3.11)$$

Les séries de de Fourier requises sont:

$$\delta(\theta_d) = \sum_{m=0}^3 (a_m \cos(m\theta_d) + b_m \sin(m\theta_d)) \quad (3.12)$$

$$\left(\frac{\bar{d}}{d(\theta_d)} \right)^2 = \sum_{m=0}^2 (a_m \cos(m\theta_d) + b_m \sin(m\theta_d)) \quad (3.13)$$

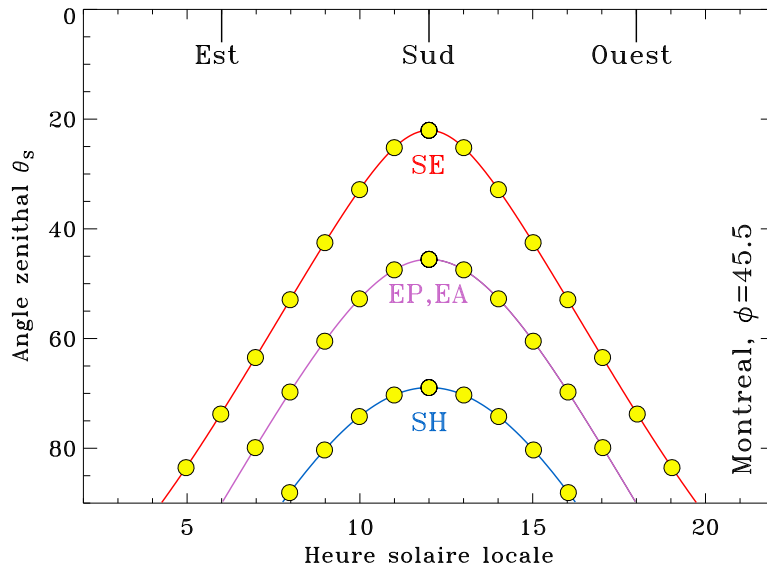


Figure 3.5: Trajectoire du soleil dans le ciel, tel que vu de Montréal (latitude $\phi = 45.5^\circ$), aux solstices d'été (SE) et hiver (SH), et aux équinoxes de printemps et automne (ES, EA), les trajectoires étant identiques aux deux équinoxes. L'angle horaire h est exprimé en termes de l'heure solaire locale ($h = 0 \equiv 12:00 \equiv \text{Sud}$). Les “soleils” (cercles jaunes) sont tracés à intervalle d'une heure.

Table 3.1: Coefficients de Fourier pour δ et d

m	$a_m(\delta)$	$b_m(\delta)$	$a_m(d)$	$b_m(d)$
0	0.006918	0	1.000110	0
1	-0.399912	0.070257	0.034221	0.001280
2	-0.006758	0.000907	0.000719	0.000077
3	-0.002697	0.001480		

Les coefficients requis sont listés au Tableau 3.1. On notera qu'on arrête à $m = 3$ pour δ , et $m = 2$ pour $(\bar{d}/d)^2$.

Il ne reste plus qu'à substituer ces expressions dans (3.10) pour calculer l'insolation journalière moyenne $\bar{Q}$ en fonction de la latitude ϕ et du jour de l'année. Le résultat d'un tel calcul est porté en graphique sur la Figure 3.6, sous la forme d'isocontours de $\bar{Q}$ dans le plan jour-latitude. L'insolation se maintient aux alentours de 400 W m^{-2} toute l'année dans les régions équatoriales, mais montre des variations beaucoup plus substantielles aux plus hautes latitudes; par exemple, à Montréal (latitude $\phi = 45.5^\circ$), $\bar{Q}$ passe de 121 à 483 W m^{-2} du solstice d'hiver (SH) à celui d'été (SE). On remarquera qu'aux solstices, $\bar{Q}$ est plus grand au pôle “été” qu'à l'équateur, et ce malgré un angle zénithal approchant 90° , simple conséquence du fait que le soleil ne se couche jamais. Notons finalement qu'aux solstices l'insolation maximale est 6.9% plus grande dans l'hémisphère Sud qu'elle ne l'est dans l'hémisphère Nord, conséquence du fait que la Terre est légèrement plus près du Soleil durant l'été austral que septentrional.

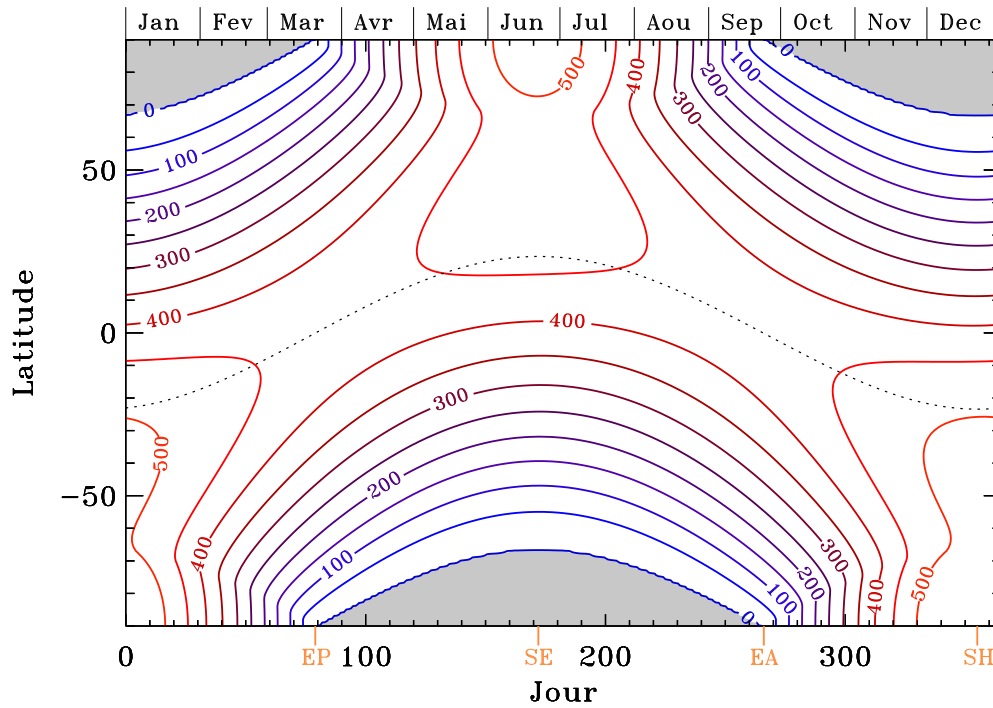


Figure 3.6: Insolation journalière moyenne en fonction du jour de l’année et de la latitude. Les valeurs des contours sont en W m^{-2} , et les régions grises correspondent aux nuits polaires septentrionales et australes. Le trait pointillé indique la variation de l’angle de déclinaison δ au cours de l’année. Les date des solstices (SE, SH) et équinoxes (EP, EA) sont indiquées le long de l’axe horizontal.

3.5 Absorption

Il est clairement d’intérêt de calculer la fraction de l’irradiance solaire qui est absorbée par l’atmosphère terrestre et/ou les océans. Il est important de bien distinguer l’**absorption**, qui transfère l’énergie des ondes électromagnétiques en énergie thermique du milieu, et la **dispersion** (sujet de la §3.6), qui redistribue spatialement la radiation électromagnétique incidente sans en diminuer le contenu énergétique.

H16, §3.6

On considère la géométrie illustrée sur la Figure 3.7. Le soleil (* orange) est à un angle zénithal θ_S , et illumine le haut de l’atmosphère (ellipse bleue) d’un flux radiatif F_∞ (unités: W m^{-2}). Ce faisceau lumineux traverse la colonne d’atmosphère (cylindre bleu) pour arriver finalement au sol (ellipse orange). Il s’agit de calculer l’atténuation du flux radiatif incident (F_∞) dû à l’absorption par le gaz atmosphérique contenu dans la colonne traversée.

En bonne première approximation, on peut supposer que la fraction (dF) du flux radiatif (F) absorbé sur une longueur ds le long de la trajectoire du rayon lumineux est linéairement proportionnelle à la densité du milieu absorbant, la constante de proportionnalité étant le **coefficient d’absorption** (k ; unités: $\text{m}^2 \text{kg}^{-1}$):

$$\frac{F(s + ds) - F(s)}{F(s)} \equiv \frac{dF}{F} = -k\rho ds . \quad (3.14)$$

Attention, comme F décroît à mesure que s augmente en suivant le faisceau lumineux vers la surface, le signe “−” doit être ajouté “à bras” si on veut que k soit une quantité définie

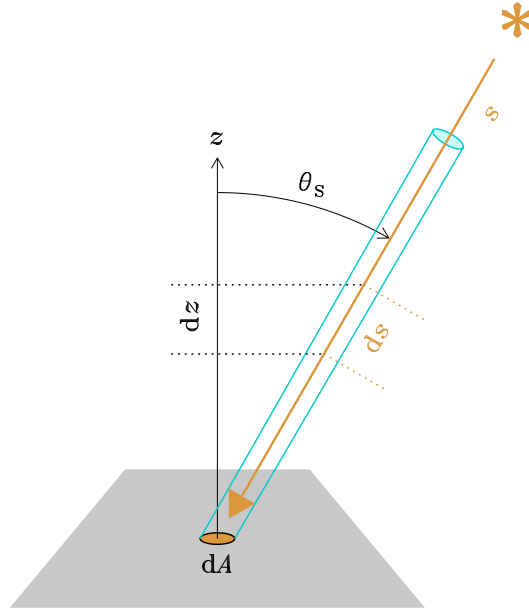


Figure 3.7: Géométrie de l'absorption d'un faisceau lumineux (flèche orange) en provenance du soleil (* orange) à un angle zénithal θ_S et traversant une colonne de l'atmosphère terrestre (cylindre bleu) avant d'arriver au sol (en gris). La coordonnée s est définie le long de la ligne du faisceau, et augmente dans le sens de la flèche orange. L'angle zénithal θ_S permet de relier l'élément infinitésimal de distance de long du faisceau, ds , à la variation correspondante en altitude, dz , via $dz = -ds \cos \theta_S$.

positivement. Les unités de k , surface/masse, indiquent que k représente une forme de section efficace d'absorption par unité de masse du milieu. La quantité $1/(k\rho)$ a des unités de longueur, est appelée **longueur d'atténuation**, et est aussi souvent utilisée pour mesurer l'absorptivité d'un milieu. Son inverse aussi, avec des unités m^{-1} . Toujours faire TRÈS ATTENTION quand vous recherchez ces quantités sur le Web, ou ailleurs.

La géométrie du système (viz. Figure 3.7) permet d'écrire:

$$dz = -\cos \theta_S ds . \quad (3.15)$$

Attention encore une fois, le signe “−” vient du fait que z augmente vers le haut, tandis que $s = 0$ au haut de l'atmosphère et augmente en suivant le faisceau vers le sol. En terme de l'altitude z l'éq. (3.14) devient donc:

$$\cos \theta_S \frac{dF}{dz} = k\rho F . \quad (3.16)$$

Introduisons maintenant la **profondeur optique** (τ), une quantité adimensionnelle définie comme

$$d\tau = -k\rho dz , \quad (3.17)$$

ou encore,

$$\tau = \int_z^\infty k\rho dz . \quad (3.18)$$

Je vous laisse vérifier que τ est bien une quantité adimensionnelle. Cette définition de la profondeur optique permet de réécrire l'éq. (3.16) sous la forme :

$$\cos \theta_S \frac{dF}{d\tau} = -F , \quad (3.19)$$

dont la solution est alors tout simplement:

$$F(z) = F_\infty \exp \left(-\frac{\tau}{\cos \theta_S} \right) , \quad (3.20)$$

décrivant l'atténuation exponentielle du flux radiatif due à l'absorption le long du faisceau lumineux. Ici F_∞ est effectivement le flux radiatif au haut de l'atmosphère. En sciences atmosphériques cette relation est connue comme la *Loi de Lambert-Bouguer-Beer*, ou souvent simplement en plus compact, **Loi de Beer**.

Le terme exponentiel au membre de droite de l'éq. (3.20) permet une interprétation physique simple: si on imagine notre faisceau lumineux comme un ensemble de photons, alors le terme exponentiel donne une mesure de la probabilité qu'un photon soit absorbé lors de sa traversée d'une colonne atmosphérique inclinée par θ_S par rapport au zénith et s'étendant de la haute atmosphère jusqu'à une altitude z . Cette interprétation probabiliste implique alors que si la colonne contient J espèces d'absorbeurs distincts, chacun avec sa densité ρ_j et coefficient d'absorption k_j , alors l'éq. (3.20) deviendrait

$$F(z) = F_\infty \prod_{j=1}^J \exp \left(-\frac{\tau_j}{\cos \theta_S} \right) , \quad (3.21)$$

qui se ramène à la forme (3.20) si on définit comme suit une profondeur optique totale τ_{tot} :

$$\tau_{\text{tot}} = \sum_{j=1}^J \tau_j , \quad (3.22)$$

où chaque τ_j est calculé selon (3.18) avec les ρ_j et k_j appropriés pour chaque espèce absorbante.

La Loi de Beer peut paraître très simple, mais il faut bien comprendre que toute la complication, soit la structure et composition chimique de l'atmosphère, se retrouve "cachée" dans la profondeur optique τ .

Revenons à notre atmosphère plan-parallèle de la §2.1.3; on a vu que la densité ρ décroît exponentiellement avec l'altitude, viz. l'éq. (2.6). Substituant ceci au membre de droite de (3.18) et supposant k constant dans l'atmosphère, l'évaluation explicite de l'intégrale produit:

$$\tau = \frac{p_0}{g} k \exp(-z/H) , \quad (3.23)$$

où p_0 est la pression à altitude zéro et $H = k_B T / \bar{m} g$ est la hauteur de colonne telle qu'introduite à la §2.1.3. Pour notre atmosphère plan-parallèle isotherme, on peut montrer (je vous le laisse en exercice!) que

$$\frac{d\tau}{dz} = -\frac{\tau}{H} . \quad (3.24)$$

L'évaluation de (3.23) à $z = 0$ conduit à $\tau_0 = p_0 k / g$; La quantité p_0 / g a des unités de kg m^{-2} , soit la masse totale contenue dans une colonne atmosphérique de 1 m^2 de section.

Il s'agit maintenant de calculer le taux d'absorption d'énergie (unités: W m^{-3}) dans la colonne atmosphérique. Pour un segment de colonne de hauteur dz situé à une altitude z , l'énergie absorbée sera égale à la différence du flux entre z et $z + dz$, autrement dit on doit calculer

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dz} &= \frac{d\tau}{dz} \frac{dF}{d\tau} , \\ &= -\frac{d\tau}{dz} \frac{F_\infty}{\cos \theta_S} \exp(-\tau / \cos \theta_S) , \\ &= \frac{\tau}{H \cos \theta_S} \exp(-\tau / \cos \theta_S) . \end{aligned} \quad (3.25)$$

Ici la seconde égalité résulte de l'utilisation de (3.20), et la troisième de (3.24). Un petit exercice en fin de chapitre vous fera démontrer que l'absorption est maximale à $\tau/\cos\theta_S = 1$, et donc qu'à mesure que l'angle zénithal augmente, l'absorption maximale se produit de plus en plus haut dans l'atmosphère.

Nous y sommes presque... L'augmentation de la température atmosphérique à une altitude z en conséquence de l'absorption du flux radiatif est donnée par

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{dF}{dz} , \quad (3.26)$$

la dérivée partielle au membre de gauche venant du fait que suite à l'absorption du flux radiatif, qui dépend de z , la température évoluera en fonction de z et t , et ce même si l'atmosphère était initialement isotherme. Utilisant à bon escient l'éq. (3.16), ceci peut s'exprimer comme:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c_p \cos\theta_S} F(z) , \quad (3.27)$$

démontrant que le chauffage local ne dépend que des propriétés physique du milieu (c_p et k), en plus évidemment du flux radiatif $F(z)$.

Tout ceci peut paraître passablement simple, mais en réalité la complexité physique du phénomène se cache dans le coefficient d'absorption k ; en général ce dernier dépend de la longueur d'onde λ de la radiation incidente, et de la composition chimique du milieu absorbeur, incluant souvent les concentrations de constituants mineurs, par exemple la vapeur d'eau atmosphérique dans le domaine spectral de l'infrarouge. On y reviendra sous peu (§§3.8 et 3.9).

3.6 Dispersion

L'absorption d'une onde lumineuse, telle que considérée précédemment, réduit son énergie au profit de l'énergie thermique du milieu absorbeur. La **dispersion** est une autre forme de réduction de l'énergie d'un faisceau d'ondes électromagnétiques (i.e., réduction de la grandeur du flux de Poynting), cette fois sans chauffage local du milieu: l'énergie est plutôt redirigée dans des directions autres que celle du faisceau lumineux incident. La Figure 3.8 illustre ceci schématiquement, du point de vue ondulatoire. Une onde plane arrivant ici de la gauche induit une oscillation d'une "particule" (point noir au centre) à la fréquence de l'onde incidente, ce qui en retour émet un front d'onde circulaire de même fréquence, un peu comme le ferait une bouée flottant sur une interface air-eau en présence de vagues.

En contexte atmosphérique, c'est le champ électrique oscillant de l'onde électromagnétique qui est la "vague"; agissant sur les électrons d'un atome ou molécule, le passage de l'onde électromagnétique induit un moment dipolaire, lui-même oscillant, et émettant donc une onde électromagnétique secondaire isotropiquement dans le plan perpendiculaire à l'axe du dipôle induit, équations de Maxwell obligent. Notons que ce processus conserve l'énergie électromagnétique. Vu du point de vue corpusculaire, la dispersion consiste à absorber un photon et le ré-émettre à la même énergie, mais dans une direction aléatoire, comme dans une collision élastique.

3.6.1 La dispersion de Rayleigh

L'efficacité de la dispersion est fortement influencée par les propriétés physiques du milieu dans lequel se propage l'onde électromagnétique, ainsi que par la longueur d'onde de cette dernière. Une théorie générale de la dispersion a été développée par Gustav Mie en 1908, mais c'est vraiment du costaud; nous nous limiterons ici au cas limite déjà étudié par Rayleigh en 1871.

La théorie développée par Rayleigh est applicable quand la taille d des atomes/molécules impliquées est beaucoup plus petite que la longueur d'onde λ de l'onde électromagnétique incidente. Exprimé en coordonnées sphériques avec l'axe de symétrie aligné avec la direction de propagation d'une onde incidente d'intensité I_0 et l'origine du système coïncidant avec

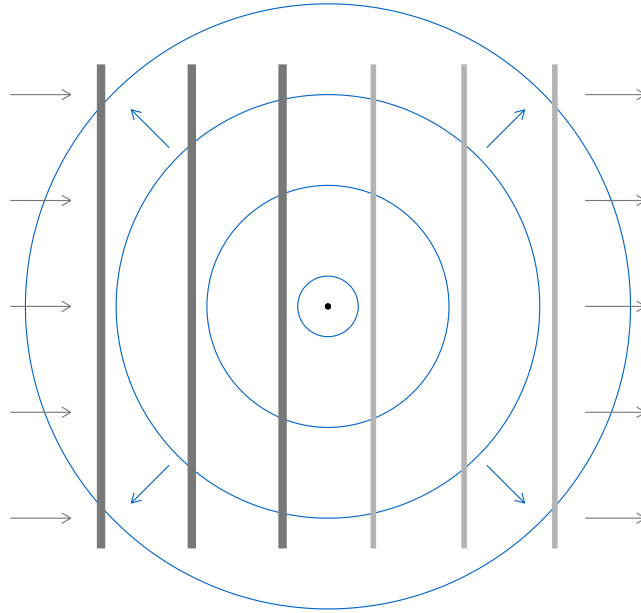


Figure 3.8: représentation classique (lumière $\equiv$ onde électromagnétique) de la dispersion de Rayleigh. Une onde électromagnétique plane incidente (traits verticaux gris) induit une oscillations harmonique des électrons dans un atome ou molécule (point noir), conduisant à l'émission d'un train d'onde électromagnétique secondaire (cercles bleus) à la même fréquence que l'onde incidente (voir texte).

la position de la particule produisant la dispersion, la distribution spatiale de l'intensité I_s dispersée à une position (r, θ) est donnée par:

$$\frac{I_s(r, \theta)}{I_0} = \frac{1 + \cos^2 \theta}{2r^2} \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^4 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2 \left(\frac{d}{2} \right)^6, \quad (3.28)$$

où n est l'indice de réfraction du milieu et l'angle polaire θ est mesuré par rapport au vecteur d'onde $\mathbf{k}$ de l'onde. La **section efficace** de dispersion est donnée par la moyennes angulaire du cot droit de l'expression ci-dessus:

$$\sigma_s = \frac{2\pi^5}{3} \frac{d^6}{\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \right)^2, \quad [\text{m}^2] \quad (3.29)$$

Pour une onde électromagnétique au pic du visible ($\lambda = 532 \text{ nm}$) se propageant dans l'air ($n = 1.000293$) et dispersé par une molécule d'azote (N_2 ; $d \simeq 1.25 \text{ nm}$), on trouve $\sigma_s = 5 \times 10^{-31} \text{ m}^2$. L'atténuation de l'intensité à une position z le long de la trajectoire de l'onde est alors donnée par le produit de cette section efficace et du nombre N de molécules présentes dans le milieu:

$$\frac{I(z)}{I_0} = \sigma_s \times N. \quad (3.30)$$

À TPN, on a $\sim 2 \times 10^{25}$ molécules de N_2 par mètre cube, donc une atténuation de $\sim 10^{-5}$ par mètre d'atmosphère traversé. Sur une hauteur de colonne de 8km, l'intensité est donc atténuée de 8%.; on monte à 25% à 400nm, et tombe à 3% à 700nm; la dépendance en $1/\lambda^4$ se fait rapidement sentir !

Mentionnons finalement que la couleur bleue du ciel (sans nuage), et la couleur rouge des levers et couchers de soleil, sont des conséquences directes de la dispersion de Rayleigh.

3.6.2 L'irradiance du ciel

MU, §5.3

L'impact net de la dispersion sur l'irradiance au sol est moins significatif qu'on pourrait à prime abord l'imaginer; en première approximation, si la dispersion est vraiment isotrope spatialement, la moitié du flux radiatif extrait d'un faisceau d'ondes électromagnétique par dispersion traversant une colonne atmosphérique (viz. Fig. 3.7) est réémis sur le 2π sterradian sous-tendu par la surface, et l'autre moitié sur l'autre 2π sterradian, vers l'espace. L'irradiance au sol (en W m^{-2}) est donc celle provenant du soleil réduite par la fraction dispersée (S_p), plus l'irradiance diffuse du ciel (S_d) intégrée sur tout le ciel (2π steradian):

$$S_{\text{tot}} = S_p + S_d , \quad (3.31)$$

Comme on l'a vu (viz. Fig. 3.4), le flux solaire sur une surface (horizontale) est réduit d'un facteur $\cos \theta_S$, où θ_S est l'angle zénithal solaire, par simple géométrie. La Loi de Beer (§3.5) est applicable ici, en remplaçant la profondeur optique d'absorption par la profondeur optique de dispersion (τ_{tot}); dans un cas comme dans l'autre, l'atténuation du faisceau est proportionnel à la masse d'absorbeur/disperseur traversé. On écrira donc:

$$S_p = S_0 \cos \theta_S \exp(-\tau_{\text{tot}} m) , \quad (3.32)$$

où $S_0 = 1361 \text{ W m}^{-2}$ est l'irradiance solaire incidente sur la haute atmosphère terrestre (§3.3) et θ_S l'angle zénithal solaire (Fig. 3.4). La quantité m est une mesure indirecte de l'altitude, définie comme la masse d'une colonne atmosphérique s'élevant d'une altitude z_0 par rapport à une colonne complète s'élevant à partir du niveau de la mer. Pour une atmosphère en équilibre hydrostatique et isotherme (ou pas loin):

$$m = \left(\frac{p(z_0)}{p_0} \right) \left(\frac{1}{\cos \theta_S} \right) , \quad (3.33)$$

p_0 étant la pression atmosphérique au niveau de la mer, et $p(z_0)$ la pression de surface à une position d'altitude z_0 à la surface de la Terre où on cherche à calculer S_{tot} . Il reste à spécifier la profondeur optique totale τ_{tot} , associée à l'ensemble des constituants atmosphériques produisant la dispersion. On se limite souvent à calculer (ou mesurer) deux contributions, une (τ_m) due aux molécules (pour lesquelles la théorie de Rayleigh est appropriée), et une seconde associée aux **aérosols**, particules couvrant un intervalle de taille $0.1\text{--}1 \mu\text{m}$. On a donc $\tau_{\text{tot}} = \tau_m + \tau_a$, avec comme valeur typique $\tau_m \simeq 0.3$ (valeur exacte dépendant principalement du contenu atmosphérique en vapeur d'eau), et $\tau_a \simeq 0.05\text{--}0.5$, la valeur exacte dépendant du niveau de pollution.

Le calcul de l'irradiance diffuse par l'ensemble des constituants atmosphériques est plus complexe, car il implique la distribution spatiale de la radiation dispersée (viz. l'éq. (3.28)), intégrée sur tout le ciel. Certaines expressions approximatives utiles ont néanmoins été développées, et validées empiriquement (i.e., à partir de mesures); par temps clair, i.e., sans nuages:

$$S_d = 0.3 S_0 [1 - \exp(-m \tau_{\text{tot}})] \cos \theta_S , \quad (3.34)$$

La Figure 3.9 montre la variation de S_p (trait tirets-points), S_d (traits en tirets) et S_{tot} (traits pleins) en fonction de l'angle zénithal solaire θ_S , tels que calculé à l'aide des expressions ci-dessus. Le calcul a été effectué pour deux "sites", le premier un site "urbain" chargé en aérosols et au niveau de la mer (en rouge), et un site de plus haute altitude loin des villes ou autre source d'aérosols (en vert). Dans les deux cas on a posé $\tau_m = 0.3$. On constate que, de manière générale et sauf pour une heure ou deux après le lever du soleil et avant son coucher, un site de plus haute altitude et loin des grandes villes, donc moins chargé en aérosols (traits verts), verra une irradiance diffuse atteignant rarement plus $\sim 10\%$ de l'irradiance solaire au sol; tandis qu'à un site de plus basse altitude et chargé en aérosols (traits rouges), l'irradiance du ciel clair (sans nuages) peut facilement compter pour jusqu'à un tiers de l'irradiance totale au sol.

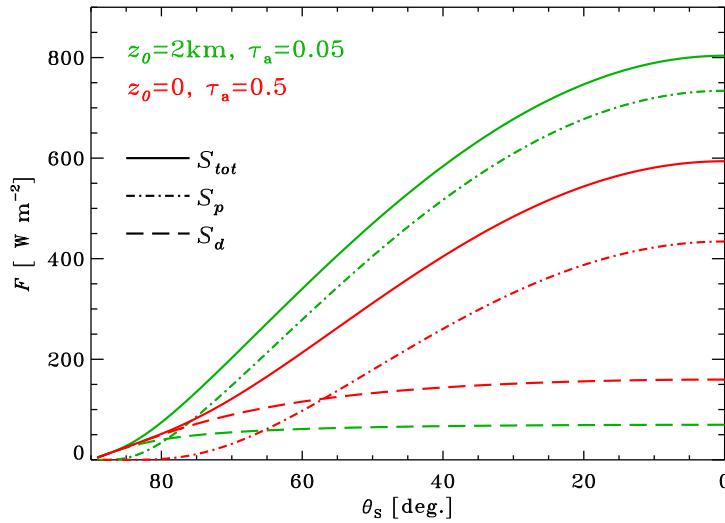


Figure 3.9: Irradiance au sol à deux combinaisons d'altitudes (z_0) et de densités d'aérosol (spécifiée via τ_a), avec $\tau_m = 0.3$ dans les deux cas. L'irradiance solaire au sol S_p (tirets-points), l'irradiance diffuses du ciel S_d (tirets) et leur somme (trait plein) sont portés en graphique en fonction de l'angle zénithal solaire θ_s .

3.6.3 Les nuages: dispersion et absorption

Qu'en est-il de tout ça quand des nuages sont présents? Un nuage est constitué d'un ensemble de petite gouttelettes d'eau ou cristaux de glace ayant des tailles suffisamment petites pour demeurer en suspension dans l'air pendant de longues périodes de temps (on verra pourquoi et comment au chapitre suivant). On parle ici de gouttelettes de diamètre d variant (typiquement) de 5 à $50\mu\text{m}$; soit beaucoup plus grand que les longueurs d'onde où le spectre électromagnétique du soleil est maximal. On est maintenant dans le régime $d \gg \lambda$, soit le régime opposé à celui caractérisant la dispersion de Rayleigh. Par contre, dans l'infrarouge moyen, dans le pic de l'émission thermique de la Terre, on aurait $d \sim \lambda$; la situation la plus compliquée !

Comme dans le visible λ est beaucoup plus petit que le diamètre des gouttelettes, et donc on peut approcher le problème en terme de réflexion/transmission à une interface eau-air de forme sphérique. Considérons une gouttelette comme une sphère liquide (H_2O) d'indice de réfraction n et de rayon r . Une onde électromagnétique incidente sera en partie réfléchiée et en partie transmise à l'interface (voir §A.2). La partie réfléchiée sur la partie supérieure de la gouttelette le sera dans une direction approximativement contraire au faisceau incident; une partie du faisceau transmis traversera la gouttelette et ressortira de l'autre côté substantiellement déviée (voir Figure 3.10); une autre partie subira une (ou plusieurs) réflexion interne et ressortira (éventuellement) dans une direction très différente du faisceau incident; tout ça produit une forme de dispersion anisotrope.

De plus, l'onde lumineuse sera également atténuée par absorption à l'intérieur de la gouttelette⁴. On a donc à la fois transmission, dispersion et absorption. Mais dans les trois cas, l'effet est de retirer une partie du flux du faisceau incident de sa direction initiale de propagation. Pour la lumière visible, le problème est de nature balistique: une goutte sphérique de rayon r ayant une section πr^2 , il s'agit simplement de calculer, sur la hauteur de la colonne atmosphérique, la surface de la section de la colonne qui est masquée par l'ensemble des gouttelettes distribuées sur toute la partie de la colonne atmosphérique occupée par un nuage.

⁴On pourrait penser que la petite taille d'une gouttelette typique ne devrait pas conduire à beaucoup d'absorption, mais les réflexions totales internes peuvent grandement allonger le chemin optique total à travers la gouttelette.

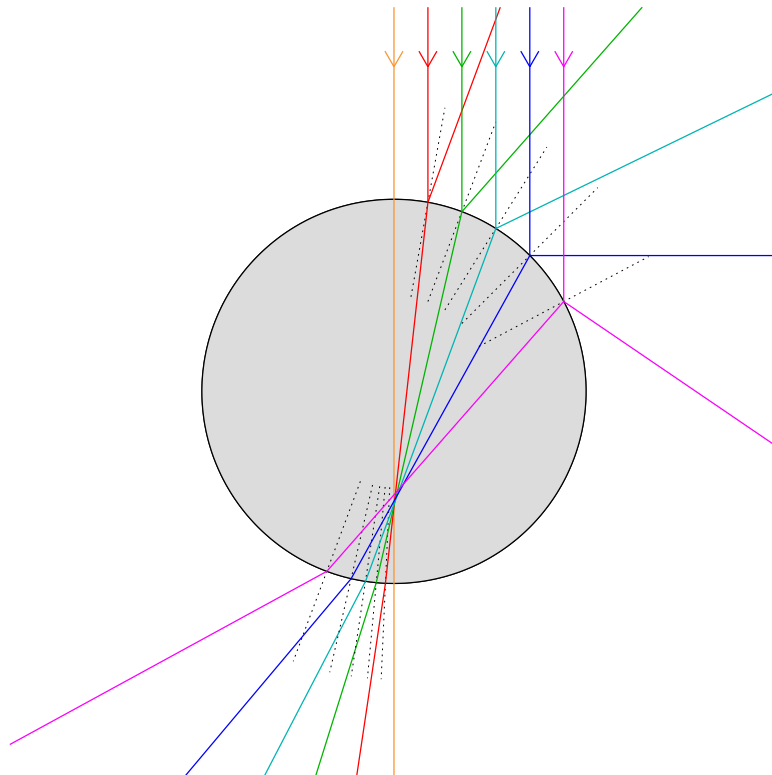


Figure 3.10: Rayons lumineux verticaux incidents sur une goutte sphérique d'eau (indice de réfraction $n = 1.33$ dans tous les cas; la couleur des rayons ne représente pas leur longueur d'onde!). Les rayons ayant un angle d'incidence $\leq 45^\circ$ ont leur fraction réfléchiée dirigée vers le haut, tandis que un pour angle d'incidence $\gtrsim 72^\circ$ il y aura réflexion totale interne à la sortie de la goutte. Sauf pour des angles d'incidence très petits, les rayons transmis sont fortement déviés de la verticale par les deux réfractions successives.

Considérons un nuage hautement idéalisé, soit une couche horizontale d'épaisseur h à l'intérieur de laquelle les gouttelettes sont distribuées de manière statistiquement uniforme spatialement. Supposons que nous connaissons la distribution $n(r)$ de la taille des gouttelettes, i.e., le nombre de gouttelettes par unité de volume ayant rayon entre r et $r+dr$. En intégrant sur la distribution des tailles, on peut alors définir une profondeur optique capturant l'interception et dispersion/absorption du faisceau incident par l'ensemble des gouttelettes sur l'épaisseur du nuage:

$$\tau_n = \pi h \int_0^\infty k_e(r) r^2 n(r) dr, \quad (3.35)$$

où dans ce contexte $k(r)$ est appelé le **coefficient d'extinction**, qui dépend de la taille des gouttelettes. Si $r \gg \lambda$, on peut montrer que $k_e \simeq 2$. Pour une distribution bien piquée et de moyenne $\bar{r} \gg \lambda$, l'expression ci-dessus devient alors

$$\begin{aligned} \tau_n &= 2\pi h \bar{r}^2 \int n(r) dr \\ &= 2\pi h \bar{r}^2 N, \end{aligned} \quad (3.36)$$

où N est la densité volumique de gouttelettes (leur nombre par unité de volume), toutes tailles confondues. On peut donc définir, pour une colonne verticale traversant le nuage une **densité surfacique** (unités: kg m^{-2}):

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \bar{r}^3 \rho_e h N, \quad (3.37)$$

où $\rho_e = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ est la densité de l'eau. Utilisant cette expression pour substituer pour le h dans l'éq. (3.36), on obtient

$$\tau_n = \frac{3\sigma}{2\rho_e \bar{r}}. \quad (3.38)$$

Ceci nous informe que pour un contenu total en eau donné, une distribution de gouttelettes de plus petite taille moyenne génère une plus grande profondeur optique, i.e., disperse plus efficacement; ceci résulte du fait que la dispersion par réflexion à l'interface eau-air est un effet de surface, et que le rapport surface/volume varie en $1/r$ pour une sphère. Ceci est illustré schématiquement sur la Figure 3.11; la même masse totale d'eau a été distribuée en N_1, N_2 sphères de rayon r_1, r_2 avec $r_2 = 2r_1$, et chaque groupe positionné aléatoirement dans un cube de volume unitaire. La Figure montre une projection sur un plan perpendiculaire à l'axe- z du cube. Bien que plus petites, les gouttelettes du diagramme de gauche couvrent une plus grande fraction de la surface projetée que dans les cas des plus grosses gouttelettes de droite; conséquence directe qu'ici $N \propto 1/r^3$ et donc que la surface d'interception $f \propto N\pi r^2$.

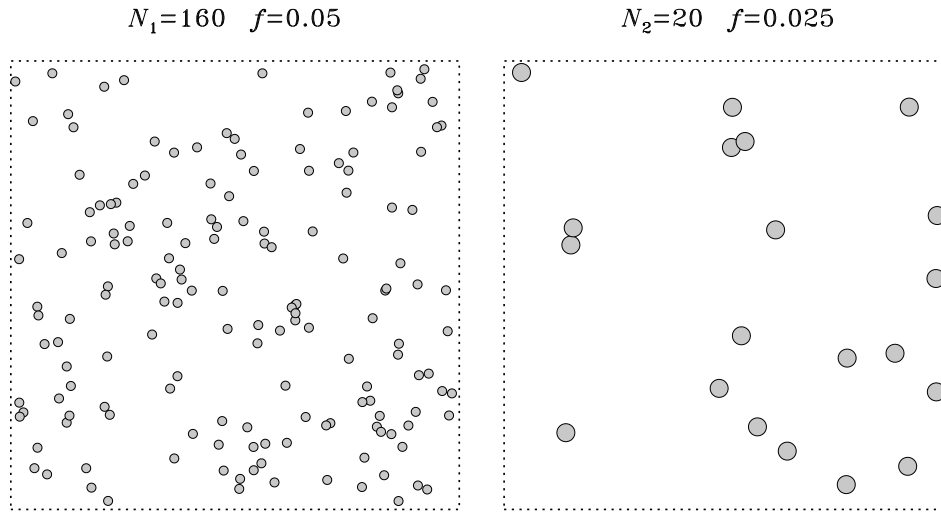


Figure 3.11: Distributions spatialement aléatoires mais statistiquement uniforme en 3D de gouttes sphériques, projetées dans un plan horizontal, représentation très idéalisée d'un nuage. Pour contenu total identique en eau, des gouttes plus petites (gauche) couvrent une plus grande fraction (f) de la surface que des gouttes de plus grand rayon (droite).

Il est déjà clair sur la Fig. 3.10 que tous les rayons incidents frappant la gouttelette avec un angle d'incidence plus petit que 45° sont réfléchis vers l'espace. Un impact important des nuages, particulièrement ceux à hautes altitudes est d'augmenter de manière importante la réflectivité de l'atmosphère dans le visible. Dépendant du contenu en eau (la densité surfacique σ dans l'éq. (3.37)), une telle couche nuageuse peut facilement doubler la réflectivité de la haute atmosphère. Ceci nous mène naturellement vers notre prochain sujet au programme, soit...

3.7 Réflectivité et albedo

Le terme **albedo** est souvent utilisé comme synonyme de réflectivité; ici je réserverai le terme "albedo" pour une mesure de la réflectivité **moyenne** d'une surface, la moyenne se faisant ici sur la surface même ainsi que sur les longueurs d'onde du spectre électromagnétique.

Le calcul de l'albedo d'une surface est extrêmement complexe. Même pour une surface "simple", l'albedo dépend de la nature microscopique de la substance, ainsi que de la rugosité de la surface.

Imaginons un cas maximalelement “simple”, soit la surface d’un océan calme (i.e., sans vagues, écume, glaces, ou plastique flottant en surface). On a alors affaire à une interface plane air-eau, avec indices de réfraction $n = 1$ et 1.34 respectivement. Le coefficient de réflectivité à incidence normale est alors $R \simeq 0.02$ (éq. (A.24); voir la §A.2 au besoin). Cependant l’indice de réfraction de l’eau dépend de la longueur d’onde, passant de $n = 1.345$ à 1.331 entre 400nm et 700nm . Le coefficient de réflectivité ne change pas beaucoup, passant de $R = 0.0216$ à 0.0202 , mais augmente de plus en plus à mesure que l’on s’enfonce dans l’ultraviolet. On montre aussi à la §A.2 que le coefficient de réflexion demeure essentiellement constant pour des angles d’incidence allant de zéro jusqu’à $\simeq 45^\circ$, mais augmente rapidement pour des angles d’incidence dépassant $\simeq 50^\circ$ (viz. Fig. A.2). Ainsi, vu à incidence normale la surface de l’océan (sans glaces) est très sombre, mais à incidence élevée reflète très bien la luminosité du Soleil, comme le montre déjà très bien la Fig. 2.1. Ceci implique que la forme d’une surface aura un fort impact sur son albedo.

Reprenons le cas de notre océan, cette fois avec des vagues d’amplitudes substantielles (voir Fig. 3.12). Pour un faisceau lumineux arrivant avec un grand angle d’incidence, comme quand le Soleil est bas sur l’horizon, la déformation de la surface par les vagues fera que les rayons lumineux frapperont l’interface eau-air à un angle d’incidence local *inférieur* au cas de l’interface plane, ce qui *diminuera* donc l’albedo de la surface dans son ensemble.

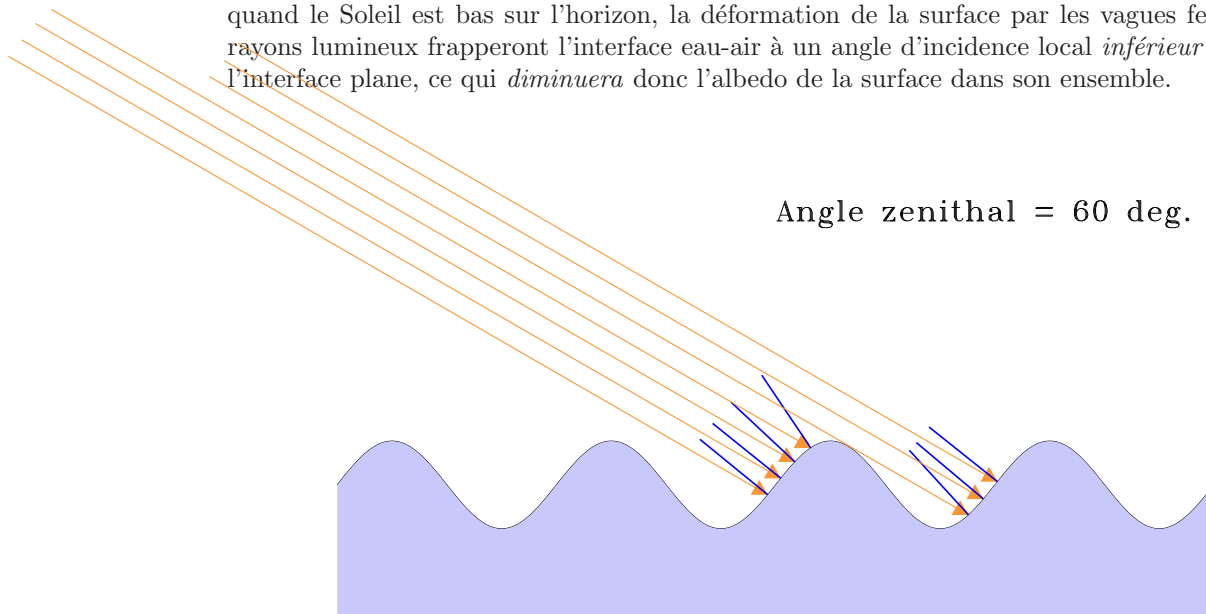


Figure 3.12: Insolation d’une surface océanique liquide avec vagues, ici pour un angle zénithal de 60° . Pour une interface plane on aurait ici $R = 0.06$ à cet angle d’incidence, tandis qu’ici les angles d’incidence locaux varient entre 4° et 22° , conduisant à $R \simeq 0.02$ dans tous les cas. Les segments bleus indiquent la normale locale au point d’arrivée des rayons lumineux (flèches oranges).

En physique environnementale on s’intéressera parfois à l’albedo de surfaces simples, comme un océan sans glaces ou vagues ou une couche de neige fraîche; ou plus souvent complexes, comme un glacier rocailleux, une prairie herbeuse, ou une forêt. Un calcul *ab initio* de l’albedo pour de telles surfaces complexes est en pratique extrêmement difficile, voire impossible, et il est d’usage de mesurer l’albedo expérimentalement, directement en laboratoire ou “in the field”, ou encore via des observations faites de l’espace. Le Tableau 3.2 compile les albedos de diverses surfaces naturelles ou artificielles qui seront d’intérêt pour le reste de ce cours.

Remarquez déjà qu’il s’agit de beaucoup plus qu’une simple question de couleurs sombres vs claires. Au niveau des sols et surfaces poreuses, le contenu en eau souvent aussi très important.

L’albedo moyen des couches externes de l’atmosphère terrestre est mesuré à $\alpha \simeq 0.29$, cette moyenne prenant ici en considération la variation avec la latitude de l’angle d’incidence

Table 3.2: Albedo (α) de diverses surfaces naturelles et artificielles

Surface	Valeur typique	Intervalle
Eau profonde+vent	0.1	0.05–0.2
Sol riche (noir, humus)	0.1	0.05–0.15
Sol humide	0.15	0.1–0.2
Sol désertique	0.3	0.2–0.35
Sable mouillé	0.25	0.2–0.3
Sable sec	0.35	0.3–0.4
Végétation verte (courte)	0.17	0.1–0.2
Végétation sèche	0.25	0.2–0.3
Forêt conifères	0.12	0.1–0.15
Forêt feuillus	0.17	0.15–0.25
Forêt tropicale	0.13	
Forêt marécageuse	0.12	
Forêt enneigée	0.25	0.2–0.35
Glace marine (sans neige)	0.3	0.25–0.4
Vieille neige (fondante)	0.5	0.35–0.65
Neige froide	0.7	0.6–0.75
Neige fraîche et sèche	0.8	0.7–0.9
Asphalte	0.07	0.05–0.1
Béton	0.2	0.15–0.35

de l'irradiation solaire, et les variations des propriétés atmosphériques avec la latitude et les saisons (couverture nuageuse, etc.). Si on reprend le calcul de la §3.3 pour la température d'équilibre de la Terre, on doit maintenant réduire le flux entrant par un facteur $1 - \alpha$, ce qui conduit à une température d'équilibre maintenant donnée par:

$$T_{\text{eq}} = \left(\frac{(1 - \alpha)S_0}{4\sigma} \right)^{1/4} = 255 \text{ K} . \quad (3.39)$$

C'est un très hivernal -18°C , ce qui commence à faire dans le frisquet, et nous éloigne substantiellement de la température moyenne mesurée, 14°C . On y reviendra bientôt.

3.8 Absorption au sol

Notre radiation solaire est finalement arrivée au sol, et la fraction (un moins l'albedo de surface) qui n'est pas réfléchi vers l'atmosphère est finalement absorbée.

Dans les sols sans végétation, l'absorption se fait dans le premier mètre, et souvent beaucoup moins, la profondeur d'absorption dépendant de la composition du sol et en particulier de son contenu en eau, et donc de sa porosité (voir §2.3). En présence d'une couverture végétale une fraction parfois substantielle de la radiation est interceptée par le feuillage et est utilisée pour la photosynthèse, réduisant ainsi le chauffage direct du sol.

Les océans couvrent 71% de la surface de la Terre, et ils se retrouvent donc à absorber directement la majorité de l'irradiance solaire. Pour une eau relativement propre et transparente, l'absorption s'avère être bien décrite par la Loi de Beer introduite à la §3.5 en contexte atmosphérique. Le coefficient d'absorption k pour l'eau varie substantiellement avec la longueur d'onde, même dans l'intervalle spectral relativement restreint du spectre visible. Ceci est illustré sur la Figure 3.13, dans le cas de l'eau pure à 22°C . ATTENTION, ce qui est porté en graphique ici est le produit $k \times \rho$. On constate que le coefficient d'absorption k augmente par plus de deux ordres de grandeur entre 400 et 700nm, indiquant que l'atténuation du spectre électromagnétique incident est beaucoup plus rapide aux grandes longueurs d'onde qu'aux

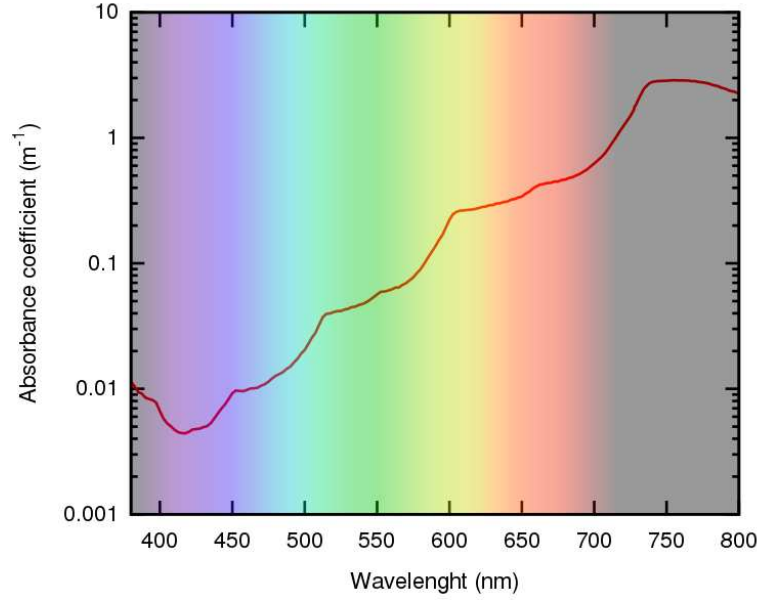


Figure 3.13: Longueur d’atténuation du spectre visible dans l’eau pure à 22°C. Attention, ici la quantité portée en graphique versus la longueur d’onde est le produit $k \times \rho$, dans la notation de la §3.5. Source: Wikipedia Commons CC0 1.0.

courtes. En bonne première approximation:

$$\log(k\rho) = -2.5 + 3.0 \frac{\lambda - 400}{350}, \quad [400 \leq \lambda \leq 750 \text{ nm}] \quad (3.40)$$

On a vu (§3.5!) que la quantité $(k\rho)^{-1}$ est une longueur d’atténuation, soit la distance sur laquelle le flux chute d’un facteur 1/e. La lumière rouge (700nm) s’atténue ainsi sur une distance de $\simeq 1$ m, tandis que la bleue (450nm) le fait sur $\simeq 100$ m. C’est pourquoi tout a déjà une teinte bleuâtre quand on nage à peine à quelques mètres de profondeur sous l’eau.

En réalité l’absorption dans les couches externe des océans est plus rapide que ce qu’on vient de déduire de la Fig. 3.13. La présence de sels ou autres minéraux dissous ou en suspension, de plancton, etc., augmente l’absorptivité, et parfois de manière fortement dépendante de la longueur d’onde, comme dans le cas du plancton. La Figure 3.13 et l’éq. (3.40) demeurent cependant des approximations raisonnables, certainement aux fins de ce cours... sauf si on s’intéresse spécifiquement au plancton et/ou à la photosynthèse qu’il produit !

3.9 Émission par la surface

Comme tout bon corps noir, la Terre irradie de l’énergie dans l’espace, à un taux proportionnel à la quatrième puissance de sa température (viz. Eq. (3.3), ce qui devrait conduire à un inexorable refroidissement. Heureusement qu’il y a l’irradiance solaire pour maintenir la surface de la Terre à une température n’approchant pas le zéro absolu.

Comme on l’a vu, pour les longueurs d’ondes plus longues que l’ultraviolet, en bonne première approximation la distribution spectrale de l’irradiance solaire ressemble beaucoup à celle d’un corps noir de température $T = 5770 \text{ K}$ (retourner zieuter la Fig. 3.2 au besoin). Le spectre correspondant est porté en graphique sur la Figure 3.14 (trait bleu), ainsi qu’en version “diluée” par un facteur $(R_\odot/\bar{d})^2$ (tirets bleus), donnant alors le flux spectral tel qu’on le mesurerait à l’orbite de la Terre, comme sur la Fig. 3.2. On a vu précédemment (§3.3) que la Terre, considérée comme un corps noir, a une température d’équilibre $T_{\text{eq}} = 287 \text{ K}$. Le spectre

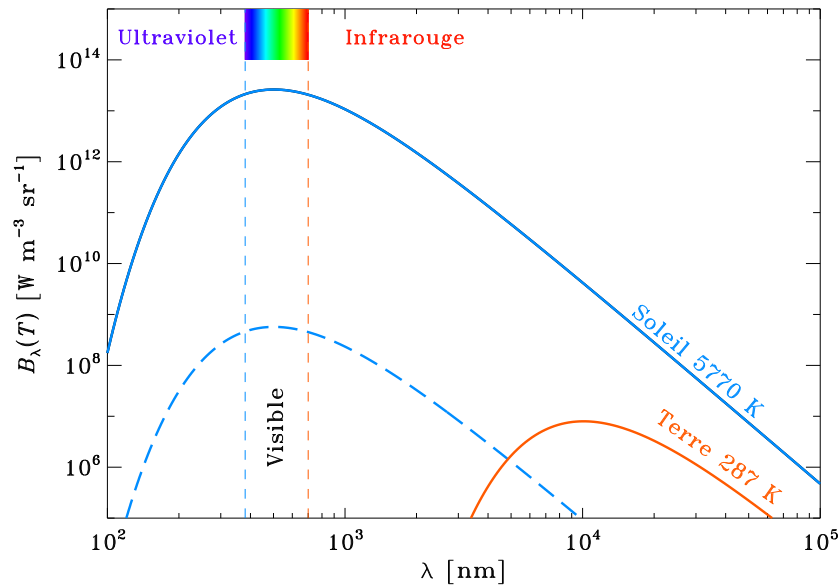


Figure 3.14: Spectres du corps noir pour des températures correspondant à la photosphère du Soleil ($T = 5770 \text{ K}$) et à la surface de la Terre ($T = 287 \text{ K}$). Notez l'échelle verticale logarithmique. Le trait en tirets bleus est le spectre solaire reporté à la distance moyenne Terre-Soleil, $\bar{d} = 1 \text{ UA} = 150 \times 10^6 \text{ km}$.

corps noir correspondant est tracé en rouge sur la Figure 3.14. Comparant les deux spectres corps noir, on constate que la majorité de l'irradiance solaire est “contenue” dans l'intervalle spectral $200 \leq \lambda \leq 3000 \text{ nm}$, tandis que le spectre d'émission thermique de la Terre se situe dans l'intervalle $3000 \leq \lambda \leq 10^5 \text{ nm}$. En climatologie anglophone on distingue souvent ces deux domaines électromagnétiques par les qualificatifs “shortwave” et “longwave”, respectivement.

La Figure 3.15 montre une image satellite de l'émission thermique de la Terre, sur son côté nuit. On peut y distinguer, dans le quadrant supérieur droit, les contours de l'Afrique du Nord, de la Péninsule Arabique, et de la Mer Méditerranée, et les plus férre.s en géographie y détecteront également la Corse, la Sardaigne et la Crète. Les régions en bleu (les plus froides) correspondent à l'émission thermique provenant des couches nuageuses en très haute altitude (donc froides), l'émission codée en rouge représente les régions les plus chaudes, soit prédominamment la surface des océans et les nuages de très basses altitudes, essentiellement à la température du sol. On remarque que les régions désertiques comme le Sahara ou l'intérieur de la Péninsule Arabique sont à des températures (codées jaune/vert) plus froides que les océans, ce qui est typique des déserts la nuit, à cause de la très faible humidité de la basse atmosphère dans ces régions.

Dans le visible et l'infrarouge rapproché, l'atmosphère (par temps clair) est pratiquement transparente, tandis que dans l'infrarouge moyen et lointain caractéristique du spectre thermique terrestre, elle est opaque sur de larges bandes de longueurs d'onde. Ceci s'avère à avoir des conséquences importantes sur le bilan énergétique planétaire.

Dans l'infrarouge entre 1 et $100 \mu\text{m}$, l'absorption par l'atmosphère est dominée par les bandes moléculaires associées aux états quantiques de vibration et rotation. Les niveaux d'énergie associés étant très rapprochés de l'un au suivant, on se retrouve avec un spectre très dense, qui se fusionne en une bande sous l'effet de l'élargissement thermique (retourner lire la §1.3 au besoin!).

La Figure 3.16 montre la variation de la transmissivité de l'atmosphère terrestre en fonction de la longueur d'onde, soit la transmissivité spectrale (t_λ), sur une plage de longueurs d'onde

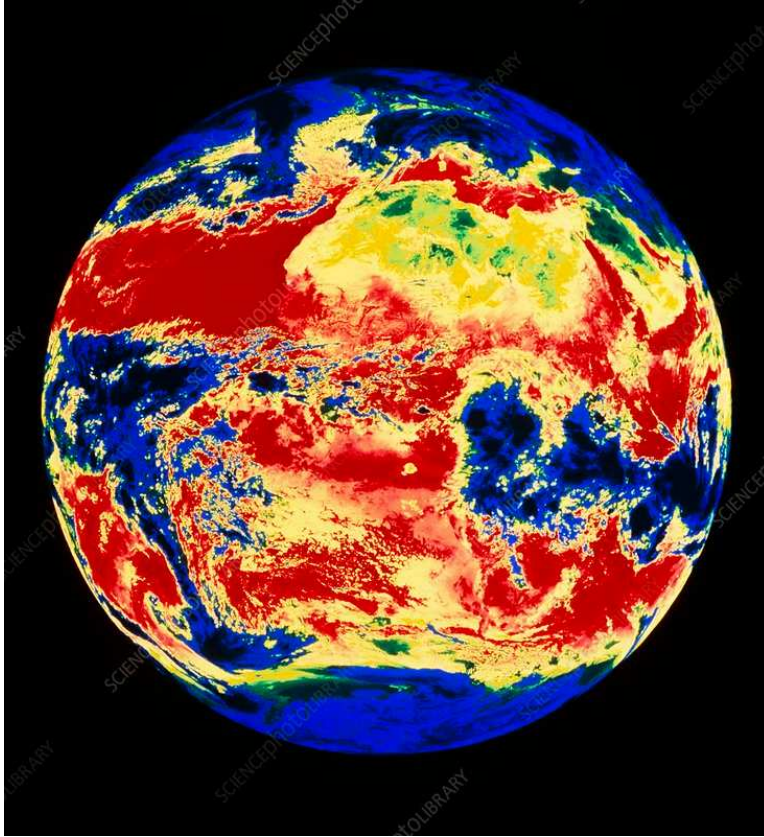


Figure 3.15: Image thermique (infrarouge) du côté nuit de la Terre. Le pôle N (S) est au haut (bas) de l'image. La température augmente du bleu au rouge. Les régions bleues correspondent à l'émission au haut des nuages de haute altitude, et les régions rouges à l'émission des océans et/ou nuages de basse altitude. Source: METEOSAT/www.sciencephoto.com.

incluant à la fois le pic du spectre solaire et celui de la radiation thermique terrestre. Le trait noir au bas du graphique montre la transmissivité spectrale totale, tandis que les traits colorés montrent la transmissivité spectrale des cinq principaux absorbeurs dans l'infrarouge rapproché et moyen ($700 \leq \lambda \leq 10^4 \text{ nm}$). Ces courbes de transmissivité ont été produites à l'aide du "Planetary Spectrum Generator" de la NASA, avec lequel vous aurez l'occasion de vous amuser en TP.

On pourrait être surpris que les principaux constituants atmosphériques, soit les molécules N_2 et O_2 , ne se retrouvent pas parmi les principaux absorbeurs. Ultimement ceci est dû au fait que ces molécules ne montrent pas de moment dipolaire électrique même quand elles vibrent, et donc n'ont pas de transitions rotationnelles, et donc pas de bandes vibration+rotation. De plus, leur (seul) mode vibratoire (symétrique, soit ν_1 dans la notation de la §1.3) est radiativement inactif. Les molécules H_2O et O_3 , par contre, sont caractérisées par un moment dipolaire permanent, et CO_2 en développe un sous vibration (modes ν_2 et ν_3 , viz. la Fig. 1.3 et le Tableau 1.2); ces constituants atmosphériques, bien que présents en faibles quantités relativement à N_2 et O_2 , se retrouvent alors à dominer l'absorption dans l'intervalle $5 \lesssim \lambda \lesssim 50 \mu\text{m}$, où la majorité de la radiation thermique est émise. Plus spécifiquement:

- Le principal absorbeur dans l'infrarouge est, de loin, la vapeur d'eau (H_2O), avec une bande vibration-rotation à $6.3 \mu\text{m}$, et une large bande purement rotationnelle au delà de $12 \mu\text{m}$, dominant l'absorption à $\approx 20 \mu\text{m}$ et plus;

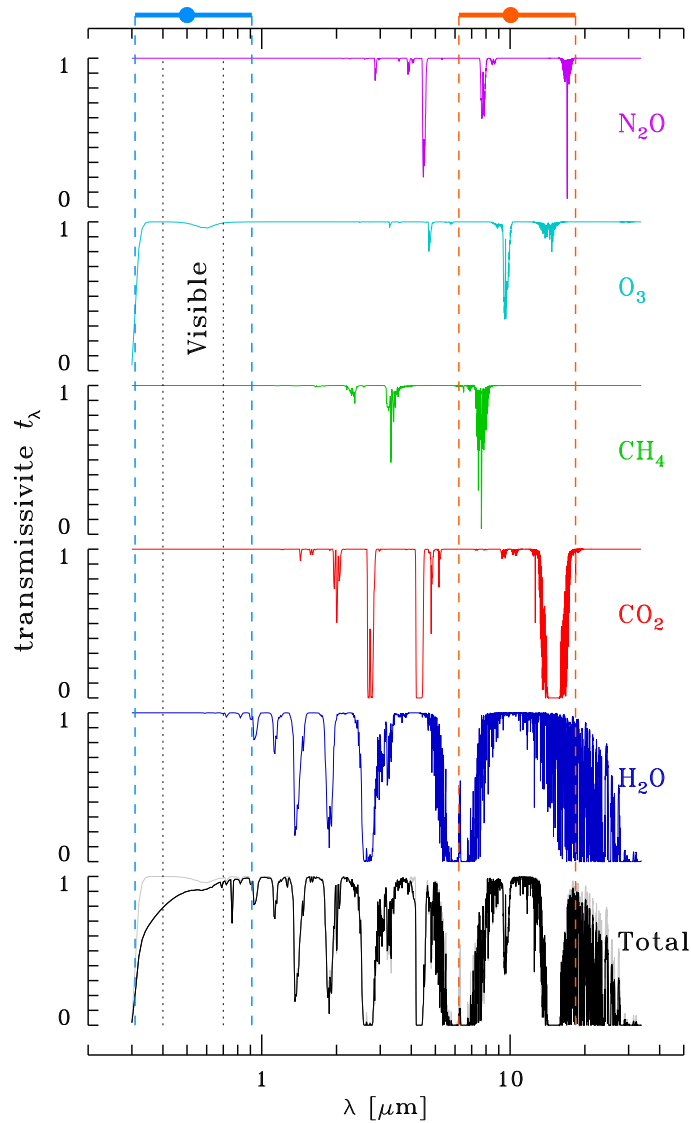


Figure 3.16: Transmissivité atmosphérique spectrale t_λ versus la longueur d'onde, de 200nm (ultraviolet) jusqu'à $50\mu\text{m}$ (infrarouge lointain). Les transmissivités spectrales associées aux cinq principaux absorbeurs atmosphériques dans l'infrarouge sont portées en graphique individuellement, ainsi que la transmissivité totale (en noir). Les traits et points colorés bleu/rouge le long de l'axe supérieur indiquent le pic du corps noir à $T_{\text{eff}} = 5770$ et 287 K , ainsi que la plage de longueurs d'onde correspondante où le $B_\lambda(T)$ est supérieur à 50% de sa valeur maximale. Figure produite à partir de données numériques générées par le Planetary Spectrum Generator (NASA-GSFC), psg.gsfc.nasa.gov.

- Le dioxyde de carbone (CO_2) a une très forte bande de vibration-rotation à $\simeq 15\mu\text{m}$, soit au pic de l'émission thermique de l'atmosphère terrestre à 288K.
- Dans l'infrarouge rapproché ($0.7 \lesssim \lambda \lesssim 3\mu\text{m}$), une séquence de bandes vibration-rotation de H_2O , et à un degré moindre de CO_2 , domine l'absorption atmosphérique de l'irradiance solaire.
- L'ozone a une bande d'absorption à $9.3\mu\text{m}$, qui bien que relativement mince, tombe dans la "fenêtre" de transmission entre 8 et $12\mu\text{m}$ laissée ouverte par H_2O et CO_2 .
- Sous $\simeq 0.3\mu\text{m}$ (300nm), la photodissociation de l'ozone (O_3) domine l'absorption, qui se produit principalement dans la stratosphère.
- Finalement, sous $\simeq 0.2\mu\text{m}$, la photodissociation de N_2 et O_2 domine l'absorption, qui se produit dans la haute stratosphère et thermosphère (viz. Fig. 2.5).

La transmissivité étant essentiellement une mesure de la probabilité qu'un photon ne soit *pas* absorbé, la transmissivité spectrale totale d'un mélange de diverses espèces chimiques est alors donnée par le *produit* des transmissivités associées à chaque espèce chimique:

$$t_\lambda = \prod_k t_{\lambda,k} , \quad k \equiv [\text{H}_2\text{O}, \text{CO}_2, \text{CH}_4, \text{O}_3, \text{N}_2\text{O}] \quad (3.41)$$

Cette quantité est tracée en gris au bas de la Fig. 3.16, pour nos cinq espèces chimiques dominant l'absorption atmosphérique dans l'infrarouge; les deux principales différences avec la transmissivité spectrale totale simulée (en noir) sont (1) dans le visible, où la dispersion de Rayleigh (§3.6.1) atténue préférentiellement le coté bleu du spectre électromagnétique dans le visible; ce n'est pas de l'absorption à proprement parler, puisque la radiation est réémise isotropiquement dans le plan perpendiculaire à $\mathbf{E}$, à la même longueur d'onde, et donc n'est pas toute perdue, énergétiquement parlant. (2) Au delà de $\simeq 20\mu\text{m}$, l'absorption manquante est due en bonne partie au dimère $\text{H}_2\text{O} + \text{H}_2\text{O}$, qui produit un continu d'absorption.

Dénotons par t_λ la transmissivité atmosphérique totale (en noir au bas de la Fig. 3.16) à une longueur d'onde λ ; la transmissivité nette dans une bande de longueur d'onde donnée peut se calculer en pondérant t_λ par le spectre corps noir évalué à cette même longueur d'onde, le tout intégré sur ladite bande de longueur d'onde. On peut ainsi calculer la transmissivité nette de l'atmosphère par rapport à l'irradiance solaire dans le visible, et par rapport au spectre thermique terrestre dans l'infrarouge:

$$\langle t \rangle_{\text{Vis}} = \int_{0.3\mu\text{m}}^{0.9\mu\text{m}} B_\lambda(T=5770) t_\lambda d\lambda \bigg/ \int_{0.3\mu\text{m}}^{0.9\mu\text{m}} B_\lambda(T=5770) d\lambda , \quad (3.42)$$

$$\langle t \rangle_{\text{IR}} = \int_{6\mu\text{m}}^{30\mu\text{m}} B_\lambda(T=287) t_\lambda d\lambda \bigg/ \int_{6\mu\text{m}}^{30\mu\text{m}} B_\lambda(T=287) d\lambda , \quad (3.43)$$

Les bornes des deux régimes spectraux correspondent aux intervalles indiqués en bleu et rouge au haut de la Fig. 3.16; pour le profil de transmissivité atmosphérique de la Fig. 3.16, on trouve ainsi:

$$\langle t \rangle_{\text{Vis}} = 0.88 , \quad \langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.51 . \quad (3.44)$$

Vous aurez l'occasion de vérifier en TP que les valeurs exactes des bornes d'intégration choisies TP3 ci-dessus n'influencent pas énormément le résultat final. Par exemple, si se on se limite à l'intervalle spectral du formellement visible ($0.3 \leq \lambda \leq 0.7\mu\text{m}$), on trouve $\langle t \rangle_{\text{Vis}} = 0.85$.

Bref, le message important: l'atmosphère terrestre est essentiellement transparente au gros de l'irradiance solaire, mais opaque à la radiation thermique terrestre dans l'infrarouge, sauf dans une mince fenêtre spectrale allant de 8 à $12\mu\text{m}$, ...mais centrée sur le pic d'émission thermique ! De plus, cette fenêtre étant bornée par des bandes d'absorption du méthane et du dioxyde de carbone, on peut déjà anticiper l'importance de la contribution de ces constituant atmosphériques pourtant mineurs (voir Tableau 2.1) à l'effet de serre...

3.10 Bilan radiatif global

Nous avons débuté ce chapitre en calculant (§3.3) la température d'équilibre $T_{\text{eq}} = 278 \text{ K}$ pour laquelle une Terre (sans atmosphère et d'albedo nul) demeure à l'équilibre thermique. Il s'agit maintenant de le clore en recalculant T_{eq} , cette fois prenant en considération l'effet de l'atmosphère et des sols/océans.

Établissons un bilan énergétique planétaire en utilisant l'approche système RSPF introduite à la §1.4... et apprivoisée au premier TP! La Figure 3.17 en illustre les différentes composantes:

- Nous avons deux réservoirs thermiques: l'atmosphère et les sols/océans, caractérisés par des températures T_a et T_s respectivement;
- Le réservoir sol/océan à une source, soit l'insolation solaire S_0 , qui par hypothèse traverse l'atmosphère sans atténuation, mais dont une fraction $(1 - \alpha)$ (α étant l'albedo) est réfléchié dans l'espace et donc ne contribue pas à l'insolation au sol;
- Le réservoir "atmosphère" irradie la moitié de son flux thermique ($0.5\sigma T_a^4$) vers l'espace, et l'autre moitié vers le bas, ce qui correspond à un flux entrant $= 0.5\sigma T_a^4$ pour le réservoir sol/océan;
- Le réservoir sol/océan transfère un flux thermique σT_s^4 au réservoir atmosphère.

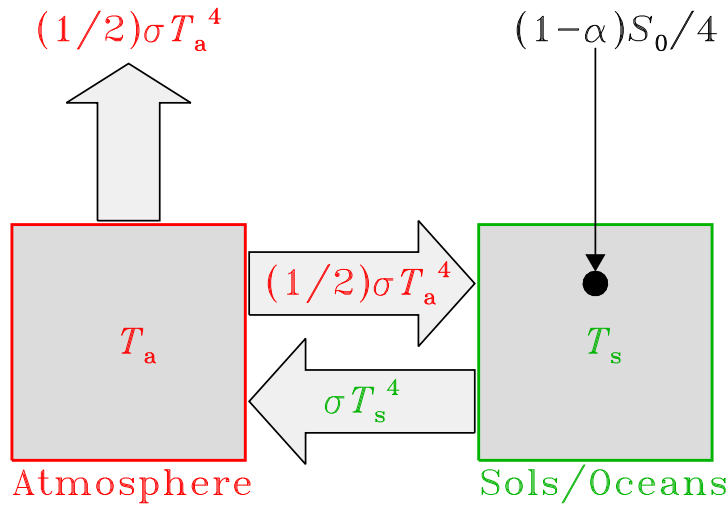


Figure 3.17: Le système Atmosphère+Sols et océans, en représentation Réservoir+Source+Puit+Flux. On suppose que l'atmosphère est complètement transparente à l'irradiance solaire, et complètement opaque à la radiation thermique provenant de la surface. Dans une telle situation l'atmosphère envoie la moitié de sa radiation thermique vers l'espace, et l'autre moitié vers la surface (voir texte).

Il ne nous reste plus qu'à écrire nos équations de bilan. On se limitera ici au régime stationnaire, où le système est globalement à l'équilibre (tous les $d/dt = 0$); les flux totaux entrant et sortant de chaque réservoir doivent alors être nuls:

$$\text{Atmosphère} : 0 = \sigma T_s^4 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \sigma T_a^4 \right) \quad \rightarrow \quad T_a = T_s, \quad (3.45)$$

$$\text{Sol/Océan} : 0 = \frac{(1-\alpha)S_0}{4} + \frac{1}{2} \sigma T_a^4 - \sigma T_s^4. \quad (3.46)$$

De ces deux expressions on tire immédiatement:

$$T_{\text{eq}} = \left(\frac{(1 - \alpha)S_0}{2\sigma} \right)^{1/4} = 304 \text{ K} , \quad (3.47)$$

soit 31°C, nettement plus chaud que le −18°C obtenu à la §3.7 en ne prenant en considération que l'effet de l'albedo sur la température d'équilibre. Pas mal trop chaud, en fait, en comparaison avec la température terrestre moyenne mesurée, 14°C. C'est une manifestation de ce très fameux **effet de serre**, ici dans sa forme la plus extrême puisque *toute* la radiation thermique de la surface est supposée être absorbée dans l'atmosphère, ce qui n'est pas le cas avec l'atmosphère terrestre, bien que l'absorption y soit substantielle. Au delà de la simplicité du modèle, introduire un puit thermique supplémentaire, directement du réservoir sol/océan vers l'espace, peut nous ramener au 14° observé. Un des problèmes en fin de chapitre vous guide dans cet exercice.

Exercices:

3.1: Considérons que le soleil émet un spectre d'onde électromagnétique bien décrit par la Loi de Planck pour un corps noir à $T = 5770 \text{ K}$. Calculez la fraction de l'énergie totale émise dans les bandes de longueur d'onde suivantes:

1. Ultraviolet éloigné: $10 \leq \lambda \leq 121 \text{ nm}$;
2. Ultraviolet moyen: $121 \leq \lambda \leq 300 \text{ nm}$;
3. Ultraviolet rapproché: $300 \leq \lambda \leq 400 \text{ nm}$;
4. Lumière visible rapproché: $400 \leq \lambda \leq 700 \text{ nm}$;
5. Infrarouge rapproché: $700 \leq \lambda \leq 10^3 \text{ nm}$;
6. Infrarouge moyen: $10^3 \leq \lambda \leq 10^4 \text{ nm}$;
7. Infrarouge éloigné: $10^4 \leq \lambda \leq 10^5 \text{ nm}$;

3.2: Refaites les calculs de l'exercice précédent, cette fois pour un corps noir de température $T = 287 \text{ K}$, caractéristique de l'émission thermique de la Terre.

3.3: Considérons encore une fois l'émission électromagnétique du Soleil comme identique à celle d'un corps noir à $T = 5770 \text{ K}$. Calculez l'irradiance attendue au haut de l'atmosphère terrestre.

3.4: Allez fouiner sur internet (ou ailleurs) pour trouver les distances et températures moyennes des planètes Mercure, Vénus, Mars et Jupiter; calculez leur températures d'équilibre, et comparez aux valeurs mesurées. Réfléchissez aux origines possibles des différences, le cas échéant.

3.5: Calculez Q (équation (3.7)) en fonction de l'heure de la journée à la latitude de Montréal le jour de l'équinoxe. Faites le calcul pour une atmosphère complètement transparente. Il pourrait être une bonne idée de commencer par reproduire la Fig. 3.5. Une forme purement sinusoidale représenterait-elle bien la variation de $Q(t)$ entre les lever et coucher du soleil ? Si vous ajustez une forme sinusoidale à votre $Q(t)$ correctement calculé, quelle est l'erreur relative maximale sur l'irradiance au sol et à quelle heure de la journée se produit-elle ?

3.6: Répétez les calculs de l'exercice précédent, mais cette fois en prenant en compte l'atténuation du flux radiatif selon la Loi de Beer (§3.5). Vous pouvez supposer une longueur d'atténuation de 10km.

3.7: À partir de l'éq. (3.25), démontrez que le chauffage par absorption est maximal à une profondeur optique $\tau = 1$.

3.8: Calculez la profondeur géométrique correspondant à la profondeur optique $\tau = 1$ d'une colonne d'eau dans l'océan, aux longueurs d'onde $\lambda = 400, 500, 600$ et 700nm . La Figure 3.13 vous sera très utile dans ce processus.

3.9: On considère une atmosphère sans absorption mais avec forte dispersion (§3.6.2) due à une très forte densité d'aérosols produits par des feux de forêt, par exemple. À quelle profondeur optique τ_{tot} l'irradiance diffuse devient-elle égale à l'irradiance transmise? Faites votre calcul pour des angles zénithaux de $30, 45$ et 60° . Que devient l'irradiance diffuse dans la limite $\tau_{\text{tot}} \rightarrow \infty$?

3.10: La transmissivité de l'atmosphère dans la partie infrarouge du spectre thermique de la Terre est notoirement difficile à calculer *ab initio*, car elle dépend de manière très sensible de la composition de l'atmosphère (contenu en vapeur d'eau, en CO_2 , en méthane, etc.) ainsi que de la longueur d'onde (vous vérifierez ça en TP!). Aux fins de cet exercice supposons simplement qu'une fraction t ($0 \leq t \leq 1$) du flux thermique émis au niveau de la surface s'échappe dans l'espace. Modifiez le modèle de la Figure 3.17 pour prendre en considération ce puit supplémentaire, et calculez la valeur de t qui conduit à une température d'équilibre de 14°C en surface. Votre valeur de t se compare-t-elle bien à celle obtenue à la fin de la §3.9 ?

3.11: Reprenez le modèle stationnaire de calcul de l'effet de serre de la §3.9, mais en y ajoutant une seconde couche atmosphérique élevée, pour représenter la stratosphère. Vous pouvez supposer la stratosphère également totalement transparente à la lumière visible, mais totalement opaque à la radiation thermique infrarouge. Votre température au sol se retrouve-t-elle plus petite ou plus grande que sans cette couche stratosphérique ?

Bibliographie:

Pour plus de détails (et données) sur le spectre solaire, voir par exemple:

sunclimate.gsfc.nasa.gov/ssi-reference-spectra

Sur la TSI et toutes les subtilités associées à la production du composite de la Fig. 3.3, voir:

<http://spot.colorado.edu/~koppg/TSI>

Bien que sujettes à plusieurs élaborations de mon cru, les §3.4 et 3.5 sont fortement inspirées de la présentation de ces sujets faites aux sections 2.7 et 3.6 de l'ouvrage de Hartmann cité en bibliographie à la fin du chapitre 1.

La section 3.6.2 s'inspire quant à elle de la §5.3.4 de Monteith & Unsworth, qui présente deux séries de mesures, en format équivalent à la Fig. 3.9, et qui s'y collent très bien. La §3.6.3 est basée en partie sur la §3.9 de Hartmann, qui présente aussi des mesures et calcul d'albedo et absorptivité pour des nuages prototypiques.

Chapitre 4

Processus physiques II. Matière

Nous avons vu au chapitre précédent comment la radiation transporte et redistribue l'énergie à travers les différentes “sphères” de l'environnement physique. La matière en mouvement (vents, courants marins, précipitations, évaporation, écoulements de surface ou subsurface, etc.) peut également transporter de l'énergie, en plus évidemment de la masse, et de divers “contaminants” présents dans l'air ou dans l'eau. Du point de vue environnemental les bilans de masse sont aussi pertinents que les bilans d'énergie. En plus de ce **transport** par les écoulements, ces derniers peuvent également conduire au **mélange**, autre phénomène de grande importance dans un contexte environnemental.

La dynamique des écoulements définit l'**hydrodynamique**, sujet d'un cours de troisième année (PHY-3140) que je vous recommande fortement si le sujet vous intéresse. Dans le cadre de PHY-2100, nous allons, la plupart du temps, considérer les écoulements comme connus (soit mesurés, soit déjà calculés), et allons nous concentrer sur leurs effets en contexte environnemental.

Ce chapitre, de longueur substantielle, débute par une présentation d'un phénomènes physique de grande importance contrôlant la dispersion et concentration spatiale de matière dans l'environnement: la **diffusion** (§4.1); ceci est suivi d'un survol de l'hydrodynamique, avec emphase sur le transport de masse par les écoulements (§4.2). On se tourne ensuite vers deux processus physiques de grande importance environnementale, soit la **sédimentation** (§4.3) et la **percolation** (§4.4).

4.1 La diffusion

Imaginons la situation suivante: un flacon d'after shave Brut Magnum 45 est ouvert dans le coin d'une pièce fermée. La pression partielle des molécules puantes étant initialement nulle dans l'air, celles contenues dans le flacon commenceront à s'évaporer et se disperser dans l'air, en réponse aux perpétuelles collisions dues au mouvement thermique des molécules de N_2 et O_2 . Après un certain temps la situation ressemblera à celle illustrée sur la Figure 4.1. Continuellement bousculées par N_2 et O_2 , les molécules puantes effectuent une forme de marche aléatoire qui, en moyenne, les éloignent de leur source, ici située en bas à gauche. Cette situation exemplifie les processus dit de **diffusion**.

Dans cette marche aléatoire, la direction de chaque pas est déterminée par les aléas des collisions inter-particules, leur longueur par la distance interparticule moyenne, et la durée du pas par le temps moyen s'écoulant entre deux collisions successives. Mais, puisque les molécules d'air (essentiellement N_2 et O_2) sont beaucoup plus nombreuses que celles de Brut 45 Magnum (heureusement d'ailleurs), ces dernières feront des collisions presque uniquement avec O_2 ou N_2 , et presque jamais avec une autre molécule de Brut 45. Donc le mouvement de chaque molécule de Brut est complètement découplée des autres. On dirait ici du Brut 45 Magnum qu'il est un **contaminant trace** diffusant dans l'air.

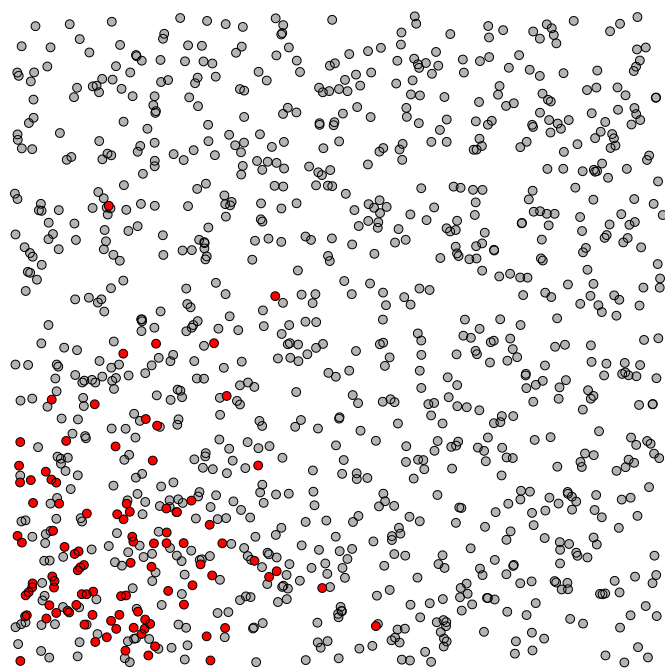


Figure 4.1: Représentation schématique d'un fluide à deux composantes, ici des molécules d'air ($80\%N_2+18\%O_2$, composante 1, en gris) et de Brut Magnum 45 (composante 2, en rouge), vu ici à l'échelle microscopique. La source du Brut Magnum 45 est dans le coin inférieur gauche. La composante (2) agit comme un contaminant trace en autant que son nombre de particules $N(2)$ est $\ll N(1)$; dans une telle situation, les paramètres thermodynamiques du gaz (densité, température, pression, etc.) sont complètement déterminés par la composante 1, et la diffusion de la composante 2 s'apparente à une marche aléatoire où les collisions avec la composante 1 réorientent aléatoirement la direction de déplacement des constituants de la composante 2.

4.1.1 Diffusion = marche aléatoire

La diffusion est la manifestation macroscopique de la marche aléatoire (mouvement Brownien) des constituant microscopiques d'un mélange, sous l'influence de leur agitation thermique. Considérons la variation suivante sur le thème de la marche aléatoire en une dimension spatiale: chaque marcheur fait un pas $s = \pm 1$, mais la marche est limitée par deux "murs" à $x = 100$ et $x = -100$, et les marcheurs frappant le mur "rebondissent" d'un pas dans la direction opposée. De plus, choisissons une condition initiale où tous les marcheurs débutent à des positions distribuées de manière aléatoire mais statistiquement uniforme dans le sous-intervalle $-100 < x \leq 0$, soit dans la moitié gauche du domaine. Tous les marcheurs font leur pas de manière synchronisée dans le temps, mais sinon de manière totalement découplée l'un de l'autre.

La Figure 4.2 montre une séquence temporelle d'histogrammes décrivant la distribution des positions des marcheurs à mesure que la marche aléatoire progresse. La distribution, initialement très raide à $x = 0$, s'étale graduellement avec le temps, mesuré en pas de marche aléatoire. Cet étalement résulte du fait que plus de marcheurs traversent de la moitié gauche du domaine vers la moitié droite que dans le sens inverse, en raison du simple fait qu'il y a initialement beaucoup plus de marcheurs du côté gauche. Ce n'est que lorsqu'il y aura autant de marcheurs de chaque côté de $x = 0$ que le système pourra devenir statistiquement stationnaire.

L'annexe B détaille la mathématique de la marche aléatoire en plus d'une dimension spatiale.

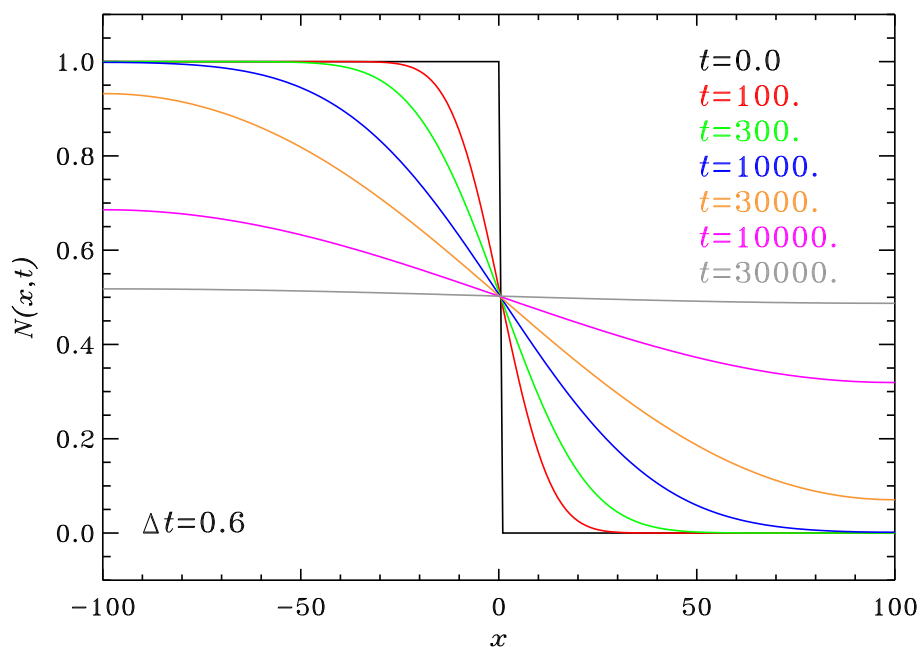
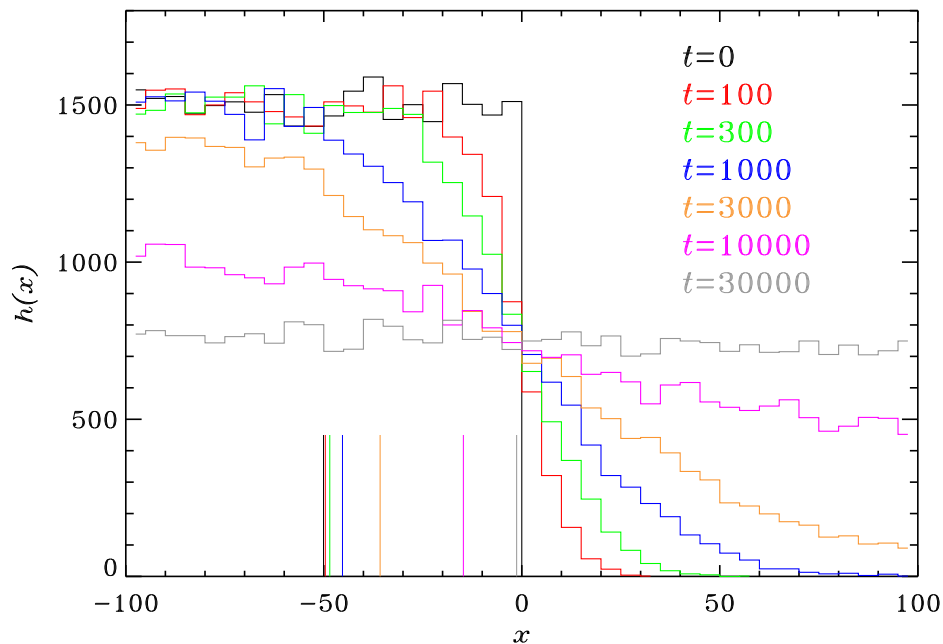


Figure 4.3: Solution numérique de l'équation de diffusion (4.4) avec les conditions initiale et limites données par les équations (4.6), avec $\Delta x = 1$ et $\Delta t = 0.25$.

On y démontre que l'étalement graduel d'une concentration de "particules" décrivant chacune une marche aléatoire, comme sur la Fig. 4.2, n'est pas limité aux situations en une dimension spatiale; cet étalement est en fait représentatif des processus dits de **diffusion**.

Dans un contexte environnemental, il est hors de question de commencer à simuler les processus de dispersion par diffusion en calculant explicitement la dispersion des contaminants comme des marches aléatoires, le nombre de "marcheurs" impliqués étant carrément astronomique (plus précisément: plusieurs fois le nombre d'Avogadro), même si on se limitait à la diffusion du Brut Magnum 45 dans une petite salle de classe. On doit donc établir une représentation mathématique du processus de diffusion sous la forme d'équations différentielles impliquant des variables globales comme la densité, la concentration du contaminant, etc.

Revenons à notre marche aléatoire en 1D confinée à l'intervalle $-100 \leq x \leq 100$ (Fig. 4.2). Examinons ce qui se passe à une position x_0 quelconque; comme l'illustre la Figure 4.4, seules les particules situées dans l'intervalle $x_0 - |s| < x < x_0 + |s|$ (région grise) ont une chance de traverser x_0 au prochain pas de marche, mais seulement si le pas se fait dans la bonne direction ($s = +1$, en rouge, pour les particules situées dans $x_0 - |s| < x < x_0$, et $s = -1$, en vert, pour celles dans $x_0 < x < x_0 + |s|$). Pour des directions équiprobables, la moitié des particules

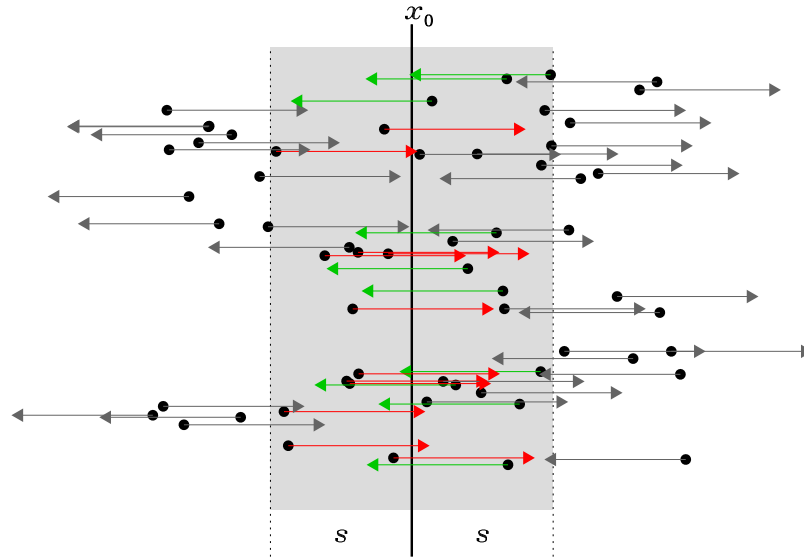


Figure 4.4: Pour un groupe de marcheurs aléatoires en 1D distribués aléatoirement en x , seuls ceux situés à une distance inférieure d'un pas s à une position quelconque x_0 auront la possibilité de traverser x_0 au prochain pas, mais seulement si ce pas est pris dans la "bonne" direction, soit vers la gauche (flèches vertes) pour les marcheurs situés dans l'intervalle $x_0 \leq x \leq x_0 + s$, ou vers la droite (flèches rouges) pour les marcheurs dans l'intervalle $x_0 - s \leq x \leq x_0$. La position verticale des particules est ici arbitraire, et sans conséquence pour l'argument.

dans chaque intervalle feront ce pas dans la "bonne" direction. Donc le nombre *net* δN de particules traversant la position x_0 vers la droite sera donné par quelque chose comme

$$\delta N(x_0) = \frac{1}{2}N(x_0 - |s|) - \frac{1}{2}N(x_0 + |s|) . \quad (4.1)$$

Considérons maintenant l'intervalle $x_0 - |s| < x < x_0 + |s|$ dans son ensemble, et dénotons par $N(x_0, t)$ le nombre de particules contenues dans cet intervalle au temps t . Le nombre au temps $t + \Delta t$ sera donné par le nombre au temps t plus le gain net entré du côté gauche (à $x_0 - |s|$) moins la perte de ce qui est sorti du côté droit (à $x_0 + |s|$). Évaluant l'éq. (4.1) à $x_0 - |s|$ et

$x_0 + |s|$, on arrive à:

$$\begin{aligned} N(x, t + \Delta t) &= N(x, t) + \delta N(x - s) - \delta N(x + s) \\ &= N(x, t) + \left[\left(\frac{1}{2} N(x - 2s) - \frac{1}{2} N(x) \right) - \left(\frac{1}{2} N(x) - \frac{1}{2} N(x + 2s) \right) \right] \\ &= N(x, t) + \frac{1}{2} (N(x + 2s) - 2N(x) + N(x - 2s)) , \end{aligned} \quad (4.2)$$

où on largué l'indice "0" sur le x et la valeur absolue sur s afin d'alléger la notation. Divisant les membres de gauche et de droite par Δt , on peut réécrire cette expression sous la forme équivalente:

$$\frac{N(x, t + \Delta t) - N(x, t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left(\frac{(2s)^2}{\Delta t} \right) \times \left(\frac{N(x + 2s) - 2N(x) + N(x - 2s)}{(2s)^2} \right). \quad (4.3)$$

La seconde parenthèse au membre de droite ressemble à quelque chose que vous avez déjà vu en PHY-1234 (j'espère), soit une formule de différence finie centrée pour la dérivée seconde par rapport à x pour un pas spatial $h \equiv 2s$, tandis que le membre de gauche ressemble tout autant à une formule de différence finie avant pour la dérivée temporelle, pour un pas temporel $h \equiv \Delta t$. Si l'on accepte ces interprétations, l'éq. (4.3) représenterait alors une discrétisation par différences finies de l'équation différentielle suivante:

$$\frac{\partial N(x, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N(x, t)}{\partial x^2}, \quad (4.4)$$

où on a défini le coefficient numérique

$$D = \frac{2s^2}{\Delta t}, \quad (4.5)$$

La Figure 4.3 présente une solution numérique de l'éq. (4.4), avec $D = 2$ et conditions initiales et limites:

$$N(x, t = 0) = \begin{cases} 1 & x \leq 0 \\ 0 & x > 0 \end{cases}, \quad \frac{\partial N}{\partial x} \Big|_{x=-100} = \frac{\partial N}{\partial x} \Big|_{x=+100} = 0. \quad (4.6)$$

Comparez maintenant ceci à la Figure 4.2; La solution a été tracée aux mêmes temps équivalents, et avec le même code de couleur pour les différents traits. Il est clair que l'éq. (4.4) est une excellente représentation de la marche aléatoire en 1D, même dans la limite d'un nombre de marcheurs élevé mais encore très loin de l'infini.

En contexte environnemental, il est d'usage d'écrire l'équation (4.4) non pas en terme du nombre N de molécules de contaminant, mais plutôt de sa **concentration**, souvent définie comme le rapport de la densité contaminant (ρ_c) par rapport à la densité totale du milieu (ρ):

$$c = \frac{\rho_c}{\rho}, \quad (4.7)$$

soit une quantité adimensionnelle. Mais je n'ai pu que constater que dans bien des ouvrages de sciences environnementales, le terme "concentration" est souvent utilisé pour caractériser la densité du contaminant (ρ_c) comme telle, dans lequel cas la concentration (dénnotée par un "C" majuscule dans tout ce qui suit) a des unités de kg m^{-3} . C'est en fait une définition souvent plus pratique quand vient le temps de quantifier la magnitude d'une source de contaminant, et celle adoptée dans ce qui suit. Notre équation (4.4) devient alors:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(\mathbf{x}, t)}{\partial x^2}, \quad (4.8)$$

qui se généralise en plus d'une dimension spatiale à:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = D \nabla^2 C(\mathbf{x}, t), \quad (4.9)$$

et est appelée **équation de diffusion**. Remarquons que puisque $\nabla^2 C \equiv \nabla \cdot (\nabla C)$, avec D constant cette expression a la forme de notre loi de conservation générique (1.36), en l'absence de sources ou puits et si l'on définit le **flux diffusif** selon

$$\mathbf{q}_D = -D\nabla C, \quad [\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}] \quad (4.10)$$

ce qui est tout à fait cohérent avec le développement ayant mené à (4.4)¹. La quantité D (unités: $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$) est le **coefficient de diffusion**, et mesure le taux auquel se disperse le contaminant trace dans le milieu ambiant.

Notons bien que D caractérise la diffusion d'un contaminant spécifique dans un milieu ambiant tout aussi spécifique. Un calcul *ab initio* de D est possible via la théorie cinétique dite de Chapman-Enskog, mais c'est un exercice assez violent en physique statistique; en physique environnementale il est plutôt d'usage de mesurer D en laboratoire pour un mélange spécifique. Le Tableau 4.1 liste des coefficients de diffusion pour quelques contaminants d'intérêt, diffusant dans l'air ou l'eau.

Table 4.1: Coefficients de diffusion D [$\text{m}^2 \text{s}^{-1}$] dans l'air et dans l'eau

Substance	dans l'air (20° C)	dans l'eau (25° C)
Ar	1.89×10^{-5}	2×10^{-9}
CH ₄	2.1×10^{-5}	1.49×10^{-9}
CO	2.08×10^{-5}	2.03×10^{-9}
CO ₂	0.16×10^{-5}	1.92×10^{-9}
H ₂ O	2.42×10^{-5}	
H	7.56×10^{-5}	
NaCl		1.61×10^{-9}
Acetone		1.16×10^{-9}
Benzene		1.02×10^{-9}
Ethanol		0.84×10^{-9}
Nominal	10^{-5}	10^{-9}

Source: voir bibliographie

Si on repense à la diffusion comme étant due, à l'échelle microscopique, au mouvement thermique des constituants décrit par une marche aléatoire, alors on peut poser l'équivalence $s \equiv \ell$ et $\Delta t \equiv \ell/v_{\text{th}}$, et l'éq. (4.5) donnerait alors:

$$D = 2v_{\text{th}}\ell. \quad (4.11)$$

On en concluerait qu'un gaz peu dense (plus grand libre parcours moyen) conduira à une diffusion plus rapide. De même, dans un gaz chaud les constituants microscopiques se déplacent plus rapidement, et donc v_{th} est plus grand et (à densité égale) le temps inter-collisions est plus court, ce qui nous ferait prédire que D augmente avec la température. Ces deux attentes s'avèrent conformes à l'expérience. Pour l'Argon dans l'air, par exemple, D passe de $0.167 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ à $0.289 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ quand l'air réchauffe de 0° à 100° C. Mais encore ici, aux fins de ce cours, en bonne première approximation on négligera la plupart du temps cette dépendance en température.

Pour la majorité des espèces chimiques d'intérêt en physique environnementale, en bonne première approximation et sauf avis contraire, on utilisera des valeurs nominales $D = 10^{-5} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ pour la diffusion dans l'air, et $D = 10^{-9} \text{ m}^2 \text{s}^{-1}$ pour la diffusion dans l'eau.

4.1.2 Le temps de diffusion

Notre équation de diffusion est une équation différentielle linéaire aux dérivées partielles (EDPs), dont la solution n'est pas exactement de la tarte, comme on le verra sous peu. On peut cepen-

¹Petit quiz: où se trouve le gradient dans l'équation (4.2)?

dant en extraire de l'information très pertinentes sans la solutionner formellement, via l'**analyse dimensionnelle**.

Travaillons avec l'équation de diffusion pure (4.8), et supposons que l'on puisse jauger "à l'oeil" une longueur caractéristique (L) et un temps caractéristique τ sur lesquels varie C . Dimensionnellement, on aurait alors:

$$\begin{aligned}\frac{\partial C}{\partial t} &\rightarrow \frac{C_0}{\tau} , \\ D\nabla^2 C &\rightarrow \frac{D C_0}{L^2} .\end{aligned}$$

Appliquant cette procédure à notre équation de diffusion:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla^2 C , \quad \rightarrow \quad \frac{C_0}{\tau} \sim D \frac{C_0}{L^2} \quad (4.12)$$

Les C_0 se simplifient, conséquence du fait que notre équation de diffusion est linéaire en C . On a donc:

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{D}{L^2} . \quad (4.13)$$

Ceci permet d'estimer l'ordre de grandeur du temps caractéristique de la diffusion de C sur une échelle spatiale L :

$$\tau_D = \frac{L^2}{D} . \quad (4.14)$$

C'est le **temps de diffusion**. Ce genre d'analyse dimensionnelle permet d'obtenir assez facilement des estimés de type ordre de grandeur pour des phénomènes dont un calcul complet serait passablement plus complexe; on en fera usage à répétition au fil du cours²

4.1.3 Solutions analytiques à l'équation de diffusion

BvG, §7.1.1

En physique environnementale on s'intéressera souvent à la solution de l'équation de diffusion en présence d'une source de contaminant, dépendant potentiellement de temps et de la position. L'équation (4.9) devient alors:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x}, t)}{\partial t} = D\nabla^2 C(\mathbf{x}, t) + S(\mathbf{x}, t) , \quad (4.17)$$

où la concentration C est mesurée en kg m^{-3} , et sa source en $\text{kg m}^{-3} \text{s}^{-1}$.

Débutant avec Jean-Baptiste Fourier (1768–1830), faisant par la suite une passe à Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) qui fait un punt posthume de l'autre côté de la Manche à Georges Gabriel Stokes (1819–1903; grand matheux et expert du 2-pour-1 —et même parfois 3-pour-1— dans l'application de solution mathématiques à des problèmes physiques), une panoplie de méthodes mathématiques ont été développées permettant d'obtenir des solutions analytiques à l'équation de diffusion (4.17), avec ou sans terme source, dans des situations géométriquement simples mais tout de même pertinentes en physique environnementale (entre autre): transformée de Laplace, solutions autosimilaires, solutions par fonctions de Green, etc. Vous avez déjà fait connaissance avec certaines de ces méthodes dans vos cours de math, et d'autres sont couvertes

²Le temps de diffusion permet également d'**adimensionnaliser** notre équation de diffusion. Introduisons les variables adimensionnelles suivantes:

$$x^* = x/L , \quad t^* = t/\tau_D , \quad (4.15)$$

et substituons ces définitions dans l'éq. (4.8); on obtient:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x}^*, t^*)}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 C(\mathbf{x}^*, t^*)}{\partial x^{*2}} . \quad (4.16)$$

Le coefficient de diffusion D a disparu de l'équation, ayant été absorbé dans le temps de diffusion qui est maintenant l'unité de temps pour la variable temporelle.

en PHY-3140. On se bornera ici à simplement lister quelques solutions qui nous seront utiles plus loin³.

Aplanissement d'une discontinuité

On revient d'abord, mais en version continue, au petit problème introduit à la §4.1.1: l'aplanissement graduel d'une discontinuité initiale de la concentration dans un domaine spatial infini en 1D ($-\infty \leq x \leq \infty$), en l'absence de toute source de C autre que la quantité présente à $t = 0$. On doit alors solutionner l'équation de diffusion (4.17) avec $S = 0$ et comme condition initiale:

$$C(x, t = 0) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ C_0, & x \geq 0 \end{cases} . \quad (4.18)$$

Notons que dans un tel problème 1D, la concentration est maintenant mesurée en kg m^{-1} . La solution prend la forme:

$$C(x, t) = \frac{C_0}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}} \right) \right] . \quad (4.19)$$

avec $\operatorname{erf}(\beta)$ étant la **fonction d'erreur**, définie selon:

$$\operatorname{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\beta \exp(-x^2) dx . \quad (4.20)$$

Pour référence future, la **fonction d'erreur complémentaire** est définie ainsi:

$$\operatorname{erfc}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_\beta^\infty \exp(-x^2) dx . \quad (4.21)$$

de telle sorte que $\operatorname{erf}(\beta) + \operatorname{erfc}(\beta) = 1$. Notons également que $\operatorname{erf}(\beta) = -\operatorname{erf}(-\beta)$, et que la définition même de la fonction d'erreur (soit l'éq. (4.22) implique que

$$\frac{d}{d\beta} \operatorname{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp(-\beta^2) . \quad (4.22)$$

La solution (4.19) est portée en graphique sur la Figure 4.5A, à des temps t exprimés en unités du temps de diffusion (4.14), ce qui revient ici à poser $D = 1$. Notez bien que les courbes successives sont espacées de manière approximativement uniforme en $\log(t)$, tel qu'indiqué par le code de couleur⁴.

On perçoit déjà sur cette Figure (en fait déjà sur les Figs. 4.2 et 4.3) une caractéristique importante des processus diffusifs: ils opèrent très rapidement en présence de fort gradients, mais deviennent de plus en plus inefficaces à mesure que les gradients s'aplanissent. C'est évidemment une conséquence du fait que le flux diffusif est lui-même proportionnel au gradient de C (revoir l'éq. (4.10) au besoin). La solution stationnaire asymptotique est

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(x, t)}{C_0} = \frac{1}{2} , \quad (4.23)$$

soit un mélange complet de la concentration initiale dans tout le domaine spatial.

Source ponctuelle instantanée en 1D

On considère une situation en une dimension spatiale, où à $t = 0$ une masse Q (en kg) de contaminant est injectée instantanément à la position $x = 0$, dans un environnement où

³Cette sous-section est adapté pas mal directement de la Section 7.1.1 et l'Annexe C de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle cité en fin de chapitre

⁴C'est aussi la solution qui a été utilisée pour produire la Figure 4.3, même si dans ce cas le domaine spatial était borné dans $-100 \leq x \leq +100$; une petite tricherie qu'on me pardonnera j'espère...

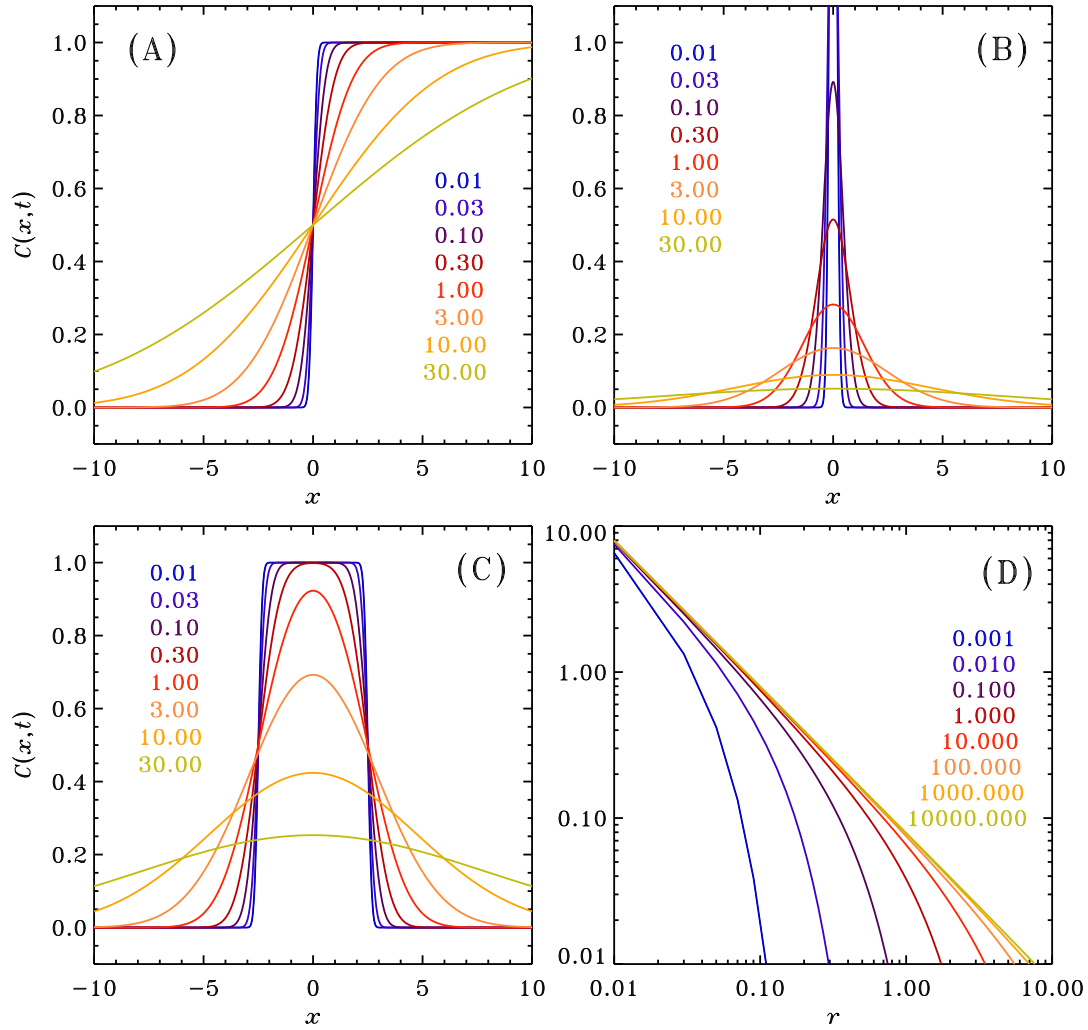


Figure 4.5: Diverses solutions analytiques à l'équation de diffusion (4.17), discutées à la §4.1.3. (A): Aplatissement d'une discontinuité 1D; (B): Source instantanée et spatialement localisée à $x = 0$ en 1D; (C) source instantanée d'étendue finie en x en 1D; et (D) source temporellement continue mais spatialement localisée à $r = 0$ en 3D (notez l'échelle log-log pour cette dernière). Le code couleur correspond au temps t , mesuré en unité du temps de diffusion, auquel chaque solution est tracée.

avant l'injection $C = 0$ partout. Le terme source S dans (4.17) est alors $S = 0 \forall t > 0$, et se retrouve entièrement "contenu" dans la condition initiale:

$$C(x, t = 0) = Q\delta(x) , \quad (4.24)$$

où $\delta(x)$ est la fonction delta de Dirac, et C est encore ici une densité linéaire (unités: kg m^{-1}) en raison de la nature 1D du problème.

La solution de l'équation (4.17) est donnée par

$$C(x, t) = \frac{Q}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/(2\sigma^2)) \quad (4.25)$$

où on a défini

$$\sigma(t) = \sqrt{2Dt} . \quad (4.26)$$

L'équation (4.35) décrit une Gaussienne centrée sur $x = 0$ et dont la largeur croît en $\sqrt{t}$ selon (4.26), et est illustrée sur la Figure 4.5B. Cette solution satisfait également

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(x, t) dx = Q \quad \forall t , \quad (4.27)$$

exprimant la conservation de la masse totale de contaminant injecté à $t = 0$; la diffusion ne fait que disperser le contaminant présent initialement. Ici la solution stationnaire asymptotique est

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(x, t) = 0 , \quad (4.28)$$

la concentration initiale se retrouvant complètement diluée dans le domaine spatial infini.

Notons finalement que cette même solution décrirait une situation en 3D où une densité surfacique (unités: kg m^{-2}) de grandeur Q est injectée dans le plan $x = 0$, la solution demeurant alors invariante en y et z .

Source étendue instantanée en 1D

La linéarité de l'équation de diffusion permet de construire des solutions pour des sources spatialement étendues comme une somme (intégrale) de solutions spatialement ponctuelles, décalées spatialement l'une par rapport à la suivante et couvrant l'étendue spatiale de la source. Considérons par un exemple une injection instantanée de contaminant en 1D, comme précédemment, mais cette fois injectée à $t = 0$ sur un intervalle fini $-b/2 \leq x \leq b/2$. À une position x' dans cet intervalle on peut écrire:

$$C(x', t = 0) = C_0 \delta(x - x') dx' , \quad (4.29)$$

À ce petit segment linéaire infinitésimal dx' est associé une solution:

$$C(x, t) = \frac{C_0 dx'}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{2\sigma^2}\right) \quad (4.30)$$

comme auparavant, viz. éq. (4.35). En vertu de la linéarité de notre équation de diffusion, la solution complète pour la source étendue est alors donnée par:

$$\begin{aligned} C(x, t) &= \frac{C_0}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-b/2}^{+b/2} \exp\left(-\frac{(x - x')^2}{2\sigma^2}\right) dx' \\ &= \frac{C_0}{2} \left[\text{erf}\left(\frac{b/2 + x}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \text{erf}\left(\frac{b/2 - x}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right] \end{aligned} \quad (4.31)$$

où $\sigma(t)$ est toujours donné par l'éq. (4.26), et notre fonction d'erreur est réapparue dans le portrait. Cette solution est portée en graphique à la Figure 4.5C. Qualitativement, le comportement est le même qu'en (B), soit un inexorable étalement du profil initial de la concentration. La solution stationnaire asymptotique est encore une fois

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(x, t) = 0 , \quad (4.32)$$

soit dilution complète de la masse de contaminant injecté à $t = 0$.

Source ponctuelle instantanée en 3D

Notre solution de la §4.1.3 est généralisable pour une source ponctuelle instantanée diffusant en 2D ou 3D. La concentration C est alors mesurée en kg m^{-n} . La solution de l'équation (4.17) est alors donnée par

$$C(r, t) = \frac{Q}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{r^2}{(2\sigma^2)}\right), \quad (4.33)$$

où $n = 2$ en 2D (géométrie cylindrique avec invariance en z), avec le rayon $r^2 = x^2 + y^2$ pour une source linéaire sur l'axe de symétrie $r = 0$; et $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ en 3D ($n = 3$) pour une source ponctuelle à l'origine ($r = 0$). On a toujours $\sigma = \sqrt{2Dt}$, et l'évolution de la solution est qualitativement semblable à la Figure 4.5B.

Source ponctuelle continue en 3D

Dans toutes les solutions présentées jusqu'ici, le contaminant est injecté instantanément à $t = 0$. Toujours en vertu de la linéarité de notre équation de diffusion, il est possible de modéliser une injection continue de contaminant en superposant des solutions pour injection instantané, décalées dans le temps l'une par rapport à l'autre, chaque injection ayant une intensité qdt' . On doit maintenant remplacer (4.26) par

$$\sigma(t, t') = \sqrt{2D(t - t')}, \quad (4.34)$$

donnant la contribution au temps t de l'injection instantanée au temps t' . Il s'agit maintenant d'intégrer la solution (4.33) de 0 à t :

$$C(r, t) = \frac{q}{(8(\pi D)^{3/2})} \int_0^t (t - t')^{-3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{4D(t - t')}\right) dt' \quad (4.35)$$

Cette intégrale, de type convolution, a l'air un peu méchante, mais la substitution de variable

$$\beta = \frac{r}{\sqrt{4D(t - t')}} \quad (4.36)$$

nous ramène à une forme plus gentille, donc la solution est:

$$C(r, t) = \frac{q}{4\pi Dr} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{Dt}}\right) \quad (4.37)$$

où $\operatorname{erfc}(x)$ est la fonction d'erreur complémentaire. Cette solution est portée en graphique à la Figure 4.5D. La solution stationaire asymptotique prend la forme:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(x, t) = \frac{q}{4\pi Dr} \quad (4.38)$$

Ce profil asymptotique est tel qu'en tout r , le flux diffusif intégré sur une sphère de rayon r équilibre le taux d'injection q du contaminant à $r = 0$.

4.2 Écoulements: transport et mélange

Notre étude de la diffusion s'est faite dans le cadre d'un milieu ambiant globalement au repos. Mais en contexte environnemental on devra souvent composer avec la présence de vents, de courant marins, ou d'écoulements surfaciques, allant du ruissellement aux rivières et fleuves. Tous ces écoulements fluides peuvent avoir un fort impact sur la dispersion des contaminants (et aussi sur transport de la chaleur, sujet du chapitre 5 qui suit), et doivent donc être pris en considération.

Le calcul d'un écoulement fluide $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ se développant en réponse à l'action de forces comme la gravité, la pression, la force de Coriolis, etc., est un sujet fort complexe⁵. Dans le cadre de ce cours on considérera $\mathbf{u}$ comme connu (calculé ou mesuré), et on se concentrera sur ses effets environnementaux, en particulier sur le transport de "contaminant" ou d'énergie thermique dans l'atmosphère, l'océan, les écoulements de surface et les sols.

Dans bien des cas nous introduirons de surcroît une hypothèse simplificatrice qui peut paraître plus que douteuse dans le cas du gaz atmosphérique: l'incompressibilité. Contrairement à l'eau et autres liquides, l'air est définitivement un milieu compressible. Cependant, on peut montrer⁶ que pour des écoulements qui ne sont pas fortement confinés par des parois et sont lents par rapport à la vitesse du son dans le milieu ambiant, la dynamique des écoulements compressibles s'approche de celle des écoulements incompressibles à un très bon niveau d'approximation. La mesure-clef est le **nombre de Mach** $M = |\mathbf{u}|/c_s \ll 1$, où c_s est la vitesse du son. Même dans un ouragan, les vents atteignent des vitesses de "seulement" quelques dizaines de m s^{-1} , ce qui est beaucoup plus petit que la vitesse du son dans l'air à TPN, soit $c_s = 340 \text{ m s}^{-1}$, d'où $M \lesssim 0.1$.

4.2.1 L'équation de transport

Considérons la situation très simple illustrée schématiquement sur la Figure 4.6: travaillant en coordonnées cartésiennes, on s'imagine un volume fictif $V = \Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ fixé dans l'espace (rectangle noir) traversé par un fluide de densité ρ se déplace horizontalement vers la droite (flèches rouges). La masse traversant les deux surfaces d'aire $A = \Delta y \Delta z$ perpendiculaire

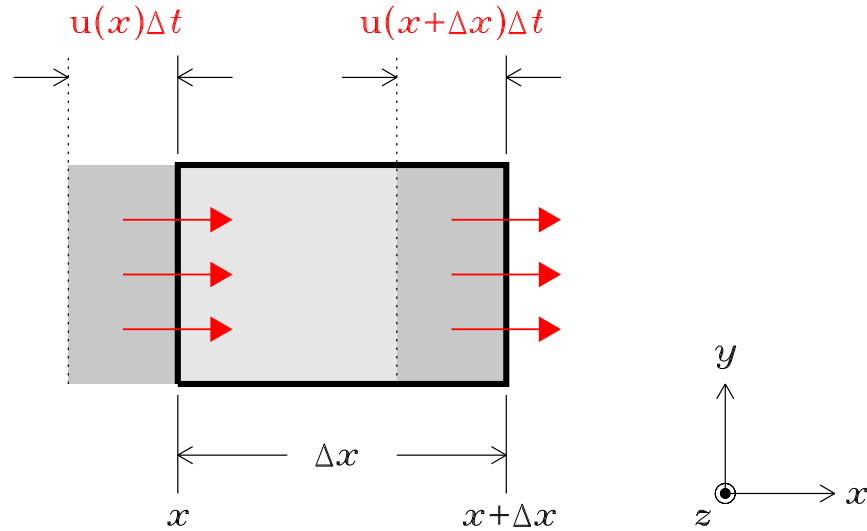


Figure 4.6: Transport de masse par un écoulement $\mathbf{u}$ en 1D.

à l'écoulement par unité de temps est donné par $\rho u A$; pour vous en convaincre (au besoin...), il suffit d'examiner les unités:

$$\rho u A \equiv \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right] \times \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right] \times [\text{m}^2] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{s}} \right]. \quad (4.39)$$

Durant un intervalle de temps Δt la variation de la masse contenue dans V ($= \rho V$) sera donc donnée par la différence entre la masse de fluide entrant de la gauche et sortant par la droite

⁵Sujet par ailleurs traité en détail dans le cours PHY-3140 *Hydrodynamique*, donné par mononcle ici présent.

⁶C'est fait en PHY-3140 *Hydrodynamique* !

durant le même intervalle de temps. Dénotant par $\Delta\rho$ la variation de la densité produite par ces flux de masse entrant et sortant de V , on a alors:

$$\Delta\rho\Delta x\Delta y\Delta z = \rho(x)u(x)\Delta t\Delta y\Delta z - \rho(x+\Delta x)u(x+\Delta x)\Delta t\Delta y\Delta z, \quad (4.40)$$

expression que l'on peut réorganiser algébriquement sous la forme équivalente:

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta t} = - \left(\frac{\rho(x+\Delta x)u(x+\Delta x) - \rho(x)u(x)}{\Delta x} \right). \quad (4.41)$$

Dans la limite infinitésimale $\Delta x, \Delta t \rightarrow 0$, ceci devient une équation différentielle aux dérivées partielles:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho u)}{\partial x}. \quad (4.42)$$

La généralisation en 3D est simple une fois qu'on réalise que pour un écoulement de forme plus complexe, ce n'est que la composante de l'écoulement perpendiculaire à la surface qui contribue au flux de masse. L'argument ci-dessus s'applique alors indépendamment dans chaque direction définie par les axes du système de coordonnées, ce qui conduit à:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\rho}{\partial t} &= - \frac{\partial\rho u_x}{\partial x} - \frac{\partial\rho u_y}{\partial y} - \frac{\partial\rho u_z}{\partial z} \\ &= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}). \end{aligned} \quad (4.43)$$

On retrouve ici encore une version spécifique de notre loi de conservation générique (1.36), en l'absence de source ou puit et un flux $\mathbf{f} = \rho\mathbf{u}$. Physiquement, ceci exprime la conservation de la masse de fluide transportée par l'écoulement $\mathbf{u}$.

Notons que dans bien des situations d'intérêt environnemental, l'écoulement effectuant le transport est **incompressible** (comme l'eau), ou se déplace suffisamment lentement (par rapport à la vitesse du son dans le milieu) pour être se comporter comme un fluide incompressible à un très bon niveau d'approximation. On a alors $\rho = \text{constante}$, et l'éq. (4.43) se réduit alors à:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad [\text{incompressible}] \quad (4.44)$$

Ceci indique que le débit Q (unités: $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$) de fluide incompressible s'écoulant dans un conduit ou canal de section variable devra ajuster sa vitesse de manière à assurer un débit constant, conservation de la masse oblige: L'idée est illustrée sur la Figure 4.7. Ici la constance du débit

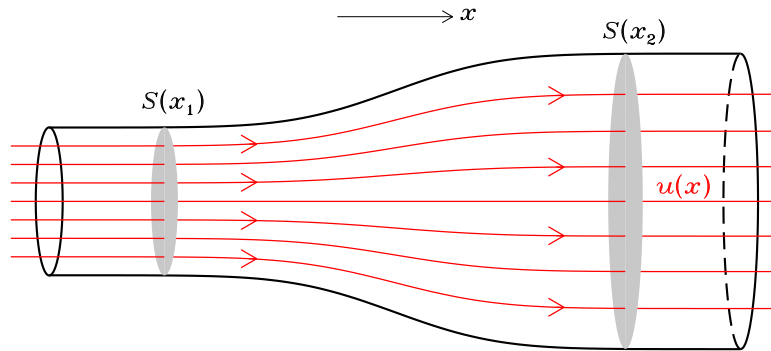


Figure 4.7: Un “tube de flux”. Un écoulement incompressible $\mathbf{u}$ voyage dans un conduit de section $S(x)$ variant en x . La conservation de la masse impose que le débit Q , donné par le produit $S(x)u_x(x)$, demeure constant, le fluide doit ralentir (accélérer) quand le conduit s’élargit (rétrécit), de manière à préserver le débit Q .

impose:

$$u_x(x_1)S(x_1) = u_x(x_2)S(x_2) , \quad \rightarrow \quad u_x(x_2) = u_x(x_1) \frac{S(x_1)}{S(x_2)} \quad \forall x_1, x_2 \quad (4.45)$$

Pour un fluide compressible, en régime stationnaire ($\partial/\partial t = 0$), la constance du débit imposerait plutôt:

$$\rho(x_1)u_x(x_1)S(x_1) = \rho(x_2)u_x(x_2)S(x_2) \quad (4.46)$$

Tous ces développements peuvent s'appliquer au transport d'une concentration ($C(x, t)$, $\equiv$ densité) d'un contaminant dans un fluide en mouvement. Si le contaminant est présent en quantités traces, c.-à-d. sa concentration est très petite par rapport à la densité du fluide en mouvement, alors en l'absence de diffusion on n'a qu'à remplacer ρ par C dans l'équation (4.50) et (4.46).

En présence de diffusion cependant, notre loi de conservation doit maintenant inclure le flux diffusif (4.10) en plus du flux advectif, le flux total devenant alors:

$$\mathbf{q}_{\text{tot}} = \mathbf{q}_a + \mathbf{q}_D = \mathbf{u}C - D\nabla C . \quad (4.47)$$

Notre nouvelle loi de conservation pour la concentration C a maintenant la forme

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}C - D\nabla C) . \quad (4.48)$$

Dans le cas particulier d'un écoulement incompressible, on a:

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}C) = \mathbf{u} \cdot \nabla C + C \underbrace{\nabla \cdot \mathbf{u}}_{=0} \quad (4.49)$$

en vertu de (4.46). Pour un coefficient de diffusion constant (ou variant sur une échelle spatiale beaucoup plus grande que celle des variations de C), l'éq. (4.48) devient alors

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = D\nabla^2 C . \quad (4.50)$$

C'est l'**équation de transport**, de grande importance en physique environnementale, comme le verra sous peu.

4.2.2 Le temps advectif et le nombre de Peclet

On peut de nouveau appliquer l'analyse dimensionnelle (voir §4.1.2) à notre équation de transport (4.50). Avec τ , L et u_0 comme temps, longueur, et vitesse caractéristiques, on a maintenant:

$$\begin{aligned} \frac{\partial C}{\partial \tau} &\rightarrow \frac{C_0}{\tau} , \\ \mathbf{u} \cdot \nabla C &\rightarrow \frac{u_0 C_0}{L} , \\ D\nabla^2 C &\rightarrow \frac{D C_0}{L^2} \end{aligned}$$

et donc,

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = D\nabla^2 C , \quad \rightarrow \quad \frac{C_0}{\tau} + \frac{u_0 C_0}{L} \sim \frac{C_0}{L^2} \quad (4.51)$$

Comme notre équation de transport est toujours linéaire en C ,

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{u_0}{L} + \frac{D}{L^2} . \quad (4.52)$$

Le rapport du premier terme au membre de gauche sur le second nous produit une quantité adimensionnelle, appelé **Nombre de Peclet**:

$$\text{Pe} = \frac{u_0 L}{D} . \quad (4.53)$$

Le nombre de Peclet mesure l'importance relative de l'écoulement versus la diffusion dans le transport du contaminant. Dans la limite $\text{Pe} \gg 1$, le terme diffusif peut être considéré comme négligeable, ce qui permet alors d'obtenir un estimé d'ordre de grandeur pour le **temps advectif**, soit le temps caractéristique mesurant le transport du contaminant par l'écoulement sur une distance $\sim L$:

$$\tau_a = \frac{L}{u_0} . \quad (4.54)$$

4.2.3 Solutions analytiques à l'équation de transport

BvG, §7.1.2

Pour un écoulement $\mathbf{u}$ le moins réaliste, même stationnaire ($\partial/\partial t \equiv 0$), la solution de l'équation de transport doit être effectuée numériquement. Quelques solutions analytiques sont cependant possibles, (et utiles!) dans le cas très simple d'un écoulement constant dans le temps et l'espace.

Source ponctuelle instantanée

On revient à la situation d'une source spatialement ponctuelle, et injectant instantanément à $t = 0$ une masse de contaminant Q dans un fluide se déplaçant à vitesse constante u dans la direction- x (disons). Commençons par passer à un repère se déplaçant avec le fluide, par les transformations (Galiléennes) habituelles:

$$x' = x - ut , \quad (4.55)$$

$$y' = y , \quad (4.56)$$

$$z' = z . \quad (4.57)$$

Dans ce repère, le fluide est au repos, et la solution purement diffusive obtenue à la §4.1.3 est directement applicable. On peut ainsi écrire l'éq. (4.33) dans le repère prime (en coordonnées cartésiennes), et la transformer au repère non-prime selon les eqs. (4.55)–(4.57):

$$C(x, y, z, t) = \frac{Q}{(\sigma\sqrt{2\pi})^3} \exp\left(-\frac{(x - ut)^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right) , \quad (4.58)$$

avec $n = 3$ pour une situation 3D, et comme auparavant $\sigma = \sqrt{2Dt}$. Cette expression décrit un profil Gaussien s'élargissant en $\sqrt{t}$ tout en se déplaçant à vitesse uniforme dans la direction positive de l'axe- x .

La Figure 4.8 illustre deux solutions en version adimensionnelle, pour des valeurs différentes du nombre de Peclet, qui ici fixe le rapport u/D , et le temps exprimé en unités du temps de diffusion (4.14). Le Peclet devient ainsi une mesure de la vitesse de l'écoulement. On notera déjà qu'au haut Peclet, à une distance donnée en aval du point de d'injection du contaminant, un observateur mesurera une plus haute concentration, mais moins longtemps, qu'il/elle ne le ferait à bas Peclet; au niveau de la "sécurité publique", ce genre de considération est vital à la réponse à apporter en cas de déversement de polluant toxique dans l'air ou un cours d'eau. Ici la densité massique C (kg m^{-3}) de contaminant à la position x au temps t est la quantité requise pour déterminer si la baignade est permise ou pas, si l'eau doit être déclarée non-potable ou pas, et si il faut anticiper devoir (ou pas) ramasser des poissons morts loin en aval. Encore ici la solution asymptotique en est une de dilution complète, i.e., $C(x, t \rightarrow \infty) = 0$.

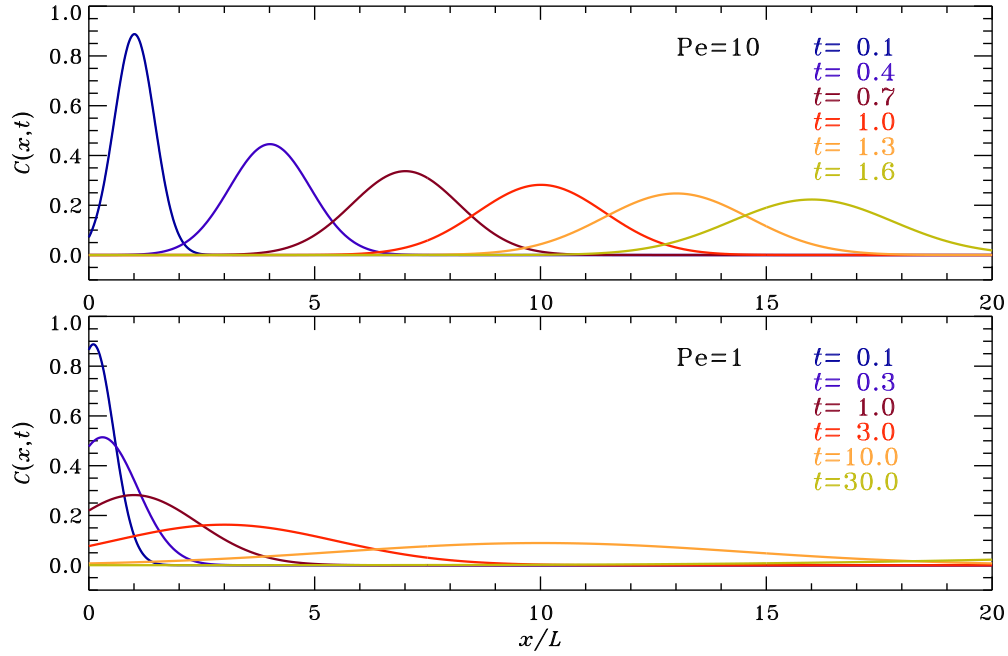


Figure 4.8: Transport et diffusion d'une masse de contaminant injectée instantanément à $(x, y, z, t) = (0, 0, 0, 0)$ en présence d'un écoulement constant $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$, à des nombres de Peclet $Pe = 10$ et 1 . Notez bien que les temps portés en graphique sont espacés linéairement sur le graphique du haut, mais logarithmiquement sur celui du bas.

Source ponctuelle continue

Tout comme on l'avait fait dans le cas de la diffusion pure (§4.1.3), une injection continue de contaminant en un point fixe peut se modéliser comme une convolution d'injections instantanées décalées l'une par rapport à l'autre dans le temps. Utilisant ainsi notre solution (4.58), la solution est alors donnée par l'intégrale

$$C(x, y, z, t) = \frac{q}{8(\pi D)^{3/2}} \int_0^t (t - t')^{-3/2} \exp\left(-\frac{(x - u(t - t'))^2 + y^2 + z^2}{4D(t - t')}\right) dt' \quad (4.59)$$

La même substitution de variable que dans le cas purement diffusif, $\beta = r/\sqrt{4D(t - t')}$, permet de simplifier l'intégrale, mais plus au point de produire une solution analytique, sauf dans la limite asymptotique $t \rightarrow \infty$, dans lequel cas:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C(x, y, z, t) = \frac{q}{4\pi D r} \exp\left(-\frac{u(r - x)}{2D}\right), \quad (4.60)$$

avec $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ comme d'habitude. Introduisons maintenant les variables adimensionnelles suivantes:

$$x^* = \frac{u}{D} x, \quad (4.61)$$

$$y^* = \frac{u}{D} y, \quad (4.62)$$

$$z^* = \frac{u}{D} z, \quad (4.63)$$

$$C^* = \frac{4\pi D^2}{q u} C. \quad (4.64)$$

Substituant ces expressions dans (4.60), on arrive à un résultat particulièrement simple:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} C^*(x, y, z, t) = \frac{1}{r^*} \exp\left(-\frac{r^* - x^*}{2}\right), \quad (4.65)$$

avec r^* le pendant adimensionnel de notre r habituel. La Figure 4.9 illustre cette solution, ici dans le plan $[x^*, y^*]$, mais la solution est axisymétrique sur rotation par rapport à l'axe- x . Il

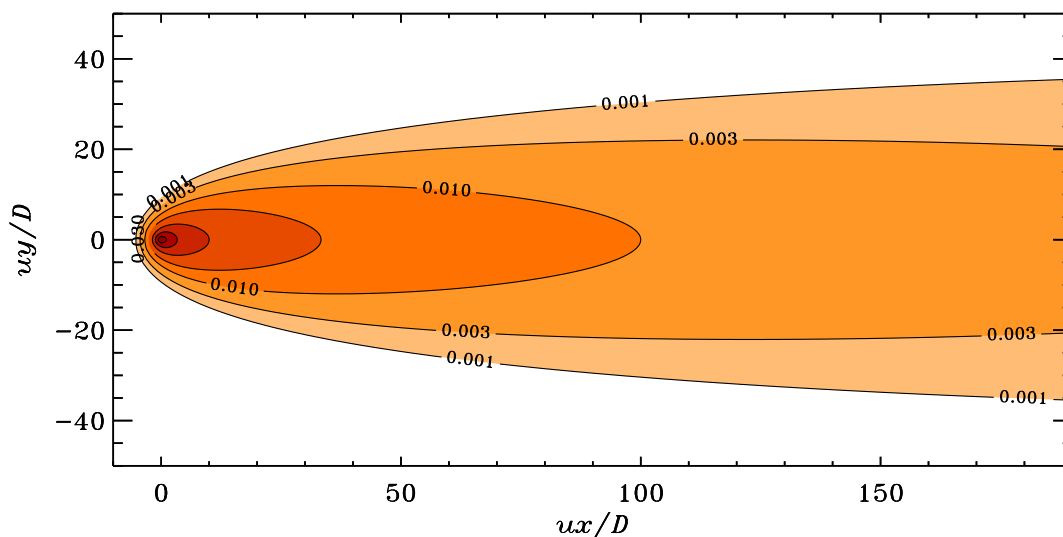


Figure 4.9: Distribution spatiale asymptotique ($t \rightarrow \infty$) de la concentration d'un contaminant injecté de manière continue à $(x, y, z) = (0, 0, 0)$, distances et concentrations étant exprimées ici en terme des variables adimensionnelles (4.61)–(4.64). Cette solution est axisymétrique sous rotation autour de l'axe- x .

faut apprécier l'avantage pratique de cette forme adimensionnelle: elle peut servir à modéliser n'importe quel type de dispersion d'un polluant émanant à taux q constant d'une source spatialement ponctuelle, comme l'ouverture au sommet d'une cheminée, quels que soient la vitesse du vent et le coefficient de diffusion; pour revenir dans le monde physique on n'a qu'à reconvertir les C^* , x^* , etc., en quantités dimensionnelles, via les éqs. (4.61)–(4.64); et on va faire exactement ça dans pas long...

4.2.4 La turbulence

La prochaine fois que l'occasion se présentera, observez l'écoulement de l'eau dans une rivière ou un fleuve ayant un débit substantiel; sous l'influence de la gravité, l'eau s'écoule clairement dans une direction spécifique, ultimement vers la mer; mais si on y regarde de près, à ce mouvement global à peu près constant se superpose toutes sortes de fluctuations produites par des tourbillons, obstacles, etc. Ces fluctuations se développent sur des échelles spatiales (et temporelles) typiquement beaucoup plus petite que l'écoulement global régulier, de l'amont vers l'aval.

Les fluctuations observées à la surface de votre cours d'eau sont une manifestation de la **turbulence** dans l'écoulement, cette turbulence résultant du développement d'une (ou plusieurs) **instabilités** du fluide. Souvent caractérisé comme le dernier grand problème non-résolu de la physique classique (i.e., non-quantique), les écoulements turbulents jouent un rôle majeur dans plusieurs contextes environnementaux. Le sujet est couvert en détail, devinez où... en PHY-3140. En PHY-2100 nous nous limiterons à une approche particulière à la modélisation de la turbulence et de ses effets, basé sur la **séparation d'échelles**; l'idée étant que si on

n'est pas particulièrement intéressés à modéliser les détails de l'écoulement à l'échelle des petits tourbillons, on peut faire une moyenne sur une échelle beaucoup plus grande que ces tourbillons, et en extraire l'effet net sur l'écoulement aux grandes échelles, par exemple la quantité de contaminant transportée en aval.

Considérons un écoulement fortement turbulent, dans le sens qu'un très grand nombre de petits tourbillons sont perpétuellement en train de se former, de tourbillonner pendant un temps, puis de se dissiper, etc. Observé sur un temps comparable à la durée de vie typique (τ) de ces petits tourbillons, un petit élément de fluide ballotté par cet ensemble de tourbillons semble décrire une forme de marche aléatoire, la distance parcourue (ℓ) lorsqu'entraîné par un tourbillon de vitesse caractéristique u_t devenant l'équivalent du pas de marche, et τ mesure la durée d'un pas marche. On a alors $\ell = u_t \times \tau$. On a vu qu'on pouvait construire un coefficient de diffusion à partir de ces quantités (revoir l'éq. (4.5) au besoin). Invoquant la même logique, on peut définir un **coefficient de diffusivité turbulente** (D_T) pour capturer l'effet des petites échelles sur les grandes:

$$D_T = u_t \times \ell, \quad [\text{m}^2\text{s}^{-1}] \quad (4.66)$$

Tout ceci pourrait paraître un grave abus du processus analogique, mais en contexte environnemental il est souvent possible de *mesurer* u_t , ℓ et/ou τ , et de valider expérimentalement le D_T en résultant.

Par exemple, en océanographie il est (relativement) simple de mesurer à bonne cadence temporelle l'écoulement à une profondeur donnée sous la surface. À partir de longues séquences temporelles de telles mesures, il est alors possible de calculer un écoulement moyen $\langle \mathbf{u} \rangle$, et la déviation quadratique moyenne par rapport à cet écoulement moyen devient une mesure de u_t . Le temps de corrélation ces déviations par rapport à la moyenne offre ensuite une mesure de τ , qui permet ensuite d'estimer $\ell \sim u_t \tau$.

Dans les couches superficielles de l'océan, on détermine ainsi $D_T \sim 10^{-3} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, soit $\sim 10^6$ fois plus grand que le coefficient de diffusion D "microscopique" associé à l'agitation thermique (voir Tableau 4.1). Dans la troposphère, le coefficient de diffusion turbulente est estimé à $\sim 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, soit encore 10^6 fois plus que la diffusion microscopique. Ce sont ici des résultats tout-à-fait typiques: quand une turbulence bien développée est présente —et elle l'est souvent— la **diffusion turbulente** dominera largement sur la diffusion microscopique, et donc contrôlera (entre autre) le taux auquel se dispersera un contaminant aux grandes échelles spatiales. On peut toujours estimer un temps caractéristique de mélange via l'éq. (4.14), mais avec D_T remplaçant D :

$$\tau_D = \frac{L^2}{D_T}. \quad (4.67)$$

La bonne nouvelle ici est que si on accepte cette "recette", toutes les solutions analytiques aux équation de diffusion et de transport considérées dans les sections précédentes sont encore valides, mais avec $D \rightarrow D_T$.

4.2.5 Exemple: un inspirant mélange turbulent

La troposphère terrestre est surprenamment bien mélangée, conséquence des vents horizontaux très rapides dans la haute atmosphère, et du mélange turbulent dans la verticale, associée à la convection thermique et diverses autres instabilités fluides qui sont ÉVIDEMMENT discutées en détail en PHY-3140. Un modeste vent soutenu de 10 m s^{-1} (36 km/h) fait le tour de la terre en 1 mois! Et dans la haute troposphère et basse stratosphère, le jet stream souffle presque continuellement dans la direction W-E à 3–10 fois cette vitesse (pas pour rien qu'on l'appelle "jet stream"!). Dans la direction N-S le mélange est moins efficace, en l'absence d'équivalent du jet stream; on estime néanmoins que le temps caractéristique d'échange gazeux interhémisphérique est de l'ordre de l'année.

Considérant tout ça, on peut estimer, par exemple sur la base des solutions de la Fig. 4.5, qu'une homogénéisation complète de l'ensemble de l'atmosphère demandera de l'ordre de quelques $\sim 10^2$ temps de diffusion turbulente. On parle donc de plusieurs siècles pour *complètement*

mélanger le gaz atmosphérique sous l'influence combinée des vents et de la turbulence atmosphérique.

On a vu (§2.1 et Tableau 2.1) que l'Argon est le troisième constituant atmosphérique en masse, avec $\simeq 7 \times 10^{16}$ kg pour l'ensemble de l'atmosphère. Le poids moléculaire de l'Argon étant de $\simeq 40$ et l'unité de masse atomique $m = 1.66 \times 10^{-27}$ kg, on a donc un très astronomique grand total de

$$N = \frac{7 \times 10^{16}}{40m} \simeq 10^{42} \text{ Ar} \quad (4.68)$$

atomes d'Argon dans l'atmosphère. L'Argon est un gaz lourd qui tend à se concentrer naturellement dans la basse atmosphère, on considérera ici qu'il réside en totalité dans le premier $h = 2.5$ km de la troposphère. Le volume total correspondant est

$$V = 4\pi R_{\oplus}^2 h \simeq 10^{18} \text{ m}^3, \quad (4.69)$$

où $R_{\oplus} = 6371$ km est le rayon de la Terre. On en conclut qu'un litre ($\equiv 10^{-3} \text{ m}^3$) d'air près du sol contient

$$n = \frac{10^{42}}{10^{18}} \times 10^{-3} \simeq 10^{21} \text{ Ar}. \quad (4.70)$$

Maintenant; à la naissance, un.e nouveau-né.e aspire environ 1 litre d'air à sa première respiration. Ce litre d'air contient donc $n = 10^{21}$ atomes d'Argon, et l'Argon étant chimiquement inerte, ces n atomes seront renvoyés dans l'atmosphère au premier souffle expiratoire subséquent de notre nouveau-né.e. Supposons que par un processus quelconque on puisse marquer ces atomes d'Argon (en leur collant un “*”, par exemple). Durant les siècles qui suivront ces atomes marqués seront dispersés dans l'atmosphère par mélange turbulent, y devenant éventuellement distribués de manière géographiquement uniforme. On aura donc, au bout de tout ce temps, et toujours dans la basse atmosphère ($0 \leq z \leq 2.5$ km):

$$n^* = \frac{10^{21}}{10^{18}} \text{ Ar}^* \text{ m}^{-3} \sim 1 \text{ Ar}^* \text{ litre}^{-1} \quad (4.71)$$

La suite exige d'utiliser votre imagination. Choisissez votre personnage historique préférée: Cléopâtre, Astérix, Attila le Hun, le p'tit Jésus, qui vous voulez... La seule contrainte, si on veut jouer prudent, est que le personnage en question soit né il y a plus d'un millénaire, histoire de laisser suffisamment de temps à la diffusion turbulente atmosphérique pour bien mélanger de manière homogène (fans de Napoléon ou de Jeanne d'Arc, je suis vraiment désolé...).

Au vu du petit calcul qui précède, on doit conclure qu'à votre première respiration comme nouveau-né.e, vous avez inspiré en toute probabilité un atome d'Ar* qu'avait inspiré votre personnage historique préféré à sa propre naissance, il y a maintenant plus d'un millénaire. C'est ça, le mélange turbulent !

4.2.6 Exemple: la fonderie Horne à Rouyn-Noranda

De son propre aveu, en 2022 la Fonderie Horne à Rouyn-Noranda (voir Fig. 4.10) a émis par ses cheminées une concentration d'Arsenic de 73.1 nanogramme (ng) par mètre cube (moyenne annuelle). Par autorisation ministérielle spéciale, la cible d'émission d'Arsenic imposé par Notre Bon Gouvernement à la fonderie Horne pour l'année 2023 est de 65 ng m^{-3} , soit plus de 20 fois la norme provinciale officielle de 3 ng m^{-3} . Parce que c'est Bon pour l'Économie...⁷

Pour un débit gazeux de $\simeq 10^6 \text{ m}^3$ par heure sortant des deux principales cheminées de la Fonderie, on a donc un taux d'injection massique moyen de

$$q = (73.1 \text{ ng m}^{-3}) \times (10^6 \text{ m}^3 \times (3600 \text{ s})^{-1}) \simeq 2 \times 10^4 \text{ ng s}^{-1}. \quad (4.72)$$

Il s'agit ici d'estimer la dispersion de ce polluant toxique dans la ville de Rouyn-Noranda, en présence d'un vent soufflant du Nord à vitesse constante u et d'une turbulence atmosphérique caractérisée par un coefficient de diffusion turbulente D_T .

⁷Mentionnons tout de même, pour un peu de positif, qu'entre avril 2023 et février 2024 la fonderie Horne a émis en moyenne 45.2 ng m^{-3} , significativement mieux que cette (généreuse) cible pour 2023.



Figure 4.10: La fonderie Horne, à Rouyn-Noranda. Le quartier Notre-Dame est au côté gauche de l'image. Sources: Archives photographiques de *La Presse* (Montréal).

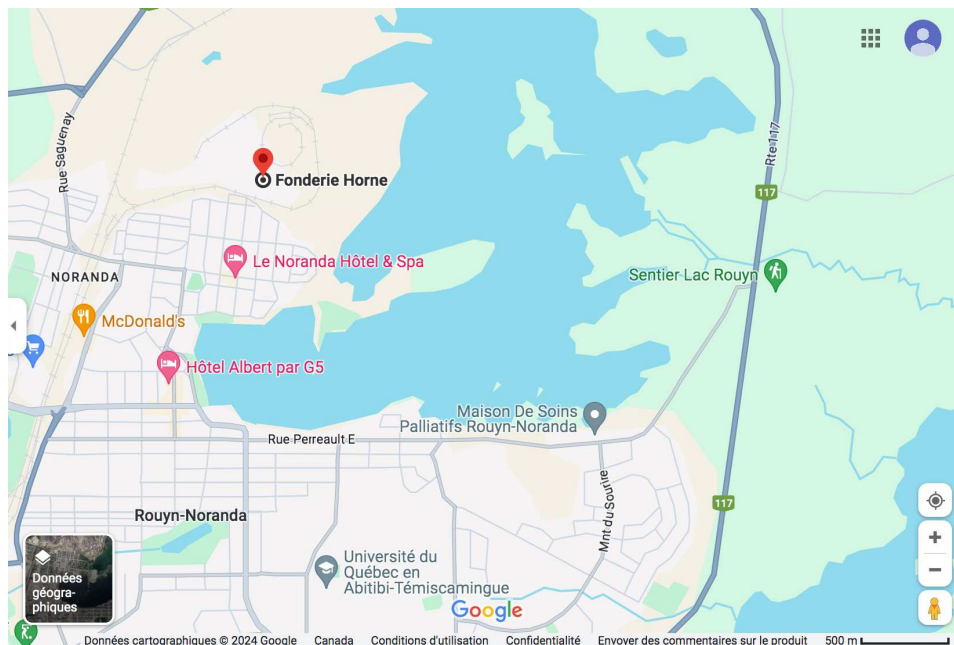


Figure 4.11: Capture d'écran d'une carte GoogleMap de Rouyn-Noranda, avec la fonderie Horne localisée en rouge. L'échelle de la carte est en bas à droite, et le Nord pointe verticalement vers le haut. McDo Inc. donne probablement beaucoup de \$\$\$ à Google pour que ses franchises apparaissent en priorité sur Googlemap!

La Figure 4.11 est une carte Googlemap de Rouyn-Noranda, avec la position de la fonderie Horne indiquée en rouge. Nous nous intéresserons aux concentrations d'Arsenic à trois sites dans la ville de Rouyn-Noranda:

1. Le campus de l'Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, indiqué sur la carte en gris et situé à une distance de 2.5 km franc sud (essentiellement) de la Fonderie;
2. Le McDo de Rouyn-Noranda, indiqué sur la carte en jaune, et situé à $\simeq 1$ km au sud et $\simeq 1$ km à l'ouest de la fonderie;
3. Le quartier Notre-Dame, situé directement au Sud et Sud-Ouest de la Fonderie. Dans ce qui suit on fixera la position à l'intersection de l'Avenue Carter et de la 7^e rue, soit $\simeq 300$ m au Sud et $\simeq 100$ m à l'Ouest de la fonderie.

Le point de départ de ce calcul à prime abord complexe est notre solution stationnaire de l'équation de transport pour une source spatialement ponctuelle et temporellement continue, soit l'éq. (4.65). Nous travaillerons en deux dimensions spatiales $[x, y]$, avec la direction- x pointant vers le sud, et l'origine du système cartésien coïncidant avec la fonderie.

Il s'agit maintenant tout simplement de convertir les distances de nos trois sites en terme de ces variables adimensionnelles via les expressions (4.61)–(4.62), de calculer la concentration adimensionnelle C^* via l'éq. (4.65), et de reconvertir cette dernière en concentration dimensionnelle (i.e., en ng m^{-3}) via l'éq. (4.64). Le Tableau 4.2 compile les résultats de cette manoeuvre, pour deux combinaisons représentatives de vitesse de vent u et diffusion turbulente D .

Table 4.2: Concentrations d'Arsenic à Rouyn-Noranda, en régime stationnaire

Site	x^*	y^*	C^*	$C \text{ [ng m}^{-3}\text{]}$
$(u = 1 \text{ m s}^{-1}, D = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1})$				
UQAT	250	0	4.0×10^{-3}	0.065
McDo	100	100	7.2×10^{-12}	1.2×10^{-10}
Qu. N-D	40	20	2.1×10^{-3}	0.034
$(u = 10^{-2} \text{ m s}^{-1}, D = 1 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1})$				
UQAT	25	0	0.0	0.65
McDo	10	10	0.0089	0.14
Qu. N-D	4	2	0.18	2.9

La moitié supérieure du Tableau correspond à une situation relativement venteuse (et donc plus turbulente), tandis que la moitié inférieure représente des conditions de météo tranquille, avec moins de turbulence. On remarque que la situation “venteuse” conduit des concentrations d'Arsenic plus *faibles* qu'en absence de vent; c'est simplement parce qu'un vent significatif évacue le contaminant de la région plus rapidement, conduisant ainsi à moins d'accumulation localement. Même dans le cas du quartier Notre-Dame, toutes les concentrations en colonne de droite du Tableau 4.2 demeurent sous la norme provinciale officielle de 3 ng m^{-3} , quoiqu'on commence à s'en approcher en situation de météo tranquille. On constate aussi que les concentrations chutent très rapidement à mesure que l'on s'éloigne de la fonderie, même directement sous le vent comme dans le cas du site UQAT.

On aime bien chialer contre nos gouvernements, mais n'empêche que les normes provinciales sont établies sur la base de calculs sérieux effectués par des fonctionnaires (ou consultants) habituellement compétents et prenant leur travail au sérieux. Tout le battage médiatique des dernières années vient du fait que les émissions d'Arsenic par la fonderie Horne ne sont pas du

tout constantes dans le temps, mais montrent occasionnellement des pics dépassant de loin la moyenne annuelle. Notre solution stationnaire n'est alors plus valide, et il faudrait plutôt passer à la solution décrivant une émission ponctuelle dans l'espace et dans le temps, soit l'éq. (4.58).

Pour compliquer encore plus le tableau, les précipitations peuvent capturer l'Arsenic (et autres métaux lourds toxiques) dans l'air et accélérer son accumulation au sol. La journée du 7 mars 2023 par exemple, suite à un pic d'émission dépassant 1000 ng m^{-3} durant une bonne partie de la journée et ayant été suivi d'une "neige noire", on a mesuré des concentrations d'Arsenic de 4130 mg kg^{-1} , 137 fois la norme provinciale pour les sols, dans un échantillon de sol prélevé... dans une cour d'école primaire! Le petit calcul de cette section est vraiment l'ordre zéro de la chose.

4.3 La sédimentation

Un écoulement ne fait que déplacer les gradients sur le temps advectif (4.54), tandis que la diffusion tend à aplanir les gradients dans la concentration de la quantité diffusante, sur un temps caractéristique donné par le temps de diffusion (4.14). Cependant d'autres processus physiques peuvent au contraire créer et amplifier des gradients à partir d'une distribution homogène. Un tel mécanisme, de grande importance en physique environnementale, est la **sédimentation**, soit le tri gravitationnel de "particules" en suspension dans un fluide (air, eau, etc.) mais plus denses que le milieu ambiant. Comme on le déduira sous peu, la taille des particules en suspension est un paramètre déterminant dans le calcul de l'efficacité du processus de sédimentation.

Le tableau 4.3 liste (en ordre alphabétique) les intervalles de tailles typiques, mesurés en microns ($1\mu\text{m} \equiv 10^{-6} \text{ m}$) pour diverses particules fines d'intérêt en contexte environnemental. Histoire de bien borner les ordres de grandeur ici, les extrêmes sont les pesticides vaporisés ($10^{-3} \mu\text{m}$), et les plus grosses cendres volcaniques, celles-ci dépassant le millimètre.

La présence de particules fines dans l'air peut avoir des conséquences majeures sur le biota animal, car ces particules peuvent s'introduire dans les voies respiratoires. Pour un humain respirant normalement, les particules de tailles $\gtrsim 100\mu\text{m}$ sont filtrées et/ou capturées au niveau du nez et de la gorge, celles de taille $\lesssim 10\mu\text{m}$, atteignent les poumons, et celles de taille $\lesssim 5\mu$, atteignent les alvéoles, où elles peuvent se fixer. De plus, à l'autre bout du spectre des échelles spatiales d'intérêt en physique environnementale, la présence de particules fines dans l'atmosphère ou l'océan peut avoir un impact majeur sur l'absorption et réflexion de la radiation électromagnétique, ou encore agir comme sites de nucléation pour la condensation de la vapeur d'eau.

Il sera donc intéressant de pouvoir calculer le mouvement de telles particules sous l'action de la gravité, des vents, courants océaniques, etc. La dynamique n'est rien de plus compliqué que $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, la complication (substantielle) venant du fait que pour des particules de petite taille (e.g., dans l'air, diamètre $< 1 \text{ mm}$), la **viscosité** est une force devant être prise en considération.

4.3.1 La solution de Stokes

On considère ici une situation à prime abord très simple, soit l'écoulement d'un fluide incompressible (densité constante) arrivant à vitesse constante u_0 à grande distance et s'écoulant autour d'une sphère de rayon R , en régime stationnaire (i.e., $\partial/\partial t \equiv 0$). Même dans cette situation apparemment simple, la solution mathématique des équations hydrodynamiques n'est vraiment pas de la tarte⁸. Mais ici une solution analytique est en fait possible. Travaillant en coordonnées sphériques polaires (r, θ, ϕ) avec $\theta = 0$ aligné avec l'écoulement à grande distance en amont/aval et l'origine ($r = 0$) au centre de la sphère, la **solution de Stokes** pour l'écoulement prend la forme:

$$u_r(r, \theta) = u_0 \cos \theta \left(1 - \frac{3R}{2r} + \frac{R^3}{2r^3} \right), \quad (4.73)$$

⁸Ceux/celles qui choisiront de s'inscrire en PHY-3140 *Hydrodynamique* auront l'occasion de le constater!

Table 4.3: Taille typique (d) de diverses “micro-particules”

Particule	d [μm]
Amiante	0.7–90
Bactérie	0.3–60
Béton (poussière)	3–100
Bois (combustion)	0.2–3
Bran de scie	30–600
Brume (gouttellettes)	70–350
Charbon (poussière)	1–100
Café (moulu)	5–400
Calcaire (poussière)	5–400
Cendres volcaniques	100–2000
Farine	10–300
Insecticides (poudre)	0.5–10
Limon	4–40
Moisissure	3–12
Moisissure (spores)	10–30
Pesticide/herbicide (vaporisé)	0.001
Poivre de Cayenne	15–1000
Pollen	10–1000
Poussière (domestique)	0.05–100
Poussière (atmosphère)	0.001–30
Poussière (volcanique)	1–100
Retombées radioactives	0.1–10
Sable très fin	60–100
Sable de plage	100–1000
Spores (plantes)	3–100
Tabac (combustion)	0.01–4
Talc	0.5–50
Virus	0.005–0.3

Source: engineeringtoolbox.com

$$u_\theta(r, \theta) = -u_0 \sin \theta \left(1 - \frac{3R}{4r} - \frac{R^3}{4r^3} \right), \quad (4.74)$$

$$u_\phi = 0 \quad (4.75)$$

$$p(r, \theta) = -\frac{3}{2}\mu R u_0 \frac{\cos \theta}{r^2}. \quad (4.76)$$

Cette solution est illustrée à la Figure 4.12 sous la forme de vecteurs-vitesse, en rouge, ainsi que la différence de pression par rapport à l’amont lointain (loin en bas), sous forme d’isocontours. On remarque que la vitesse de l’écoulement chute à zéro à la surface de la sphère, conséquence de la friction associée à la viscosité du fluide, et qu’une surpression (dépression) est présente sur la partie de la sphère faisant face (opposée) à l’écoulement.

La solution de Stokes permet de calculer la force qu’exerce l’écoulement fluide sur la sphère, soit la **force de trainée** (F_D), orientée par définition dans la direction de l’écoulement incident. Cette force peut être décomposée en deux contributions: (1) la pression, agissant perpendiculairement à la surface de la sphère, et (2) la force visqueuse, agissant tangentielllement à la surface de la sphère, et proportionnelle aux gradients de vitesse de l’écoulement à $r = R$. On doit calculer ces deux contributions en tout point à la surface de la sphère, en calculer les

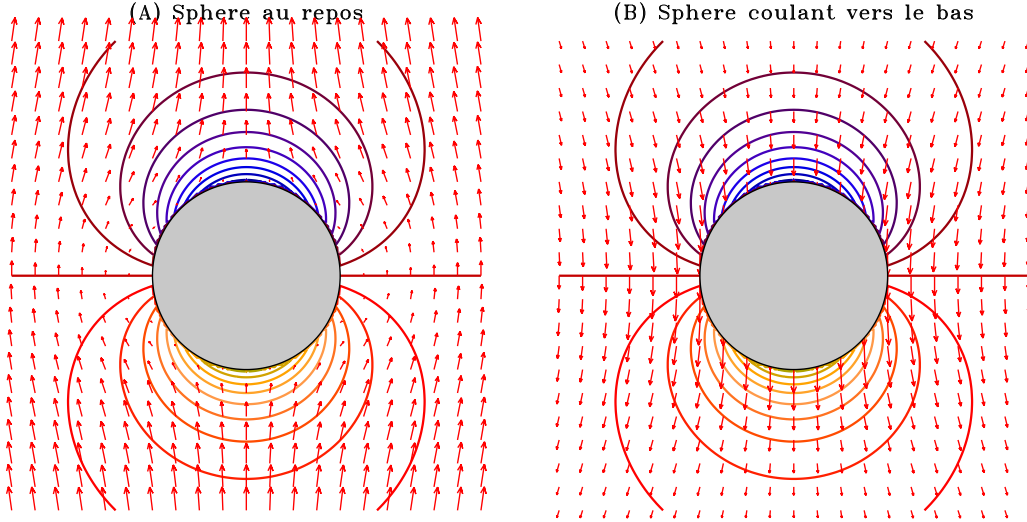


Figure 4.12: Solution de Stokes pour l'écoulement d'un fluide visqueux autour d'une sphère, telle que décrite par les éqs. (4.73) et (4.76), avec l'origine du système de coordonnées au centre de la sphère et $\theta = 0$ pointant verticalement vers le haut. La solution est tracée dans un plan parallèle à l'écoulement et bissectant la sphère. Les vecteurs-vitesses de l'écoulement sont tracés en rouges. Les isocontours représentent la différence de la pression par rapport à celle loin en amont (bleu→jaune $\equiv$ négatif→positif). À gauche, l'écoulement vu d'un repère où la sphère est au repos; à droite, le même écoulement, vu d'un repère se déplaçant vers le haut à vitesse u_0 , i.e., un repère où le fluide loin et amont et en aval est au repos (voir texte).

projections dans la direction z (verticale sur la Fig. 4.12)), et intégrer tout ça sur la surface $r = R$. Ce calcul, à partir des éqs. (4.73)–(4.73), nous plongerait un peu trop profondément en hydrodynamique, donc on s'en tiendra ici simplement au résultat final ⁹:

$$F_D = 6\pi\rho_f\nu Ru_0, \quad [\text{N}]. \quad (4.77)$$

où ρ_f est la densité du fluide et ν sa **viscosité cinématique** [unités: m^2s^{-1}]. C'est la **Loi de Stokes**. Pour l'air à TPN, $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{m}^2\text{s}^{-1}$, tandis que pour l'eau (pure) à 20°C , $\nu = 10^{-6} \text{m}^2\text{s}^{-1}$. Il peut sembler contraire à l'expérience usuelle que l'air ait une viscosité cinématique plus grande que l'eau par près d'un facteur 10, mais dynamiquement c'est le produit $\rho_f \times \nu$ qui importe, ce dernier étant 100 fois plus grand pour l'eau que l'air.

4.3.2 La vitesse de sédimentation

La solution de Stokes de la Fig. 4.12A, telle que décrite par les éqs. (4.73)–(4.76), ainsi que la force de trainée F_D y étant associée, demeurent inchangées dans le cas d'une sphère qui se déplace vers le bas à vitesse u_0 dans un fluide au repos, comme sur la Figure 4.12B; la Figure 4.12A est alors ce qui est “vu” dans un repère se déplaçant vers le bas à la même vitesse u_0 que la sphère (Vive la relativité Galiléenne!).

On peut ainsi utiliser la Loi de Stokes pour calculer la vitesse terminale d'une particule sphérique chutant dans le champ gravitationnel de la Terre; cette vitesse terminale est atteinte lorsque la sphère atteint une vitesse de chute telle que la force visqueuse équilibre la force gravitationnelle nette agissant sur la sphère:

$$F_g = -(\rho - \rho_f)g \frac{4\pi R^3}{3} \mathbf{e}_z. \quad (4.78)$$

⁹Avis aux intéressé.e.s, ce calcul est aussi fait en détail en PHY-3140 *Hydrodynamique*.

Par “force gravitationnelle nette” on entend ici la force gravitationnelle habituelle agissant sur le volume V de la sphère ($\rho_S g V$), de laquelle est soustraite la force de flottaison ($\rho_f g V$), cette force étant donnée par le poids du volume de fluide ambiant déplacé, comme nous l’a enseigné le Sieur Archimède il y a très longtemps déjà. La sphère coule à une vitesse constante si cette force est égale en grandeur à la force de trainée (4.77):

$$6\pi\rho_f\nu R u_0 = (\rho_S - \rho_f)g \frac{4\pi R^3}{3} , \quad (4.79)$$

d’où on obtient directement la vitesse terminale de chute:

$$u_0 = \frac{2gR^2}{9\nu} \left(\frac{\rho_S}{\rho_f} - 1 \right) . \quad (4.80)$$

C’est la **vitesse de sédimentation**. Considérons maintenant la chute d’une gouttelette d’eau vers le sol dans l’atmosphère à TPN, en supposant que la gouttelette d’eau demeure en tout temps sphérique. Il s’agit simplement d’écrire la composante- z de $\mathbf{F}=\mathbf{m}\mathbf{a}$, avec les forces de gravité et de trainée contribuant à $\mathbf{F}$. Je vous laisse vérifier que ceci conduit à

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{9\nu}{2R^2} \left(\frac{\rho_f}{\rho_S} \right) \frac{dz}{dt} - \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_S} \right) g , \quad (4.81)$$

où z mesure ici l’altitude de la gouttelette. C’est une petite équation différentielle ordinaire que vous êtes tout-à-fait capables de solutionner analytiquement.

La Figure 4.13 porte en graphique la trajectoire $z(t)$ pour trois gouttelettes d’eau ($\rho_S = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ de diamètres $D = 40, 80$ et 200 microns (μm), avec comme condition initiale vitesse nulle à $z = 1 \text{ m}$. Plutôt que les trajectoires paraboliques auxquelles on s’attendrait si seulement la gravité jouait, ici on observe des pentes constantes, égales à la vitesse de sédimentation pour chaque diamètre considéré. Ce n’est qu’au tout début de la chute (encart dans le coin supérieur droit) qu’on reconnaît ladite forme parabolique. Dans la trois cas, la vitesse de sédimentation est atteinte très rapidement, et demeure constante durant la plus grande partie de la chute.

La solution de Stokes repose sur un certain nombre d’hypothèses simplificatrices, la plus importante étant que la force visqueuse domine sur l’inertie du fluide. Ceci est quantifié par une quantité adimensionnelle appelée **Nombre de Reynolds**:

$$\text{Re} = \frac{u_0 R}{\nu} . \quad (4.82)$$

avec le rayon R de notre sphère comme échelle spatiale caractéristique: La solution de Stokes n’est donc valide que pour des Re “petits”. La force de trainée (4.77) peut se réécrire en terme du nombre de Reynolds: Les mesures expérimentales (voir Figure 4.14) indiquent que la force de trainée (4.77) s’accorde vraiment très bien aux mesures expérimentales pour $\text{Re} \leq 0.1$, y colle encore à mieux de $\simeq 1\%$ à $\text{Re} = 1$, et demeure à l’intérieur d’un facteur 2 jusqu’à $\text{Re} \simeq 10$; à plus haut Re , la force de trainée devient substantiellement supérieure à ce que prédit la Loi de Stokes, devenant même approximativement indépendante de u_0 (ou Re) dans l’intervalle $600 \lesssim \text{Re} \lesssim 3000$, résultat du développement de la turbulence dans la trainée de l’écoulement. L’équation (4.80) permet alors de traduire la contrainte $\text{Re} \leq 10$ en une contrainte sur le diamètre maximal (D_{max}) sous lequel la solution de Stokes demeure valide:

$$D_{\text{max}}^3 = \frac{36\nu^2}{g} \left(\frac{\rho_S}{\rho_f} - 1 \right)^{-1} , \quad [\text{Re} = 10]. \quad (4.83)$$

Pour une gouttelette d’eau chutant dans l’air, on trouve $D_{\text{max}} \simeq 100 \mu\text{m}$.

4.3.3 Exemple: la règle du 2 mètres

Les années Covid-19 nous ont tous familiarisé (à l’écoeurement...) avec cette fameuse règle de distanciation sociale dite “du deux mètres”. Pour un individu infecté, autant la respiration

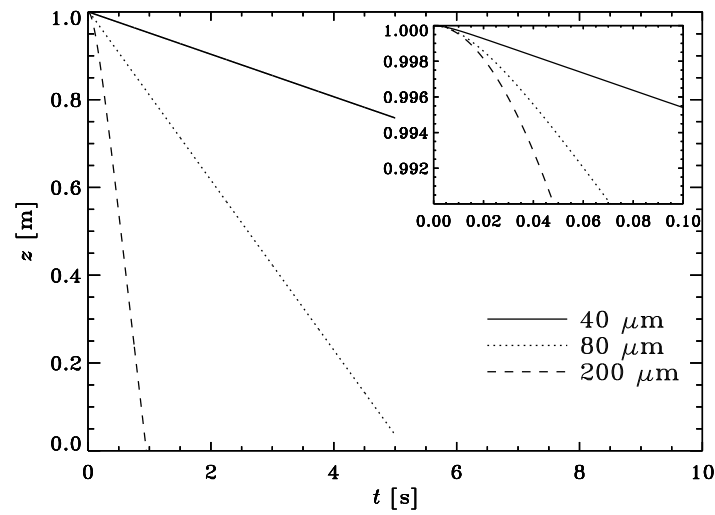


Figure 4.13: Chute de gouttelettes d'eau de diamètres 40, 80 et 200 μm d'une hauteur d'un mètre dans l'air à TPN. L'encart en haut à droite reproduit le premier 10^{-1} s des trajectoires de chute. La vitesse de sédimentation est atteinte très rapidement dans les trois cas.

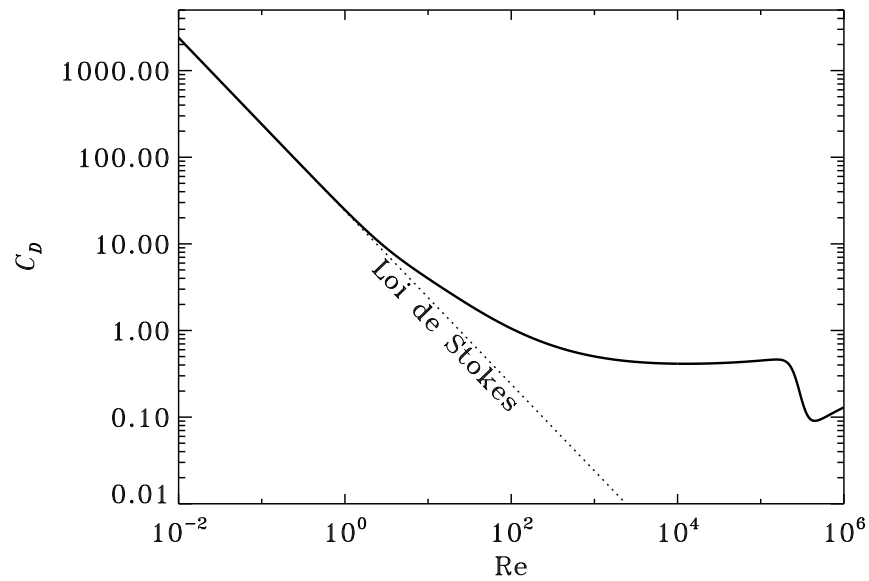


Figure 4.14: Variation mesurée de la force de trainée exercée par un fluide visqueux s'écoulant autour d'une sphère. Le trait pointillé correspond à la variation prédite par la Loi de Stokes. Le coefficient de trainée est défini comme $C_D = 2F_D/\rho u_0^2 \pi R^2 \equiv 24/\text{Re}$ pour $L = 2R$ dans l'éq. (4.82).

que la parole projettent dans l'air ambiant des microgouttelettes contenant potentiellement une charge virale. Ces gouttelettes ont des diamètres allant d'une dizaine jusqu'à quelques centaines de μm . À ces tailles la force de trainée associée à la viscosité joue un rôle important dans leur chute vers le sol, qui comme on vient de le voir peut différer substantiellement de la chute libre, mais peut être calculée à l'aide de notre solution de Stokes.

L'idée est la suivante: on considère une gouttelette éjectée horizontalement de la bouche d'un individu à une vitesse $u_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$, vitesse qui peut sembler élevée mais qui a été mesurée comme telle lors de l'expression sonore de phonèmes débutant par une consonne dite "plosive", comme b..., k..., et p... (voir le fascinant petit article par Abkarian *et al.*, cité en fin de chapitre, pour plus de détails sur ce genre de considérations phonétiques). On supposera que l'orifice buccal en question est situé à une hauteur de 1.75m du sol. On cherche à déterminer si une gouttelette ainsi projetée pourrait atteindre le torse (hauteur $\geq 1 \text{ m}$) d'un second individu situé à une distance d du premier.

L'équation du mouvement pour la gouttelette n'est encore une fois rien de plus compliqué que notre bon vieux $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$. En plus d'une dimension spatiale la force de trainée par une sphère se déplaçant à vitesse $\mathbf{u}$ dans l'air au repos se généralise simplement à

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\rho_f\nu R\mathbf{u} , \quad (4.84)$$

où pour l'air $\rho_f = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$, et $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$. Les composantes x et z de l'équation du mouvement sont donc séparables; celle en z (verticale) demeure inchangée, et est donnée par l'éq. (4.81) déjà solutionnée pour produire la Fig. 4.14; la composante x (horizontale) est encore plus simple:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{9\nu}{2R^2} \left(\frac{\rho_f}{\rho_s} \right) \frac{dx}{dt} , \quad (4.85)$$

sa solution étant une décroissance exponentielle de la composante x de la vitesse:

$$u_x(t) = u_0 \exp \left(-\frac{9\nu}{2R^2} \frac{\rho_f}{\rho_s} t \right) \quad (4.86)$$

et en intégrant une seconde fois:

$$x(t) = x^* \left[1 - \exp \left(-\frac{9\nu}{2R^2} \frac{\rho_f}{\rho_s} t \right) \right] \quad (4.87)$$

avec $x(t=0) = 0$ et u_0 la vitesse initiale en x . La quantité $x^* = 2R^2 u_0 \rho_s / 9\nu \rho_f$ correspond à la portée horizontale de la goutte.

La Figure 4.15 montre les trajectoires de trois gouttelettes, de diamètres 40, 80 et $200 \mu\text{m}$, expulsées horizontalement à $u_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$ de la bouche d'un individu infecté disant "papa-pipi-kaka" à un second individu lui faisant face. Le mouvement horizontal de la plus petite gouttelette (en rouge) est rapidement freiné, celle-ci parcourant moins de 10cm horizontalement. Par contre la plus grosse (en bleu) franchit 1 mètre horizontalement avant d'avoir chuté à la hauteur "sécuritaire" de 1 mètre; d'où cette fameuse règle du deux mètres pour la distanciation sociale.

Au printemps 2020, des résultats d'une étude très médiatisée (dont le pdf de la prépublication, Blocken *et al.*, est accessible sur la page web du cours) ont suggéré que la distance sécuritaire lors d'une activité comme la course à pied est en fait beaucoup plus grande que deux mètres. Il s'agit maintenant de reprendre le calcul ci-dessus, cette fois en ajoutant un "vent" soufflant horizontalement à vitesse u_v dans la direction négative des x , ce qui par changement (Galiléen) de repère est équivalent à avoir l'orifice buccal du coureur se déplaçant vers la direction positive en x à vitesse u_v . On supposera une athlète bien entraînée, trotant à $u_v = 4 \text{ m s}^{-1}$ (5 minutes au kilomètre, un bon rythme marathon). Des mesures ont démontré qu'en course de fond, l'exhalation de l'air atteint une vitesse de 2.5 m s^{-1} à la sortie de la bouche (oui, deux fois plus lentement que quand on dit "papa pipi kaka", par exemple...). L'équation (4.84) devient maintenant:

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\rho_f\nu R(\mathbf{u} - u_v \mathbf{e}_x) . \quad (4.88)$$

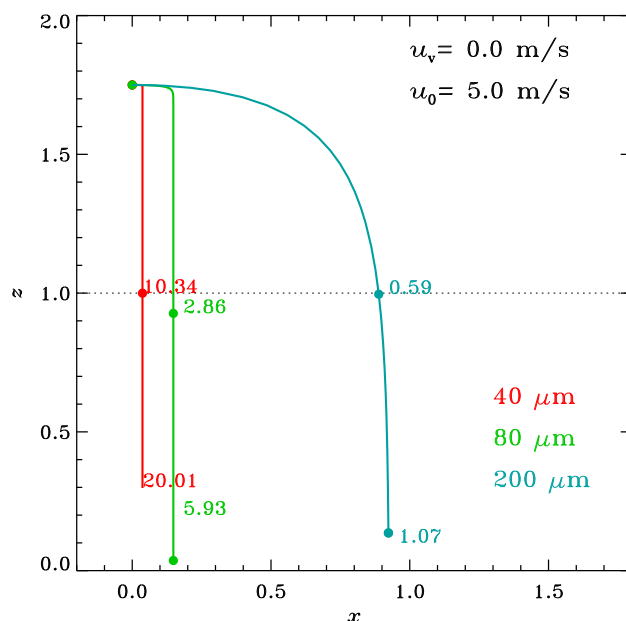


Figure 4.15: Trajectoires de gouttelettes d'eau de diamètres 40, 80 et $200\ \mu\text{m}$ propulsées horizontalement à $u_0 = 5\ \text{m s}^{-1}$ d'une hauteur initiale de $z_0 = 1.75\ \text{m}$. Les points colorés donnent le temps écoulé (en secondes) jusqu'à la position correspondante. Rapport d'aspect 1:1 ici, donc la forme de la trajectoire est géométriquement correcte. La plus grosse gouttelette ($200\ \mu\text{m}$, en bleu) est celle qui parcourt la plus grande distance en x , en raison de sa plus grande inertie.

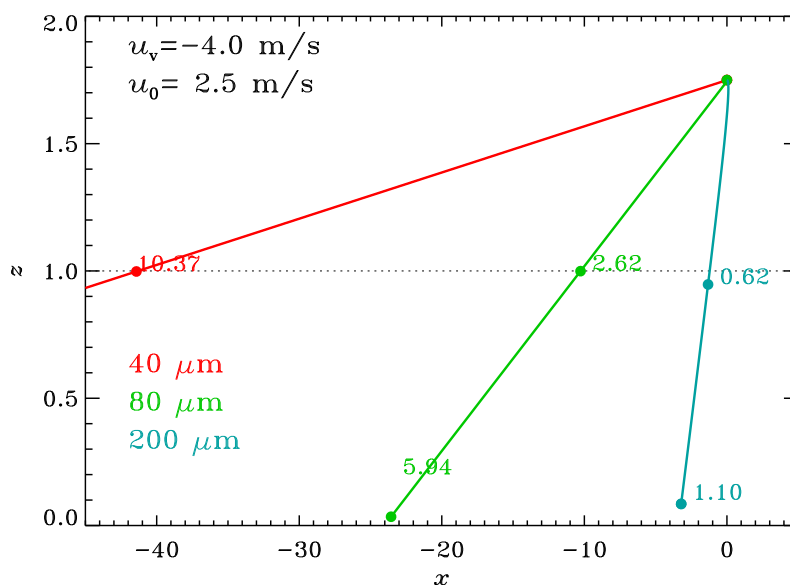


Figure 4.16: Trajectoires de gouttelettes d'eau de diamètres 40, 80 et $200\ \mu\text{m}$ propulsées horizontalement à $2.5\ \text{m s}^{-1}$ d'une hauteur initiale de $z_0 = 1.75\ \text{m}$, cette fois en présence d'un vent soufflant horizontalement à vitesse constante $u_v = 4\ \text{m s}^{-1}$ dans la direction négative de l'axe- x . La plus petite gouttelette ($40\ \mu\text{m}$, en rouge) est celle qui est entraînée le plus loin par le vent, en raison de son plus long temps de chute. Rapport d'aspect $x : y = 25 : 1$ ici.

Ceci ne change pas la composante- z de l'équation du mouvement, mais celle en x décrit maintenant une décroissance exponentielle de la composante- x de la vitesse, de sa valeur initiale u_0 vers $u_x = -u_v$. La Figure 4.16 montre les trajectoires pour nos trois maintenant familières gouttellettes de diamètres 40, 80 et 200 μm . Cette fois c'est la plus petite gouttellette qui est la plus dangereuse: ayant une vitesse de sédimentation plus faible, elle demeure plus longtemps dans le vent avant de toucher le sol, et donc est entraînée plus loin horizontalement. Donc ici un second coureur devrait demeurer $\simeq 40\text{ m}$ derrière le premier (infecté) pour éviter de ramasser sur son torse une gouttellette potentiellement virale.

Il est remarquable que les simulations numériques hydrodynamiques très sophistiquées de Blocken *et al.*, qui incluent (entre autres) la trainée turbulente produite par un coureur, conduisent à une distance sécuritaire très comparable à celle obtenue ici. Vive le Kamarade Stokes !

Les plus petites gouttellettes se comportent ici comme des **aérosols**, soit des particules dont le temps de résidence dans l'atmosphère peut aller de la journée à plusieurs années, dépendant de leur taille, densité, et altitude d'injection. Ces aérosols sont également entraînés en bloc avec tout vent soufflant horizontalement ou verticalement. Comme on le verra plus loin, leur impacts environnementaux et même climatiques peuvent être importants.

4.4 La percolation

Notre solution de Stokes nous permet d'aborder quantitativement un autre processus physique de grande importance en physique environnementale: la percolation. Ceci réfère au passage d'un fluide dans les interstices d'un **milieu granulaire**, comme le sable ou la roche concassée (voir Figure 4.17).

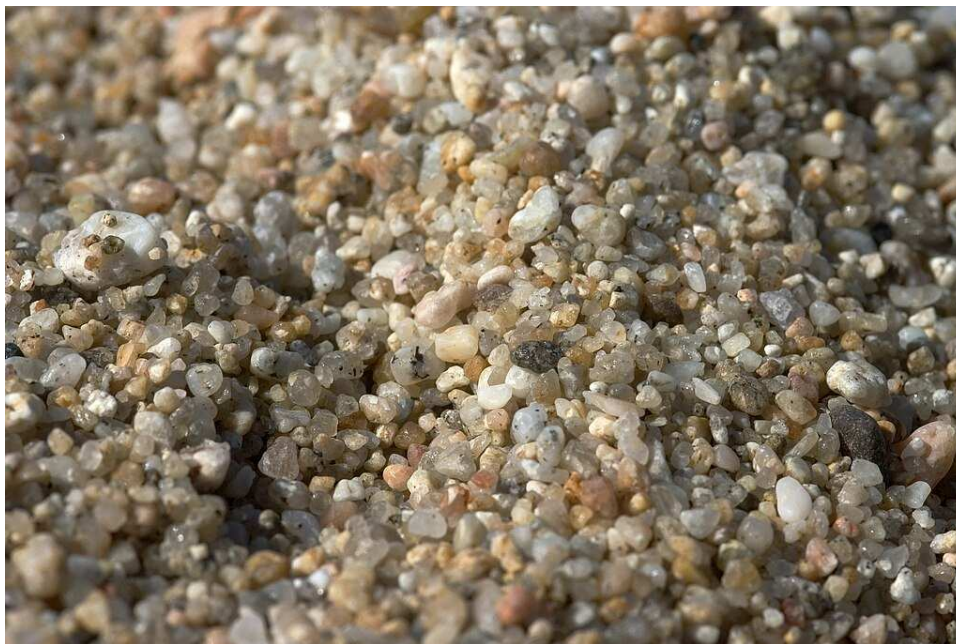


Figure 4.17: Un sable relativement grossier. Les grains, de taille, forme et composition diverses, font contact entre eux typiquement en quelques points, laissant beaucoup de “vide” entre les grains; c'est la porosité, déjà discutée à la §2.3. Source: Wikipedia Commons.

La solution de Stokes nous a permis de calculer la force exercée sur une sphère par un fluide visqueux s'écoulant autour de ladite sphère, soit l'éq. (4.77). Par action-réaction (vive Newton!), c'est également la force qu'exerce la sphère sur le fluide, qui devrait donc ralentir. Considérons

maintenant un ensemble de N sphères contenues dans un volume V et faisant contact entre elles, de manière à former un assemblage non-déformable. Le volume de fluide contenu dans cet assemblage sera donné par pV , où p est la porosité du milieu (revoir la §2.3 au besoin). Si le fluide traverse le volume à vitesse u_0 , alors le débit volumique par unité de surface (q , unités m s^{-1}) à travers l'élément de volume sera donné par

$$q = p u_0 . \quad (4.89)$$

En supposant que la Loi de Stokes soit applicable ici (on y reviendra), la force nette que ressentira le fluide s'écoulant d'un côté à l'autre du volume sera donnée par:

$$F = N \times (6\pi\rho\nu R u_0) \quad (4.90)$$

La porosité mesurant la fraction de “vide” dans un milieu granulaire, la fraction complémentaire occupée par les “grains” sera alors:

$$1 - p = \frac{4\pi N R^3}{3V} \quad (4.91)$$

Ceci permet d'éliminer N de l'éq. (4.90) et d'exprimer la force par unité de volume agissant sur le fluide comme:

$$\frac{F}{V} = - \underbrace{\left(\frac{9(1-p)}{2R^2p} \right)}_{1/\kappa} \rho \nu q . \quad (4.92)$$

où on a réexprimé la vitesse de l'écoulement u_0 en terme du débit volumique q via (4.89), une quantité plus facilement mesurable dans un milieu granulaire, et le signe “-” indique que la force visqueuse agit dans la direction opposée à l'écoulement. Je vous laisse vérifier (exercice pédagogique!) que le membre de droite de cette expression a bien des unités de N m^{-3} . La quantité entre parenthèses, dépendant de la taille des particules et de la porosité, caractérise le sol. En hydrologie on définit souvent un **coefficient de perméabilité** (κ , unités: m^2), comme l'inverse du terme entre parenthèses dans l'expression ci-dessus:

$$\kappa = \frac{2R^2p}{9(1-p)} ; \quad (4.93)$$

On verra sous peu que le coefficient de perméabilité détermine effectivement la conductivité hydraulique k déjà introduite à la §2.3. Son calcul direct à partir de l'équation (4.93) conduirait à des valeurs beaucoup trop élevées pour κ ; cependant, les dépendances linéaires en ρ , ν et q prédites par (4.92) sont bien vérifiées expérimentalement.

Il ne nous reste plus qu'à généraliser l'équation (4.92) en ramenant dans le portait le caractère vectoriel de la vitesse et de la force visqueuse:

$$\mathbf{f} = -\frac{\rho\nu}{\kappa} \mathbf{q} , \quad [\text{N m}^{-3}] . \quad (4.94)$$

L'équation (4.94) permet donc de calculer la force (par unité de volume) qu'exerce un milieu granulaire de perméabilité κ sur un fluide de densité ρ et viscosité cinématique ν le traversant à un débit volumique q .

4.4.1 Exemple 1 : Infiltration des eaux de surface dans un sol

Commençons par considérer le cas d'un fluide s'infiltrant (coulant verticalement!) dans un milieu granulaire (un sol!) sous l'influence de la gravité. En régime stationnaire ($\partial/\partial t \equiv 0$) la dynamique de l'écoulement se réduit à un équilibre entre la force gravitationnelle et la force visqueuse:

$$\rho g + \frac{\rho\nu}{\kappa} q_z = 0 , \quad (4.95)$$

d'où

$$q_z = -\frac{\kappa g}{\nu} . \quad (4.96)$$

La quantité au membre de droite a clairement des unités de vitesse, et définit la **conductivité hydraulique** (k) introduite à la §2.3 (voir Tableau 2.3):

$$k = \frac{\kappa g}{\nu} \quad [\text{m s}^{-1}] . \quad (4.97)$$

Notez bien que la conductivité hydraulique est une propriété conjointe du sol (via sa perméabilité κ) et du fluide (via son coefficient de viscosité ν)¹⁰.

4.4.2 Exemple 2 : bassin de rétention

Considérons maintenant une situation telle qu'illustrée schématiquement sur la Figure 4.18, soit un remblai d'un matériau granulaire de forme trapézoïdale agissant comme mur de confinement pour un réservoir de profondeur h . On a vu à la §2.2.1 que dans une couche de fluide

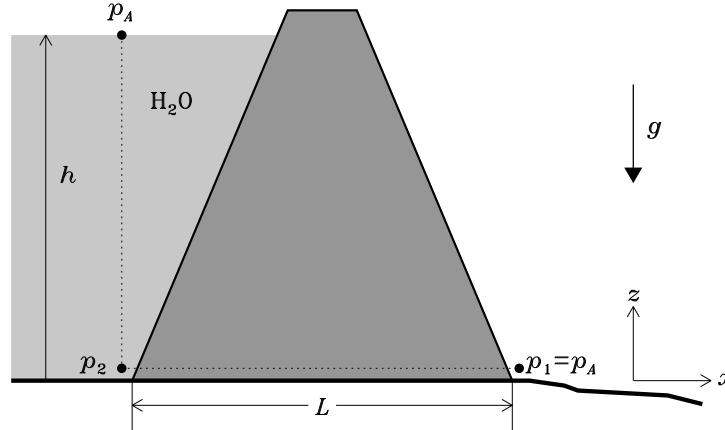


Figure 4.18: Représentation schématique d'un remblai fait d'un matériau granulaire (gris foncé) servant à contenir un réservoir d'eau de profondeur h .

incompressible au repos, l'équilibre hydrostatique dans la verticale conduit à une augmentation linéaire de la pression avec la profondeur:

$$p(z) = p_A + \rho g(h - z) , \quad (4.98)$$

où $z = 0$ au fond du réservoir, $z = h$ sa surface, et p_A la pression atmosphérique. Donc, sur la Fig. 4.18, on aura $p_2 = p_A + \rho gh$. Par contre, à la même hauteur de l'autre côté du remblai, on est à la pression atmosphérique, i.e., $p_1 = p_A$, donc $p_2 - p_1 = \rho gh$. La pression est une force par unité de surface, qui ici agit sur le fluide contenu dans les interstices du milieu granulaire dont est composé le remblai, ce qui propulsera un écoulement horizontal à travers le remblai; pas du tout ce qu'on veut d'un réservoir, surtout si ce dernier est un bassin de décantation pour des résidus miniers toxiques...

¹⁰ Attention, la conductivité hydraulique est parfois exprimée en terme de la viscosité dynamique $\mu = \rho\nu$, dans lequel cas $k = \kappa\rho g/\mu$; c'est le cas, entre autres, dans l'ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà souvent cité.

La pression est définie comme une force par unité de surface; imaginons un cylindre de longueur L et de section A centré sur le trait pointillé horizontal reliant p_2 à p_1 sur la Fig. 4.18. La force nette exercée sur le fluide contenu dans le cylindre sera donnée par

$$\mathbf{F}_{\nabla p} = A(p_2 - p_1)\mathbf{e}_x \quad (4.99)$$

et la force par unité de volume est simplement $\mathbf{F}/V$, soit:

$$\mathbf{f}_{\nabla p} = \frac{(p_2 - p_1)}{L}\mathbf{e}_x \quad (4.100)$$

puisque $V = A \times L$. Examinons maintenant ce qui se passe si on tente d'équilibrer cette force à l'aide de notre force visqueuse globale (4.92). On trouve ainsi:

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{\kappa}{\rho\nu} \frac{(p_2 - p_1)}{L} \\ &= \frac{\kappa g}{\nu} \left(\frac{h}{L} \right), \\ &= k \left(\frac{h}{L} \right), \end{aligned} \quad (4.101)$$

où la seconde égalité résulte de l'utilisation de (4.98) pour évaluer p_2 à $z = 0$, et la troisième de notre définition de la conductivité hydraulique. Mis à part le facteur h/L , ceci est identique à l'équation (4.96), obtenue précédemment dans le cas d'un fluide s'infiltrant sous l'unique action de la gravité.

Un remblai efficace, du genre qu'on aimerait pour confiner des bassin de sédimentation de résidus miniers par exemple, doit donc minimiser le rapport h/L . Dans le cas du remblai du genre illustré sur la Figure 4.18 contenant de l'eau ($\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$) contaminée, si on suppose $h = 3 \text{ m}$ et largeur à la base $L = 10 \text{ m}$ fait d'un mélange de sable et gravier bien compacté (conductivité hydraulique $k \simeq 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$), on obtient $q = 3 \times 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$. Ceci peut sembler minuscule, mais sur une période d'un an ($\simeq \pi \times 10^7 \text{ s}$), le fluide aura déjà percolé à travers toute la largeur du remblai, marquant le début de la contamination environnementale.

Avec une vitesse d'écoulement dans le remblai $u_0 \sim 10^{-7} \text{ m s}^{-1}$ et des grains de sable de rayon $R \sim 10^{-3} \text{ m}$, il est facile de vérifier que le nombre de Reynolds est ici $\ll 1$, condition *sine qua non* à l'applicabilité de la Loi de Stokes (4.77). Néanmoins, l'estimé de la perméabilité qu'on pourrait tirer de l'éq. (4.92), conduirait à une conductivité hydraulique trop élevée par près de trois ordres de grandeur; la raison tient à plusieurs facteurs, incluant: (1) un sol granulaire véritable (e.g. la Fig. 4.17 ci-dessus) est tout sauf une assemblage régulier de sphères identiques; (2) notre calcul de la perméabilité basé sur l'écoulement de Stokes ne tiendrait (possiblement) que si la distance entre les sphères est passablement plus grande que leur diamètre, ce qui correspondrait à une situation de très grande porosité rarement rencontré dans des sols granulaires (et surtout pas dans la construction de remblais visant à contenir un liquide dangereux); (3) en situation de compaction élevée, de forts gradients de vitesse existent entre les constituants du milieu granulaire, ce qui, en combinaison avec leur forme irrégulière et rapport surface/volume plus grand que pour une sphère, augmente énormément la force visqueuse.

4.4.3 La Loi de Darcy

Les deux exemples considérés ci-dessus illustrent deux manières à prime abord distinctes de propulser un écoulement à travers un matériau granulaire: en laissant agir la gravité, ou en appliquant un gradient de pression. Ces deux scénarios peuvent être unifiés en définissant un **potentiel hydraulique**:

$$\varphi(x, y, z) = z + \frac{p(x, y, z)}{\rho g}, \quad (4.102)$$

où z est l'altitude mesurée par rapport à un point de référence, et le “ p ” est toujours la pression (ATTENTION, pas la porosité!). Le débit volumique peut alors s'exprimer comme:

$$\mathbf{q} = -k\nabla\varphi. \quad (4.103)$$

C'est la **Loi de Darcy**. Je vous laisse vérifier (en exercice!) que les expressions (4.96) et (4.101) sont bel et bien cohérentes avec les équations (4.102) et (4.103).

La Loi de Darcy permet ainsi de calculer le profil d'écoulement dans un milieu granulaire saturé en liquide, sujet évidemment à la contrainte de conservation de la masse. En régime stationnaire ($\partial/\partial t \equiv 0$) et dans le cas d'un liquide incompressible comme l'eau, on doit satisfaire $\nabla \cdot \mathbf{u} \equiv \nabla \cdot \mathbf{q} = 0$, ce qui, en combinaison avec l'éq. (4.103), conduit à une équation de Laplace pour la pression:

$$\nabla^2 p = 0, \quad (4.104)$$

sujette à l'imposition de conditions limites appropriées; celles-ci, dans le contexte de notre problème de bassin de rétention de la §4.4.2, dépendra (entre autre) de la perméabilité du substrat sur lequel est construit le remblai.

Exercices:

4.1: Calculez la vitesse terminale de chute d'une balle de pingpong dans l'air, versus une balle du même rayon mais faite d'irridium ($\rho = 22420 \text{ kg m}^{-3}$). Estimez le nombre de Reynolds (Re) dans les deux cas. Répéter les mêmes calculs, mais dans l'eau.

4.2: Obtenez l'éq. (4.81) à partir de $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$, en incluant la force de trainée dans $\mathbf{F}$; ensuite, solutionnez cette expression (analytiquement ou numériquement) pour reproduire la Figure 4.13.

4.4: Vérifiez, par substitution directe, que l'équation (4.35) est bien une solution valide de l'équation de diffusion (4.17) avec $S = 0$.

4.5: De son propre aveu, le Fonderie Horne à Rouyn-Noranda a émis en 2022 une moyenne annuelle de 73.1 nanogrammes (ng) d'arsenic par mètre cube de ses cheminées. En présence d'un vent constant soufflant à 1 m s^{-1} , et un taux constant d'émission correspondant à cette moyenne annuelle, calculez à quelle distances de la fonderie (en amont, aval, et latérale) on retombe sous la norme provinciale officielle de 3 ng m^{-3} . Utilisez un coefficient de diffusion turbulente $D_T = 10 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$.

4.6: Comme mentionné à la §4.2.6, le 7 mars 2023 les émissions d'Arsenic par les cheminées de la Fonderie Horne ont atteint un pic de $\simeq 1000 \text{ ng m}^{-3}$. En supposant une journée sans vent et que ce pic d'émission ait duré six heures, calculez le pic de concentration atteint aux trois sites listés au Tableau 4.2. Vous pouvez supposer que le pic d'émission représente un pulse instantané de contaminant, et négliger l'émission “normale” en mode continu.

4.7: On considère un long tube ($L = 1 \text{ m}$) orienté parallèlement à la gravité, dont la moitié du bas est remplie d'un sable fin bien compacté (porosité $p = 0.35$, conductivité hydraulique $k = 3 \times 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$). On remplit lentement le tube d'eau jusqu'à raz bord, un fin grillage au bas du tube empêchant ce dernier d'en sortir, mais laisse passer l'eau. Une fois le sable saturé en eau, calculez le débit volumique et la vitesse d'écoulement de l'eau à la sortie du tube, et comment ces quantités varient (ou pas) à mesure que le tube se vide.

4.8: Refaites les calculs du débit volumique de percolation des sections 4.4.1 et 4.4.2, en utilisant cette fois la Loi de Darcy.

4.9: Revenons au bassin de rétention de la Fig. 4.18 et ses dimensions de $L = 10 \text{ m}$ à la base et hauteur $h = 3 \text{ m}$. Supposons de surcroît que le remblai est déjà saturé en eau.

1. Calculez le potentiel hydraulique à l'intérieur du remblai, et les grandeur et direction du débit volumique $\mathbf{q}$

2. Tracez (graphique, ou à main levée) les lignes d'écoulement associées à ce débit volumique. Croyez-vous que cette forme d'écoulement soit réaliste ici ? pourquoi ?

Bibliographie:

Les données numériques des tableaux 4.1 et 4.3 proviennent respectivement des sources suivantes:

`engineeringtoolbox.com/air-diffusion-coefficient-gas-mixture-temperature-d_2010.html`

`engineeringtoolbox.com/particle-sizes-d_934.html`

Les solutions numériques des §§4.1.3 et 4.2.3 sont tirées et adaptées de l'ouvrage de Boeker et van Grondelle cité en bibliographie du chapitre 1.

Sur la projection des gouttelettes de salive lors du parler, voir

Abkarian, M., Mendez, S., Xue, N., Yang, F., Stone, H.A., *PNAS* **117**(41), 25237–25245 (2020)

L'exemple de la dispersion de l'Argon dans l'atmosphère terrestre (4.2.5) est originellement dû à l'astrophysicien Georges Gamov, mais a été repris et très efficacement popularisé par le biologiste/environnementaliste David Suzuki, dont les ouvrages valent définitivement la lecture. Si ça vous intéresse je recommanderais:

Suzuki, D., *The Sacred Balance*, 4^{ème} éd., Greystones Books, 2022.

Chapitre 5

Processus Physiques III. Chaleur

5.1 Les trois manières de cuire un poulet

Du point de vue de la physique, il n'y a que trois et seulement trois façons de cuire un poulet: au micro-ondes, à la poêle à frire, ou au four. Dans le premier cas, la chaleur est transmise au poulet par la radiation électromagnétique émise par la lampe du micro-onde; dans le second cas, par conduction entre le fond très chaud de la poêle à frire et le poulet qu'on y a déposé; et dans le troisième cas, l'air chauffé par les éléments du four circule autour du poulet, y déposant une partie de sa chaleur par conduction à la surface du poulet. En termes plus techniques, on parle de chauffage par **radiation**, **conduction**, ou **convection**.

5.2 Conduction thermique

Imaginons deux corps noir placés “en contact”, soit en contact physique ou via leur champ de radiation. Chaque corps noir, étant un absorbeur parfait, absorbera le flux d'énergie émis par l'autre. Si les deux corps noirs ne sont pas à la même température, le plus froid des corps noirs gagnera au change, obtenant un gain net d'énergie. Ce gain net sera proportionnel à la différence de l'énergie totale émise par chaque corps noir.

Considérons une situation où le corps noir plus chaud est à une température T_b légèrement plus élevé que la température T_a du plus froid, i.e., $T_b = T_a + \delta T$, avec $\delta T \ll T_a, T_b$. Utilisant la Loi de Stefan (3.3), on peut écrire:

$$\begin{aligned} L_b - L_a &= \sigma(T_b^4 - T_a^4) \\ &= \sigma((T_a + \delta T)^4 - T_a^4) \\ &= \sigma((T_a^4 + T_a^3 \delta T + \dots) - T_a^4) \\ &\simeq \sigma T_a^3 \delta T . \end{aligned} \tag{5.1}$$

La dernière égalité approximative résulte d'avoir négligé tous les termes en $(\delta T)^2$, $(\delta T)^3$, etc., dans le développement du polynôme quartique $(T_a + \delta T)^4$. Cette approximation est justifiable en raison du fait que $\delta T \ll T_a, T_b$. Un flux d'énergie calorique s'écoule donc du chaud vers le froid, conformément à l'expérience usuelle, à un taux proportionnel à la différence de température entre les deux corps en contact. De manière plus générale on écrit:

$$\mathbf{q}_D = -\chi \nabla T , \tag{5.2}$$

où $\mathbf{q}$ est le **flux conductif** de chaleur (unités: W m^{-2}), et χ est le **coefficient de conduction thermique** (unités: $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$). Ce coefficient peut inclure une contribution (χ_r) due à l'échange d'énergie par radiation. Aux conditions physiques caractérisant la majorité des systèmes d'intérêt en physique environnementale, la conductivité thermique est dominée par les collisions inter-particules, et la radiation électromagnétique ne contribue que très peu. Encore

ici le signe “−” est rajouté à bras afin que χ soit une quantité positive. Remarquons déjà que le flux diffusif a la même forme mathématique que le flux d'un contaminant trace, cf. l'éqs. (4.10).

5.3 L'équation du transport de la chaleur

Il s'agit maintenant décrire une équation de bilan pour la chaleur, incluant son flux associée à la conductivité thermique, mais aussi celui associé à un écoulement, si présent; on a déjà vu qu'un écoulement transporte de la masse et/ou un contaminant, et il transporte aussi l'énergie interne du fluide (e , unités J m^{-3}):

$$e = \rho c_p T \quad . \quad (5.3)$$

Le **flux convectif** de chaleur correspondant s'écrit:

$$\mathbf{q}_u = \rho c_p T \mathbf{u} \quad , \quad [\text{W m}^{-2} \text{s}^{-1}] \quad . \quad (5.4)$$

Notre équation de bilan a sa forme habituelle (revoir la §1.5 au besoin), et doit inclure nos deux contributions au flux, advective et conductive:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{q}_u + \mathbf{q}_D) \quad (5.5)$$

ou, en terme de la température:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T &= -\frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot (-\chi \nabla T) \\ &= \kappa \nabla^2 T \end{aligned} \quad (5.6)$$

La seconde égalité résulte d'avoir considéré une conductivité thermique χ constante, permettant la définition du est le **coefficient de diffusivité thermique** $\kappa = \chi/\rho c_p$ (unités: $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$), une quantité qui tout comme χ peut se mesurer expérimentalement ou même, dans le cas de substances pas trop complexes à l'échelle microscopique, se calculer *ab initio*. On remarquera que l'éq. (5.6) a exactement la même forme que notre équation de transport d'un contaminant (4.50), avec $C \rightarrow T$ et $D \rightarrow \kappa$. Donc, toutes nos belles solutions analytiques des §§4.1.3 et 4.2.3 sont directement applicables au transport de la chaleur!

Le tableau 5.1 liste les coefficients de conductivité et diffusivité thermiques pour diverses substances d'intérêt. Un survol rapide de ce tableau révèle déjà que les gaz plus légers sont de meilleurs conducteurs de la chaleur, et que du côté des solides les meilleurs conducteurs électriques —les métaux— sont également les meilleurs conducteurs thermiques, conséquence directe de la mobilité des électrons.

On peut effectuer sur notre équation du transport de la chaleur (5.6) la même analyse dimensionnelle (§4.2.2) que pour l'équation de transport (4.50), ce qui conduit aux deux nouvelles expressions suivantes pour le nombre de Peclet et le temps diffusif:

$$\text{Pe} = \frac{u_0 L}{\kappa} \quad , \quad (5.7)$$

$$\tau_D = \frac{L^2}{\kappa} \quad , \quad (5.8)$$

le temps advectif $\tau_u = L/u_0$ demeurant inchangé.

5.3.1 Exemple 1: l'asphalte brûlant

Le temps diffusif (5.8) est d'une grande utilité pour caractériser la réponse thermique d'une substance à un input de chaleur variant dans le temps sans formellement solutionner l'équation (5.6).

Table 5.1: Coefficients de conductivité (χ) et diffusivité (κ) thermiques ($T = 300\text{ K}$)

Substance	χ [$\text{W m}^{-1}\text{K}^{-1}$]	κ [$10^{-7}\text{ m}^2\text{s}^{-1}$]
Air	0.026	225
Laine minérale	0.043	32
Mousse urethane	0.026	3.6
Liège	0.039	1.8
Verre	1.4	7.5
Plâtre	0.22	1.21
Bois mou	0.12	1.71
Bois dur	0.16	1.77
Brique	0.72	4.49
Béton	1.4	6.92
Asphalte	2.0	10
Eau	0.61	1.4
Glace (0°)	1.8	10
Peau humaine	0.37	
Caoutchouc	0.13	0.59
Fer	80.2	228
Aluminium	237	972
Acier	52	149
Cuivre	401	1166
Sable sec	0.27	2.23
Sol moyen	0.52	0.38
Ar		220
He		1900
H		1600

Source: voir bibliographie

Considérons, par exemple, le chauffage d'une couche d'asphalte par l'insolation journalière. Le coefficient de diffusivité thermique de l'asphalte varie entre $0.7\text{--}1.4 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, dépendant du mélange; on utilisera simplement $10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ dans ce qui suit. Un bel asphalte frais et noir est très opaque à la radiation dans le visible (albedo $\alpha_a \simeq 0.05$, voir Tableau 3.2), donc l'insolation est à toutes fins pratiques entièrement absorbée dans le premier centimètre sous la surface. cependant, la diffusion thermique transporte cette chaleur plus profondément.

Si on imagine que le chauffage débute soudainement au lever du soleil, et se termine au coucher, alors on a un temps caractéristique de variation $\tau \simeq 12 \text{ heures} \simeq 4.32 \times 10^4 \text{ s}$. L'équation (4.14) nous permet d'estimer la profondeur à laquelle la chaleur diffusera en 12 heures: $L \sim \sqrt{\tau \kappa} \simeq 0.2 \text{ m}$.

L'évolution de la température moyenne dans un mètre carré d'une couche d'asphalte de profondeur $L = 0.2 \text{ m}$ serait décrite par

$$L \times \rho c_p \frac{dT}{dt} \sim L \rho c_p \frac{\Delta T}{\tau} = (1 - \alpha_a) S \quad (5.9)$$

où $S = 500 \text{ W m}^{-2}$ est une irradiance moyenne au sol, essentiellement obtenue en moyennant les résultats de la Fig. 3.9 (courbe verte) sur l'angle zénithal, et on a remplacé la dérivée temporelle de T par rapport à t par la variation de température ΔT divisée par le temps caractéristique τ ($= 12 \text{ heures}$). Avec $\rho c_p = 2 \times 10^6 \text{ J m}^{-3} \text{ K}^{-1}$ pour l'asphalte (voir Tableau 1.1), on trouve ainsi:

$$\Delta T = \frac{(1 - \alpha_a) S_0 \tau}{L \rho c_p} = 55^\circ \text{C} . \quad (5.10)$$

Ca commence à faire chaud pour les petits pieds nus... est c'est conforme à l'expérience !

Notons que le point de fusion de l'asphalte se situe dans l'intervalle $54^\circ \leq T \leq 175^\circ\text{C}$, la valeur exacte dépendant du mélange, $\sim 90^\circ\text{C}$ étant une valeur typique. Donc, lors d'une très chaude journée d'été, l'asphalte de nos rues peut sérieusement ramollir lorsqu'exposée au soleil, comme l'illustre la Figure 5.1 pour un exemple passé à la postérité.



Figure 5.1: Exemple historique de fonte de l'asphalte par le rayonnement d'un corps céleste. Source: G. Rémi (alias Hergé), *L'Étoile Mystérieuse*, Casterman 1947.

5.3.2 Exemple 2: l'isolation thermique

En guise de second exemple, examinons maintenant la question de l'isolation thermique, un problème majeur pour la survie des animaux dans des climats froids, et un élément clef de l'économie énergétique dans les sociétés industrialisées.

En l'absence d'écoulement ($\mathbf{u}=0$), une solution stationnaire ($\partial/\partial t = 0$) à notre équation du transport de la chaleur revient à solutionner une équation de Laplace:

$$-\frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot (-\chi \nabla T) \equiv \kappa \nabla^2 T = 0 \quad (5.11)$$

avec des conditions limites appropriées sur T . Notons qu'une première intégrale de cette expression impose que

$$-\chi \nabla T = \text{constante} . \quad (5.12)$$

Autrement dit, le flux de chaleur doit être le même partout, puisque toute variation conduirait à une divergence non-nulle du flux, et donc à un chauffage ou refroidissement local, dans lequel cas on n'aurait plus une solution stationnaire.

Considérons une situation simple en 1D, mais d'intérêt biologique immédiat: la perte de chaleur à laquelle doit composer un animal (comme nous) de température corporelle interne T_c se retrouvant dans un environnement où la température extérieure $T_a \ll T_c$. Le diagramme au haut de la Figure 5.2 illustre schématiquement cette situation en 1D, la direction $\mathbf{e}_x$ étant perpendiculaire à la peau. La couche de peau (derme+épiderme) a une épaisseur $h_p = 4\text{ mm}$, et une conductivité thermique $\chi_p = 0.37\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$ (voir Tableau 5.1). En 1D l'équation de Laplace se réduit à

$$\kappa \frac{d^2 T}{dx^2} = 0 , \quad T(x_c) = T_c , \quad T(x_a) = T_a \quad (5.13)$$

dont la solution donne un profil linéaire de $T(x)$

$$T(x) = T_c + (T_a - T_c) \frac{x - x_c}{x_a - x_c} . \quad (5.14)$$

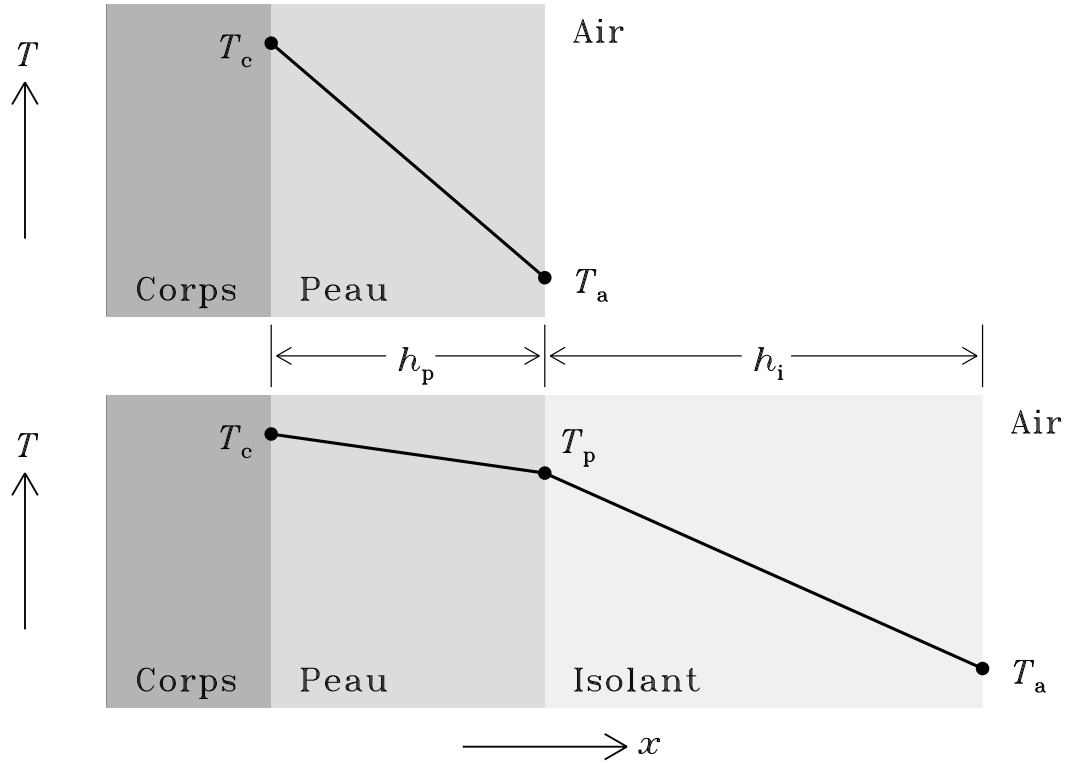


Figure 5.2: Représentation schématique du profil de température stationnaire s'établissant entre l'intérieur du corps (température $T_c = 37^\circ\text{C}$) et le milieu extérieur (T_a) à travers une couche de peau d'épaisseur h_p , en l'absence (en haut) ou présence (en bas) d'une couche de matériau isolant (épaisseur h_i) entre la peau et le milieu.

Remarquez que le coefficient de diffusion thermique n'apparaît pas dans cette solution stationnaire; sa valeur a un impact sur le temps requis pour atteindre l'état stationnaire, mais pas sur la forme de l'état stationnaire même. Cette solution nous permet donc de calculer le flux d'énergie thermique perdue à travers la peau:

$$\mathbf{q}_T = -\chi_p \frac{dT}{dx} = \chi \frac{T_c - T_a}{h_p}, \quad [\text{W m}^{-2}]. \quad (5.15)$$

Pour des valeurs $T_c = 37^\circ\text{C}$, $T_a = 0^\circ\text{C}$ et $h_p \equiv x_a - x_c = 4 \text{ mm}$, on trouve $|\mathbf{q}_T| \simeq 3400 \text{ W m}^{-2}$. Approximons notre humain typique flambant nu (ni excessivement rondet ou poilu) comme un cylindre d'eau de masse 68 kg , de hauteur $H = 1.5 \text{ m}$ et diamètre $d = 24 \text{ cm}$, pour une surface de contact avec l'air de $A = 1.22 \text{ m}^2$. Je vous laisse calculer que notre "humain" passif deviendra hypothermique ($T_c \leq 35^\circ\text{C}$) après un petit $\simeq 2 \text{ minutes}^1$.

Que se passe-t-il maintenant si notre humain cylindrique typique lâche finalement son cell et a soudainement l'idée géniale de ne pas rester tout nu dehors, mais de se glisser dans un bon sac de couchage de calibre hivernal, en duvet de qualité supérieure et d'épaisseur moyenne $h_i = 5 \text{ cm}$. La situation est maintenant celle illustrée schématiquement au bas de la Figure 5.2 (mais pas du tout à l'échelle). Le duvet emprisonne effectivement une couche d'air épaisse de 5 cm , et caractérisée par une conductivité thermique $\chi_a = 0.026 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, soit $\simeq 15$ fois plus faible que celle de la peau humaine.

¹En réalité le temps requis serait 5–10 fois plus long, car le corps humain dispose d'une variété de mécanismes lui permettant de préserver sa chaleur, en réduisant l'apport sanguin à la peau, et d'en générer, en grelottant! On reviendra là-dessus quand on traitera plus spécifiquement de thermorégulation animale.

Ici la solution de l'équation de Laplace est compliquée par le fait que les conductivité et diffusivité thermiques ne sont pas les mêmes pour la peau que pour l'air. Mais en régime stationnaire, le flux thermique à travers la peau doit être le même que celui traversant la couche d'air isolante. Dénotons la grandeur de ce flux par q et écrivons

$$q = -\chi_p \frac{T_p - T_c}{h_p}, \quad [\text{peau}] \quad (5.16)$$

$$q = -\chi_a \frac{T_a - T_p}{h_i}. \quad [\text{air isolant}] \quad (5.17)$$

Ce système de deux équations pour les deux inconnus q et T_p se solutionne facilement:

$$T_p = \frac{h_p \chi_a T_a + h_a \chi_p T_c}{h_p \chi_a + h_a \chi_p}, \quad (5.18)$$

$$q = (T_c - T_a) \left(\frac{h_p}{\chi_p} + \frac{h_i}{\chi_a} \right)^{-1}. \quad (5.19)$$

Pour $T_c = 37^\circ\text{C}$ et $T_a = 0^\circ\text{C}$, on trouve $T_p = 36.8^\circ\text{C}$, un minuscule 0.2°C de moins que la température corporelle interne T_c ; et un flux $q = 19 \text{ W m}^{-2}$, soit $\simeq 170$ fois moins qu'en l'absence de la couche isolante; il n'y a plus de danger d'hypothermie! Mais, comme ont pu le constater tous ceux/celles qui ont eu le malheur de se faire pleuvoir dessus abondamment l'hiver à des températures avoisinant le zéro, l'isolation thermique des vêtements chute dramatiquement lorsque l'isolant est imbibé d'eau; conséquence incontournable du fait que la conductivité thermique de l'eau est $\simeq 24$ fois plus grande que celle de l'air (sec).

La plupart des animaux dans nos contrées nordiques, qui n'ont pas le luxe des sacs de couchage en duvet, emprisonnent l'air près de leur épiderme dans des couches de poils, ou de duvet recouvert par des plumes. Des animaux comme le lynx (Fig. 5.3) ou le renard atteignent ainsi un niveau d'isolation thermique d'environ 2/3 de celui de l'air au repos, même quand ils sont en mouvement. Un des exercices en fin de chapitre vous guide dans une exploration



Figure 5.3: *Lynx canadensis*; Source: etsy.com/ca-fr/listing/1363182976.

quantitative de l'isolation thermique hivernale du Lynx.

Notons finalement que dans ce genre de calculs, il est possible de (facilement) faire mieux que l'approximation cylindrique. Par exemple, dans le cas d'un humain, la **formule de Du Bois**

est une relation empirique couramment utilisée en médecine pour calculer la surface corporelle (A , en m^2) en fonction de la masse (M , en kg) et de la taille (H , en cm):

$$A = 0.007184 W^{0.425} H^{0.725} . \quad (5.20)$$

Plusieurs variantes de cette expression ont été développées et validées sur divers échantillons humains, mais aux besoins de ce cours la forme classique ci-dessus est plus que suffisante.

5.3.3 Exemple 3: les îlots de chaleur

On passe maintenant à une situation où le transport de chaleur par un écoulement joue un rôle important dans l'équilibre thermique: les îlots de chaleur.

Les villes combinent de grandes surfaces sans végétation et d'albedo faibles (e.g., les stationnements) et une substantielle production locale d'énergie thermique résultant de l'activité industrielle, de la climatisation, du transport automobile, etc. Nous exprimerons cette source en unités de Watt par mètre carré de surface urbaine. Cette quantité a été estimée à $S_v = 280 \text{ W m}^{-2}$ pour une ville “typique” dans un pays industrialisé.

Notre “ville” sera approximée par un parallépipède de base carrée $L \times L$, et incluant la masse d'air s'étendant verticalement au dessus de la surface jusqu'à une altitude $h = 300 \text{ m}$. Plutôt que de tenter de solutionner formellement l'équation du transport de la chaleur, nous allons ramener dans le portrait notre bon vieux modèle RSPF. Comme l'illustre la Figure 5.4, le modèle commence à contenir pas mal d'éléments:

- Nous avons deux réservoirs thermiques: la masse d'air urbain, et le sol urbain, caractérisés par des températures T_v et T_s respectivement;
- Le réservoir “sol urbain” a une source, soit l'insolation solaire $S_\odot$, qui par hypothèse traverse l'atmosphère sans atténuation. On utilisera une valeur $S_\odot = 450 \text{ W m}^{-2}$, correspondant à l'irradiance moyenne journalière en été aux mi-latitudes (viz. Fig. 3.6);
- Le réservoir “air urbain” a une source (surfactive) S_v , d'origine anthropogénique;
- Comme dans le cas de l'effet de serre de la §3.10, le réservoir “air urbain” irradie une moitié ($0.5\sigma T_v^4$) de son énergie thermique vers le sol, et l'autre moitié vers l'espace.
- Une fraction t (la transmissivité) du flux thermique émis par le sol s'échappe vers l'espace, et la fraction absorbée, $(1 - t)\sigma T_s^4$, est transféré au réservoir air urbain.
- Tous les flux surfaciques et sources surfaciques doivent être multipliés par L^2 pour obtenir les quantités de chaleur totale entrant ou sortant “verticalement” de nos deux réservoirs, soit notre “ville”;
- Finalement, un vent horizontal soufflant à vitesse u produit un flux entrant de chaleur $\rho c_p u T_a$, où T_a est la température de l'air “froid” à l'extérieur de la zone urbaine, et un flux sortant $\rho c_p u T_v$. La quantité nette de chaleur sortant de notre ville parallépipédique est alors donnée par $\rho c_p u (T_v - T_a) \times hL$.

Il ne nous reste plus qu'à écrire nos équations de bilan. On doit faire attention ici car les flux thermiques sont émis par une surface d'aire $L \times L$, mais le flux de chaleur transportée par le vent horizontal traverse une surface d'aire $L \times h$. On se limitera encore ici au régime stationnaire, où le système est globalement à l'équilibre (tous les $d/dt = 0$); les flux totaux entrant et sortant de chaque réservoir doivent alors équilibrer les sources internes; on aura donc:

$$\text{Air Urbain} : 0 = (1 - t)\sigma T_s^4 - \sigma T_v^4 - \frac{h}{L} \rho c_p u (T_v - T_a) + S_v , \quad (5.21)$$

$$\text{Sol Urbain} : 0 = S_\odot + \frac{1}{2} \sigma T_v^4 - \sigma T_s^4 . \quad (5.22)$$

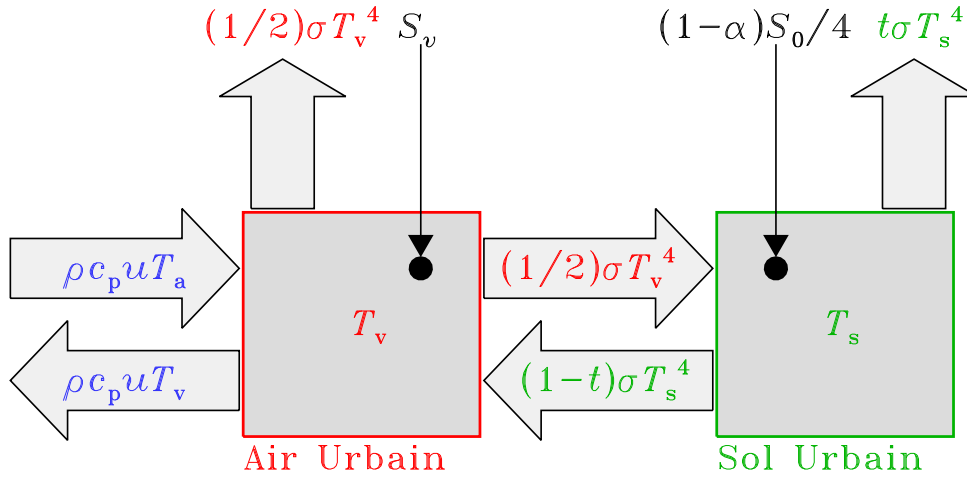


Figure 5.4: Le système air+sol urbains, en représentation Réservoir+Source+Puit+Flux. On suppose ici que l'air urbain est complètement transparent à l'irradiance solaire, et transmet une fraction t (transmissivité) du rayonnement thermique du sol urbain vers les plus hautes couches de l'atmosphère. Comparez attentivement avec la Fig. 3.17.

où on a tout divisé par L^2 , ce qui a fait apparaître le quotient h/L dans le terme de transport de chaleur par le vent. Comparez attentivement ceci aux éqs. (3.45)–(3.46). Si on pose $u = 0$, on trouve

$$T_v = \left[((1-t)S_\odot + S_v) \left(\frac{2}{(t+1)\sigma} \right) \right]^{1/4}. \quad (5.23)$$

Ceci nous donne $T_v = 357 \text{ K} = 84^\circ\text{C}$ pour $h = 300 \text{ m}$, $t = 0.3$, et $S_v = 280 \text{ W m}^{-2}$. L'éq. (5.22) nous donne ensuite $T_s = 356 \text{ K} = 83^\circ\text{C}$. Notons que la température du sol se retrouve ici essentiellement identique à celle de l'air urbain, et dans les deux cas c'est définitivement inconfortable comme températures...

En réalité, la dilatation thermique d'un air urbain à 84°C conduirait à un courant ascendant d'air chaud (instabilité convective) qui, conservation de la masse oblige, forcerait un appel d'air extérieur vers le centre de la ville. Ici, pour simplifier, nous considérerons simplement une situation où un vent horizontal souffle à vitesse u dans une direction perpendiculaire à une paire de faces de notre ville parallépipédique. De (5.22) on tire

$$\sigma T_s^4 = \frac{(1-\alpha)S_0}{4} + \frac{1}{2}\sigma T_v^4 \quad (5.24)$$

que l'on substitue dans (5.21), ce qui conduit à un polynôme quartique en T_v :

$$\left[\frac{(t+1)\sigma}{2} \right] T_v^4 + \left[\rho c_p u \frac{h}{L} \right] T_v - \left[\frac{(1-t)(1-\alpha)S_0}{4} + \rho c_p u T_a \frac{h}{L} + S_v \right] = 0. \quad (5.25)$$

Un polynôme quartique a quatre racines; ceux du genre (5.25), soit sans termes cubique ou quadratique, ont deux racines qui forment une paire des conjugués complexes, et deux autres sont purement réelles, l'une négative et l'autre positive; c'est évidemment cette dernière qui doit être conservée ici. En Python, la fonction `numpy.roots` fonctionne bien et est facile d'utilisation.

La Figure 5.5 montre la variation de la température de l'air urbain (T_v) en fonction de la vitesse du vent, pour deux "villes" de dimensions linéaires $L = 2$ et 20 km . On constate

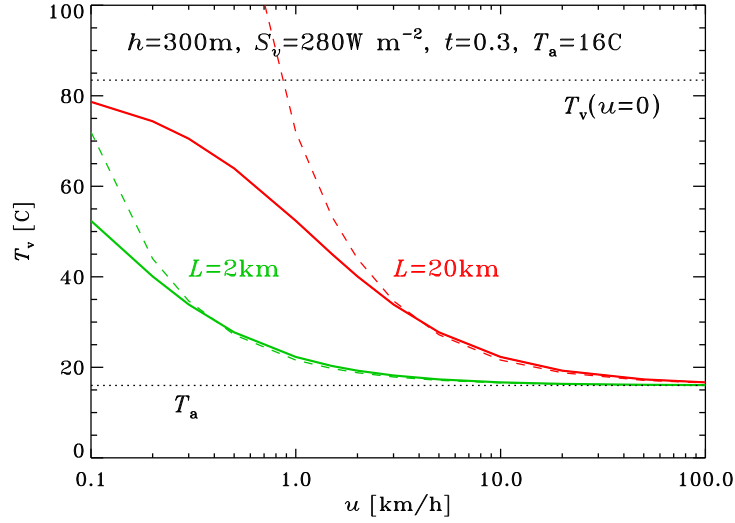


Figure 5.5: Variation de la température de l'air urbain en fonction de la vitesse du vent horizontal traversant la ville. Le trait rouge correspond à une ville de dimension linéaire $L = 20$ km, et le trait vert $L = 2$ km. Le pointillé supérieur indique la température d'équilibre en absence de vent, et celui du bas la température de l'air que le vent souffle à travers la ville. Les traits en tirets correspondent à la solution approximative donnée par l'éq. (5.27). Notez l'échelle horizontale logarithmique.

que même pour des vitesses de vent relativement faibles, l'effet de refroidissement dû au vent peut être très significatif. Il faut évidemment qu'on ait accès à un réservoir d'air frais (à température T_a); si la Terre était complètement urbanisée, l'air soufflé par le vent serait partout uniformément à $T_v(u = 0)$ ($= 82^\circ\text{C}$ pour nos paramètres du modèle), et donc aucun apport d'air frais, et aucun transport horizontal net de chaleur. Il ferait vraiment très chaud, partout...

Considérons une situation limite où le vent horizontal est le seul mécanisme évacuant la chaleur produite par le chauffage anthropogénique —notre fameux terme source S_v . On doit donc avoir

$$\left[\rho c_p u (T_v - T_a) \right] \times hL \simeq \left[S_v \right] \times L^2, \quad (5.26)$$

d'où on peut tirer une expression approximative pour T_v dans ce cas limite:

$$T_v^* = T_a + \left(\frac{L}{h} \right) \left(\frac{S_v}{\rho c_p u} \right). \quad (5.27)$$

Cette expression démontre explicitement que toute autre chose étant égale, une ville de plus grande superficie, (grand L) aura une T_v plus élevée; et pour une taille de ville donnée, T_v décroît en $1/u$ quand u augmente.

La solution approximative (5.27) est tracée en tirets sur la Fig. 5.5, toujours pour $L = 2$ et 20 km. On observe divergence ($T_v \rightarrow \infty$) dans la limite $u \rightarrow 0$, mathématiquement due à la présence de u au dénominateur de l'expression ci-dessus; et physiquement dû au fait qu'en l'absence de rayonnement thermique, si $u \rightarrow 0$ alors il ne reste plus rien pour contrebalancer l'apport de chaleur par le terme source S_v , conduisant alors à un surchauffage inexorable de l'air urbain.

Ce petit modèle RSPF néglige plusieurs phénomènes physiques importants qui tendraient à réduire les températures de l'air et du sol; un de ces phénomènes, l'évaporation, est en fait le prochain sur notre liste.

5.4 Évaporation et évapotranspiration

L'évaporation est un des principaux mécanismes utilisés par humains et animaux aux fins de thermorégulation, et par la plupart des plantes pour créer le déficit de pression permettant, par suction, la montée des fluides à partir des racines. L'évaporation est aussi le moteur du cycle global de l'eau à l'échelle planétaire; commençons par là.

5.4.1 Le cycle global de l'eau

Comme le résume le Tableau 5.2, en bonne première approximation le cycle global de l'eau est dominé par l'échange vertical précipitations versus évaporation des eaux océaniques et de surface, le transport horizontal de la vapeur d'eau dans les vents induisant un léger déficit précipitation/évaporation sur les océans, compensé par les écoulements de surface sur les continents (i.e., fleuves se déversant dans la mer). Ceci étant dit sans minimiser l'usage de l'eau fait

Table 5.2: Cycle planétaire de l'eau

Composante	$10^{12} \text{ m}^3 \text{ yr}^{-1}$
Précipitations continentales	108
Précipitations océaniques	410
Évapo(transpi)ration continentale	62
Évaporation océanique	456
Écoulements surfaciques	46

Source: Harte 1988

par la biosphère, interceptant et emmagasinant temporairement une fraction non-négligeable de l'eau présente dans les sols, pour la retourner à l'atmosphère par **évapotranspiration**.

L'évaporation est aussi un mécanisme permettant de prendre de l'énergie au sol et de la déplacer dans l'atmosphère. Le Tableau 5.2 indique des précipitations annuelles totales de $518 \times 10^{12} \text{ m}^3 \text{ yr}^{-1}$. toute cette eau provient de l'évaporation d'une cette même quantité d'eau au niveau du sol et de la surface des océans. Avec une chaleur latente d'évaporation $L = 2460 \text{ kJ kg}^{-1}$ pour une température moyenne de surface de 14° , la quantité d'énergie requise est

$$\begin{aligned} E_{\text{evap}} &= (1000 \text{ kg m}^{-3}) \times (518 \times 10^{12} \text{ m}^3 \text{ yr}^{-1}) \times (2460 \text{ J kg}^{-1}) / (3.16 \times 10^7 \text{ s yr}^{-1}) \\ &= 4 \times 10^{16} \text{ W} \end{aligned} \quad (5.28)$$

soit 78 W m^{-2} sur toute la surface de la Terre. C'est une fraction substantielle du flux radiatif d'un corps noir $\sigma T_s^4 = 385 \text{ W m}^{-2}$ pour une température moyenne de surface $T_c = 287 \text{ K}$.

5.4.2 Exemple: Comment survivre le jour dans un désert

Considérons un exemple simple illustrant bien l'importance de l'évaporation de l'eau au niveau du transport et bilan de la chaleur.

Un humain randonnant en plein désert sous un soleil d'été fait face à un problème tout aussi sérieux que l'hypothermie en hiver: l'hyperthermie, définie typiquement comme une température corporelle soutenue à plus de 40°C , ce qui est potentiellement mortel². Un vêtement de couleur pâle (plus haut albedo) peut aider à réduire le flux radiatif absorbé, mais ultimement le défi consiste à éliminer la chaleur produite par le métabolisme dans une situation où la température de l'air ambiant est plus élevée que la température corporelle; dans une telle situation, la conduction thermique réchauffe l'épiderme !

²Cette section et la suivante sont inspirées en partie par le travail de session de Léo Gauthier-Torres, session H24.

Simplifions la situation en considérant que l'épiderme de notre randonneur est à la même température que celle de l'air ambiant, ce qui est une approximation tout à fait défendable de jour dans un désert. La conduction thermique n'opère alors plus. La principale source de chaleur est le métabolisme: même pour un humain en bonne santé et bien entraîné à la randonnée, seulement environ 25% de l'énergie produite métaboliquement est transformable en travail mécanique, le 75% restant étant converti en chaleur; et c'est cette chaleur qui doit être évacuée suffisamment rapidement pour éviter l'hyperthermie.

Un.e randonneur.e poussant la machine génère un excès d'activité métabolique pouvant atteindre 8 fois le métabolisme basal de 0.12kW, soit un total (incluant le métabolisme basal) de $\simeq 1080$ W, donc $0.75 \times 1080 = 810$ W doit être éliminé³.

Supposons que la totalité de ce 810 W d'énergie thermique interne doive être évacuée par évapotranspiration afin de maintenir une température corporelle interne de 37°C. Un examen de la Figure 1.1 révèle que la chaleur latente d'évaporation de l'eau à 37°C est de $L \simeq 2400$ kJ kg⁻¹, donc on doit ici évapotranspirer $810/2.4 \times 10^6 \simeq 3.4 \times 10^{-4}$ kg s⁻¹ d'eau, soit 1.21 kg par heure.

Les mesures physiologiques en laboratoires indiquent qu'un humain normal peut évapotranspirer jusqu'à 1.5 kg d'eau par heure; notre randonneur.e pourra éviter l'hyperthermie... à condition de demeurer bien hydraté.e, soit en buvant au moins 1.2 litre d'eau par heure ! C'est en fait beaucoup, car cela commence déjà à approcher le taux maximal d'absorption de l'eau par le système digestif (principalement le petit intestin) d'un humain en santé et bien entraîné, soit $\simeq 3$ litres par heure. C'est ce taux d'absorption qui ultimement limite la performance de sports d'intensité à longue durée, comme le marathon. Pour des ultramarathons ou autres activités intenses s'étirant sur plusieurs jours, c'est la capacité du système digestif à absorber les calories qui devient le facteur limite. Voir références en fin de chapitre si ça vous intéresse de gratter tout ça plus profondément.

L'évapotranspiration est un mécanisme efficace pour des mammifères comme nous, qui sont peu poilus (nonobstant certaines variations individuelles...). Un autre mécanisme d'évacuation de la chaleur qui peut être assez efficace si la température extérieure est significativement plus basse que la température interne est la simple respiration. La différence de température entre l'air inspiré et expiré représente une perte de chaleur pour le corps. C'est pourquoi certains animaux, comme le chien ou le mouton, halètent souvent en été.

5.4.3 Le facteur humidex

Le taux d'évaporation dépend non seulement de la température, mais aussi de la pression partielle de vapeur d'eau dans l'air. Un air humide peut grandement réduire l'évapotranspiration, résultant en une plus haute température de l'épiderme, donc une plus haute température "ressentie"; c'est l'origine du fameux facteur humidex dont on entend beaucoup parler l'été.

On peut modifier le calcul de la section précédente pour prendre en compte l'humidité de l'air. Ça sera pour l'an prochain; mentionnons simplement qu'en situation d'humidité élevée, l'hyperthermie est définitement un danger sérieux au marathon. En fait, pas seulement pour le marathon, car on estime qu'environ un demi million de personnes meurent d'hyperthermie d'origine diverse chaque année.

Exercices:

5.1: Démontrez que l'équation (5.6) résulte bien de la substitution de (5.3)–(5.4) dans (5.5).

5.2: On considère un tuyau en aluminium de longueur L et rayon R , et dont les parois sont d'épaisseur $h = 2$ mm. Le tuyau est rempli d'eau à 90°C, dans un air ambiant à 20°C.

³Ces chiffres sont représentatifs, et peuvent beaucoup varier en fonction de ce qu'on entend par "pousser la machine"; un coureur de marathon professionnel en pleine action peut atteindre une production énergétique de 15 fois son métabolisme basal, soutenue sur $\simeq 2$ heures.

1. Calculez le taux de perte de chaleur à travers les parois du tuyau;
2. À quelle vitesse devrait s'écouler le fluide dans le tuyau pour transporter la même quantité de chaleur ?

5.3: Suivant la procédure développée à la §5.3.1, calculez jusqu'à quelle profondeur un sol de porosité p et saturé d'eau réagira aux variations saisonnières de la température de surface. Pensez bien à la manière de prendre en compte l'hétérogénéité du milieu.

5.4: Il s'agit ici de reformuler le calcul du réchauffement de l'asphalte de la §5.3.1 en terme du modèle RSPF.

1. Tracez un diagramme RSPF (genre Fig. 1.4) pour ce nouveau modèle
2. Écrivez les équations différentielles décrivant le comportement du modèle.
3. Solutionnez ces équations pour une variation journalière de l'irradiance au sol à latitude 45.5° au solstice d'été. À quelle heure de la journée la température de l'asphalte est-elle maximale ?
4. Incluez maintenant les pertes radiatives (flux $\propto \sigma T^4$), et examinez-en l'impact sur votre température maximale.

5.5: Il s'agit ici d'approfondir les calculs d'isolation thermique de la §5.3.2;

1. Calculez le temps de refroidissement vers l'hypothermie pour notre humain tout nu dans l'air à 0°C .
2. Calculez maintenant la perte de chaleur (en W) que subit notre humain dans son sac de couchage, si le sac est complètement détrempé, et s'aplatissant à une épaisseur de 2cm.

5.6: Reprenez (encore) le calcul de la perte de chaleur de notre bozo tout nu dans l'air à 0° , mais en utilisant cette fois la formule de Du Bois (Eq. (5.20) plutôt que l'approximation cylindrique, et vos propres poids et taille. Votre résultat diffère-t-il beaucoup de ce qu'on avait calculé à la §5.3.2 ?

5.7: Il s'agit ici de reprendre le calcul de diffusion thermique en régime stationnaire de la §5.3.2, mais dans le contexte de la survie du lynx (Fig. 5.3) en hiver. On considère encore une fois une situation en 1D où un réservoir de chaleur maintenu à une température T_c est en contact avec un second réservoir thermique maintenu à une température T_a , à travers deux couches contigües de matériau d'épaisseurs h_1, h_2 et de conductivités thermiques χ_1, χ_2 . Plus concrètement: le premier réservoir thermique, c'est l'intérieur du corps du lynx $T_c = 32^\circ\text{C}$, sa température corporelle interne en hiver; la première couche de matériau, c'est sa peau (derme+épiderme), qu'on supposera d'épaisseur $h_1 = 0.5\text{ cm}$, avec $\chi_1 = 0.37\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$. Notre lynx étant poilu, son pelage hivernal (épaisseur $h_2 = 4\text{ cm}$) représente la seconde couche de matériau, qui emprisonne une couche d'air ($\chi_2 = 0.026\text{ W m}^{-1}\text{ K}^{-1}$) agissant comme isolant thermique. Le second réservoir, c'est l'air ambiant, à température $T_a = -20^\circ\text{C}$.

1. Malgré la Figure 5.3, approximez notre lynx par un cylindre d'eau de rayon R et longueur L d'un volume de 10 litres (pour un poids de 10kg). Je vous laisse choisir un rapport R/L approprié;
2. Calculez le taux de perte de chaleur (en W) de notre lynx cylindrique par conductivité thermique pour un air ambiant à température $T_a = -20^\circ\text{C}$;

3. Des zoologues ont déterminé qu'un lynx mange, en moyenne, 1.3 lièvre par jour, pour un apport énergétique journalier de 6.5×10^6 J (1550 Cal). Jusqu'à quelle température extérieure T_a notre lynx cylindrique pourra-t-il/elle ainsi compenser sa perte de chaleur telle que calculée en (d)?
4. Les masses moyennes des lynx mâles et femelles sont respectivement de 10.8 et 9.0 kg, avec des productions énergétiques métaboliques moyennes de 70 et 89 W, respectivement. Ces différences dans la production métabolique d'énergie peuvent-elles s'expliquer uniquement en terme de différences au niveau des pertes conductives de chaleur ?

5.8: On s'intéresse à un.e marathonien.ne professionnel.le bien entraîné.e pouvant brûler jusqu'à 15 fois son métabolisme basal, en continu sur les deux heures d'un marathon.

1. Calculez la quantité d'eau qui doit être absorbée et évapotranspirée pour éviter l'hyperthermie;
2. Reprenez le calcul, en supposant que de surcroît au métabolisme 25% de surface du corps absorbe 500 W m^{-2} d'irradiance solaire. Utilisez la formule de Du Bois, avec des valeurs raisonnables pour un.e marathonien.ne de haut niveau;
3. Toujours en présence de l'irradiance solaire, à quel le taux de métabolisme maximal atteindrait-on la limite physiologique d'absorption de l'eau par les intestins ?

5.9: Un coureur ou coureuse ventile environ 100 litre d'air par minute en mode marathon. En supposant que l'air inspiré est immédiatement réchauffé à la température corporelle interne de 37°C , et un air extérieur (sec) à 20°C , calculer la perte d'énergie (en Watt) associée à un tel rythme de respiration. Comment cela se compare-t-il aux pertes par évapotranspiration ?

Bibliographie:

Les données du Tableau 5.1, proviennent de:

engineersedge.com/heat-transfer/thermal_diffusivity_table_13953.htm

avec des ajouts provenant de l'ouvrage de Boeker et van Grondelle cité en bibliographie du chapitre 1.

Sur l'incroyable gamme de mécanismes et trucs utilisés par les animaux pour survivre au froid hivernal, j'ai bien aimé le très accessible:

Heinrich, B., *Winter World*, HarperCollins, 2003.

Sur les limites physiologiques ultimes des sports d'endurance extrême, voir les deux très intéressants petits articles suivants:

R. Palma, N. Vidon, & J.J. Bernier, *Digestive Diseases and Sciences*, **26**, 929–934 (1981),

C. Thurber, L.R. Dugas, C. Ocobock, B. Carlson, J.R. Speakman, & H. Pontzer, *Science Adv.*, **5**(6), (2019); [science.org/doi/10.1126/sciadv.aaw0341](https://doi.org/10.1126/sciadv.aaw0341)

Chapitre 6

Activité humaine I. Énergie

Ce chapitre se concentre sur la production et utilisation de l'énergie par l'humanité, et principalement sur la production d'électricité. On débute (§6.1) par examiner la transformation de l'énergie mécanique en électricité par effet dynamo. On se tourne ensuite vers les sources d'énergie dites renouvelables, soit l'énergie éolienne (6.2), l'énergie hydroélectrique (6.3), l'énergie marémotrice (6.4), et bien sûr l'énergie solaire (6.6). On considère finalement les sources d'énergie non-renouvelables, principalement les combustibles fossiles, pour terminer avec l'énergie nucléaire. Dans tous les cas on examine autant les aspects physiques de ces divers modes de production énergétique que leurs impacts environnementaux.

6.1 L'effet dynamo

L'**effet dynamo** réfère à la conversion de l'énergie mécanique en courant électrique. Découvert en 1831 par Michael Faraday (1791–1867) sur une base purement expérimentale, on peut dire sans aucune exagération que Faraday a ainsi posé les bases de notre civilisation technonergétique. Honnêtement là, pouvez-vous imaginer un monde sans prises électriques pour recharger son cell?

Michael Faraday était un véritable génie, tout à fait à la hauteur de James Clerk Maxwell, mais d'un tout autre style. Sans aucune formation mathématique, sur une base purement expérimentale il a introduit en physique les notions de **champs** et de **lignes de force**, inventant au passage ce qu'on appelle aujourd'hui le champ magnétique. Ce faisant, il a effectivement évacué de la physique du dix-neuvième siècle la notion d'**action à distance** qui demeurerait la base conceptuelle de la dynamique depuis Newton.

Notre point de départ est la Loi de Faraday, une de nos quatre équations de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} . \quad (6.1)$$

Considérons une surface S délimitée par un contour γ , et traversée par un champ magnétique $\mathbf{B}$. On projette l'équation (6.1) sur la normale $\hat{\mathbf{n}}$ à S et on intègre sur toute la surface:

$$\int_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = - \int_S \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \right) \cdot \hat{\mathbf{n}} dS , \quad (6.2)$$

$$\oint_\gamma \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell} = - \frac{\partial}{\partial t} \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS . \quad (6.3)$$

Le passage de (6.2) à (6.3) provient de l'utilisation du théorème de Stokes au membre de gauche, et de l'interchange des opérateurs de dérivée temporelle et intégrale de surface au membre de droite, légal si la seule variation temporelle est celle de $\mathbf{B}$, autrement dit la surface d'intégration est fixe dans l'espace. Vous avez certainement déjà fait tout ça —mais en sens inverse!— en

PHY-1441. On définit maintenant la **force électromotrice** $\mathcal{E}$ et le **flux magnétique** Φ :

$$\mathcal{E} = \oint_{\gamma} \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (6.4)$$

$$\Phi = \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (6.5)$$

de telle sorte que (6.3) devient:

$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}. \quad (6.6)$$

Bien que Faraday ne l'ait lui-même jamais exprimé sous cette forme, cette expression résume mathématiquement les conclusions d'une gamme d'expériences de laboratoire absolument révolutionnaires qu'il a effectuées en 1831, sur une période de seulement 10 jours: une variation du flux magnétique traversant la surface (le S ci-dessus) délimitée par une boucle conductrice (le γ ci-dessus) induit dans celle-ci une force électromotrice $\mathcal{E}$. De là à utiliser cette force électromotrice pour propulser un courant électrique I dans un circuit de résistance R selon la Loi d'Ohm $\mathcal{E} = RI$, il n'y a qu'un pas... mais il fallait y penser!

6.1.1 Le générateur homopolaire

Parmi les innombrables inventions pratiques de Faraday, on compte un générateur électrique DC basé sur la rotation d'un disque métallique conducteur traversé par un champ magnétique. La Figure 6.1(A) en illustre schématiquement le design: un disque circulaire de rayon a monté sur un essieu également conducteur tourne à vitesse angulaire ω via un forçage mécanique externe, e.g., Faraday qui tourne une manivelle. Un champ magnétique vertical (en rouge) est appliqué perpendiculairement au disque. Les porteurs de charges électriques libres dans le disque ressentiront conséquemment une force de Lorentz $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ où, initialement du moins, $\mathbf{v}$ est entièrement dû à la rotation du disque. Travaillant en coordonnées cylindriques (s, ϕ, z) on peut donc écrire:

$$\mathbf{v} = (\omega s)\mathbf{e}_{\phi}, \quad \mathbf{B} = B_0\mathbf{e}_z, \quad (6.7)$$

d'où

$$\mathbf{F} = (q\omega s B_0)\mathbf{e}_s. \quad (6.8)$$

Cette force causera une séparation spatiale des charges électriques présentes dans le disque, les “+” s'accumulant au bord extérieur du disque, et les “-” sur l'essieu, jusqu'à ce que la force électrostatique associée au champ électrique en résultant soit devenu assez élevée pour équilibrer la force magnétique.

Considérons maintenant le circuit électrique formé en connectant le bord du disque à l'essieu, à l'aide de contacts sans friction, afin de ne pas freiner la rotation (en bleu sur la Fig. 6.1). Si le contact sur l'essieu est à l'extérieur de la région sous influence du champ magnétique, dans tout le circuit la force magnétique ne joue que dans le disque, où on produit donc une force électromotrice:

$$\mathcal{E} = \oint_{\text{circuit}} \left(\frac{\mathbf{F}}{q} \right) \cdot d\boldsymbol{\ell} \quad (6.9)$$

$$\equiv \int_0^a \omega B_0 s ds \quad (6.10)$$

$$= \frac{\omega B_0 a^2}{2}. \quad (6.11)$$

Négligeant l'autoinductance du circuit, le courant s'y écoulant est alors simplement donné par la Loi d'Ohm: $I = \mathcal{E}/R$. Ce dispositif est appelé **générateur homopolaire**.

Mais d'où vient l'énergie associée au courant électrique ici ? Dénnotons par u la vitesse radiale des charges se déplaçant dans le disque métallique. La vitesse totale de ces charges est maintenant donnée par:

$$\mathbf{v} = (\omega s)\mathbf{e}_{\phi} + u\mathbf{e}_s, \quad (6.12)$$

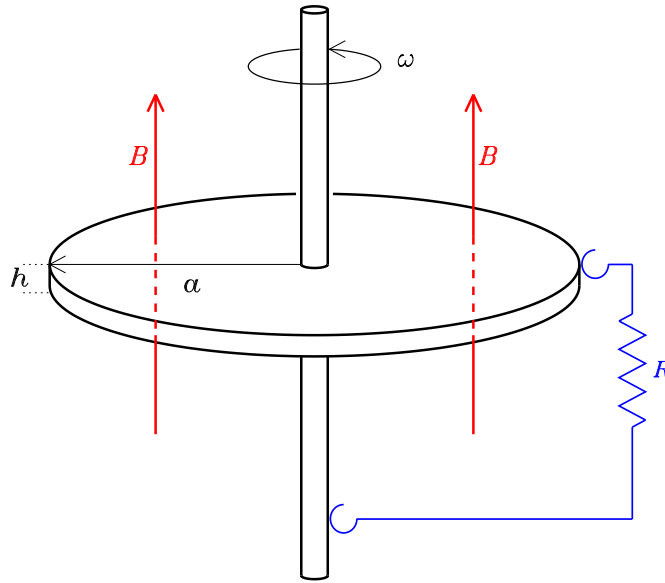


Figure 6.1: Le générateur homopolaire de Michael Faraday. Un champ magnétique externe B (rouge) traverse un disque conducteur en rotation, produisant ainsi une force électromotrice qui propulse un courant électrique radial dans le plan du disque si le bord de ce dernier est connecté à son axe à l'aide d'un fil et de contacts lubrifiés, formant ainsi un circuit fermé de résistance R (bleu).

à laquelle correspond une **densité de courant**:

$$\mathbf{J} = n q \mathbf{v} , \quad [\text{Amp m}^{-2}] \quad (6.13)$$

où n est la densité de porteurs de charge (nombre de particules $\times \text{m}^{-3}$). Maintenant que la vitesse des charges n'est plus exactement dans la direction- ϕ , la force de Lorentz par unité de volume agissant sur les charges a une composante dans la direction- ϕ :

$$F_\phi \mathbf{e}_\phi = n q (u \mathbf{e}_s) \times (B_0 \mathbf{e}_z) = -n q u B_0 \mathbf{e}_\phi . \quad (6.14)$$

Imaginons une section cylindrique de rayon s "taillée" de notre disque. La surface correspondante sera $2\pi s h$, où h est l'épaisseur du disque (voir Fig. 6.1). Le courant électrique traversant cette surface est:

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \quad (6.15)$$

$$= (n q u) \times (2\pi s h) , \quad [\text{Amp}] \quad (6.16)$$

ce qui permet de réécrire (6.14) comme:

$$F_\phi(s) = -\frac{I B_0}{2\pi s h} . \quad [\text{N m}^{-3}] \quad (6.17)$$

Le travail par unité de temps que doit exercer la rotation du disque pour maintenir la composante- ϕ de la vitesse des charges dans un élément de volume $dV = s ds d\phi dz$ à la position s dans le disque est donc donné par:

$$\frac{dw}{dt} = F_\phi \times v_\phi dV \quad (6.18)$$

$$= F_\phi \omega s dV \quad (6.19)$$

$$= F_\phi \omega s^2 ds dz d\phi \quad (6.20)$$

Et donc le travail total par unité de temps requis d'un agent externe tournant la manivelle à fréquence ω est donné en intégrant sur le volume du disque:

$$\frac{dW}{dt} = \int_0^{2\pi} \int_0^h \int_0^a F_\phi \omega s^2 ds dz d\phi \quad (6.21)$$

$$= 2\pi h \int_0^a \frac{I B_0}{2\pi h} \omega s ds \quad (6.22)$$

$$= I B_0 \omega \int_0^a s ds \quad (6.23)$$

$$= \frac{I B_0 \omega a^2}{2} \quad (6.24)$$

$$= I \mathcal{E}, \quad [\text{Watt}] \quad (6.25)$$

où la seconde égalité résulte de l'utilisation de (6.17), et la dernière de la substitution de (6.9) pour la force électromotrice $\mathcal{E}$. Invoquant encore une fois la Loi d'Ohm $\mathcal{E} = RI$, on trouve bien que le travail mécanique fourni est égal à la puissance dissipée dans le circuit, $P = I^2 R$.

6.1.2 Le générateur AC

À la même époque Michael Faraday a également mis au point un générateur de courant alternatif. L'idée est très simple, et est illustrée sur la Figure 6.2. Une boucle conductrice délimitant une aire $S = H \times L$ tourne à vitesse angulaire ω autour d'un axe (trait vertical pointillé) perpendiculaire à un champ magnétique fixe (pointant ici dans le plan de la page, tel qu'indiqué par les $\odot$ rouges).

Cette fois il est plus rapide de débiter directement avec l'équation (6.6), exprimant la loi de Faraday sous forme intégrale. Ici, comme la boucle tourne à vitesse angulaire ω , la normale tourne aussi à cette même vitesse angulaire. Avec $\mathbf{B}$ de magnitude B_0 et orienté dans la direction $-x$ (par exemple), on a maintenant:

$$\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = B_0 \cos(\omega t), \quad (6.26)$$

Le flux magnétique (6.5) est alors donné par:

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_S B_0 \cos(\omega t) dy dz \\ &= S B_0 \cos(\omega t), \end{aligned} \quad (6.27)$$

S étant la surface de la boucle; d'où

$$\begin{aligned} \mathcal{E}(t) &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= S B_0 \omega \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (6.28)$$

Si la boucle est connectée à un circuit de résistance R (en bleu sur la Figure 6.2), on produit un courant alternatif $I(t) = \mathcal{E}(t)/R$, toujours selon notre bonne vieille Loi d'Ohm.

Mettons quelques chiffres dans tout ça: un champ magnétique respectable de $B_0 = 0.1 \text{ T}$ traversant une boucle de surface $S = 1 \text{ m}^2$ tournant à $\omega = 120 \text{ rpm} \equiv 4\pi \text{ rad s}^{-1}$; on obtient alors un courant alternatif piquant à un voltage de $\mathcal{E} \simeq \pm 1 \text{ V}$; pas terrible... Mais considérons ce qui se passe si notre simple boucle est remplacée par un bobinage de $N = 100$ tours et de section carrée définissant une même surface S ; la différence de potentiel produite est de 1 V par tour, pour un total de 100 V , ce qui est déjà plus respectable.

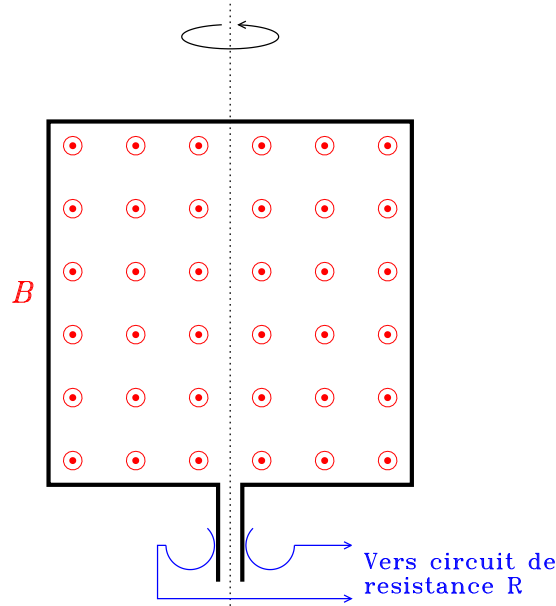


Figure 6.2: Le générateur de courant alternatif de Michael Faraday. Un champ magnétique externe B traverse une boucle conductrice carré de hauteur H et largeur L tournant à vitesse angulaire ω par rapport à un axe de symétrie perpendiculaire au champ magnétique, produisant ainsi une force électromotrice qui propulse un courant électrique dans la boucle (voir texte).

Les vrais générateurs AC installés dans les centrales hydroélectriques et thermique généralisent cette idée, avec la différence (triviale du point de vue de l'éq. (6.8)) que c'est l'aimant qui tourne, plutôt que la boucle conductrice. La configuration générale est cylindrique, avec l'axe de rotation dans la direction- z et l'axe magnétique de l'aimant tournant dans le plan perpendiculaire à cet axe de rotation (le “rotor”). Un assemblage de bobines rectangulaires contigues et fixes (le “stator”) est positionné verticalement autour du rotor, en configuration cylindrique. À la centrale Manic-5, par exemple, l'aimant rotatif est en fait un assemblage de 40 électroaimants, le tout pesant $\simeq 370$ tonnes et tournant à ~ 150 rpm.

6.1.3 Le flux d'énergie cinétique dans un écoulement

L'effet dynamo convertit donc une énergie mécanique en courant électrique, soit une forme d'énergie électromagnétique. La production d'électricité puise souvent cette énergie mécanique dans l'énergie cinétique de l'eau ou air en mouvement. Notre prochaine étape est donc de calculer le contenu énergétique d'un écoulement.

L'énergie cinétique par unité de volume pour un fluide en mouvement à vitesse $\mathbf{u}$ est donné par:

$$e_u = \frac{1}{2} \rho u^2, \quad [\text{J m}^{-3}] \quad (6.29)$$

où $u^2 \equiv \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$. Le flux d'énergie cinétique ($\mathbf{q}_u$) traversant un mètre carré d'une surface perpendiculaire à $\mathbf{u}$ s'écrit donc:

$$\mathbf{q}_u = \left(\frac{1}{2} \rho u^2 \right) \mathbf{u}, \quad [\text{W m}^{-2}] \quad (6.30)$$

Pour un écoulement dans la direction $\mathbf{e}_x$ (par exemple), le flux à travers une surface dans le

plan perpendiculaire YZ , $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$, et on aura donc:

$$\mathbf{q}_u = \frac{1}{2}\rho u^3 \mathbf{e}_x, \quad [\text{W m}^{-2}]. \quad (6.31)$$

Assurez vous de bien comprendre pourquoi le *flux* d'énergie est proportionnel à u^3 , plutôt que u^2 ! Cette exposant trois mène loin; un mètre cube d'eau en mouvement à 1 m s^{-1} produit un flux énergétique de 500 W m^{-2} ; mais à 10 m s^{-1} , on monte déjà à 500 kW m^{-2} .

Il est d'usage d'exprimer la puissance totale en terme du débit de fluide Q ($\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$):

$$P = \frac{Q}{2}\rho u^2, \quad [\text{W}]. \quad (6.32)$$

Comprenez bien pourquoi on est revenu à $\propto u^2$ ici; le u manquant est maintenant caché dans le débit Q .

6.2 Énergie éolienne

L'énergie cinétique de l'air en mouvement —les vents— est une source d'énergie intéressante pour la production électrique, et connaît un fort développement partout au monde, et en particulier au Québec ces temps-ci.

La densité de l'air est $\simeq 1000$ fois plus petite que celle de l'eau, ce qui est clairement désavantageux d'après notre éq. (6.31); mais les vents peuvent souffler à plusieurs dizaines de kilomètre/heure, donc la dépendance en u^3 de $\mathbf{q}_u$ compense la densité plus basse: un mètre cube d'air se déplaçant à 10 m s^{-1} ($\equiv 36 \text{ km/h}$) représente le même flux d'énergie cinétique qu'un mètre cube d'eau se déplaçant à 1 m s^{-1} .

6.2.1 La limite de Betz

La Figure 6.3 illustre schématiquement l'écoulement de l'air à travers une éolienne prototypique. Le mouvement de rotation produit par l'écoulement de l'air autour des pales est celui utilisé

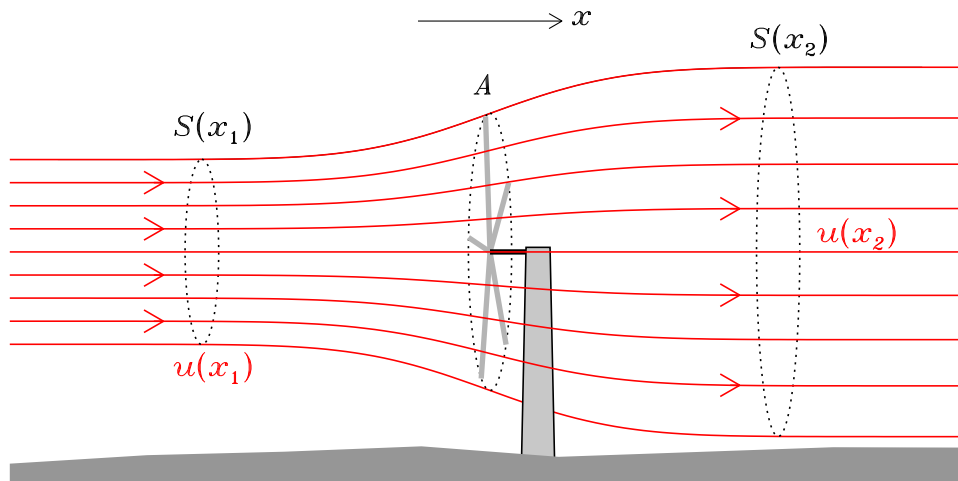


Figure 6.3: Écoulement de l'air (lignes d'écoulement en rouge) à travers une turbine éolienne dont les pales balaient un cercle de surface A . Le ralentissement du vent, inévitable si un travail mécanique a été fait contre les pales de l'éolienne, implique par conservation de la masse un élargissement de la trainée du vent en aval (voir texte).

pour propulser l'effet dynamo (§6.1), et l'énergie associée à ce mouvement de rotation provient

de l'énergie cinétique de l'écoulement. Notons déjà qu'il est impossible de siphonner toute cette énergie cinétique; si on le faisait, l'air en aval de l'éolienne se retrouverait au repos, ce qui n'est pas possible en régime stationnaire car on doit conserver la masse. Si l'écoulement en aval de l'éolienne est plus lent qu'en amont, alors il doit y avoir divergence des lignes d'écoulement, comme l'illustre la Figure 6.3.

On a vu que pour un fluide incompressible¹, la conservation de la masse impose que le débit massique dans le “tube” d'air traversant l'éolienne demeure constant:

$$Q = \rho u(x)S(x) = \text{constante} \quad \rightarrow \quad u(x) \propto 1/S(x) . \quad (6.33)$$

Mettant à profit notre équation (6.32) obtenue précédemment, la perte d'énergie cinétique par unité de temps est donnée par:

$$\frac{E_2 - E_1}{\Delta t} = \frac{Q}{2}(u_2^2 - u_1^2) \equiv -P \quad (6.34)$$

avec $u_2 \equiv u(x_2)$, etc, pour alléger la notation. Ceci correspond à la puissance (P , en Watt) transférée à l'éolienne. La perte d'impulsion du vent en traversant l'éolienne est donnée par:

$$\frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = Q(u_2 - u_1) \equiv F . \quad (6.35)$$

Ceci correspond à la force (F) exercée par l'air sur la turbine via les pales. Le travail correspondant est

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} \equiv -Fu\Delta t \quad (6.36)$$

puisque $u \equiv \Delta x/\Delta t$. Comme $P = -W/\Delta t$, on peut combiner les trois équations ci-dessus:

$$Fu\Delta t = Q(u_1 - u_2)u\Delta t = \frac{Q}{2}\Delta t(u_1^2 - u_2^2) , \quad (6.37)$$

d'où

$$u = (u_1 + u_2)/2 . \quad (6.38)$$

Écrivons maintenant

$$u = u_1(1 - a) , \quad 0 \leq a \leq 1 . \quad (6.39)$$

Ce qui implique alors $u_2 = u_1(1 - 2a)$ en raison de (6.38). Ce paramètre a capture l'effet de divergence de l'écoulement en aval de l'éolienne, ultimement un résultat de l'hydrodynamique de l'interaction entre l'air et les pales; en pratique, c'est une quantité qui dépend du design aérodynamique de l'éolienne même, ainsi que de la vitesse du vent, et est très complexe à calculer *a priori*.

Dénotons par A la section balayée par les pales de l'éolienne; on a alors $Q = uA$ par conservation de la masse (eq. (6.33)), et on peut alors réexprimer (6.34) sous la forme:

$$P = 2\rho Au_1^3 a(1 - a)^2 . \quad (6.40)$$

On définit le **coefficient de performance** (COP) comme le rapport entre la puissance produite et le flux d'énergie en entrée au système; donc ici:

$$\text{COP} \equiv \frac{P}{\rho Au_1^3/2} = 4a(1 - a^2) . \quad (6.41)$$

Dérivant cette expression par rapport à a , on trouve facilement que la performance sera maximisée pour $a = 1/3$, et on déduit de (6.38)–(6.39) que dans ce cas optimal $u_2 = u_1/3$, et le $\text{COP} = 16/27 \simeq 0.59$. Cette performance optimale est connue comme la **limite de Betz**, qui notons le, s'applique aussi aux turbines marémotrices discutées à la §6.4 plus loin.

Les “moulins à vent” de style classique, que combattait Don Quichote, du genre de ceux sur la Figure 6.4, ont $\text{COP} \simeq 0.17$, tandis que les éoliennes modernes atteignent $\text{COP} \simeq 0.45$ dans des conditions de vent optimales.

¹L'air n'est pas incompressible, mais pour des écoulements beaucoup plus lents que la vitesse du son et non contraints par des parois, l'hypothèse d'incompressibilité demeure excellente.



Figure 6.4: Moulins à vent, icônes du paysage des Pays-Bas. Ces moulins développaient une puissance typique de 30kW, et ont été utilisés depuis le 13^e siècle principalement pour drainer les polders (terres sous le niveau de la mer), mais aussi pour moudre la farine, etc. Source: ancientengrtech.wisc.edu/the-netherlands-windmill/

6.2.2 Impacts biosphériques

Les impacts biosphériques de la production électrique via turbines éoliennes est souvent considérée comme un mode de production d'électricité ayant peu d'impact sur l'environnement et la biosphère. Clairement on n'inonde pas de milliers de kilomètres carrés de territoire, on ne produit pas de CO₂, etc. Certains impacts demeurent néanmoins significatifs.

Contrairement à ce qu'on pourrait penser, très peu d'oiseaux se font trancher en rondelles par les turbines éoliennes. C'est en partie en raison du fait qu'en mode production (i.e., quand les pales tournent), une pollution sonore significative est produite. Ceci tend à éloigner les oiseaux des turbines, mais représente un stress sonore impactant les animaux de manière générale. Par contre les trainées turbulentes s'étendant parfois jusqu'à quelques kilomètres en aval des éoliennes peuvent être problématiques pour le vol des oiseaux, chauve-souris, papillons, etc.

La construction des éoliennes implique aussi un niveau de déforestation significatif, car on doit aménager des chemins d'accès très larges et bien aplanis, afin de faciliter le transport des composantes lors de la construction et/ou de l'entretien subséquent². Ceci peut aussi avoir des effets indirects plus insidieux; par exemple, en Haute-Gaspésie, les chemins d'accès aux éoliennes (voir Fig. 6.5), sont souvent utilisés par l'industrie forestière pour raser des pans de forêts qui serait autrement trop difficiles (i.e., coûteux) d'accès³. Ces chemins quadrillant la forêt facilitent également le déplacement des prédateurs comme le loup ou le coyote, aidant ainsi à la traque de leurs proies, chevreuils, orignaux et même les quelques caribous survivant encore de peine et de misère dans la région.

Finalement, les parcs éoliens ont un impact visuel important. Jusqu'à un certain point, c'est une question de goût personnel à savoir si la vue de plusieurs douzaines d'éoliennes réduit (ou augmente!) l'attrait visuel d'un territoire. Ce genre de considération esthétique est particulièrement difficile à chiffrer par les comptables du BAPE qui essaient de quantifier en dollars les "coûts environnementaux" de tel ou tel projet. La question mérite néanmoins une réflexion collective.

6.3 Énergie hydroélectrique

Le terme *énergie hydroélectrique* est utilisé en référence à toute production d'électricité puisant son énergie par effet dynamo, dans le mouvement de l'eau; en plus de "l'hydroélectricité" du

²Allez voir, sur GoogleEarth, l'état des hauts plateaux entre les villages de Mont St-Pierre et Grande Vallée, en Haute Gaspésie (rive Sud du St-Laurent).

³Hydro-Québec autorise souvent l'accès gratuit à ses parcs Éoliens aux compagnies forestières locales, avec la bénédiction de Nos Bons Gouvernements, parce que c'est Bon pour l'Économie...



Figure 6.5: Une éolienne contemporaine, ici en Haute-Gaspésie. De tels engins développent typiquement $\simeq 5$ MW de puissance en continu... tant que le vent souffle. Source: Hydro-Québec.

vernaculaire (soit les barrages, §6.3.1), on inclut ici l'énergie marémotrice (§6.4 plus loin) et l'énergie extraite du mouvement des vagues.

6.3.1 Barrages hydroélectriques

Il y a toute sorte de raisons pour construire un barrage, mais de nos jours c'est le plus souvent pour produire une puissance soutenue en électricité. La motivation derrière la construction de barrages les plus hauts possibles, comme par exemple Manic-5 sur la Figure 6.6, est de produire des vitesses d'écoulement proportionnellement plus grandes, par simple conversion d'énergie potentielle gravitationnelle en énergie cinétique.



Figure 6.6: Le barrage de la centrale dite Manic-5 (officiellement centrale Daniel-Johnson), sur la rivière Manicouagan (côte Nord). La hauteur de chute est $h = 150$ m, et le lac-réservoir a un volume $V = 136 \times 10^9 \text{ m}^3$ lorsque pleinement rempli, couvrant une superficie de 1973 km^2 .

Pour de l'eau s'écoulant librement d'une hauteur h (la *hauteur de chute*) sous l'influence

de la gravité (constante à $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$), en égalisant les énergies cinétique et potentielle on obtient immédiatement:

$$u = \sqrt{2gh} . \quad (6.42)$$

L'équation (6.32) devient ainsi

$$P = \rho Q g h, \quad [\text{W}] . \quad (6.43)$$

On voit que la puissance est proportionnelle au débit volumique Q ainsi qu'à la hauteur de chute h , ce qui est intuitivement satisfaisant.

La Figure 6.7 illustre schématiquement le fonctionnement d'un barrage hydroélectrique "typique". On notera que l'entrée d'eau vers la turbine n'est jamais au haut du barrage, mais plus

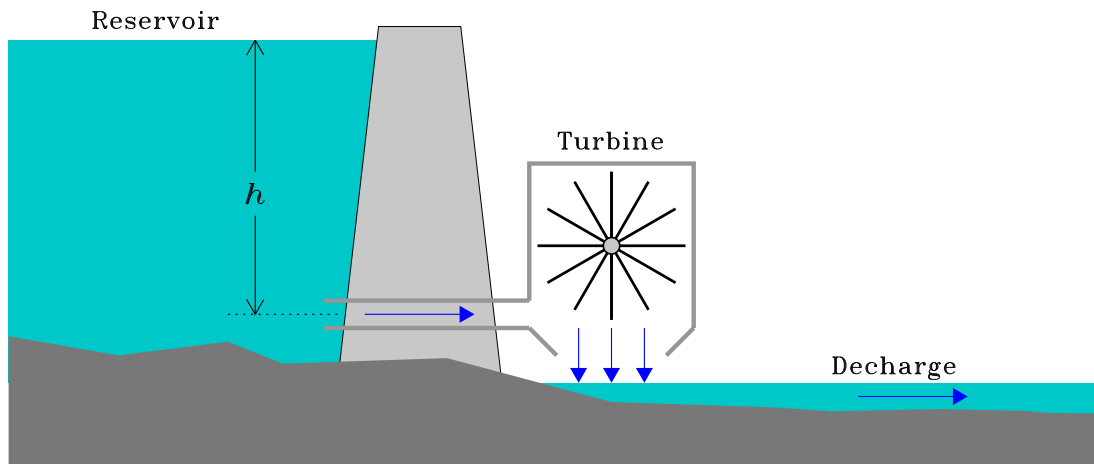


Figure 6.7: Représentation schématique du fonctionnement d'un barrage hydroélectrique. L'eau accumulée dans le réservoir fait tourner une turbine, puis retombe par gravité dans la décharge du barrage. Les flèches bleues indiquent l'écoulement de l'eau. La hauteur de chute h est un peu plus petite que la différence entre la hauteur du réservoir et celle de la décharge, ce qui s'avère essentiel pour assurer une extraction d'énergie mécanique maximale par la turbine (voir texte).

typiquement à sa base⁴. Qu'en est-il de l'énergie potentielle gravitationnelle dans laquelle on veut puiser ? Dans une configuration du genre de la Figure 6.7, l'eau est accélérée horizontalement vers la turbine par la différence de pression entre la base du barrage, et la pression effectivement atmosphérique à la sortie de la turbine. On se rappellera que la pression a des unités de force par unité de surface (N m^{-2}), mais on pourrait tout aussi bien lui assigner des unités d'énergie par unité de volume (J m^{-3}). Ceci capture le fait qu'un fluide hautement pressurisé puisse faire un travail mécanique quand cette pression est relâchée.

Pour un fluide incompressible comme l'eau, notre équation de l'équilibre hydrostatique (voir §2.1.1) indique que la pression augmente avec la profondeur dans le réservoir selon

$$p(z) = p_A + \rho g (h - z) , \quad (6.44)$$

où p_A est la pression atmosphérique, h est toujours la hauteur de chute, $z = 0$ est la hauteur de l'entrée d'eau à la base du barrage. Donc, on peut assigner à un élément de fluide à la base du barrage ($z = 0$) une densité volumique d'énergie $= \rho g h$: soit la même chose que l'énergie potentielle gravitationnelle pour un élément de fluide positionné en surface $z = h$! Le flux d'énergie associé à un débit Q est alors encore donné par l'équation (6.43).

⁴Pouvez-vous anticiper le problème potentiel d'avoir l'entrée d'eau au haut du barrage?

La Figure 6.7 illustre aussi comment une turbine hydroélectrique peut contourner la limite de Betz: l'eau actionnant la turbine peut y transférer toute son impulsion horizontale, et ensuite retomber sous l'influence de la gravité dans la décharge. Celle-ci se retrouve donc un peu plus bas que la turbine, ce qu'on pourrait voir comme une perte énergétique puisque la hauteur de chute n'est pas tout à fait aussi grande qu'elle aurait pu l'être, mais en contournant ainsi la limite de Betz le gain s'en retrouve beaucoup plus grand.

On peut encore définir un coefficient de performance comme le rapport de la puissance électrique produite sur la puissance énergétique mécanique en entrée au système. Dans le cas de la centrale La Grande-2 (Baie James; officiellement centrale Robert-Bourassa depuis 1996), la documentation d'Hydro-Québec indique une hauteur de chute de $h = 137$ m un débit volumique $Q = 4300 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$, et une puissance électrique de 5616 MW quand le réservoir est complètement rempli (volume de 61.4 km^3 , couvrant une superficie de 2835 km^2); ce qui conduit à

$$\text{COP} = \frac{5616 \text{ MW}}{\rho Q g h} = 0.97. \quad (6.45)$$

C'est un chiffre spectaculairement près de l'unité ! Des valeurs $\text{COP} \simeq 0.9$ sont plus typiques, en bonne partie en raison du fait que les réservoirs ne sont jamais pleins toute l'année. Ceci dit, un COP de $\simeq 0.9$ est de loin la plus grande valeur qu'on croquera dans ce chapitre.

6.3.2 Impacts biosphériques

Tout comme l'énergie éolienne, l'énergie hydroélectrique est considérée renouvelable et "propre", dans le sens qu'elle ne produit pas de CO_2 . Mais quand on y regarde de plus près, la réalité environnementale est beaucoup plus complexe.

L'impact le plus marqué de la construction de barrages hydroélectrique est évidemment la perturbation majeure (voir destruction) des écosystèmes riverains, et la destruction de grandes superficies de forêt se retrouvant remplacée par d'immenses réservoirs d'eau douce; le réservoir de Manic-5 fait 1973 km^2 en superficie, et contient un volume d'eau de $V = 136 \text{ km}^3$. Celui du barrage La Grande-2 couvre $S = 2835 \text{ km}^2$, et contient $V = 61.4 \text{ km}^3$ d'eau. Cette destruction des forêts implique une réduction de la capture du CO_2 par photosynthèse, et la décomposition de la biomasse terrestre engloutie sous les eaux libère une quantité substantielle de méthane, un autre gaz à effet de serre important (revoir la §3.10 au besoin).

On pourrait néanmoins penser qu'un certain nombre d'années après le remplissage du réservoir complété, on se retrouve avec un nouvel écosystème aquatique qui, bien que de nature évidemment très différente, équivaut plus ou moins à l'écosystème forestier qu'il a remplacé, et donc qu'en bout de ligne c'est kif-kif. Déjà, le tableau 2.4 nous informe qu'en simple termes de productivité biosphérique ce n'est pas le cas: la biomasse des lacs génère $0.23 \text{ kg(C) m}^{-2} \text{ yr}^{-1}$, soit seulement la moitié de la productivité d'une forêt tempérée et deux tiers d'une forêt boréale. De plus, plusieurs études ont démontré que même si les réservoirs redeviennent des écosystèmes en bonne et due forme après quelques dizaines d'années (dépendant de la taille du réservoir), typiquement la biomasse et la productivité biomassique y sont significativement plus faibles, et, surtout, la biodiversité y est fortement réduite.

Les impacts écosystémiques s'étendent aussi loin en aval des barrages. On reconnaît depuis longtemps l'impact dévastateur de la construction de barrages sur les espèces migratoires comme le saumon, qui remontent toujours la rivière qui les a vu naître pour y retourner frayer. Un grand barrage hydroélectrique élimine aussi les crues printanières dont bénéficient plusieurs espèces végétales pour la dispersion des graines. De plus, les substantielles variations du niveau de l'eau, souvent irrégulières et hors-phase par rapport aux cycles saisonniers normaux, sont particulièrement dommageables aux espèces riveraines, autant animales que végétales.

Les impacts à plus grande échelle sur le cycle de l'eau peuvent aussi être substantiels. Un complexe hydroélectrique comme celui bâti sur la Grande-Rivière génère un débit d'eau douce dans la Baie James qui demeure approximativement constant sur les douze mois de l'année, atteignant parfois même un pic en hiver, plutôt que le pic printannier et creux automnal et hivernal qui caractérisait la rivière avant la construction des barrages. Cet important débit

d'eau non-salée en automne et hiver affecte la formation de la glace dans la Baie James et même dans le sud de la Baie d'Hudson, ce qui a un impact important sur ces écosystèmes sub-arctiques et arctiques. Un réservoir couvrant plusieurs milliers de kilomètres carrés, comme celui de LG-2, peut même avoir un impact climatique local, particulièrement au niveau des précipitations, en raison de la plus grande évaporation qu'il génère.

Au delà de l'environnement, de la biodiversité, ou de l'esthétique des milieux naturels, de manière plus générale la disparition d'une rivière peut avoir des impacts sociaux énormes sur les populations humaines locales, qui typiquement ne consomment qu'une infime fraction de l'énergie hydroélectrique produite. Ce genre d'impacts représente un "coût" pratiquement impossible à chiffrer réalistement dans le cadre des analyses économiques et environnementales effectuées dans la planification de grands projets hydroélectriques.

6.4 L'énergie marémotrice

L'écoulement périodique de l'eau propulsé par la marée lunaire est utilisé depuis des dizaines de milliers de lunes pour produire un travail mécanique. L'idée est très simple et facile à appliquer aux petites échelles: on laisse la marée montante remplir un réservoir (naturel ou artificiel), on ferme les vannes à marée haute, et à marée descendante on utilise l'écoulement de l'eau du réservoir pour activer une turbine (ou roue à aubes). La Figure 6.8 en montre un joli exemple historique datant de 1633, mais les plus anciens connus et bien documentés se retrouvent sur les rives de la Tamise, et remontent au passage en Angleterre d'Astérix et Obélix.



Figure 6.8: Le moulin à marée du Birlot, sur l'île de Bréhat (Bretagne, France). Construit entre 1633 et 1638, il est demeuré en opération comme moulin à farine jusque'en 1920, ensuite abandonné, puis restaurée en 1994. Source: fr.wikipedia.org/wiki/Moulin_à_marée_du_Birlot.

De nos jours l'intérêt est surtout pour la production d'électricité, l'énergie marémotrice n'étant finalement qu'une autre forme de production hydroélectrique. Un avantage certain est que les marées sont d'une régularité astronomique, et n'arrêtent jamais. En fait de prédictivité de la puissance produite, on ne peut faire guère mieux. L'équation (6.32) est toujours valide ici; la puissance disponible est donnée par le produit du débit volumique et de l'énergie cinétique par unité de volume:

$$P = Q \times \left(\frac{1}{2} \rho u^2 \right), \quad [\text{W}]. \quad (6.46)$$

L'écoulement dû aux marées varie périodiquement, avec période de $P = 12$ heures entre deux marées hautes successives. Cette variation est sinusoidale en bonne première approximation, donc pour un débit maximal Q_0 aux phases $\pi/4$, $3\pi/4$, etc de l'orbite journalière apparente de la lune, le débit moyen sur un cycle de marée de $P = 12$ heures est donc égal à

$$\langle Q \rangle = \frac{Q_0}{P} \int_0^P \sin\left(\frac{2\pi t}{P}\right) dt = \frac{2}{\pi} Q_0 . \quad (6.47)$$

Des variations significatives sont produites par la topographie des baies et estuaires; les bassins orientés dans la direction E-W et s'étirant sur une grande distance dans cette même direction offrent les conditions optimales pour des marées de grande amplitude.

Un des sites les plus prometteurs sur la planète, combinant des vitesses d'écoulement de plusieurs mètres par seconde à un très fort débit, est la Baie de Fundy, séparant le sud du Nouveau-Brunswick de la Nouvelle-Écosse. Un site particulier est présentement favorisé et est utilisé pour le développement de diverses options technologiques: Le Détroit des Mines⁵, tout au fond de la Baie de Fundy, coté Nouvelle-Écosse. Ce détroit encaissé, large de $\simeq 5$ km, forme un goulot d'étranglement vers la Baie des Mines, d'une superficie de $\simeq 1000$ km². À mi-chemin entre les marées hautes et basses, l'eau de mer s'y écoule à $u \simeq 5.5$ m s⁻¹ en surface, avec un débit volumique de $Q = 4$ km³ par heure, soit $\simeq 10^6$ m³ s⁻¹. De la marée basse à la marée haute, 14×10^{12} kg d'eau de mer entre dans le Bassin des Mines en traversant le détroit des Mines, un poids suffisant pour produire une déformation de la croûte terrestre mesurable séismiquement. Quand la marée montante remplit le bassin des Mines, la Nouvelle-Écosse s'incline littéralement vers le Nord!

À marée basse, la profondeur de la Baie des Mines ne dépasse pas 25m, avec une profondeur moyenne de 14.5 m, à laquelle vient s'ajouter un 16m supplémentaire au pic de la marée haute. Pour des dimensions horizontales de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres, l'écoulement de l'eau sur le fond marin s'apparente ainsi à l'écoulement d'une couche "mince" de fluide, dans lequel cas on s'attend à ce que l'interaction avec le fond affecte la couche fluide sur toute son épaisseur. Utilisant cette profondeur moyenne comme longueur caractéristique et $u \sim 5$ m s⁻¹, on arrive à un Nombre de Reynolds $\simeq 10^7$, ce qui suggère que l'interaction de l'écoulement avec le fond produira une turbulence bien développée.

Pour une mince couche de fluide, le profil vertical de la vitesse moyenne horizontale correspond à celui d'une **couche limite turbulente**, dont la théorie a été développée originellement par Ludwig Prandtl et Theodore von Kármán en contexte aérodynamique, et décrite brièvement à l'Annexe C. Le point important ici est que la vitesse de l'écoulement horizontal est maximale en surface et croît $\propto \log(z/H)$ à partir du fond, H étant l'épaisseur de la couche fluide. Ceci motive donc le design de turbines marémotrices opérant en surface, plutôt que dans le style d'une éolienne sous-marine ancrée au fond marin.

6.4.1 Turbines marémotrices

La Figure 6.9 montre deux designs de turbines marémotrices de surface présentement en développement pour usage dans le détroit des Mines de la Baie de Fundy. Les designs testés font face à plusieurs défis techniques, incluant en particulier:

- Le maintien en place de la turbine;
- Le renversement de la direction de l'écoulement tous les 12 heures;
- La stabilité en présence de vagues et/ou vents fort;
- La connexion électrique par câbles sous-marins aux réseaux de distribution terrestres.

⁵Son nom Acadien, qui a été anglicisé à "Minas" depuis la déportation de 1755–1763, mais je m'en tiens à l'original dans ce qui suit; tout comme Google Earth, à ma grande surprise d'ailleurs.



Figure 6.9: Deux designs de turbines marémotrices de surface présentement en phase de développement/test dans la Baie de Fundy. Celle du haut est une turbine monolithique, d'un diamètre de $\simeq 15$ mètre; celle du bas est composée de six hélices individuelles à trois pales, genre éolienne la tête en bas. Source: <https://fundyforce.ca/>.

Malgré ces défis, le potentiel hydroélectrique demeure substantiel. L'équation (6.46) nous informe qu'un mètre cube d'eau de surface se déplaçant à 5.5 m s^{-1} transporte un flux énergétique de 15kW. Pour le débit Q cité précédemment pour la Baie des Mines, on parle donc d'une puissance potentielle maximale de $P = 15 \text{ kW m}^{-3} \times 10^6 \text{ m}^3 = 15000 \text{ MW}$ au pic, et $\simeq 7500 \text{ MW}$ moyenné sur un cycle de marée. Il est évidemment impossible en pratique d'harnacher tout ce débit, mais les projets présentement en développement visent à produire 300MW. Voir l'intéressant site web cité en bibliographie pour plus de détails.

Notons finalement que contrairement aux vents ou aux précipitations, la marée est régulière et n'arrête jamais, donc la production marémotrice d'électricité se retrouve à être une source énergétique très fiable et complètement prévisible en principe, modulo les bris mécaniques, erreurs humaines, etc.

6.4.2 Impacts biosphériques

Certains impacts biosphériques de l'hydroélectricité marémotrice sont assez évident. Les poissons, et en particulier les mammifères marins qui passent beaucoup de temps près de la surface, ressortiraient en mauvais état d'un passage dans une turbines marémotrice (viz. la Fig. 6.9!).

Il est avantageux d'installer les turbines marémotrices dans des sites de faibles profondeur, pour assurer une vitesse d'écoulement de surface qui soit la plus grande possible. En conséquence, les trainées turbulentes en aval des turbines peuvent produire un fort brassage du fond marin, avec des conséquence majeures pour la faune et flore benthique, et une augmentation significative de la charge en sédiments. Ces impacts biosphériques sont aussi à l'étude dans le cadre du projet de la Baie des Mines.

6.5 La centrale thermique

Dans une centrale dite thermique, la production d'électricité débute avec la vaporisation de l'eau et surchauffage de la vapeur d'eau ainsi produite afin d'en augmenter la pression (pensez à l'équation d'état du gaz parfait). Cette pression de vapeur est ensuite utilisée pour faire tourner une turbine qui actionne finalement une dynamo produisant l'électricité. Le processus utilisé pour chauffer et vaporiser l'eau peut aller de la combustion du charbon ou autre combustible fossile (§6.8) à la fission nucléaire (§6.9), en passant par la vaporisation par concentration de l'irradiance solaire (§6.6).

Commençons par un petit retour sur le concept de **machine thermique**, avec lequel vous avez déjà fait connaissance en PHY-2215, soit un système qui produit de l'énergie mécanique à partir d'un gradient de température, selon l'iconique concept du piston. L'idée est illustrée schématiquement sur la Figure 6.10. Un tube est séparé en deux régions par une surface mobile étanche (le fameux piston). Du côté droit du piston les pression et température sont p_1 et T_1 ; coté gauche on a $p_2 > p_1$, et $T_2 > T_1$. La force nette exercée sur le piston sera

$$F_x = (p_2 - p_1) \times A, \quad (6.48)$$

où A est la surface du piston. En conséquence, ce dernier se déplacera vers la droite, disons d'une distance infinitésimale dx . Le travail mécanique produit est donc $dW = F_x dx$. Si le processus est adiabatique, le gaz/fluide dans la section droite réchauffera sous compression, et celui dans la section gauche refroidira, jusqu'à ce que les $p_1 = p_2$, signalant l'arrêt du piston. Si on désire développer un travail mécanique W soutenu (pas d'arrêt du piston), on doit continuellement déposer une quantité d'énergie Q_2 dans la section gauche, et en extraire une quantité Q_1 de la section de droite (flèches rouges sur la Fig. 6.10), de manière à préserver la différence de température $T_2 - T_1$ qui produit la différence de pression $p_2 - p_1$; Par conservation de l'énergie, on doit avoir:

$$Q_1 = Q_2 - W. \quad (6.49)$$

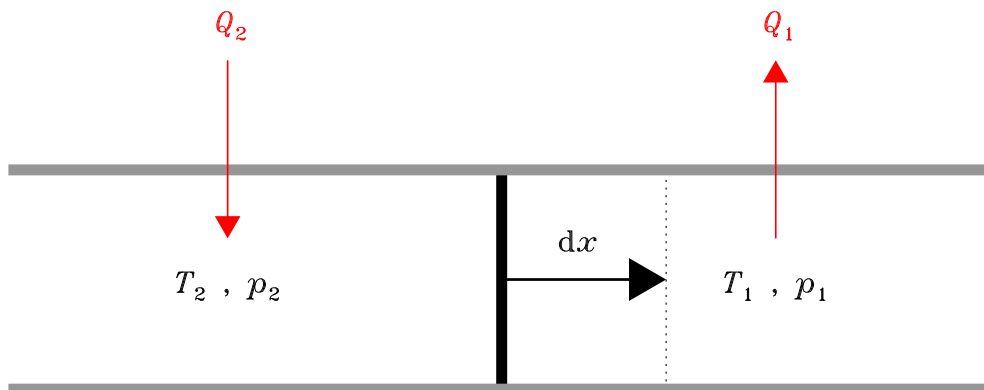


Figure 6.10: Représentation schématique du fonctionnement d'un piston développant un travail mécanique constant en puisant dans un réservoir thermique T_2 maintenu à cette température par un apport énergétique Q_2 . Pour demeurer en régime stationnaire l'augmentation de la température T_1 , qui résulterait normalement de la compression adiabatique, doit être éliminée en extrayant une quantité d'énergie Q_1 du système (voir texte).

Ces deux processus, agissant conjointement, ne peuvent cependant pas diminuer l'entropie totale du système:

$$\Delta S = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_2 - W}{T_1} \geq 0, \quad (6.50)$$

d'où:

$$W \leq Q_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right). \quad (6.51)$$

On définit l'**efficacité thermique** η de notre machine comme le rapport entre le travail mécanique produit et l'input énergétique au système:

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_2} = \left(1 - \frac{T_1}{T_2} \right), \quad [\equiv \text{COP}]. \quad (6.52)$$

Cette expression donne l'efficacité théorique maximale, applicable à une situation où tous les processus impliqués sont parfaitement réversibles; en pratique il y aura toujours des pertes de chaleur quelque part, et l'efficacité réelle sera $\eta_{\text{eff}} < \eta$.

Pour maximiser l'efficacité, il s'agit donc de minimiser le rapport T_1/T_2 . La température T_1 est au mieux égale à celle du réservoir environnemental auquel on transfère l'excès de chaleur, soit de l'ordre de $\simeq 300 \text{ K}$. En principe on peut opérer une centrale thermique à un très haut T_2 , tant qu'on n'approche pas trop du point de fusion des alliages utilisés dans les tuyaux des systèmes de refroidissement, pales des turbines, etc. Le point de fusion de l'acier varie entre 1205 et 1370°C, dépendant de l'alliage. Les centrales thermiques dépassent rarement $T_2 = 800^\circ\text{C}$, certains types de réacteurs nucléaires atteignant $T_2 \simeq 950^\circ\text{C}$. Même un tel système, utilisant l'eau de mer profonde pour son refroidissement (donc $T_1 \sim 275^\circ$), n'atteint qu'une efficacité maximale théorique de $\eta = 0.71$, et en pratique rarement plus que $\eta \simeq 0.5$; et pour la majorité des centrales thermiques utilisant les combustibles fossiles, on dépasse rarement $\eta \simeq 0.4$. Si toute l'énergie mécanique produite en bout de ligne est convertie en électricité (et c'est habituellement le cas, ou vraiment pas loin), alors le facteur d'efficacité η donne directement le coefficient de performance ("COP") introduit précédemment.

Revenons à notre centrale thermique; Q_2 devient l'énergie produite par le processus de combustion utilisé pour vaporiser l'eau (combustion de gaz ou de charbon, fission nucléaire, etc.). Le piston est remplacé par les pales de la turbine. Pour une production continue d'énergie mécanique, il est essentiel qu'en aval de la turbine on maintienne la température à T_1 afin de préserver la différence de pression $p_2 - p_1$ produisant ultimement le travail mécanique. On doit donc refroidir la vapeur en aval, i.e. extraire de l'énergie (le Q_1 sur la Figure 6.10).

Dans une centrale thermique, l'eau produite par la recondensation de la vapeur en aval des turbine est refroidie et recirculée dans le système. C'est le circuit primaire de circulation, qui (en l'absence de fuites) opère à un volume d'eau constant. Dans une centrale thermique "moderne" opérant par la combustion du charbon, et produisant 1000 MW de puissance électrique, on a typiquement $T_2 = 800\text{K}$, $T_1 = 300\text{K}$, et donc $\eta = 0.625$; en pratique, on a plutôt $\eta_{\text{eff}} = 0.4$. Donc on doit injecter dans le système $Q_2 = 1000/\eta_{\text{eff}} = 2500\text{ W}$. Le 60% de ce 2500MW, soit 1500MW, qui n'est pas converti en énergie mécanique —et ultimement, en courant électrique— doit donc être évacué de la centrale, sinon l'efficacité thermodynamique va inexorablement chuter à zéro (et de plus, éventuellement, tout finira par fondre!). Les gaz chauds résultant de la combustion sortant par les cheminées aident un peu, en emportant environ 15% du 1500MW en excès libérée par la combustion. Le reste doit alors être évacué par un système de refroidissement, utilisant habituellement l'eau en raison de sa grande capacité thermique.

La Figure 6.11 résume schématiquement la situation:

- On cherche à produire 1000 MW d'électricité en régime continu;
- Avec une efficacité $\eta_{\text{eff}} = 0.4$, on doit donc générer 2500 MW en chaleur;
- Avec 15% de perte de chaleur via les cheminées, il reste donc $0.85 \times 1500 = 1275\text{ MW}$ à évacuer via le système de refroidissement, quel qu'il soit, afin de maintenir T_1 à 300K.

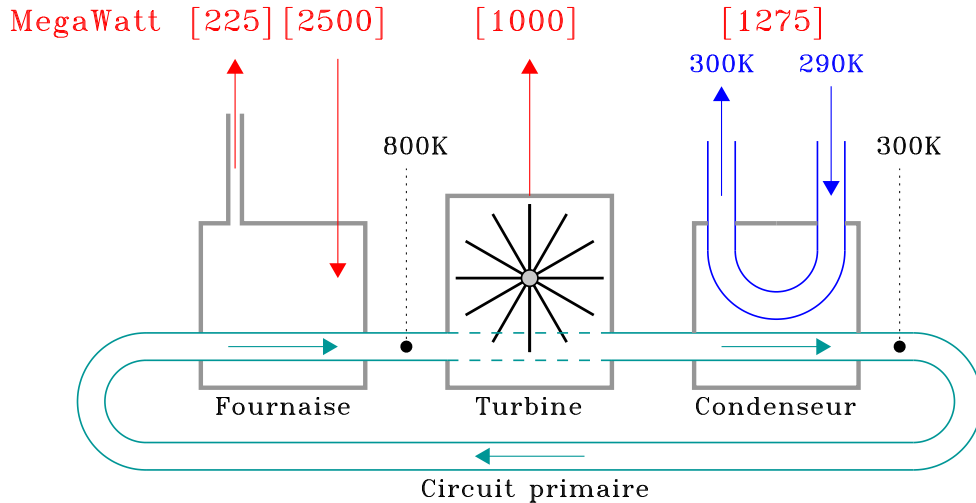


Figure 6.11: Représentation schématique du fonctionnement d'une centrale thermique produisant 1000MW d'électricité avec une efficacité thermodynamique $\eta_{\text{eff}} = 0.4$ (voir texte).

La première option est de puiser dans une source d'eau (lac, fleuve) près de la centrale, et de laisser circuler cette eau dans un échangeur de chaleur avec le circuit primaire pour en extraire la chaleur. Disons que cette source d'eau environnementale est à $T_0 = 290\text{K}$; la capacité thermique de l'eau étant $c_p = 4182\text{ J kg}^{-1}\text{ K}^{-1}$ (voir Tableau 1.1), pour extraire 1275 MW du



Figure 6.12: Centrale nucléaire de Hope Creek (New Jersey, É.-U.). Les deux réacteurs situés les plus à gauche, plus anciens, utilisent notre option 1, soit siphonner de l'eau de la rivière Delaware pour refroidir le circuit primaire des réacteurs, tandis que le troisième, plus récent, utilise notre option 2, soit refroidir son circuit primaire via la tour d'évaporation au centre de l'image. Le panache blanc émis par la tour est de la vapeur d'eau. Source: blog.ucsusa.org.

circuit primaire à 300K en refroidissant de 10K on a besoin d'un débit Q donné par:

$$Q = \frac{1275 \times 10^6 \text{ W}}{c_p \times 10\text{K}} \equiv 30500 \text{ litres s}^{-1}, \quad (6.53)$$

soit $\equiv 10^{12}$ kg (ou litres) par année. C'est beaucoup d'eau ! Cette eau est retournée à l'environnement, mais peut générer une pollution thermique importante en aval de la centrale: 10K de réchauffement, dans un lac, fleuve ou rivière, c'est beaucoup; en on ne parle même pas de tous les petits poissons et invertébrés qui se feront cuire en purée lorsque pompés dans l'échangeur de chaleur.

Une seconde option est la **tour d'évaporation** (voir Figure 6.12). Ici l'eau du circuit primaire circule dans une série de tuyau où lamelles, sur la surface desquels on vaporise (pas dans le sens d'un changement de phase) de l'eau provenant d'une source environnementale, encore une fois lac, fleuve ou rivière.

La chaleur latente de vaporisation pour l'eau à 290K est $L = 2459 \text{ kJ/kg}$, donc pour extraire 1275 MW par évaporation on a besoin d'un débit:

$$Q = \frac{1275 \times 10^6 \text{ W}}{2459 \times 10^3 \text{ J kg}^{-1}} \equiv 518.5 \text{ litres s}^{-1}, \quad (6.54)$$

soit 1.6×10^{10} kg (ou litres) par année; c'est 62 fois moins que l'option 1. Ici l'eau n'est pas retournée à l'environnement local, mais finit éventuellement en précipitations en aval des vents dominants. La condensation en gouttellettes relâchera la chaleur latente dans l'environnement, mais de manière moins géographiquement localisée et donc moins dommageable pour les écosystèmes, du point de vue de la pollution thermique; mais possiblement dommageable via l'assèchement local de la source d'eau utilisée.

6.6 Énergie solaire I

On a déjà vu (§3.4) qu'à l'orbite de la Terre, l'intégrale de l'irradiance sur la surface d'interception $\pi R_{\oplus}^2$ donne un flux énergétique total de $\equiv 1.735 \times 10^{17} \text{ W}$, soit 173500 TW !! Même si on prend



Figure 6.13: Cliff Palace, Parc National de Mesa Verde, au sud-ouest du Colorado. L'un des plus grands parmi la dizaine de villages à flanc de falaise que l'on retrouve à Mesa Verde, elle compte 217 salles, 23 kivas (salles cérémoniales circulaires), et logeait entre 200 et 250 habitants. Comme la plupart des grandes habitations de Mesa Verde, Cliff Palace fut soudainement abandonné en 1276.

en compte l'albédo et l'absorption atmosphérique, cela demeure un flux d'énergie absolument gargantuesque.

6.6.1 Utilisation passive

L'utilisation passive de l'irradiance solaire pour le chauffage des bâtiments (et des serres) remonte loin dans l'histoire de l'humanité. La Figure 6.13 montre un exemple qui m'est cher, soit le village Anassazi maintenant appelé Cliff Palace, situé au parc national Mesa Verde, dans le sud-ouest du Colorado. Contrairement à la majorité des sociétés autochtones d'Amérique du Nord, les Anassazis étaient résolument sédentaires et vivaient principalement d'agriculture, dans la région dite des "Four Corners", au point de rencontre des états du Colorado, Utah, Arizona et Nouveau-Mexique. Les imposantes ruines qu'on y retrouve encore à fond et à flanc de canyon témoignent de la grandeur de cette civilisation disparue il y a maintenant un peu plus de huit siècles.

Dans environnement semi-désertique à ~ 2000 m d'altitude, le climat est rude à Mesa Verde: la température y varie entre -40° et $+40^\circ\text{C}$, avec des variations journalières atteignant 35°C . Les villages tels que Cliff Palace étaient souvent construits dans de profondes alcôves à flanc de falaises faisant approximativement face au sud. L'hiver, quand le soleil demeure bas sur l'horizon, tout le village bénéficie de l'irradiance du soleil, plus que bienvenue à ces altitudes en hiver. L'été, le soleil étant beaucoup plus haut dans le ciel, l'alcôve laisse la majorité du village dans la fraîcheur de l'ombre, tout aussi bienvenue dans ce climat semi-désertique en été.

Les habitations contemporaines mettent évidemment souvent en pratique ce genre de stratégies, que ce soit dans l'orientation du bâtiment, de la fenestration, de la gestion de l'ombre, et évidemment du choix de matériau; l'albedo de ce dernier, souvent déterminé par sa coloration, est un facteur majeur et relativement facile à contrôler. Un design de bâtiment favorisant la ventilation passive est également un facteur important en saison chaude.



Figure 6.14: Non, ce n'est pas la scène d'ouverture de *Blade Runner 2049*, quoiqu'elle en a fort probablement fourni l'inspiration. On voit ici la centrale thermique solaire Noor Ouarzazate III, au Maroc, qui produit 150MW en conditions optimales. Source: <http://architectureumaroc.com>.

6.6.2 Centrales thermiques solaires

La technologie dite CSP, pour “Concentrated Solar Power”⁶, consiste à utiliser des miroirs pour concentrer l'irradiance solaire et chauffer un fluide de haute capacité thermique, la chaleur ainsi emmagasinée étant utilisée par la suite pour propulser les turbines d'une centrale thermique sinon conventionnelle.

La Figure 6.14 montre un exemple de système CSP présentement en opération au Maroc, et qui produit jusqu'à 150MW, soit l'équivalent d'une trentaine turbines éolienne modernes. Le site couvre 5.82 km², pour une surface miroir collectrice totale de $\simeq 1.3$ km².

Dans un système CSP, la capture thermique de l'irradiance solaire se fait avec un facteur d'efficacité $\kappa = 0.8\text{--}0.9$. Le stockage de la chaleur dans les réservoir thermique avant utilisation dans la centrale thermique entraîne des pertes qui peuvent conduire à une efficacité de stockage σ allant de 0.3 à 0.8, dépendant (entre autre) du medium de stockage utilisé et de la configuration des réservoirs. La centrale thermique même a une efficacité thermodynamique de $\eta = 0.4\text{--}0.5$. Le coefficient de performance du système dans son ensemble est donc donné par le produit de ces trois facteurs d'efficacité:

$$\text{COP} = \kappa \times \sigma \times \eta \quad (6.55)$$

Choisissant $\kappa = 0.85$, $\sigma = 0.6$ et $\eta = 0.45$, on obtient $\text{COP} = 0.23$; ce COP peut cependant approcher 0.4 dans certains des grands systèmes CSP présentement en opération. Un COP de 0.23 peut sembler modeste en comparaison même à l'éolien ($\text{COP} \simeq 0.45$ en conditions optimales d'opération), mais on verra à la section suivante que même les meilleurs panneaux solaires fonctionnant à l'effet photovoltaïque dépassent à peine ce COP. Une étude récente des systèmes CSP en opération partout au monde cite la “règle du pouce” suivante pour la surface collectrice requises d'un système CSP:

$$11000 \text{ m}^2 \rightarrow 1 \text{ MW} \quad (6.56)$$

Noor Ouarzazate III fait bonne figure ici, avec 8730 m² par MW. Si on suppose une irradiance moyenne au sol de 400 W m⁻² (moyenne journalière, viz. Fig. 3.6), on en déduit un $\text{COP} = 0.29$.

⁶Inspiré en partie par le travail de session de Lyna Karkri, session H24

Les lois de la thermodynamique (cachées dans le paramètre η) ne sont pas négociables; par conséquent, la recherche et développement se concentre principalement l'amélioration des processus de capture (paramètre κ) et de transport/stockage (paramètre σ) du système.

6.7 Énergie solaire II: les panneaux solaires

Actuellement, la grande majorité de la production d'électricité via l'irradiance solaire est basée sur l'**effet photovoltaïque**. On se penchera donc d'abord sur la physique sous-jacente au photovoltaïsme, pour ensuite considérer l'efficacité et les impacts biosphériques de ce mode de production d'énergie⁷.

6.7.1 Les semiconducteurs

Dans une substance électriquement conductrice, la proximité des atomes conduit à un chevauchement des fonctions d'ondes associées aux diverses orbitales électroniques, ce qui permet aux électrons de valence de se déplacer plus ou moins librement dans le réseau cristallin. Dans un **semiconducteur**, la situation devient plus complexe.

Considérons par exemple un "cristal" de silicium pur. Les atomes de silicium (4 électrons de valence dans le niveau $n = 3$) se regroupent en configuration tétraédrique, avec deux liens covalents entre chaque Si. La Figure 6.15A illustre (schématiquement) le diagramme de niveaux/bandes d'énergie d'une telle configuration. Le chevauchement des niveaux électroniques des atomes individuels conduit à l'apparition d'une **bande de valence**, où tous les électrons sont assignés aux liens covalents, et une **bande de conduction**, dans laquelle un électron libre suffisamment énergétique peut se déplacer sans être recapturé par un Si déficitaire en électron. Ces deux bandes sont séparées par une bande énergétique interdite, le "gap", dans laquelle un électron ne peut résider. Pour un cristal de silicium pur, la largeur de cette bande est de $E_g = 1.12 \text{ eV}$ ⁸.

À température $T = 0$, tous les électrons de tous les atomes de Si sont dans la bande de valence, et la bande de conduction est vide. À température finie $T > 0$ cependant, la probabilité de trouver un électron à énergie E est donnée par la distribution de Fermi:

$$f(E) = \frac{1}{\exp[(E - \mu)/kT] + 1} , \quad (6.57)$$

où μ est l'énergie de Fermi, correspondant à une probabilité d'occupation de 1/2. Dans le silicium pur, μ se retrouve dans la bande interdite. À TPN, $kT \simeq 0.025 \text{ eV} \ll E_g$, et on peut donc approximer (6.57) par:

$$f(E) \simeq \exp\left[-\frac{(E - \mu)}{kT}\right] , \quad (6.58)$$

soit la *queue de Boltzmann* de la distribution de Fermi. Si la base de la bande de conduction est à $E - \mu = E_g/2$ (disons), la probabilité qu'un électron se retrouve dans la bande de conduction est donc $(E_c) \simeq 10^{-10}$, ce qui est très petit; à TPN, un cristal de Si compte $\simeq 1.5 \times 10^{16}$ électrons par mètre cube.

Imaginons maintenant remplacer un atome de Si par un autre métalloïde comme As ou Sb (1 colonne à droite de Si dans le tableau périodique), donc avec 5 électrons de valence plutôt que 4. L'électron surnuméraire, très peu lié au cristal, se retrouvera à un niveau d'énergie situé dans la bande interdite du Si pur, très près ($\simeq 0.02\text{--}0.04 \text{ eV}$, typiquement) de la base de la bande de conduction (niveau pointillé vert sur la Fig. 6.15B). Une énergie thermique $kT \simeq 0.025 \text{ eV}$

⁷Sauf pour §6.7.4, cette section suit de vraiment très près la section 5.1.3 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle cité en bibliographie du chapitre 1.

⁸L'**électron-Volt** (abrévié "eV" et $\equiv 1.60218 \times 10^{-19} \text{ J}$) est l'unité énergétique de prédilection en physique atomique. C'est littéralement l'énergie potentielle électrostatique d'un électron sujet à une différence de potentiel de 1 Volt.

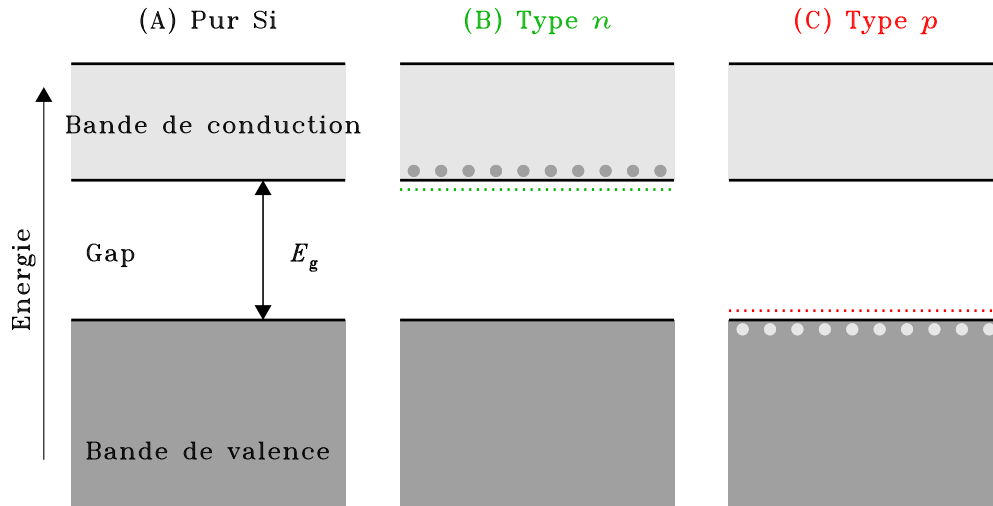


Figure 6.15: Diagrammes énergétiques des bandes électroniques de (A) un cristal de silicium pur, et du silicium contenant (B) des impuretés ayant un excès d'électrons de valence par rapport au Si (type- n), et (C) un déficit d'électrons de valence d'électrons (type- p).

pourra ainsi exciter une grande fraction de ces électrons dans la bande de conduction (points gris). Dans le jargon du domaine, on parle ici d'un **semiconducteur de type- n** .

A l'inverse, si on remplace un Si par un atome n'ayant que trois électrons de valence, comme Al ou Ga (1 colonne à gauche de Si dans le tableau périodique), alors on se retrouve avec un **trou**, qu'on peut traiter comme une charge positive puisque d'autres électrons peuvent combler le trou, mais ce faisant en générant un autre à leur position antérieure. Un trou peut ainsi être traité comme une charge positive se déplaçant dans le cristal de Si. Comme ces trous (points gris pâle sur la Fig. 6.15C) sont aussi très faiblement liés au cristal de Si, on leur associe un niveau d'énergie (pointillé rouge) légèrement supérieur au haut de la bande de valence. On parle ici d'un **semiconducteur de type- p** .

On produit donc ces superconducteurs à partir de silicium le plus pur possible (rapport impuretés:silicium 1 : 10^9). On contamine ensuite délibérément le cristal avec des impuretés (atomes spécifiques), à soit 3 ou 5 électron de valence, dépendant de type de semiconducteur désiré. Dans les semiconducteurs de type- n , on peut ainsi ajouter $\simeq 10^{25} \text{ m}^{-3}$ électrons dans la bande de conduction, soit beaucoup plus que les $\sim 10^{16}$ associés à la queue de Boltzmann à TPN. Dans un semiconducteur de type- p , on peut atteindre une densité de trous $\simeq 10^{22} \text{ m}^{-3}$, soit encore beaucoup plus que les électrons thermiques dans la bande de conduction.

6.7.2 La jonction np

Considérons maintenant ce qui se passe si on mets en contact un semiconducteur de type- n et un de type- p , comme sur le diagramme de gauche de la Fig. 6.16. Le semiconducteur- n contient une grande quantité d'électrons dans la bande de conduction, et donc libres de se déplacer dans le cristal de Si; de même, le semiconducteur- p contient un grand nombre de trous dans sa bande de valence, également libres de se déplacer. Par simple diffusion, des électrons de conduction dans le premier peuvent vont traverser l'interface (la **jonction**) et remplir les trous du second, et vice-versa, tel qu'indiqué en bleu entre (A) et (B). Il s'agit ici d'un processus de diffusion: on a une grande concentration d'électrons d'un coté de la jonction, et zéro de l'autre, donc les collisions dues au mouvement thermique produiront un flux net d'électron $n \rightarrow p$; et la même chose pour les trous, qui diffuseront de $p \rightarrow n$, dans les deux cas, ceci correspond à un **courant**

de diffusion (J_0) dirigé ici de p vers n .

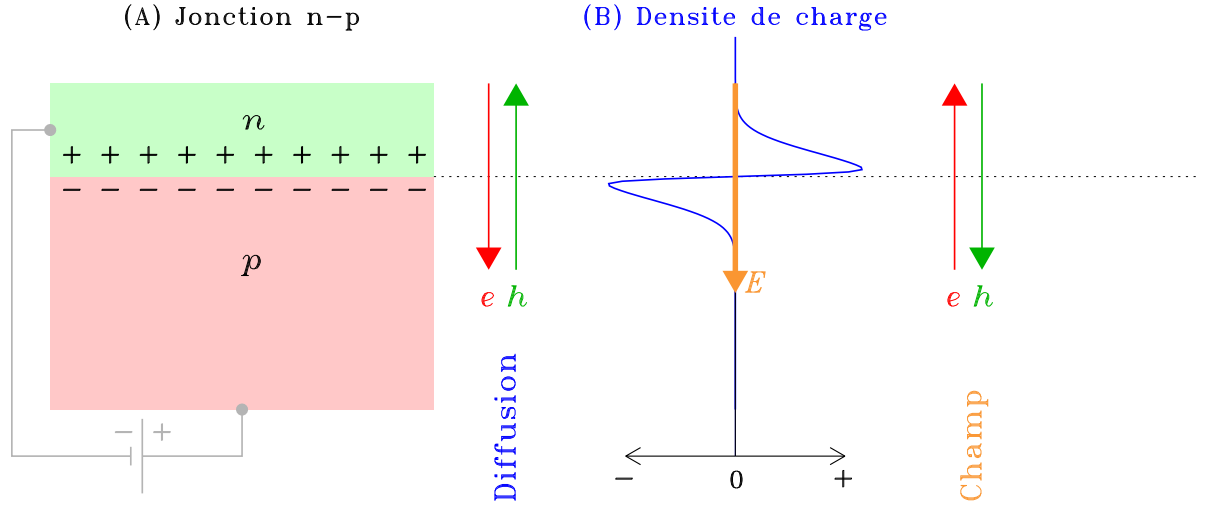


Figure 6.16: (A) Une jonction $n-p$, soit une interface (conductrice) entre un superconducteur de type n (en vert) et un de type p (en rouge). La diffusion des électrons et trous à travers la jonction conduit à l'apparition d'une densité de charge de signe opposé de chaque côté de la jonction, produisant un champ électrique (orange) pointant de n vers p (voir texte).

Le flux diffusif des électrons et trous à travers la jonction et leur recombinaison subséquente laisse donc, près de l'interface, une densité charge (Fig. 6.16B) positive nette dans le cristal de type- n , et négative dans celui de type- p (en (B)). Ceci génère un champ électrique pointant ici vers le bas, de n vers p (en orange), donc une différence de potentiel $\Delta\varphi$ à travers la jonction, qui à son tour produira un courant d'électrons et trou (densité de courant J_E) dans le sens opposé au courant de diffusion. Ce courant perdurera jusqu'à ce que l'énergie potentielle électrostatique $e\Delta\varphi$ devienne comparable à l'énergie thermique ($\simeq kT$) propulsant la diffusion. On atteint donc un état d'équilibre, où les deux courants ($\pm J_0$) s'annulent. À ce stade seuls les électrons/trous ayant des énergies $\gtrsim kT$, soit ceux dans la queue de Boltzmann, pourront encore contribuer au courant de diffusion résiduel (densité J_0 , en Amp m^{-2}) dans cet état d'équilibre; on s'attend donc à ce que

$$J_0 \simeq \exp(-e\Delta\varphi/kT) . \quad (6.59)$$

Maintenant, imaginons appliquer une différence de potentiel V à travers la jonction, tel qu'indiqué en gris sur la Fig. 6.16A, soit opposé à la différence de potentiel $\Delta\varphi$ produite par le courant de diffusion. Comme le courant propulsé par le champ électrique demeure à sa valeur d'équilibre $-J_0$ Le courant total devient alors

$$\begin{aligned} J &= \exp[-e(\Delta\varphi - V)/kT] - J_0 , \\ &= \exp[-e\Delta\varphi/kT] \exp[eV/kT] - J_0 , \\ &= J_0 (\exp[eV/kT] - 1) . \end{aligned} \quad (6.60)$$

6.7.3 L'effet photovoltaïque

L'idée de la cellule photovoltaïque est de déposer une mince couche ($h \sim 1\mu\text{m}$) de semiconducteur de type- n sur une couche plus épaisse ($h \sim 100\mu\text{m}$) d'un semiconducteur de type- p (voir Figure 6.16). La couche supérieure doit être suffisamment mince et translucide pour qu'un photon incident sur le haut de la couche puisse atteindre la jonction np entre les deux

couches semiconductrices. Les photons incidents ayant $h\nu \geq E_g$ excitent des électrons de valence vers la bande de conduction, produisant aussi un trou dans le semiconducteur- n . Sous l'influence du champ électrique d'équilibre, l'électron demeurera dans le superconducteur- n , mais le trou sera entraîné à travers la jonction dans le semiconducteur- p , soit dans la direction contraire au courant de diffusion. À ce transport de charges à travers la jonction correspond une densité de courant électrique $-J_S$, qui bâtit une différence de potentiel V entre les deux semi-conducteurs. Mathématiquement, c'est la même différence de potentiel que produirait la batterie sur la Figure 6.16A, sauf que maintenant c'est le transport de charges par la densité de courant J_S produite par l'absorption des photons qui *cause* la différence de potentiel V . Le courant total, donné auparavant par l'éq. (6.60), prend maintenant la forme:

$$J = J_0 (\exp(eV/kT) - 1) - J_S. \quad (6.61)$$

La production d'une paire électron-trou par un photon d'origine solaire produit donc à la fois un courant à travers la jonction *et* une différence de potentiel entre les deux semiconducteurs.

Il s'agit maintenant de calculer ce fameux courant J_S ; on supposera que chaque photon dans le spectre solaire ayant une énergie plus grande que la largeur E_g de la bande interdite (voir Fig. 6.15) produit une paire électron-trou à la jonction, et que cette paire contribue instantanément au courant J_S traversant la jonction. Un petit exercice en fin de chapitre vous conduit à calculer la densité de courant correspondante comme étant $J_S = 400 \text{ A m}^{-2}$ pour une irradiance au sol $S = 1000 \text{ W m}^{-2}$.

La Figure 6.17A porte en graphique la relation voltage-courant décrite par l'éq. (6.61), pour $eV = 0.025 \text{ eV}$ et $J_S = 400 \text{ Amp m}^{-2}$; tant que $eV \ll kT$, le courant est dominé par J_S , mais la forme exponentielle dans (6.61) croît rapidement une fois que $eV \sim kT$, conduisant à une chute rapide du courant. Il est facile de montrer, à partir de (6.61), que le courant net J sera

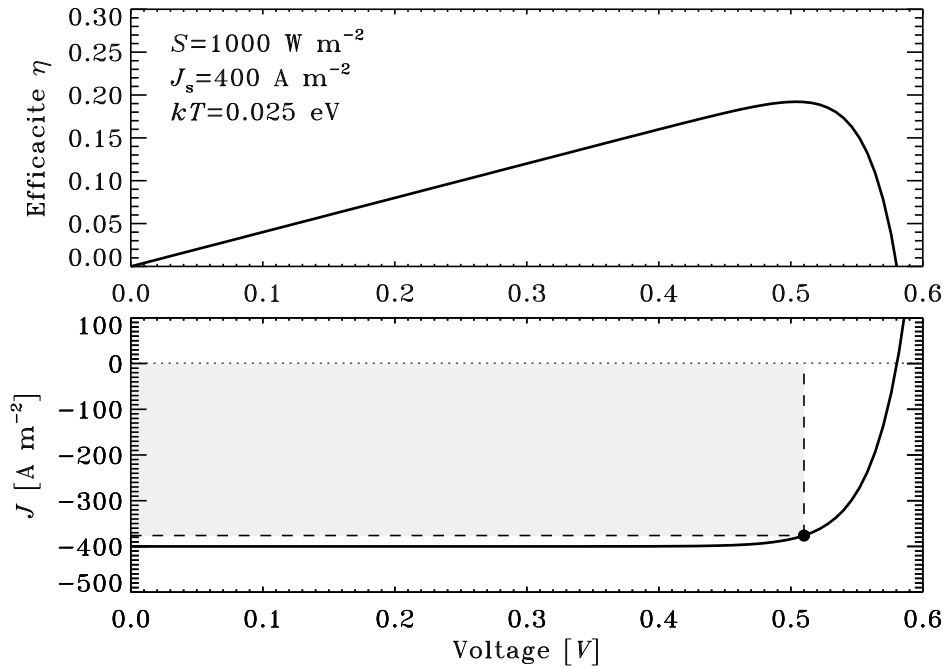


Figure 6.17: Une cellule photovoltaïque au silicium “typique”. En (A), l’efficacité de conversion de l’irradiance solaire incidente en puissance électrique (voir éq. (6.63)); en (B), la courbe V – J à $kT = 0.025 \text{ eV}$, telle que produite via l’éq. (6.61) avec $J_s = -400 \text{ A m}^{-2}$. Pour un point donné le long de cette courbe, l’efficacité de conversion correspond à l’aire du rectangle gris.

nul lorsque le voltage atteint une valeur

$$V_c = \frac{kT}{e} \ln \left(\frac{J_s}{J_0} + 1 \right). \quad (6.62)$$

La puissance électrique (en W m^{-2}) produite à la jonction est donnée simplement par le produit $V \times J$, effectivement l'aire du rectangle gris sur la Figure 6.17A. La puissance produite chute à zéro dans les deux limites $V \rightarrow 0$ et $V \rightarrow V_c$, atteignant donc un pic quelque part entre les deux. L'efficacité de la cellule (η), équivalente au coefficient de performance introduit précédemment, est donnée par le rapport entre la puissance électrique produite et la puissance radiative incidente:

$$\eta = \frac{VJ}{S}, \quad [\equiv \text{COP}]. \quad (6.63)$$

Ceci est porté en graphique sur la Figure 6.17B, toujours pour une irradiance solaire au sol de $S = 1000 \text{ W m}^{-2}$. Pour les paramètres considérés ici ($kT = 0.025 \text{ eV}$ et $J_s = -400 \text{ A m}^{-2}$), l'efficacité est maximale à un voltage de 0.5 V , pour une production de 190 W m^{-2} , et donc $\eta \simeq 0.19$. Le spectre solaire est en fait plus piqué aux courtes longueurs d'onde du visible que ne l'est un corps noir à 5770 K (voir Fig. 3.2), ce qui fait qu'une cellule photovoltaïque au Si, comme considérée ici, peut en fait atteindre une efficacité $\eta \simeq 0.25$ en conditions optimales; mais moins, évidemment, pour une irradiance au sol plus faible.

6.7.4 La limite de Shockley-Queisser

Considérant la distribution spectrale de l'irradiance solaire, il existe une limite fondamentale de $\eta \simeq 0.3$ à l'efficacité d'une cellule photovoltaïque simple (i.e., basée sur une seule jonction n-p) sans dispositif de concentration de l'énergie radiative incidente. Pour les détails, ce sera pour l'an prochain... D'ici là, et à défaut de mieux, voir la page *Wikipedia* suivante:

https://en.wikipedia.org/wiki/Shockley-Queisser_limit

6.7.5 Impacts biosphériques

Avec une production électrique de $\sim 200 \text{ W m}^{-2}$ en conditions optimales pour notre cellule photovoltaïque au silicium, il est clair qu'une très grande surface collectrice, de l'ordre de quelques kilomètres carrés, est nécessaire pour atteindre des puissances comparables aux centrales thermiques ou hydroélectriques de tailles moyennes, ou même à une ferme de turbines éoliennes. La Figure 6.18 montre une vue aérienne (image du haut) d'un site de production d'électricité par panneaux solaires, essentiellement des assemblages en série de cellules photovoltaïques. Avec une surface collectrice totale de quelques kilomètres carrés, et la nécessité d'espacer les rangs de panneaux pour permettre la circulation des véhicules pour entretien, la surface totale couverte par le site est de plusieurs kilomètres carrés. Comme il est plus facile d'installer ces sites en terrains plats, ils sont parfois perçus comme faisant compétition aux utilisations agricoles de ces mêmes terres. Il est cependant possible de conserver un usage agricole au site, utilisant l'espace comme pâturage (image du bas) où même pour la culture maraîchère. Dans certains environnements très ensoleillés et chauds, en mi-journée l'ombre offerte par les panneaux solaires peut être bénéfique aux animaux et/ou végétaux! Une autre option de plus en plus populaire est d'installer des panneaux solaires au dessus de stationnements à grande surface; on produit de l'électricité, et on réduit proportionnellement les îlots de chaleur en réduisant l'irradiance solaire au sol (asphalté!).

Un impacts biosphérique indirect mais important de la production photovoltaïque d'électricité est la production des cellules photovoltaïques même, donc les semiconducteurs requièrent des minéraux parfois rares, donc une exploitation minière qui (trop) souvent peut être très dommageable pour l'environnement.

6.7.6 Bioénergie et photosynthèse artificielle

Ça sera pour l'année prochaine...



Figure 6.18: En haut: un site de production électrique via panneaux solaires près de Drumheller (Alberta). La perte de terres cultivables peut être évitée en conservant un espacement cultivable entre les rangées de panneaux, et même, dans certains environnements chauds, utiliser l’ombre des panneaux pour protéger les végétaux (ou animaux) du soleil de midi; par exemple en bas: site “agrovoltaïque” près de Ithaca (NY, É.-U.). Source: cbc.ca/news/science/solar-farms-1.7025482.

6.8 Énergie renouvelable versus non-renouvelable

Les diverses formes de production d'électricité considérées jusqu'ici puisent dans des sources d'énergie dites **renouvelables**. À l'exception de l'énergie marémotrice, qui ultimement puise dans l'énergie orbitale de la Lune, autant l'hydroélectricité classique que l'énergie éolienne puisent dans l'irradiance solaire; c'est en effet cette irradiance qui cause l'évaporation qui, suite à transport par les vents, précipitation, ruissellement, finit par remplir les réservoirs des barrages. De même, l'inhomogénéité de cette irradiance en fonction de la latitude et des propriétés surfaciques, est le moteur primaire des vents atmosphériques.

6.8.1 Combustibles fossiles

Les sources d'énergie non-renouvelables sont le plus souvent utilisées pour la production de chaleur par combustion (ou fission nucléaire), chaleur ensuite convertie en énergie mécanique, utilisée autant pour la production d'électricité dans les centrales thermiques (revoir la §6.5 au besoin) que pour les autres usages (chauffage domestique, transport, etc.). Comme le compile le Tableau 6.1, les contenus énergétiques des combustibles fossiles varient de 15 MJ/kg pour le bois, à 48 MJ/kg pour l'essence et autres distillats raffinés du pétrole. Le contenu énergétique d'un mètre cube de gaz naturel ($\simeq 1$ kg à TPN) est comparable à celui d'un litre de pétrole non-raffiné. Les combustibles biomassiques non-fossiles se classent aussi assez bien, le contenu

Table 6.1: Contenus énergétique de divers combustibles

Substance	Contenu énergétique [10^6 J kg $^{-1}$]
Essence	48
Pétrole	43
Gras animal	38
Charbon	29.3
Charbon de bois	29
Bois	15
Gaz Naturel	39×10^6 J m $^{-3}$ (TPN)

Source: Harte

énergétique du gras animal dépassant celui du charbon et approchant celui du pétrole non-raffiné, et celui du bois atteignant 50% du charbon.

On a vu (§6.5) que pour produire 1000MW d'électricité dans une centrale thermique opérant à efficacité $\eta = 0.4$, on doit générer $1000\text{MW}/\eta = 2500$ MW en chaleur. À partir des données du Tableau 6.1, on peut calculer qu'il faut alors brûler, chaque seconde, soit 85 kg de charbon, 58 litres de mazout, ou 64 m 3 de gaz naturel.

Comme on peut le constater au Tableau 6.2, la production mondiale d'énergie par l'humanité demeure aujourd'hui dominée par les énergies non-renouvelables. Exception faite de la fission nucléaire, on parle ici de **combustibles fossiles**: pétrole, gaz naturel, et charbon, le résultat collectif d'un demi-milliard d'années de décomposition de matières organiques. La biomasse (bois, bouses de bétail, etc.) demeure une source majeure d'énergie dans les pays industriellement moins développés. Les réserves en énergie non-renouvelable sont dominées, de loin, par le charbon.

La dernière ligne du Tableau 6.2 correspond au contenu énergétique du Deuterium et Lithium présents dans l'eau de mer qui pourrait être extrait par fusion nucléaire; on comprend immédiatement pourquoi cette source d'énergie est vue comme la panacée miraculeuse qui pourrait régler tous nos problèmes de production énergétique!

Le Tableau 6.2 compile la *production* énergétique; plusieurs pays produisent plus d'énergie qu'ils en utilisent. C'est le cas du Canada, qui exporte l'électricité d'origine hydroélectrique

Table 6.2: Réserves et production énergétique mondiales (2021)

Substance	Réserves [10^{21} J]	Prod. mondiale [10^{18} J yr $^{-1}$]	Canada [10^{18} J yr $^{-1}$]
Pétrole	10	182	4.12
Gas Naturel	10	146	5.06
Charbon	50	168	0.29
Uranium	20	30.6	0.95
Solaire+éolien	N/A	16.8	0.16
Hydroélectricité	N/A	15.5	1.44
Biomasse	N/A	58.5	0.52
D+Li (eau de mer)	10^{10}	0	0

Source: [iea.org/world](https://www.iea.org/world)

ainsi que près de 90% de sa production pétrolière. La *consommation* énergétique est une autre histoire, que vous aurez l'occasion d'explorer en TP. Mentionnons simplement qu'en 2021, le Canada se plaçait en septième place dans la liste des plus grands consommateurs (317820 MJ/année/habitant, soit 10.1kW/habitant), nez-à-nez avec Gibraltar (!), et pire que les É.-U. (9e place); en tête de file, on retrouve des pays comme le Qatar (1), l'Islande (2), Trinidad and Tobago (3 !!), et les Émirats Arabes Unis (4). Le site web de l'International Energy Agency (voir bibliographie en fin de chapitre) est une véritable mine d'or pour ce genre de statistiques.

6.8.2 Impacts biosphériques

Typiquement, une réaction de combustion (dans le jargon: une réaction chimique exothermique) va extraire un atome de carbone du combustible, et le combiner avec de l'oxygène pour produire une molécule de CO_2 . Dans le cas de la combustion des hydrocarbures en présence d'oxygène moléculaire, une ou plusieurs molécules de H_2O sont aussi produites. La combustion du méthane, le plus simple des hydrocarbures, offre un exemple particulièrement simple:



Comparez ceci à notre réaction chimique générique pour la photosynthèse (l'éq. (2.10) de la §2.4). C'est essentiellement l'inverse!

Excluant la vapeur d'eau, le CO_2 est donc de loin le principal produit de la combustion des carburants fossiles. Autant pour le mazout, le charbon ou le gaz naturel, en mode de combustion optimale, 99% (en masse) ou plus du contenu en carbone des hydrocarbures se retrouve sous la forme de CO_2 ; la combustion d'un litre d'essence libère 2.3kg en CO_2 , et celle d'un litre de diesel en libère 2.7kg. Le CO_2 étant un important gaz à effet de serre, à ce jour l'augmentation de sa concentration atmosphérique ($\simeq 35\%$ entre 1920 et 2020; revoir la Fig. 2.11) continue de propulser le réchauffement global de la planète, et l'acidification des océans.

La combustion des hydrocarbures fossiles émet aussi des quantités significatives d'autres gaz ayant des impacts environnementaux importants, comme le SO_2 (responsable des pluies acides), le N_2O (un gaz à effet de serre), des cendres et autres aérosols, des composés organiques et des métaux lourds. La combustion d'hydrocarbures complexes produit aussi du méthane, un autre puissant gaz à effet de serre. Tout un cocktail! De plus, en cas de combustion incomplète (due, e.g., à un manque de O_2), on peut aussi produire du monoxyde de carbone, un gaz physiologiquement très toxique. Finalement, la combustion du charbon et du pétrole sous ses formes les moins raffinées (mazout, diesel) produit une vaste gamme d'aérosols, dont plusieurs sont biologiquement toxiques.

L'exploitation minière du charbon et les forages pétroliers ont aussi des impacts environnementaux allant d'importants à extrêmes (e.g., l'exploitation des sables bitumineux). Le

transport de grandes quantités de pétrole, que ce soit par bateaux ou oléoducs, vient aussi avec son lot de risques de déversements.

6.9 Énergie nucléaire

De nos jours la production d'électricité dans des centrales thermiques utilisant l'énergie nucléaire n'est pas vue très positivement, pour un bon nombre de raisons tout à fait légitimes (tel que discuté plus bas). Il n'en demeure pas moins que c'est là un mode de production électrique à zéro émission en CO₂, dont l'utilisation pourrait permettre une transition graduelle vers des sources renouvelables moins problématiques.

Cette section débute par un très bref survol de quelques notions fondamentales en physique nucléaire⁹, pour passer ensuite à la physique sous-jacente au fonctionnement des réacteurs nucléaires utilisant l'isotope ²³⁵U de l'uranium. L'épineuse gestion des déchets nucléaires est ensuite discutée, pour finir avec un exemple de ce qui peut arriver quand quelque chose foire; plus spécifiquement l'accident nucléaire de Tchernobyl en avril 1986.

6.9.1 Structure et désintégration nucléaires

La radioactivité naturelle a été découverte accidentellement en 1896 par Henri Becquerel (1852-1908), qui remarqua le noircissement d'une plaque photographique par un sel d'uranium (voir Figure 6.19). Le sujet attira rapidement l'attention de ses collègues Pierre Curie (1859-1906) et Marie Sklodowska-Curie (1867-1934), le trio consacrant la décennie suivante à l'étude de ce phénomène, récoltant au passage le Prix Nobel de Physique en 1903.

Les premières études expérimentales systématiques identifièrent trois modes de désintégration, en fonction de la déviation des faisceaux de particules émises par les noyaux radioactifs durant leur passage dans un champ électrique ou magnétique. Ces trois modes sont:

1. Désintégration- α : émission d'un noyau de ⁴He. Cette désintégration est associée à la force nucléaire forte, et se fait par effet tunnel à travers la barrière de potentiel nucléaire:

$$(A, Z) \rightarrow (A - 4, Z - 2) + {}^4\text{He} , \quad (6.65)$$

2. Désintégration- β : il existe trois formes communes de cette désintégration, contrôlée par la force nucléaire faible:

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z + 1) + e^- + \bar{\nu} , \quad (6.66)$$

$$(A, Z) \rightarrow (A, Z - 1) + e^+ + \nu , \quad (6.67)$$

$$(A, Z) + e^- \rightarrow (A, Z - 1) + \nu , \quad (6.68)$$

soit, respectivement, l'émission d'un électron, d'un positron, ou encore la capture d'un électron atomique. Ces trois formes de désintégration- β exigent l'émission d'un neutrino ou antineutrino afin de conserver le nombre leptonique¹⁰

3. La désintégration- γ , soit l'émission d'un photon très énergétique suite à la désexcitation spontanée d'un noyau s'étant retrouvé dans un état métastable, habituellement suite à une désintégration antérieure de type α ou β :

$$(A, Z)^* \rightarrow (A, Z) + \gamma , \quad (6.69)$$

⁹On ne remercie jamais assez ses professeurs... J'en profite donc ici pour remercier un trio de profs qui m'ont donné la pique durable pour la physique nucléaire: Brian Logan (U. Ottawa) au B.Sc., et Paul Taras et Michael Pearson (UdeM) en maîtrise.

¹⁰La physique des particules nous informe que la désintégration- β devrait plutôt être vue comme la conversion d'un quark u en d (ou l'inverse) par émission d'un boson- W , lui même se désintégrant subséquemment en une paire électron(positron)+ antineutrino(neutrino).



Figure 6.19: Noircissement d'une plaque photographique de Becquerel par deux échantillons de sels d'uranium déposés sur la plaque. Celui du bas avait été déposé sur une croix de Malte métallique ayant protégé partiellement la plaque, produisant une ombre (en négatif) clairement visible ici. Image en domaine public tirée de la page Wikipedia sur Henri Becquerel: https://en.wikipedia.org/wiki/Henri_Becquerel.

Le spectre de ces rayons γ nous donne accès à la structure quantique des orbitales nucléaires, tout comme la spectroscopie classique nous renseigne sur la structure des orbitales électroniques dans l'atome.

La Figure 6.20 illustre la répartition des différents isotopes nucléaires connus dans le plan $[Z, N]$, où sur ce diagramme Z est le nombre de protons et N le nombre de neutrons, donc le nombre nucléonique $A = N + Z$. Le mode primaire de désintégration des isotopes instables est indiqué par le code couleur. On notera que les isotopes stables (en noir) contiennent plus de neutrons que de protons, dès que $Z > 12$.

Du point de vue empirique la désintégration nucléaire est simple: quel que soit son mode de désintégration spontanée, un noyau instable donné a une probabilité fixe de se désintégrer, et cette probabilité est indépendante de la présence d'autres noyaux dans les environs, et des conditions physiques du milieu¹¹. Même dans l'environnement extrême d'une explosion supernova, le ^{56}Ni se désintègre au même taux que celui mesuré en laboratoire. Dans le cas d'un seul canal de désintégration, le taux de variations du nombre N de noyaux radioactifs d'un isotope donné est décrit par

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda N, \quad (6.70)$$

où le taux de désintégration λ est inversement proportionnel à la **demie-vie** de l'isotope: $\lambda = \ln(2)/\tau_{1/2}$. C'est Ernest Rutherford (1871-1937) qui a le premier établi expérimentalement l'universalité de cette loi de désintégration, qui conduit à une décroissance exponentielle de la concentration d'un isotope radioactif.

Ces modes de désintégration spontanée résultent de la tendance qu'on les noyaux atomiques à se reconfigurer en un état minimisant leur énergie interne. Tout comme "assembler" un atome

¹¹Cet énoncé n'est plus vrai en régime relativiste; autant la dilatation du temps en relativité restreinte, que la dilatation gravitationnelle du temps en relativité générale, allonge la demie-vie des isotopes radioactifs.

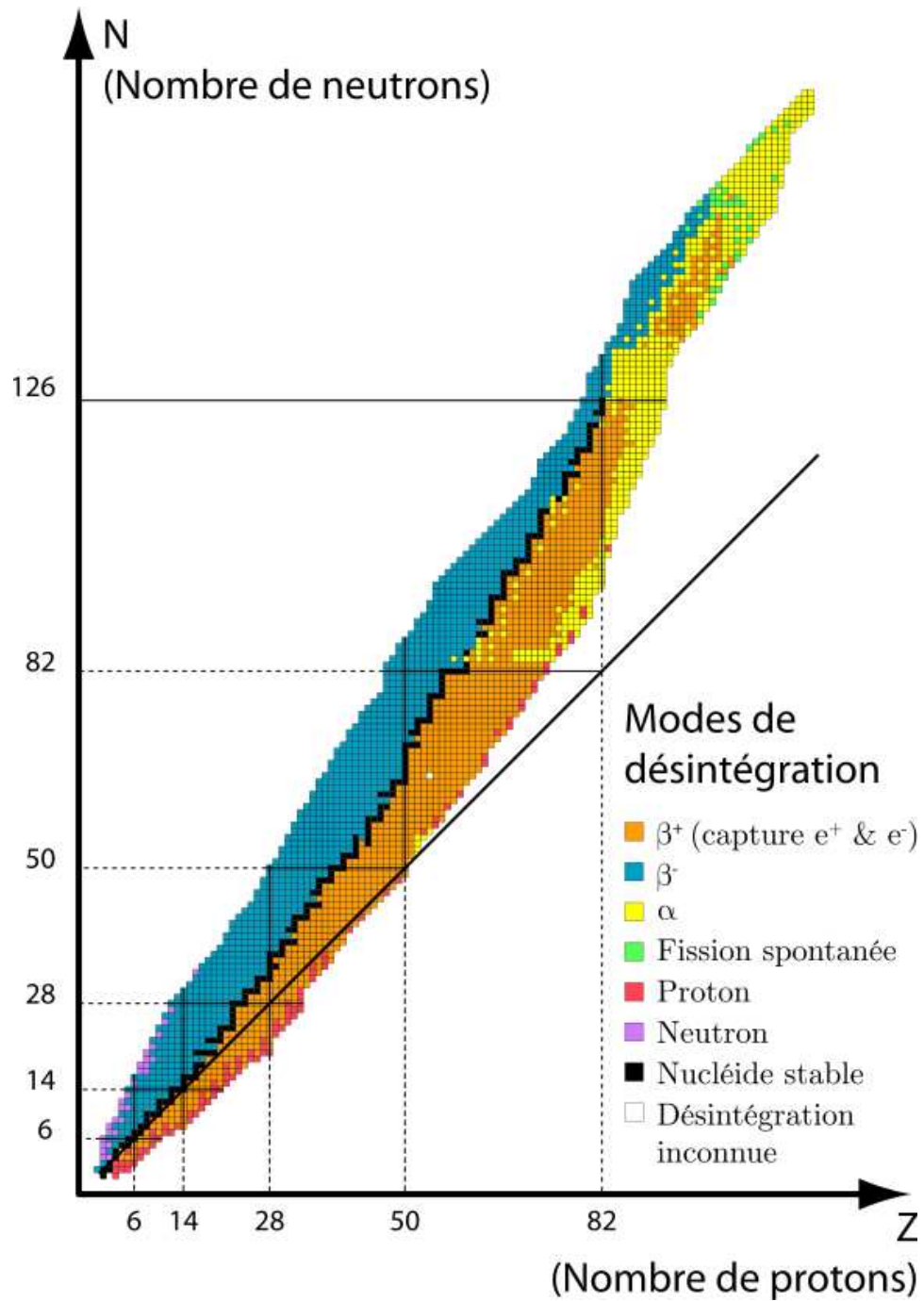


Figure 6.20: Les isotopes nucléaires et leurs modes de désintégration primaire. Ici le mode codé β^- inclut les deux modes $Z \rightarrow Z - 1$ dans les éqs. (6.66), soit l'émission d'un positron et la capture électronique. Image en domaine public tirée de la page Wikipedia sur la désintégration radioactive: https://en.wikipedia.org/wiki/Radioactive_decay.

demande de remplir successivement ses niveaux d'énergie électroniques, "assembler" un noyau atomique demande de remplir en parallèle deux séquences de niveaux d'énergie, un pour les protons, l'autre pour les neutrons. Comme les premiers sont sujets à répulsion électrostatique mais pas les seconds, l'espacement en énergie des niveaux protoniques est plus grand que celui des niveaux neutroniques. C'est pourquoi, au delà d'une masse atomique $A = 12$, il devient énergétiquement plus avantageux pour un noyau d'être composé d'un nombre plus grand de neutrons que de protons; et donc, sur la Figure 6.20, les isotopes stables (en noir) forment une séquence qui dévie de la diagonale $N = Z$ à mesure que la masse atomique $A = N + Z$ augmente; en cas de trop-plein de protons ou neutrons, les désintégrations α et/ou β ramènent le noyau vers la "courbe" des isotopes stables.

6.9.2 Fission et fusion

Une fois la structure nucléaire connue, on peut en déduire l'**énergie de liaison** du noyau, soit l'énergie requise pour le "désassembler" en un tas de protons et neutrons libres. La Figure 6.21 montre comment varie cette énergie de liaison, mesurée par nucléon, en fonction du nombre de nucléons A , pour les isotopes les plus communs des éléments chimiques jusqu'à l'uranium.

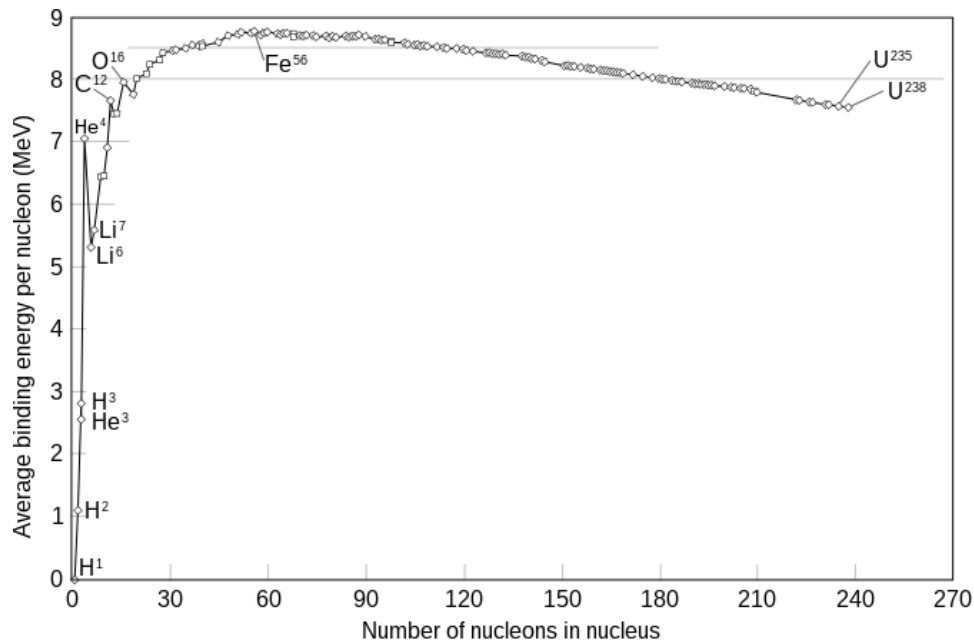


Figure 6.21: Énergie de liaison par nucléon, pour les isotopes les plus communs de tous les éléments chimiques jusqu'à l'uranium (isotopes ²³⁵U et ²³⁸U). Source: Wikipedia Commons, commons.wikimedia.org/wiki/File:Binding_energy_curve_-_common_isotopes.svg.

La forme de la courbe d'énergie de liaison est très particulière; les atomes légers sont les moins liés, l'énergie de liaison par nucléon augmentant très rapidement jusqu'au ¹²C, puis de plus en plus graduellement avec A jusqu'au Fer, pour ensuite redescendre graduellement à mesure que A continue d'augmenter. Ceci indique qu'il y a deux manières distinctes de puiser dans l'énergie de liaison d'un noyau atomique:

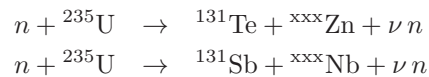
- La **fusion** de noyaux légers ($A < 56$) en un noyau plus lourd;
- La **fission** de noyaux lourds ($A > 56$) en fragments plus légers ($A \gtrsim 30$)

La majorité des étoiles, incluant le soleil, brillent par fusion de l'hydrogène en Hélium. La quasi-totalité des réacteurs nucléaires utilisés pour la production électrique sont basés sur la

fission de l'uranium, spécifiquement l'isotope ^{235}U , qui compte pour $\simeq 0.7\%$ de l'Uranium présent dans la croûte terrestre, le reste étant l'isotope ^{238}U , qui est non-fissile. Contrairement aux modes de désintégration spontanés α , β et γ , la fission de ^{235}U est *induite* par l'absorption d'un neutron dit "lent", soit un neutron (n) ayant une énergie de l'ordre de ~ 1 eV ou moins:



La fission produit deux fragments X et Y (et plus rarement un troisième, Z), ainsi qu'un nombre ν de neutrons dits rapides, soit des neutrons ayant des énergies de l'ordre du MeV. Une vaste gamme de canaux de fission sont possibles, et déterminent la nature des X , Y et Z et la quantité exacte d'énergie libérée (mais toujours d'environ $\simeq 200$ MeV). Sous conditions normales d'opération d'un réacteur utilisant l'eau (H_2O) comme modérateur (voir plus bas), les deux canaux de fission les plus probables sont:



les isopes spécifiques du Zn et Nb produits déterminant le nombre de neutrons rapides; en moyenne, on a $\nu \simeq 2.43$. L'idée est d'utiliser un de ces neutrons pour produire une seconde réaction de fission, émettant d'autres neutrons dont un seul est utilisé pour produire une troisième fission, et ainsi de suite: on parle d'une **réaction en chaîne contrôlée**¹². Le contrôle de la chaîne de réaction implique donc deux processus:

- Ralentir (thermaliser) les ν neutrons rapides produits par la fission;
- Absorber autrement que par fission 1.43 neutrons en moyenne (lents ou rapides), de manière à finir avec 1 neutron thermalisé pour fission.

Dans les réacteurs commerciaux, la substance utilisée (le **modérateur**) est aussi le fluide utilisé pour extraire la chaleur du réacteur, soit l'eau (H_2O), ou l'eau lourde (D_2O , D étant le deutérium) dans le cas réacteurs de type CANDU. L'eau standard est très efficace pour thermaliser les neutrons rapides, mais ce faisant tend aussi à absorber une fraction significative des neutrons pour produire du Deutérium; à un point tel que pour assurer le maintien de la réaction en chaîne, l'uranium (sous sa forme d'oxyde UO_2 utilisé comme carburant) doit être enrichi en ^{235}U , de sa valeur naturelle 0.7% à 2.6%. Le deutérium, par contre, n'absorbe pratiquement pas de neutron tout en les thermalisant très efficacement, ce qui fait que les réacteurs de type CANDU peuvent fonctionner sans enrichissement en ^{235}U ; un avantage substantiel, amorti cependant par le besoin d'avoir pas trop loin une usine pouvant produire une quantité substantielle d'eau lourde. No free lunch!

Tout est donc une question de saine gestion des neutrons... Quatre principaux processus physiques doivent être pris en considération, et se retrouvent à définir un regroupement de quatre coefficients numériques qui, conjointement, mesurent le contrôle de la chaîne de fission; auxquels s'ajoutent deux autres paramètres reliés à la taille du réacteur et au design de ses barres de combustibles.

- Ce ne se pas tous les neutrons lents qui produiront une fission de ^{235}U : certains seront absorbé sans fission, d'autres seront absorbé (sans fission) par l'isotope dominant ^{238}U . Le paramètre η ($< \nu$) mesure ainsi le nombre véritable de neutrons rapides produits par neutron lent produisant une fission.
- Certains neutron rapides produiront des réactions de fission sur ^{235}U et ^{238}U , produisant ainsi un excès ε ($\gtrsim 1$) de neutron rapides; en mode normal d'opération $\varepsilon \simeq 1$ à cause des très faibles sections efficaces d'absorption des neutrons rapides.

¹²Si tous les neutrons émis par la fission d'un ^{235}U produisent une autre fission de ^{235}U , alors on se retrouve potentiellement avec une réaction en chaîne incontrôlée, soit quelque chose ressemblant plus à la tristement célèbre bombe atomique qui a anéanti Hiroshima et sa population.

- Durant le processus de thermalisation, un certain nombre de neutrons seront absorbés par ^{238}U . On dénotera par $1 - p$ ($0 \leq p \leq 1$) la probabilité que ceci se produise, ce qui réduit le nombre de neutron lents thermalisé par un facteur p ;
- Une fraction l_f ($0 \leq l_f \leq 1$) des neutrons rapides seront absorbés (ou parfois traverseront) les parois du réacteurs, réduisant ainsi ultimement le nombre de neutrons lents par un facteur $(1 - l_f)$; de même, une fraction l_s ($0 \leq l_s \leq 1$) des neutrons lents seront absorbés dans les parois du réacteurs; ceci réduit encore plus le nombre de neutron lents disponibles pour fission du ^{235}U par un facteur $(1 - l_s)$.
- Une fraction $1 - f$ ($0 \leq f \leq 1$) des neutrons lents seront absorbés soit par le modérateur, soit dans l'enveloppe métallique des barres de carburant; le nombre de neutron lents disponible pour fission sera ainsi réduit d'un facteur f

On combine finalement tous ces paramètres en un **facteur de multiplication** (k) tel que

$$kn = \eta \varepsilon p f (1 - l_f)(1 - l_s)n \quad (6.72)$$

Cette expression est appelée “four-factor formula” dans le jargon technique anglophone; je traduis ici librement par “formule à 4 facteurs”. Les valeurs numériques des divers coefficients au coté droit de cette expression dépendent en pratique du design du réacteur et de ses barres de carburant (c’est le cas des paramètres l_f, l_s, f), du modérateur utilisé (f), du rapport $^{235}\text{U}/^{238}\text{U}$ du carburant utilisé (η, ε), et du rapport des densités particulières (unités: m^{-3}) de modérateur versus carburant ($N_{\text{mod}}/N_{\text{U}}$) dans l’ensemble du coeur du réacteur (paramètres p et f). Le but est évidemment de se retrouver avec $k = 1$, afin d’avoir une réaction en chaîne contrôlée.

La Figure 6.22 montre la variation de nos quatre paramètres physiques versus le rapport modérateur/carburant, pour un réacteur “idéal” ayant $l_s = l_f = 0$ et $\varepsilon = 1$. Il s’agit ici d’une représentation **schématique** appropriée à un réacteur utilisant l’eau lourde comme modérateur et un carburant composé d’Uranium non-enrichi, dans lequel cas $\eta = 1.33$ indépendamment du rapport modérateur/carburant. La courbe en rouge montre la variation (typique) de k versus le rapport modérateur/carburant. La forme non-monotone résulte des variations opposées des paramètres p et f avec ce même rapport. Le paramètre p augmente vers la droite simplement parce que la probabilité d’absorption par ^{238}U durant la thermalisation des neutrons rapide diminue quand la quantité de carburant diminue; mais la probabilité d’absorption (p) des neutrons lents par le modérateur augmente avec la quantité de modérateur.

On se retrouve ainsi avec un intervalle en $N_{\text{mod}}/N_{\text{U}}$ ou $k > 1$, aux frontières duquel $k = 1$ (indiqué par A et B sur la Fig. 6.22). Ce sont là les deux points d’opération possibles pour une chaîne de fission contrôlée. La première (A) est habituellement choisie, pour des raisons de stabilité: si la température T du coeur venait à augmenter, un modérateur liquide comme D_2O subirait une dilatation thermique, réduisant N_{mod} , et donc le rapport $N_{\text{mod}}/N_{\text{U}}$, ce qui pousserait le système en régime $k < 1$, ce qui diminuerait le taux de fission et donc la température du coeur, ramenant éventuellement le système au point A. C’est un régime d’opération qui est inhéremment stable, sans besoin d’intervention extérieure. Inversement, au point B une augmentation de la température du coeur et diminution du rapport $N_{\text{mod}}/N_{\text{U}}$ aurait l’effet de pousser le système encore plus haut dans le régime $k > 1$, une situation instable (et potentiellement dangereuse!). Quel que soit le design du réacteur, un mode d’opération sécuritaire devra donc être caractérisé par:

$$\frac{dk}{dT} < 1, \quad (6.73)$$

6.9.3 Déchets nucléaires

La gestion des déchets nucléaires est l’aspect le plus complexe (et souvent controversé) de la production électrique par énergie nucléaire. En mode d’opération normale on peut distinguer trois types de “déchets”:

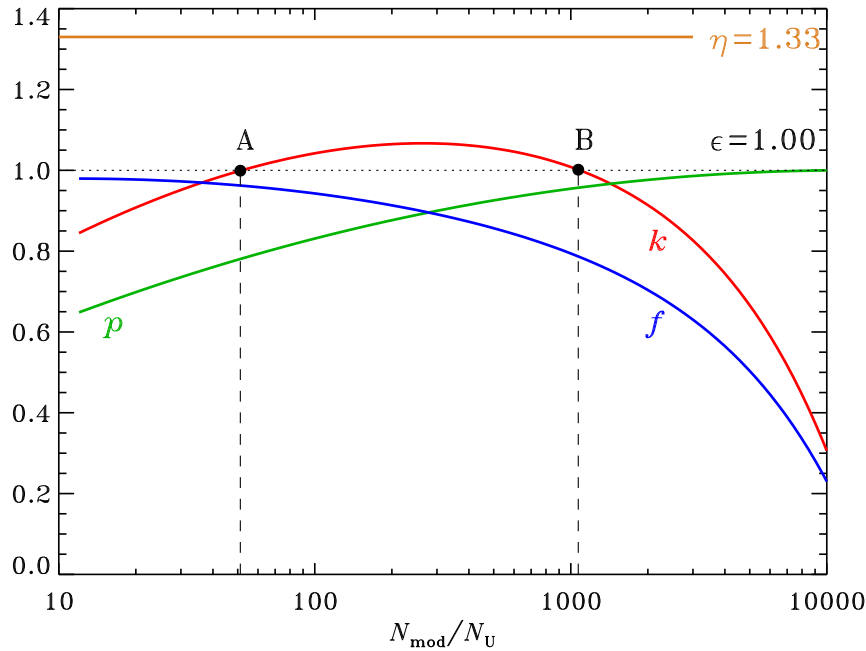


Figure 6.22: Représentation *schématique* de la “formule à 4 facteurs” (soit l’Éq. (6.72)). Dans le cas spécifique représenté ici, le modérateur est l’eau lourde, ce qui conduit à un paramètre η ne dépendant pas du rapport modérateur/fuel dans le coeur du réacteur. Adaptation libre de la Figure 6.4 de l’ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà maintes fois cité.

- La fraction (typiquement $\simeq 1/3$) de l’isotope fissile ^{235}U encore présent dans les barres de combustible quand elles sont retirées du réacteur;
- Les produits de fission du ^{235}U , une vaste fourchette d’isotopes dont plusieurs sont eux-mêmes radioactifs;
- Les isotopes lourds ($A > 238$, $Z > 89$) produit par l’absorption des neutrons par l’isotope ^{238}U , et aussi par ^{235}U quand cette absorption ne conduit pas à la fission.

Lors du retrait des barres de carburant d’un réacteur nucléaire, il est avantageux de récupérer le précieux ^{235}U non brûlé pour l’incorporer dans de nouvelles barres de carburant, donc en pratique ce “déchet” est directement recyclé.

Les isotopes résultant de la fission ainsi que les transuraniques (voir ci-dessous) demeurent dans les barres de carburant, qu’on laisse d’abord “refroidir” (thermodynamiquement et radioactivement!) dans un environnement sécurisé et contrôlé, avant de les séparer chimiquement en divers groupes qui seront entreposés en fonction de leur niveau de radioactivité et de leur demi-vie.

La Figure 6.23 illustre, dans le plan $[A, Z]$, les premières étapes de la chaîne primaire de transmutation de ^{238}U par absorption de neutrons lents ou rapides. Ce sont les éléments chimiques dits **transuraniques**, qui composent la série des **actinides** dans le tableau périodique. La séquence se poursuit beaucoup plus loin que le Berkelium, et résulte d’une combinaison d’absorption de neutrons ($A \rightarrow A + 1$ à Z fixe, flèches bleues) et de conversion d’un neutron et proton par désintégration- β ($Z \rightarrow Z + 1$ à A fixe, flèches rouges). Diverses séquences secondaires originent de certains isotopes, la plus importante à partir de l’isotope ^{241}Pu quand ce dernier subit une désintégration- β avant absorption d’un neutron. De manière générale, la quantité d’isotopes transuraniques produits ainsi décroît à mesure que l’on avance le long de la

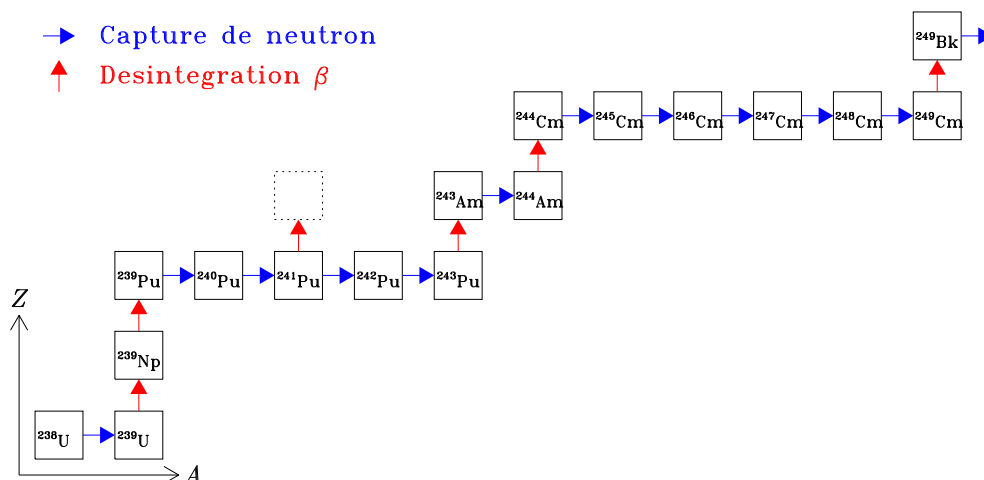


Figure 6.23: Séquence de transmutation par captures successives de neutrons par l'isotope ^{238}U . En conditions typiques d'opération d'un réacteur nucléaire, la séquence peut couvrir les actinides jusqu'au Fermium ($Z = 100$, $A > 254$), mais les quantités produites diminuent à mesure qu'on progresse dans la séquence. Une séquence secondaire bifurque par désintégration- β de l'isotope ^{241}Pu . L'Isotope ^{239}Pu du plutonium est problématique à deux points de vue: il est fissile, et a une demie-vie de 24100 années (voir texte). Inspiré par la Figure 6.14 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà maintes fois cité.

séquence. Une séquence parallèle origine de l'isotope ^{235}U quand ce dernier absorbe un neutron sans fission, mais la productivité d'éléments transuranniques y étant associée est beaucoup plus faible que pour la séquence originant de ^{238}U .

Un isotope transurannique du plutonium particulièrement problématique est le ^{239}Pu . C'est un isotope fissile, utilisable pour la fabrication de bombes atomiques (comme la bombe de Nagasaki), qui de surcroît a une très longue demie-vie de 24110 années.

La Figure 6.24 présente une série de mesures de radioactivité pour une ensemble "typique" de déchets produit par un an d'opération d'un réacteur lui-même "typique" produisant 1000MW d'électricité. Les mesures à $t = 0.01$ correspondent au moment du retrait des barres de carburant usé. La radioactivité est mesurée ici en becquerel (Bq), qui est l'unité de mesure primaire de la radioactivité dans le système SI¹³. Un Bq représente une désintégration par seconde, donc dimensionnellement le $\text{Bq} \equiv \text{s}^{-1}$. Notez bien que cette mesure ne prend pas en considération le mode de désintégration (α , β ou γ), ni l'énergie de la radiation émise. Le Tableau 6.3 ci-dessous permet de placer les données de la Figure 6.24 en perspective. En particulier, on estime que la bombe atomique d'Hiroshima a libéré $\sim 10^{16}$ Bq, indiqué par un trait pointillé sur la Fig. 6.24; l'accident de Tchernobyl, discuté plus en détail ci-dessous, aurait libéré $\sim 5 \times 10^{18}$ Bq (Ces valeurs pour Hiroshima et Tchernobyl sont des moyennes temporelles sur la durée de ces deux "événements"). Il n'y donc aucun doute que les déchets nucléaires génèrent un niveau potentiellement dangereux de radioactivité, même après un siècle, d'où la nécessité d'un entreposage sécurisé, contrôlé, hydrologiquement isolé, et géologiquement stable. Le $\simeq 2 \times 10^{16}$ Bq de radioactivité à $t \gtrsim 100$ ans est principalement dû aux isotopes transuranniques ^{239}Pu (demie-vie 24110 yr) et ^{240}Pu (demie-vie 6564 yr). Toujours pour mettre un peu de perspective sur ces chiffres, les plus vieux bâtiments majeurs construits par l'humanité et ayant survécu jusqu'à aujourd'hui sont les grandes pyramides d'Égypte, construites il y a $\simeq 4600$ ans.

¹³Le becquerel a maintenant remplacé le curie (Ci), longtemps d'usage, qui était défini comme le nombre de désintégrations produites par un gramme de Radium-226 par seconde; d'où $1 \text{ Ci} \equiv 3.7 \times 10^{10} \text{ Bq}$.

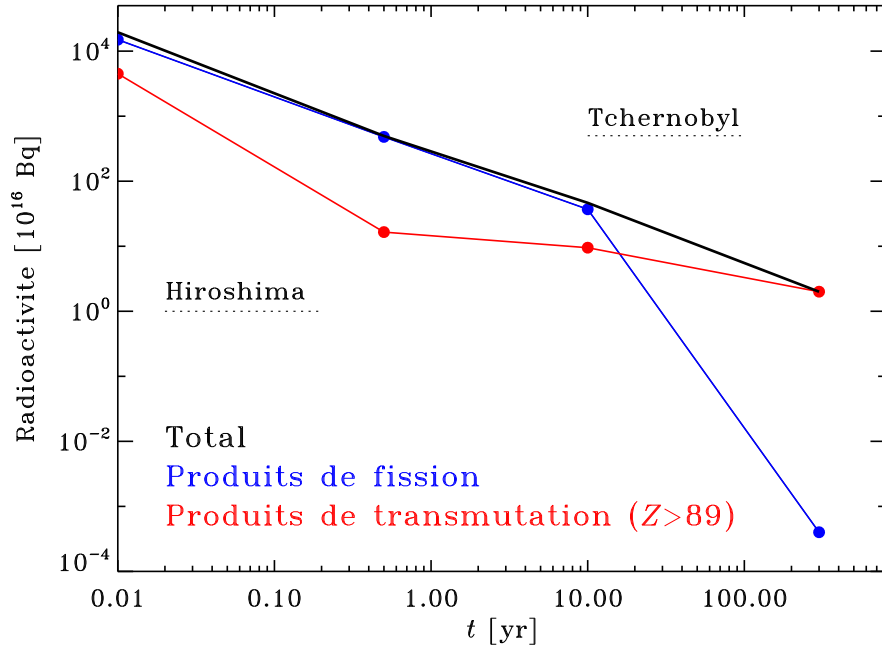


Figure 6.24: Radioactivité associés aux déchets retirés annuellement du coeur d'un réacteur nucléaire "typique" produisant 1000MW d'électricité. On a regroupé les déchets en deux classes: les produits de fission, et les produits de la transmutation de l'uranium par capture de neutrons (viz. Fig. 6.23). Notez bien les échelles logarithmiques, et les unités en 10^{16} Bq pour l'axe vertical. Aux fins de comparaison, les valeurs pour Hiroshima et Tchernobyl sont des moyennes temporelles sur la durée de ces deux "événements". Inspiré par la Figure 6.14 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà maintes fois cité.

Au delà de l'entreposage sécuritaire des déchets radioactifs, on doit aussi anticiper la possibilité d'émission de substances radioactives suite à un accident, sabotage délibéré, ou attaque militaire sur une centrale nucléaire. Le nombre de ces événements se compte heureusement encore sur les doigts d'une main: Harrisburg (1979), Tchernobyl (1986), Fukushima (2011), Zaporilla (2022-présent, sans conséquences graves dans ce dernier cas; du moins à date).

6.9.4 Accidents: l'exemple de Tchernobyl

Vers 1:25 du matin le 26 avril 1986, le réacteur numéro 4 de la centrale nucléaire de Tchernobyl, en Ukraine, s'emballe. Dans les secondes qui suivent une explosion (non-nucléaire), causée par l'hydrolyse et la vaporisation de l'eau du système de refroidissement du coeur, détruit le réacteur, suite à quoi le graphite des barres de contrôle s'enflamme au contact de l'air. La chaleur ainsi libérée produit une plume thermique s'élevant jusqu'à plus de 4 kilomètres d'altitude dans l'atmosphère, un peu comme le panache d'un volcan, y injectant ainsi la radioactivité sur cet intervalle d'altitude, et ce jusqu'à ce que l'incendie soit finalement éteint, plusieurs jours tard.

Cet accident nucléaire, le pire à date, libérera $\sim 5 \times 10^{18}$ Bq de radioactivité sur quelques semaines, quelques centaines de fois plus que la tristement fameuse bombe atomique d'Hiroshima. L'accident de 2011 à la centrale de Fukushima, deuxième dans la liste de ce genre de désastres, en comparaison, en a libéré cinq fois moins, soit $\simeq 9.4 \times 10^{17}$ Bq¹⁴. Triste ironie, l'accident

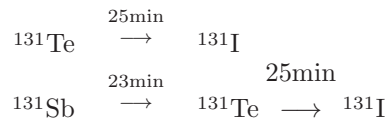
¹⁴Ces estimés proviennent de la World Nuclear Association: www.world-nuclear.org. Il s'agit d'une organisation internationale regroupant principalement les grands acteurs de l'industrie nucléaire civile, mais, dans la

Table 6.3: Sources de radioactivité naturelle et artificielle

Substance	Radioactivité [Bq]
Croûte terrestre	1400 kg^{-1}
^{40}K dans le corps humain	4400
^{241}Am dans un détecteur de fumée	3.7×10^4
Radon dans l'atmosphère	$5\text{--}15 \text{ Bq m}^{-3}$
Radon dans les bâtiments	$10\text{--}10^4 \text{ Bq m}^{-3}$
Bombe-A Hiroshima	$\sim 10^{16}$
Accident Tchernobyl 1986	$\simeq 5 \times 10^{18}$

de Tchernobyl s'est produit durant la phase finale d'une série de tests visant à améliorer la procédure d'arrêt d'urgence du réacteur.

Comme discuté plus haut, le carburant des réacteurs nucléaires refroidis à l'eau légère, comme ceux de Tchernobyl, utilisent comme combustible un isotope de l'Uranium, ^{235}U , dont les deux principaux canaux de fission produisent préférentiellement les isotopes ^{131}Te et ^{131}Sb (voir éq. (6.72)). Ces deux isotopes se désintègrent rapidement en Iode-131 par chaîne de désintégration- β :



L'iode-131 de désintègre finalement (toujours par désintégration β) avec une demie-vie passablement plus longue, soit 8.02 jours. En cas d'accident, c'est donc un des isotopes radioactifs les plus dangereux, d'autant plus que la glande thyroïde tends à l'emmagasiner une fois absorbé par le corps, que ce soit par les voies digestive ou respiratoire.

Un des premiers efforts de calcul de l'évolution du nuage radioactif dans l'hémisphère Nord fut effectuée à Environnement Canada à Dorval par Janusz Pudykiewicz. Utilisant un modèle à deux couches verticales de l'atmosphère et les données météo pour les vents aux deux altitudes correspondantes, entre le 26 avril et le 15 mai 1986 Pudykiewicz a effectué une série de simulations en mode "urgence" afin de prédire les quantités de radioactivité reçues, et à venir, dans l'hémisphère Nord. Ces simulations impliquaient la solution, à chacune des deux altitudes considérées, d'une équation d'advection-diffusion en deux dimensions spatiales (latitude-longitude), incluant une paramétrisation du couplage vertical entre les deux couches. La Figure 6.25 montre deux exemples de ses résultats de simulations. La distribution spatiale de la concentration d'Iode-131 y est présenté en projection polaire 8 (haut) et 16 (bas) jours après l'accident. L'impact planétaire d'un tel accident ne pourrait être mieux illustré.

6.9.5 Impacts biosphériques

Au delà de la question l'émission dans l'environnement de substances radioactives, les impacts biosphériques de la production électrique dans une centrale nucléaire incluent —comme toute centrale thermique— la pollution thermique et utilisation de l'eau pour le refroidissement. L'extraction minière et l'enrichissement de l'Uranium comptent leur lot d'impacts environnementaux, tout comme la production d'eau lourde si celle-ci est utilisée comme modérateur.

Un autre type d'impact est la prolifération des armes nucléaires, un réacteur "civil" pouvant facilement être modifié pour maximiser la production d'isotopes fissiles, comme le ^{239}Pu . Ces isotopes sont utilisables dans la construction de bombes atomiques, ou simplement de bombes

mesure où je peux en juger, les informations présentées sur leurs pages web me semblent factuelles et relativement peu biaisées.

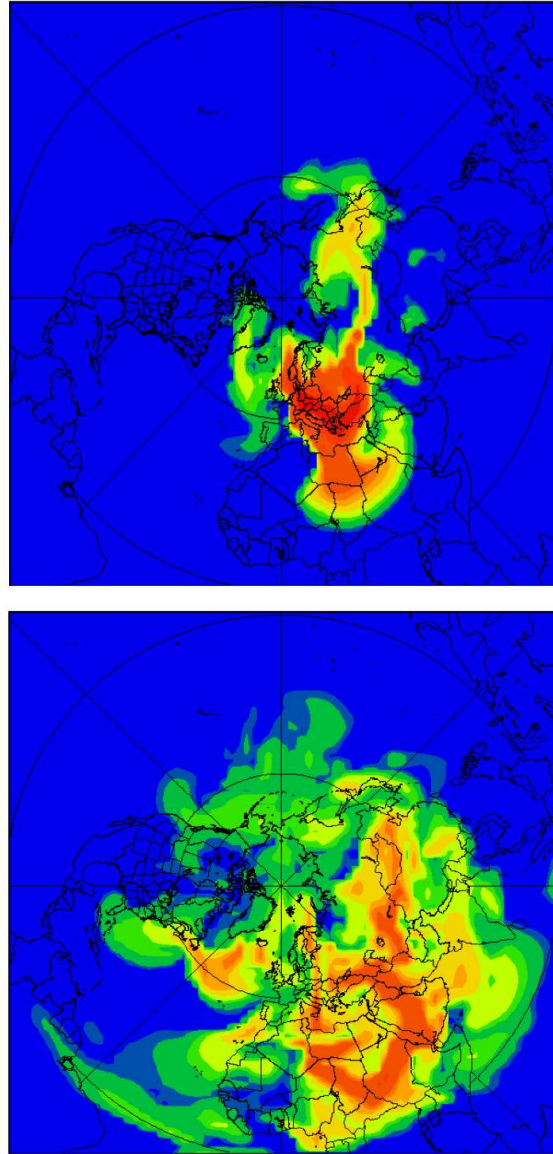


Figure 6.25: Simulation numérique de la dispersion de l'Iode-131 suite à l'accident de Tchernobyl. Les deux projections polaires montrent la distribution spatiale de la concentration de ^{131}I à une altitude fixe (850 mb, soit 1500m environ), 192 (haut) et 383 (bas) heures suivant l'accident. L'échelle de couleur est logarithmique, et couvre de 10^{-3} à 10^3 Bq m^{-3} . Images gracieuseté de Janusz Pudykiewicz, Environnement Canada (Dorval, Qc).

conventionnelles dites “sales”, dont le but principal est de disperser des substances radioactives dangereuses sur le site de l'explosion.

6.10 L'éléphant dans la pièce

Vous aviez l'occasion de calculer, au problème 2.4, que la productivité biosphérique actuelle de la planète pouvait, en principe, assurer les besoins métaboliques de base de plusieurs centaines de milliards d'humains. C'est évidemment un chiffre ridicule, puisque notre consommation énergétique dépasse largement le métabolisme: 10.1kW au Canada, versus 0.12kW... C'est en partie parce que le Canada (et le Québec) sont des exportateurs d'énergie, principalement sous forme pétrole et hydroélectricité, mais la disparité demeure énorme.

Globalement, c'est à dire à l'échelle planétaire, la production et la consommation énergétique est directement proportionnelle à la population humaine, et donc les impacts biosphériques directs et indirects le sont aussi; et autant la production/consommation que ses impacts croissent plus rapidement que la population, à mesure que les pays se “développent”. Même si, par exemple, l'humanité réussissait à réduire de 50% son empreinte carbone globale dans le prochain quart de siècle via des “solutions technologiques”, si pendant ce temps la population planétaire double, alors il n'y a aucun progrès accompli, et le réchauffement global (par exemple) se poursuivra au même rythme. C'est tout simplement mathématique.

La stabilisation (voire même réduction) de la population mondiale devrait ainsi être l'objectif primaire. Malheureusement, stabiliser ou réduire la population mondiale, ce n'est pas bon pour la sacro-sainte économie, qui carbure sur la croissance continue. Ce dogme socioéconomique est bien capturé par le mot favori d'un de nos politiciens actuel: “créer de la richesse”. Le problème fondamental est évidemment que créer de la richesse se fait toujours sur le dos de quelqu'un ou quelque chose quelque part¹⁵; encore aujourd'hui, ça se fait (1) sur le dos des pays dits “en voie de développement”, (2) et sur le dos de la biosphère et de l'environnement. La première option est pratiquement et éthiquement insoutenable; la seconde est désastreuse pour les générations futures.

Exercices:

7.1: Suivant une démarche semblable à celle utilisée dans le cas du générateur homopolaire de Faraday (§6.1.1), calculez explicitement la puissance produite par un générateur de courant alternatif (voir Fig. 6.2), en fonction de l'intensité du champ magnétique, de la surface de la boucle, et de sa vitesse angulaire de rotation.

7.2: On vous engage pour améliorer l'efficacité énergétique d'une centrale thermique du genre considérée à la §6.5; deux options sont à votre disposition: doubler la température de la vapeur sortant de la fournaise (T_2), ou diminuer d'un facteur deux la température de l'eau dans le circuit primaire (T_1). Laquelle de ces deux options est la plus avantageuse du point de vue de la production d'électricité ? et de la consommation en eau, selon nos deux options ? Que recommanderiez-vous dans votre rapport final ?

7.3: Il s'agit ici de vous faire calculer la densité de courant induite à une jonction np par l'absorption de photons solaire (voir §6.7.3).

1. Commencez par calculer le flux de photons (nombre de photons par unité de surface par unité de temps) émis par le soleil qui ont des énergies plus grandes que la largeur $E_g = 1.12\text{eV}$ du gap du Si.
2. Calculez le flux correspondant à la surface de la Terre, pour une irradiance au sol de 1000 W m^{-2} .

¹⁵Et de surcroit, dans beaucoup de pays aujourd'hui —Canada/Québec inclus,— cette richesse nouvellement créée ne va pas aux plus démunis, mais contribue surtout à amplifier l'écart entre les plus riches et les plus pauvres.

3. En supposant que chaque trou migre instantanément à travers la jonction, calculez la densité de courant J_S qui doit être ajoutée au membre de droite de l'éq. (6.61).

7.4: Calculez la quantité de ^{235}U (en kg) devant être fissionné chaque seconde pour produire 1000MW d'électricité dans une centrale thermique.

Bibliographie:

Les sections 6.2.1, 6.6, et à un degré moindre 6.9, puisent en grande partie dans l'excellent ouvrage:

Boeker, E., & van Grondelle, R., *Environmental Physics*, 3^e éd., Wiley (2011).

L'International Energy Agency compile, année après année et pays par pays, tout ce que vous pouvez imaginer vouloir consulter comme informations relative à la production et consommation énergétique par l'humanité. Leur site Web est une ressource incroyable:

<https://iea.org/>

Finalement, mon collègue Normand Mousseau a écrit plusieurs ouvrages de type "grand public" sur diverses considérations énergétiques. Bien que non-techniques, les livres suivants offrent un complément intéressant à plusieurs sujets couverts dans ce chapitre:

Mousseau, N., *Au bout du pétrole*, Éditions Multimondes, 2008,

Mousseau, N., *L'indépendance énergétique*, Éditions Multimondes, 2009.

Chapitre 7

Activité humaine II. Bilans de masse

Exercices:

Bibliographie:

Chapitre 8

Activité humaine III. Changement climatique

Ce dernier chapitre revient sur la dynamique climatique, déjà abordée au chapitre 3, à la lumière de ce que nous avons couvert des impacts anthropogéniques sur la biosphère et l’environnement. On débute par un survol des reconstructions climatiques basées sur des mesures directes et indirectes du climat (§8.1), avec une emphase sur le réchauffement climatique observé depuis le début du vingtième siècle. On considère ensuite diverses sources naturelles de variabilité climatique (§8.2), pour finir avec la variabilité induite par l’activité humaine (§8.3).

8.1 Le réchauffement global observé

Même si la mesure de la température à un endroit et un temps donné est une procédure relativement simple, assurer des mesures instrumentalement cohérentes sur une longue période de temps l’est passablement moins. De surcroît, la combinaison d’une grande quantité de mesures locales de température provenant de stations météo géographiquement réparties de manière hautement non-uniforme pour en estimer une température moyenne représentative de la Terre dans son ensemble l’est encore moins. Malgré tout, des reconstructions “standards” sont maintenant disponibles, et la Figure 8.1 en montre une, soit la température moyenne de la surface des océans échantillonnée à chaque mois de l’année depuis 1850 (trait orange). Ce qui est porté en graphique ici est la différence de la température moyenne par rapport à la valeur du mois de janvier 1940, date de référence traditionnelle dans ce genre de reconstructions. Plusieurs choses sont à noter:

- premièrement, la température moyenne est sujette à d’importantes fluctuations sur une vaste gamme d’échelles temporelles (certaines pouvant être retracées à des éruptions volcaniques majeures);
- deuxièmement, la température moyenne est à la hausse depuis le début du vingtième siècle;
- troisièmement, cette hausse de la température moyenne est relativement modeste, soit environ 1 degré Celcius sur cent ans.

Il ne faut cependant pas perdre de vue que le réchauffement *local* associé à cette hausse de la température *moyenne* n’est pas uniforme géographiquement. Les régions polaires, en particulier, ont vu leur moyenne annuelle monter de plus de 2 degrés Celcius depuis un demi-siècle, ce qui est très significatif au niveau de l’évolution des calottes glaciaires et du maintien des écosystèmes polaires.

Le réchauffement global observé depuis un siècle est très rapide par rapport à ce qui été observé depuis les derniers 10,000 ans. Le thermomètre n’existait évidemment pas il y a 10,000

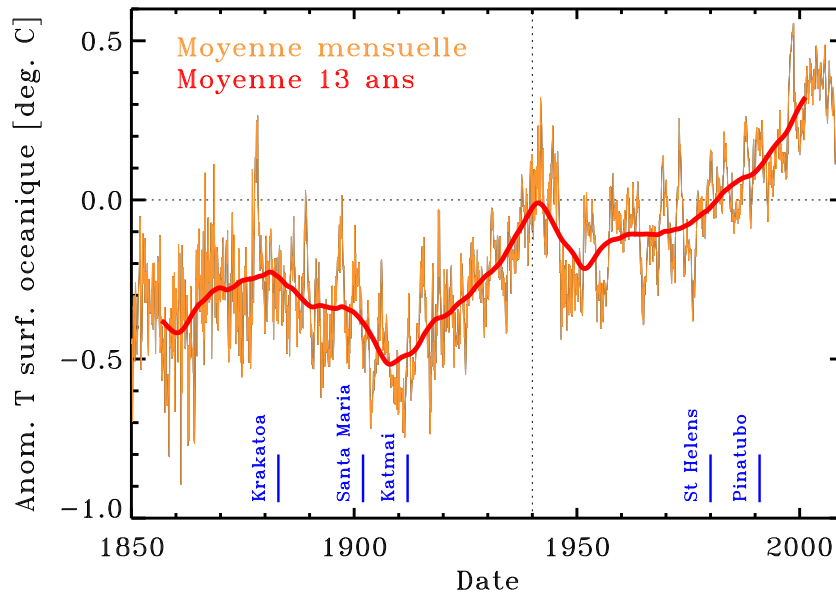


Figure 8.1: Variations (et fluctuations) de la température océanique moyenne de surface durant la période 1850–présent (trait orange). Le trait rouge est un lissage de la courbe mensuelle sur un intervalle 13 ans, ce qui élimine les fluctuations plus rapide et aide à faire ressortir la tendance générale. La température atmosphérique moyenne montre les mêmes tendances générales, mais des fluctuations de plus grande amplitude. Les dates des plus importantes éruptions volcaniques de cette période sont indiquées par des tirets verticaux au bas du graphique: Krakatoa (1883), Katmai (1912), Santa Maria (1902), Mont St-Helens (1980), et Pinatubo (1991). Graphique produit à partir de données disponibles publiquement au <http://www.ngdc.noaa.gov/stp/SOLAR>.

ans, mais il est possible de reconstruire les variations de température aussi loin dans le passé en utilisant des indicateurs indirects comme les anneaux de croissance des arbres, les abondances relatives de certains types de pollen dans des carottes de sédiments, les quantités relatives de divers isotopes de l'oxygène dans des stalagmites, pour ne nommer que quelques-unes de ces méthodes. Ces indicateurs du **paléoclimat** sont “convertis” en mesure de températures en les corrélant avec les mesures directes sur l'intervalle 1850-présent (Figure 8.1). La Figure 8.2 en montre une sélection, reculant jusqu'à l'an 500. On note de substantielles différences d'une reconstruction à l'autre, dont une bonne part reflète des variations de nature purement géographique. Certaines tendances générales émergent néanmoins, dont une période appelée **réchauffement médiéval**, aux alentours de l'an 1000, et le **petit âge glaciaire** du dix-septième siècle, période de refroidissement marquée connue depuis longtemps en climatologie. Et, bien sûr, le réchauffement marqué et très rapide au vingtième siècle, conséquence de l'émission de CO_2 associée à notre utilisation débridée des combustibles fossiles.

Prises au pied de la lettre, ces reconstructions placeraient le réchauffement d'un degré Celcius observé depuis le début du vingtième siècle parmi les plus rapides depuis le Dryas récent, une période froide ayant duré près d'un millénaire et s'étant terminé très abruptement il y a 11500 ans.

Le changement climatique, c'est beaucoup plus que l'augmentation de la température moyenne terrestre; les variations géographiques sont un aspect essentiel du climat, la différence de température pôles-équateur étant le moteur des vents et courants marins aux échelles globales. Une Terre dont l'atmosphère et la surface seraient à une température de 14°C à toutes les latitudes et altitudes dans l'atmosphère aurait la même température moyenne, mais un climat

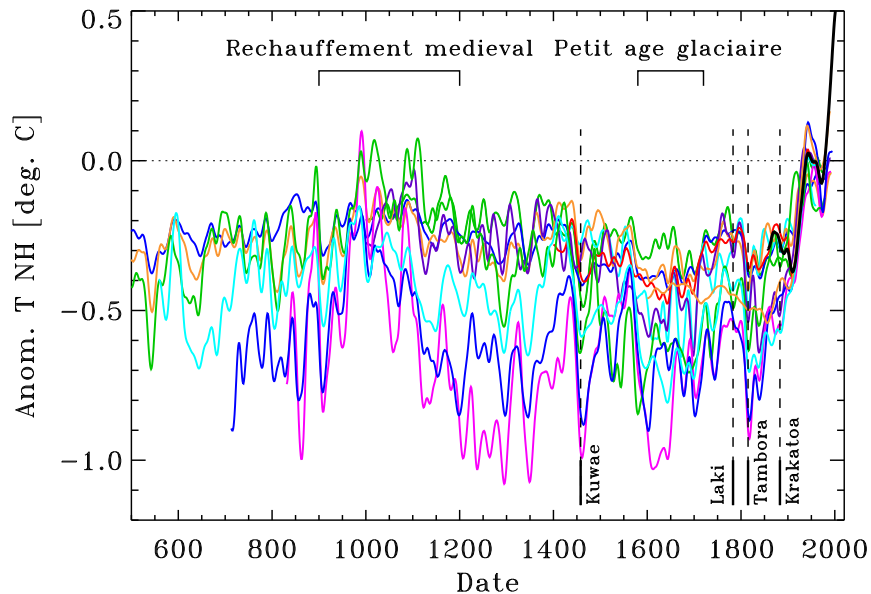


Figure 8.2: Reconstructions (et fluctuations) de la température terrestre moyenne depuis l'an 500. Les treize reconstructions portées en graphiques sont celles incluses dans le rapport 2007 du GIEC, telles qu'archivées dans la base de données paléoclimatiques accessible sur le site Web du World Data Center de la National Oceanic and Atmospheric Administration (É.-U.): <http://www.ncdc.noaa.gov/paleo/pubs/ipcc2007/ipcc2007.html>. Les quatre plus importantes éruptions volcaniques de cette période sont également indiquées: Kuwae (1452?+1458), Laki (1783), Tambora (1815), et Krakatoa (1883).

très différents du climat actuel, et beaucoup plus dommageable, autant pour la biosphère que pour l'humanité, que les plus pessimistes scénarios de réchauffement global que nous sert le GIEC pour le 21^e siècle (§8.4).

La Figure 8.3 montre le réchauffement de la température de surface observé durant les derniers 50 ans, en fonction de la position géographique. L'échelle de couleur encode la différence de la température locale entre moyenne de la décennie 2011-2020 et la moyenne sur un intervalle de référence couvrant 1951-1980. On constate que le réchauffement est beaucoup plus important aux hautes latitudes de l'hémisphère Nord, et tend à être plus marqué sur les masses continentales. La forte asymétrie entre les pôles Nord et Sud est dû à un phénomène atmosphérique particulier, appelé vortex polaire, particulièrement marqué dans l'hémisphère sud, qui tend à "isoler" l'atmosphère antarctique du reste de l'hémisphère.

8.2 Variabilité climatique naturelle

Plusieurs mécanismes de variabilité naturelle opèrent de manière concurrente, mais sur des échelles temporelles très différentes. On considérera dans ce qui suit:

- Les variations de l'orbite de la Terre autour du soleil,
- La variabilité solaire,
- Le volcanisme.

Changement de température lors des 50 dernières années

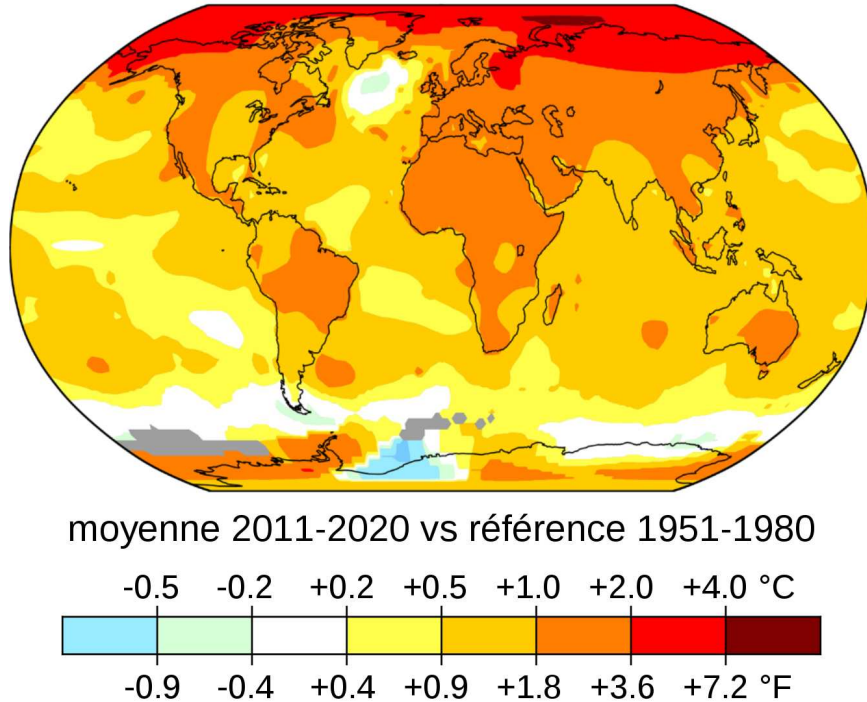


Figure 8.3: Variation de la température moyenne de surface dans le dernier demi-siècle en fonction de la position géographique. Source: NASA/Goddard, via Wikipedia Commons.

8.2.1 Les âges glaciaires et les cycles de Milanković

L'axe de rotation de la terre et la forme de son orbite autour du soleil varient très lentement dans le temps, suite aux perturbations gravitationnelles dues aux autres planètes du système solaire. Ces perturbations conduisent (entre autre) à:

- une variation cyclique de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport à son plan orbital (l'obliquité ϵ , présentement = 23.44°) sur une période de $\simeq 41000$ yr;
- une variation multipériodique de l'excentricité e de l'orbite, passant de quasi-circulaire ($e \simeq 0$) à une forme légèrement elliptique ($e \simeq 0.05$) sur une période de 400000 ans, avec une périodicité secondaire à ~ 100000 ans;
- une précession des équinoxes, essentiellement une variation de l'orientation de l'axe de rotation de la Terre, sur une période de $\simeq 26000$ ans.

Comme l'illustre la Figure 8.4, ceci conduit à des variations significatives de l'irradiance solaire moyenne aux hautes latitudes terrestres (séquence temporelle en noir), avec des variations crête-à-crête atteignant 100 W m^{-2} , soit $\simeq 20\%$ de l'irradiance moyenne $\simeq 500 \text{ W m}^{-2}$ à cette latitude.

Ces variations, appelées **cycles de Milanković** (souvent écrit "Milankovitch" dans la littérature anglophone, notoirement allergique aux accents) sont maintenant reconnues comme le déclencheur des périodes glaciaires. Les deux séquences temporelles au bas de la Figure 8.4 montrent les variations du niveau des océans (plus élevé quand la température moyenne est plus élevée, suite à la fonte des glaces et réduction de l'albedo de surface aux hautes latitudes),

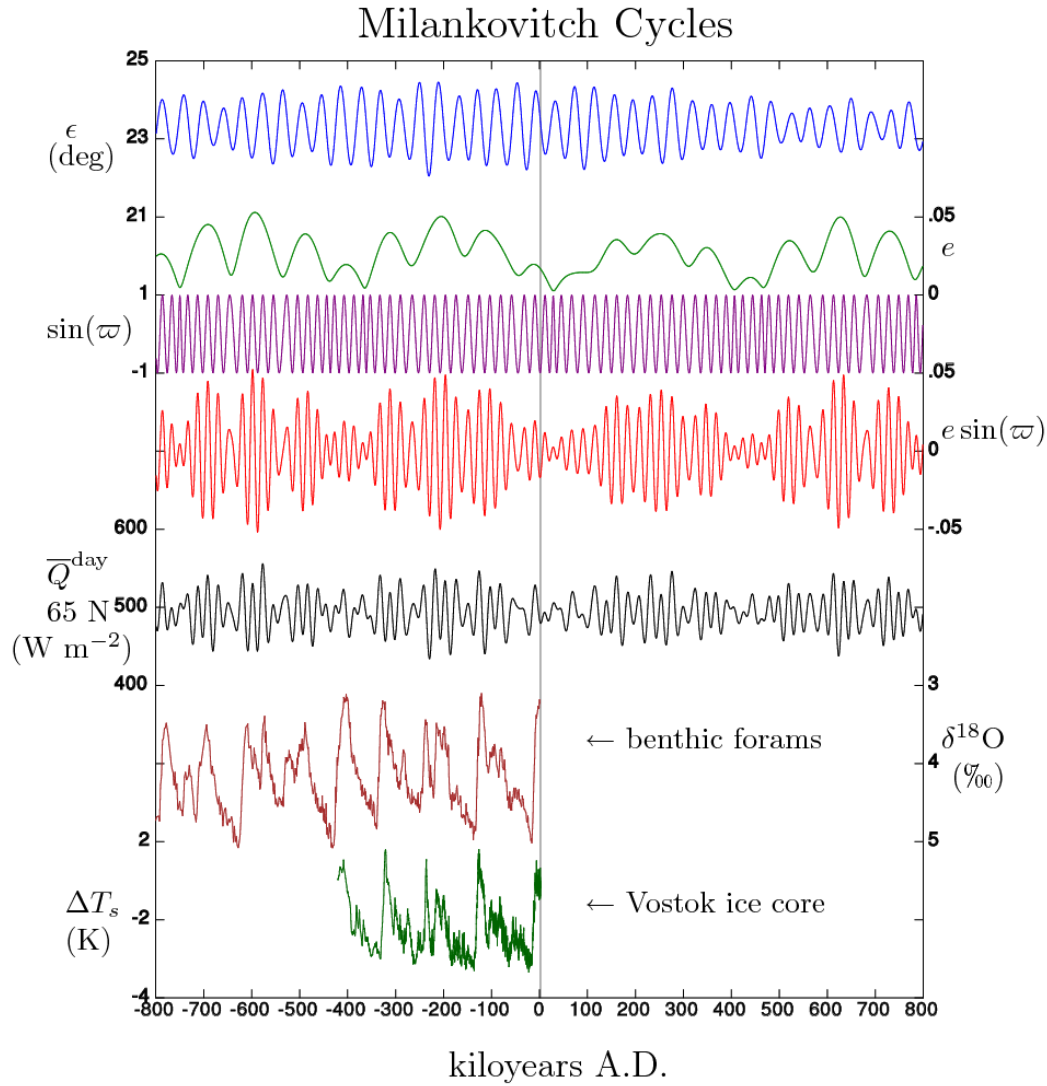


Figure 8.4: Variations dans le temps de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre (l'obliquité ϵ), de l'excentricité e de son orbite autour du soleil, de la longitude du périhélie (ϖ), et de l'insolation journalière moyenne sur la haute atmosphère à latitude 65°N (en noir). La moitié droite de la Figure prolonge ces variations déterministes de nature astronomique vers le futur. Les deux séquences temporelles du bas mesurent la variation sont des reconstructions du niveau des océans et de la variation de température terrestres. Notez l'échelle horizontale, en kilo-années. Source: Wikipedia Commons, commons.wikimedia.org/wiki/File:MilankovitchCyclesOrbitandCores.png

reconstruites à partir des variations du rapport isotopique $^{18}\text{O}/^{16}\text{O}$, ainsi qu’une reconstruction de la température moyenne.

Au delà des variations de l’irradiance même, de multiples effets de rétroaction positives agissent également dans le déclenchement des périodes glaciaires, en particulier au niveau de l’effet d’albedo de la neige et des glaces à hautes latitudes: une configuration orbitale caractérisée par une irradiance plus faible à hautes latitudes en été dans l’hémisphère nord préserve la couverture glaciaire, ce qui augmente l’albedo et favorise une croissance accélérée de la couverture glaciaire l’hiver suivant, conduisant à une rétroaction positive pouvant pousser très rapidement (aux échelles de temps géologiques) la planète dans une période glaciaire (viz. §8.3.5 ci-dessous).

La coïncidence entre les reconstructions de température et les prédictions de la théorie de Milanković n’est pas parfaite, dû à un manque de compréhension par rapport à d’autres boucles de rétroaction positive, en particulier en relation avec les courants marins. Il est néanmoins généralement accepté que les variations séculaires de l’orbite terrestre jouent un rôle majeur dans la variabilité climatique sur les échelles temporelles allant de $\sim 10^4$ à quelques 10^5 années.

8.2.2 Variabilité solaire

La variabilité solaire est depuis plusieurs décennies le chouchou de bon nombre de climatosceptiques cherchant à nier —pour quelque raison que ce soit— l’importance de l’activité humaine sur le réchauffement global observé depuis le début du vingtième siècle.

Il n’y a aucun doute que l’irradiance solaire est le moteur du climat, et que si cette irradiance varie significativement, les impacts climatiques pourraient être substantiels. On a déjà vu (viz. la Figure 3.3) que l’irradiance solaire varie entre $S_0 \simeq 1361 \text{ W m}^{-2}$ et $\simeq 1363 \text{ W m}^{-2}$ entre les phases minimale et maximale du cycle d’activité magnétique du soleil, soit une variation de $\simeq 0.15\%$. Il est facile de calculer la variation correspondante de la température d’équilibre terrestre, via une simple dérivée:

$$\begin{aligned} dT_{\text{eq}} &= d\left(\frac{S_0}{4\sigma}\right)^{1/4} \\ &= \frac{1}{4}\left(\frac{1}{4\sigma}\right)^{1/4} S_0^{-3/4} dS_0. \end{aligned} \quad (8.1)$$

Pour un $dS_0 = 2 \text{ W m}^{-2}$, on obtient un très modeste $dT_{\text{eq}} = 0.1 \text{ K}$. Pendant longtemps, c’est sur la base de ce calcul que la climatologie a évacué la variabilité solaire des questions de changements climatiques. On peut cependant se poser deux questions:

- Existe-t-il des indications que l’irradiance solaire ait pu varier par plus de 2 W m^{-2} dans le passé, sur des échelles temporelles plus longues que décadales ?
- Existe-t-il des effets d’origine solaire autres que les variations de l’irradiance qui puissent influencer le climat terrestre.

Il s’avère que la réponse à ces deux questions est *oui*; il n’en demeure pas moins clair que la variabilité solaire ne peut pas, à elle seule, expliquer le gros du réchauffement global observé depuis le début de l’ère industrielle. Au mieux, cette variabilité pourrait expliquer certaines fluctuations par rapport à la hausse graduelle de la température terrestre (revoir la Fig. 8.1). Par contre, la question demeure ouverte quand aux variations du climat sur des échelles temporelles allant du siècle au millénaire.

Un “smoking gun” souvent invoqué par les climatosceptiques à sympathies solaires est la coïncidence approximative entre le petit âge glaciaire connu en climatologie, et le Minimum de Maunder, une période d’activité solaire fortement réduite entre 1645 et 1715, identifiée par le décompte des taches solaires observées de manière continue depuis le début du dix-septième siècle suite à l’invention du télescope. La Figure 8.5 montre une séquence temporelle du nombre de taches solaires visibles à la surface du soleil (en rouge), remontant à 1610. Le minimum de

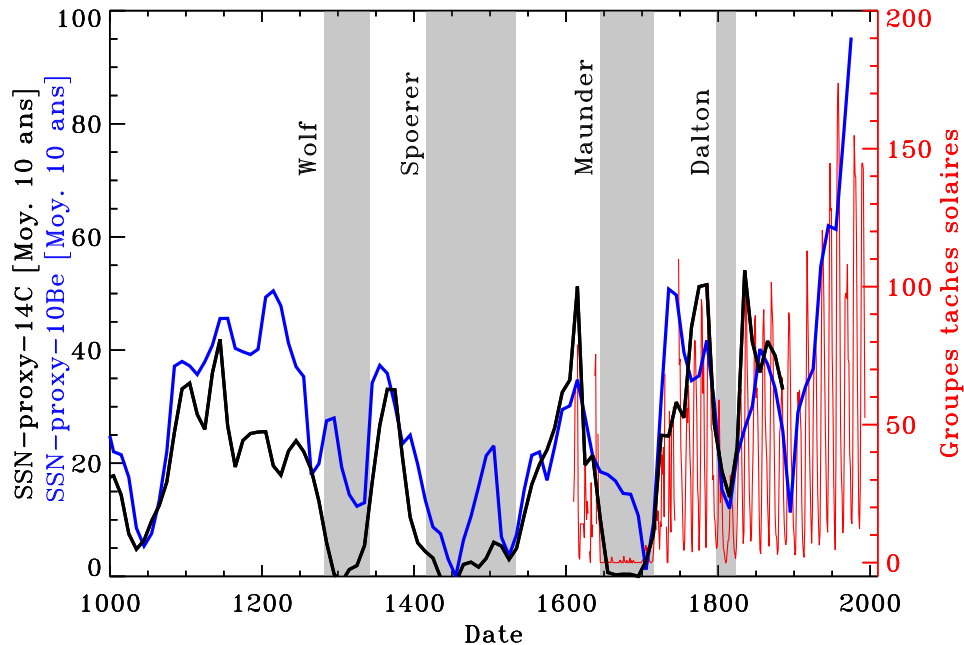


Figure 8.5: Variations du nombre de (groupes de) taches solaires depuis l'invention du télescope en 1609 (trait rouge). Le Minimum de Maunder (1645-1715) est clairement apparent. Les deux autres séquences temporelles montrent deux reconstructions du niveau général de l'activité solaire, basées sur les mesures des concentrations des radioisotopes cosmogéniques ^{14}C (trait noir) et ^{10}Be (trait bleu). Plusieurs phases d'activité réduite semblables au Minimum de Maunder ont été identifiées dans les reconstructions basées sur le ^{14}C (bande verticales grises). Graphique produit à l'aide des données fournies par I. Usoskin (Observatoire Géophysique de Sodankylä, Finlande).

Maunder est indiqué par une bande grise, ainsi qu'un second minimum entre 1805 et 1825, plus court et moins prononcé, appelé Minimum de Dalton.

Il s'avère possible de remonter plus loin que les premières observations télescopiques des taches solaires. Il existe une forte anticorrélation observée entre l'activité solaire et le flux de rayons cosmiques d'origine galactique pénétrant le système solaire jusqu'à l'orbite de la Terre. Cette anticorrélation tient au fait qu'en phase d'activité élevée, le vent solaire est en moyenne plus dense et plus fortement magnétisé que quand l'activité est faible, et donc se retrouve à absorber et disperser plus efficacement les rayons cosmiques pénétrant vers les régions centrales du système solaire. Le flux de rayons cosmiques parvenant à la Terre s'en retrouve donc proportionnellement réduit. Inversement, quand l'activité est faible, cet effet de blindage diminue, et on observe un flux de rayons cosmiques plus élevé à l'orbite terrestre.

Cet effet de modulation du flux de rayons cosmiques par l'activité solaire permet de reconstruire les variations du niveau général d'activité sur des échelles de temps remontant beaucoup plus loin que le début de l'observation systématique des taches solaires au début du dix-septième siècle. Certains des rayons cosmiques parvenant à atteindre la haute atmosphère terrestre sont en effet tellement énergétiques que leur impact avec des atomes d'oxygène ou d'azote — constituants dominants de notre atmosphère — peut causer des réactions de fission nucléaire produisant des isotopes radioactifs, notamment le ^{14}C et le ^{10}Be . Ces **radioisotopes cosmogéniques** s'incorporent dans les cycles biologiques (^{14}C) ou se déposent tout simplement comme une fine poussière sur la surface terrestre (^{10}Be). On peut par la suite en mesurer les concentrations dans les anneaux de croissance des arbres, ou dans des carottes glaciaires, et

en extraire une mesure de l'intensité de l'activité solaire au moment de leur production. La comparaison de ces séquences temporelles avec les décompte des taches durant les derniers 300 ans permet alors de calibrer ces séquences radioisotopiques et de produire des reconstructions de l'activité solaire, tout comme on pouvait reconstruire les variations de la température terrestre (cf. Fig. 8.2) sur la base d'indicateurs climatiques indirects. Les traits bleu et noir sur La Figure 8.5 en montre deux exemples remontant à l'an 1000.

De telles reconstructions montrent que le niveau général de l'activité solaire a beaucoup varié dans les derniers 12000 ans. En particulier, des phases d'activité fortement réduite comme durant le Minimum de Maunder, déjà connues via le décompte des taches solaires (voir Fig. 8.5), se sont produites assez souvent dans le passé, les plus récentes ayant été baptisées au nom de physiciens solaires du dix-neuvième siècle. Ces reconstructions démontrent également que le niveau d'activité solaire observé durant la seconde moitié du vingtième siècle se classe parmi les plus élevés des derniers 12000 ans.

Beaucoup d'efforts ont été mis à estimer quelle aurait pu être l'irradiance solaire dans des périodes comme le Minimum de Maunder, sans en arriver à des résultats vraiment robustes ou concluant, et certainement rien de consensuel parmi les experts du sujet. Encore plus d'efforts ont été mis à examiner des processus autres que les variations de l'irradiance, mais tout de même associés à l'activité magnétique du soleil, pouvant affecter le climat. À l'heure actuelle, les mécanismes les plus “prometteurs” impliquent des effets d'amplifications et de rétroaction positive produits par la dynamique stratosphérique. Néanmoins, à ce stade la conclusion demeure: la variabilité solaire n'est *pas* le principal moteur du réchauffement global observé depuis un siècle.

8.2.3 Éruptions volcaniques

Une éruptions volcanique majeure (voir Figure 8.6) peut injecter plusieurs dizaines, voire centaines de kilomètres cubes de cendres volcaniques dans la stratosphère, où les forts vents horizontaux les redistribuent rapidement à des milliers de kilomètres du site d'injection, sur l'ensemble de la stratosphère planétaire, où la stratification stable en empêche le mélange vertical.

La cendre volcanique est une substance vraiment particulière (voir Figure 8.7). Résultant d'une liquéfaction et resolidification rapide du magma/roches dans un environnement très chaud et contenant beaucoup de gaz, la cendre volcanique typique est un matériau très dur mais très poreux, donc de relativement basse densité, et dont la surface est souvent vitrifiée, et donc est caractérisée par un coefficient de réflectivité (voir §3.7) très élevé. En conséquence, la présence de ces cendres peut augmente dramatiquement l'albedo stratosphérique, et ainsi réduire proportionnellement l'insolation de la surface terrestre, avec un impact climatique pouvant être majeur. Un exemple très bien documenté est l'éruption du volcan Tambora (Indonésie) en 1815, qui aurait injecté $\simeq 150$ kilomètres cube de cendres dans la stratosphère. Dans les semaines qui ont suivi la température terrestre moyenne a chuté de $\simeq 3^\circ\text{C}$, ne remontant à sa valeur normale qu'après trois ans. L'année 1816 est entrée dans l'histoire climatique comme “l'année sans été”, et a été suivie d'une année de famine mondiale suite à la perte massive des récoltes.

Les quatre plus grandes éruptions volcanique du dernier millénaire sont indiquées sur la Figure 8.2. On remarque que chacune produisant une chute marquée de la plupart des reconstructions de la température moyenne. Comme la plupart de ces courbes sont en fait des moyennes décadales lissés, l'étendue temporelle des “creux” associés aux éruptions est artificiellement élargie, tandis que les amplitudes sont réduites. Par exemple, sur ce graphique, la chute de la température moyenne due à l'éruption du Tambora ne semble être que de $\simeq 0.7^\circ\text{C}$; mais les signatures volcaniques demeurent très visibles.

Comme si ce n'était pas déjà assez, les cendres fines en suspension dans la stratosphère peuvent aussi agir comme site de nucléation pour la vapeur d'eau, ce qui favorise la formation de nuages et augmente encore plus l'albedo stratosphérique. De plus, les grandes quantités de SO_2 (pouvant dépasser la centaine de million de tonnes) souvent émises lors d'éruptions majeures peuvent causer des épisodes de pluies acides nocives pour la végétation, incluant l'agriculture. Les impacts du volcanisme sur les écosystèmes et l'activité humaine sont donc



Figure 8.6: Éruption du volcan Sarychev, sur l'île Matua dans l'archipel des Kuril (Russie), photographiée de la station spatiale internationale le 12 juin 2009. Le passage de l'onde de choc produite par l'éruption avait déjà taillé un "trou" approximativement circulaire dans la couche nuageuse avant l'arrivée du panache volcanique même. Source: NASA Astronaut Photograph ISS020-E-9048.

majeurs; par exemple, on estime que l'éruption du Laki (Islande) en 1783 a indirectement causé la mort de 6 millions de personnes.

Finalement, la dureté et le haut degré d'abrasivité des cendres volcaniques pose un danger à plusieurs types d'infrastructures technologiques, notamment les turboréacteurs des avions, qui peuvent subir des dommages catastrophiques si des cendres volcaniques sont aspirées dans les turbines. La récente éruption du volcan Eyjafjallajökull (Islande), en avril 2010, a complètement paralysé le trafic aérien entre l'Europe et l'Amérique pendant 8 jours. On a par la suite estimé qu'une éruption comme celle du Laki, en 1783, l'aurait fait pendant plusieurs mois.

La modélisation de la dispersion et sédimentation des cendres volcaniques est donc un sujet de grand intérêt ! Nous pouvons l'approcher à l'aide de notre vitesse de sédimentation (4.80)) et des tailles typiques pour les cendres et poussières volcaniques (Tableau 4.3). Pour une densité représentative $\rho \simeq 2500 \text{ kg m}^{-3}$ et des tailles typiques $d = 1, 10, 100 \mu\text{m}$, on trouve des temps de résidence dans l'atmosphère de 3.5 ans, 13 jours, et 3 heures respectivement, en supposant que les cendres sont injectés à une altitude de 10km, soit la base de la stratosphère.

Avec ces informations en main, le modèle d'équilibre développé à la §3.10 (effet de serre complet, voir aussi la Fig. 3.17) est facilement modifiable pour calculer l'impact climatique d'une éruption volcanique, via son effet sur l'albedo planétaire. La première étape est d'écrire les versions non-stationnaires des éqs. (3.45)–(3.46):

$$\bar{C}_a \frac{dT_a}{dt} = \sigma((1 - \langle t \rangle_{\text{IR}})T_s^4 - T_a^4), \quad (8.2)$$

$$40 \times \bar{C}_a \frac{dT_s}{dt} = \frac{(1 - \alpha(t))S_0}{4} + \sigma \left(\frac{1}{2}T_a^4 - T_s^4 \right), \quad (8.3)$$

où on a ici fait bon usage de notre capacité thermique volumique moyenne pour une colonne atmosphérique, $\bar{C}_a$ (voir §2.1.4). On a de plus supposé que la capacité thermique d'une colonne

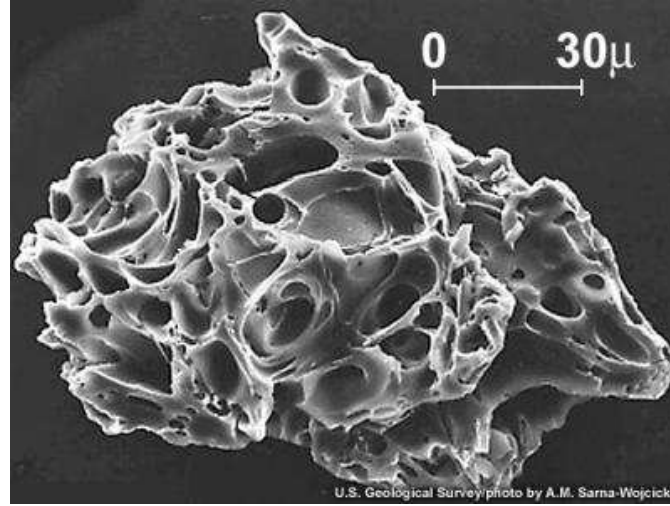


Figure 8.7: Morceau de cendre volcanique recueilli suite à l'éruption du Mt St-Helen (1980, état de Washington, É-U.), vu au microscope électronique. La cendre volcanique est typiquement peu dense, dure, abrasive, légèrement corrosive, a une réflectivité élevée dans le visible, et ne se dissout pas dans l'eau. Source: U.S. Geological Survey, volcano.usgs.gov/volcanic_ash/ash.html.

océanique de 100m de profondeur est 40 fois celle de la colonne atmosphérique (voir §2.2.1). Aux fins de ce calcul on considère que la capacité thermique des sols est semblable à celle d'une colonne océanique, une approximation qui s'avère à ne pas affecter significativement les résultats qui suivent, considérant que 71% de la surface de la Terre est couverte par les océans. On a aussi inclus une transmissivité atmosphérique infrarouge moyenne $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$ (revoir §3.9 au besoin), cette valeur étant choisie de manière à avoir, à l'équilibre thermique avant l'éruption, une température de surface $T_s = 287\text{K} \equiv 14^\circ\text{C}$ pour un albedo $\alpha = 0.29$.

On suppose maintenant que suite à l'éruption, l'injection de cendres dans la stratosphère double instantanément l'albedo planétaire, après quoi l'albedo recommence à décroître exponentiellement vers sa valeur normale $\alpha_0 = 0.29$:

$$\alpha(t) = \alpha_0 \left[1 + \exp \left(-\frac{t - t_*}{\tau} \right) \right], \quad t \geq t_* \quad (8.4)$$

où t_* marque la date de l'éruption volcanique, et $\tau = 6$ mois est un temps caractéristique de décroissance exponentielle de l'albedo en réponse à la sédimentation des cendres volcaniques injectées dans la stratosphère à $t = t_*$. C'est évidemment un "modèle" de sédimentation très (trop!) simple, mais voyons ce que ça donne.

La Figure 8.8 présente une solution numérique des éqs. (8.2)–(8.4). Même ce modèle très simple reproduit une chute de la température d'équilibre de $3\text{--}4^\circ\text{C}$, s'estompant en quelques années¹. La persistance du signal climatique s'étend beaucoup plus loin dans le temps que le temps de décroissance exponentielle de l'albedo (ici 6 mois), conséquence de l'inertie thermique du système, associée à la grande capacité thermique de la colonne océanique. Pour avoir un impact climatique à plus long terme, le volcanisme doit donc soit se coupler à des boucles de rétroaction positives, du genre de ce qu'on examinera à la §8.3.5 ci-dessous, ou encore se concentrer en épisodes d'activité volcanique très élevées soutenue sur des longues échelles de temps.

¹Vous aurez à coder ce modèle, explorer son comportement, et y apporter quelques améliorations physiques, dans le cadre d'un des TPs.

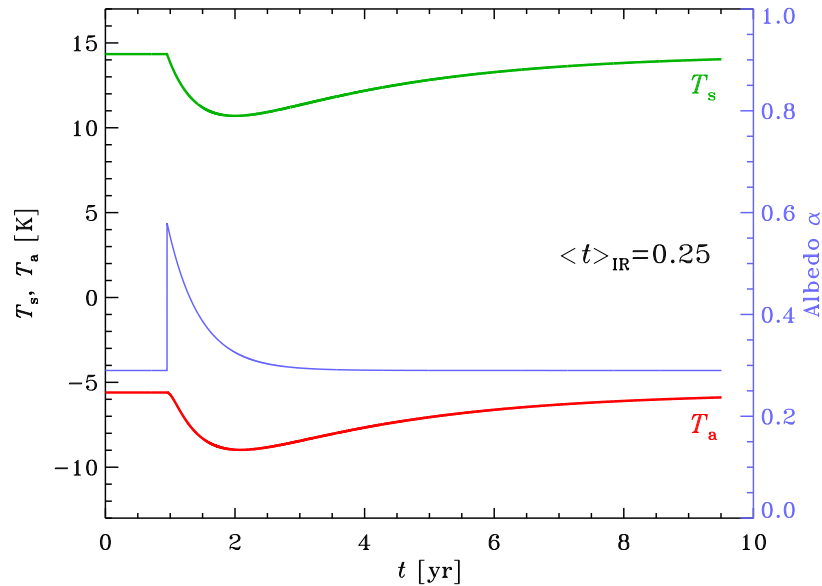


Figure 8.8: Réponse du système atmosphère + océans à une augmentation de l'albedo par un facteur deux, simulant l'effet des cendres volcaniques injectées dans la stratosphère. Le graphique présente les séquences temporelles des températures atmosphérique (T_a , en rouge) et océaniques (T_s , en vert), ainsi que l'albedo ($\alpha(t)$, en bleu).

8.3 Variabilité climatique anthropogénique

La question du réchauffement climatique d'origine anthropogénique est particulièrement complexe. On doit en distinguer deux aspects:

- Établir la réalité et magnitude du réchauffement climatique comme un phénomène distinct de la variabilité interne du système climatique;
- Identifier la (ou les) cause(s) autres que la variabilité interne ayant produit ce réchauffement.

Durant les années 1980–1990, le changement climatique est passé de la périphérie technique des sciences atmosphériques à un enjeu mondial à caractère multidisciplinaire, produisant au passage son lot de “climatosceptiques” qui questionnaient à la fois la réalité du réchauffement observé (“c’est juste de la variabilité interne du climat”) et/ou son origine (“ce n’est pas l’activité humaine qui cause ça”). Certains des arguments soulevés par ces climatosceptiques de première génération étaient en fait tout à fait légitimes à l’époque. Mais en 2024, ce genre de climatoscepticisme “dur” n’est plus qu’une forme de fanatisme sociopoliticoculturel de mauvaise foi.

8.3.1 Les gaz à effet de serre

La physique du réchauffement atmosphérique par effet de serre associé à des concentrations élevées de CO_2 (et autres gaz comme le méthane, le N_2O , etc.) a déjà été discutée à la §3.9 et explorée en TP; pas besoin d’y revenir ici. Il s’avère cependant que le lien causal n’est pas unidirectionnel ! Commençons par examiner ça.

Parfois, en voulant bien faire on accomplit le contraire. Dans un film se voulant documentaire, l’ex vice-président américain Al Gore, visant le coup d’éclat pédagogique, a popularisé à outrance le fameux graphique dit “du bâton de hockey”, une version significativement aplatie

entre 1200 et 1800 de la Figure 8.2 ci-dessus, visant à illustrer que le réchauffement observé au vingtième siècle était sans équivalent dans les archives climatiques et une preuve indubitable que les émissions de CO_2 résultant l'industrialisation en étaient responsable. Plusieurs géologues et paléoclimatologues, habitués à jongler avec des échelles de temps différentes de celles qui préoccupent habituellement le commun des mortels, ont alors levé assez rapidement le drapeau rouge.

La Figure 8.9 montre des reconstructions de la température moyenne terrestre et de la concentration atmosphérique de CO_2 remontant 650000 années dans le passé. On reconnaît les variations en dents-de-scie associées aux cycles de Milanković (cf. Fig. 8.4). Les concentrations

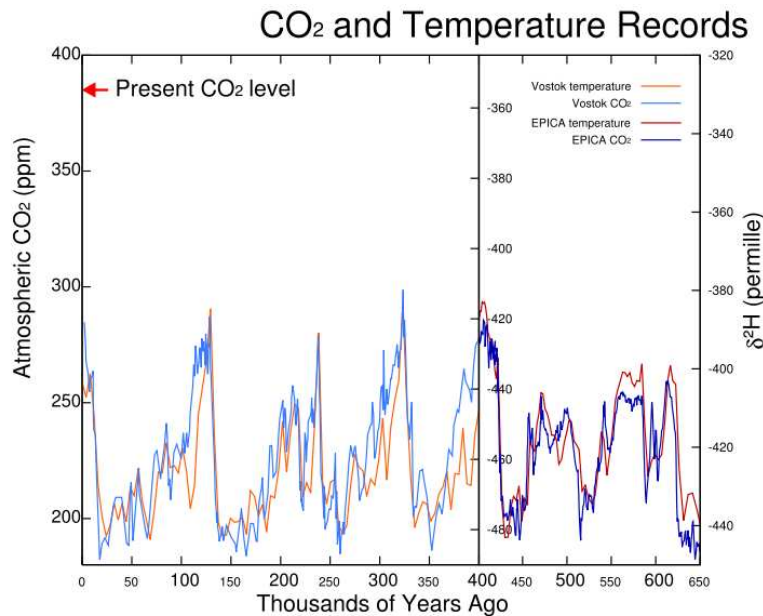


Figure 8.9: 650000 années de variations de la température et concentration atmosphérique en CO_2 . Les variations de températures pic-à-croix des courbes de températures couvrent $\approx 5^\circ\text{C}$. Notez bien: ce diagramme a été généré en 2008; la concentration actuelle (2024) de CO_2 atmosphérique a maintenant atteint ≈ 425 ppm (voir Fig. 2.11). Source: Wikipedia Commons

de CO_2 suivent remarquablement bien les variations de la température, même si les émissions anthropogéniques étaient nulles durant ce passé lointain. La causalité est ici inversée: une atmosphère plus chaude se retrouve “naturellement” plus chargée en CO_2 ! C’est le résultat d’une interaction complexe entre le cycle de l’eau, celui du CO_2 , et la productivité biosphérique, qui fait qu’à une température globale plus élevée, les océans et la biosphère se retrouvent en bout de ligne à entreposer moins de CO_2 , l’excédent se retrouvant par conséquent dans l’atmosphère. Il n’en demeure pas moins que la concentration atmosphérique actuelle en CO_2 ($t = 0$, à gauche sur ce graphique) dépasse de beaucoup ce à quoi on pourrait s’attendre de cette corrélation naturelle.

Cela n’a cependant pas empêché la communauté des climatosceptiques de s’en donner à coeur joie, capitalisant sur cette sursimplification pour tenter de discréditer l’ensemble des simulations climatiques visant à quantifier l’impact du CO_2 anthropogénique sur le réchauffement global; et invoquant souvent la lente montée du niveau général de l’activité solaire au vingtième siècle comme explication alternative.

On a vu qu’une augmentation de la concentration atmosphérique en CO_2 a comme conséquence de diminuer la transmissivité atmosphérique dans l’infrarouge. La Figure 8.10 montre une petite portion du spectre de transmission (revoir la §3.9 et Fig. 3.16 au besoin), centré sur la bande de vibration-rotation du CO_2 à $\lambda = 15\mu\text{m}$. À cette résolution l’espacement des niveaux rota-

tionnels devient visible. Les spectres ont été calculés pour trois concentrations atmosphériques de CO₂, soit la concentration en 2010 de 380ppm (trait bleu), une concentration pré-industrielle 50% plus faible (rouge), ainsi qu'une concentration 50% plus élevée (vert), du genre de ce qui est présentement anticipée pour la seconde moitié du vingtième siècle. Au centre de la bande

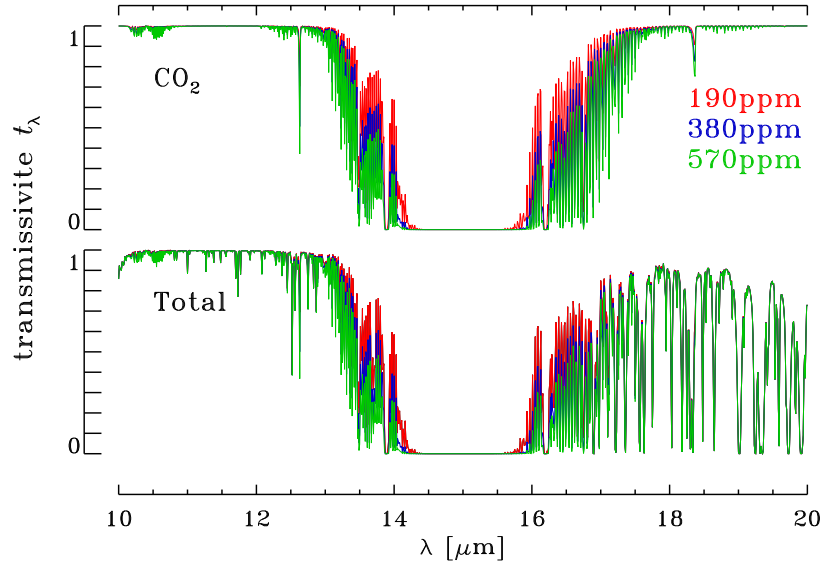


Figure 8.10: Le spectre de transmission de l'atmosphère terrestre dans un intervalle spectral centré sur la bande de vibration/rotation du CO₂ à $\simeq 15\mu\text{m}$, pour trois concentrations atmosphériques de CO₂, tel qu'indiqué par le code de couleur. Le panneau du haut montre la transmissivité atmosphérique du CO₂ seulement, tandis que celui du bas donne la transmissivité totale. L'atmosphère a ici une température de surface de 14°C et concentrations normales de tous les autres constituants atmosphériques (voir Tableau 2.1 et Fig. 3.16). Calculé l'aide du NASA Planetary Spectrum Generator, psg.gsfc.nasa.gov.

la transmissivité est déjà nulle à 190ppm, mais dans ses ailes on voit bien que l'augmentation de la concentration en CO₂ diminue beaucoup la transmissivité. Il n'en demeure pas moins que globalement, les différences entre les spectres de transmission sur la Fig. 8.10 peuvent sembler petites; elles ont néanmoins un impact significatif sur la transmissivité atmosphérique totale, et donc sur le bilan énergétique global de l'atmosphère, car cette bande à $15\mu\text{m}$ est en plein pic du spectre d'émission pour un corps noir à $\sim 300\text{K}$.

Dans le cadre de notre formulation RSPF, le problème demeure décrit par les équations (8.2)–(8.3) utilisées pour modéliser l'impact d'une éruption volcanique sur l'albedo, sauf que cette fois la transmissivité atmosphérique infrarouge moyenne $\langle t \rangle_{\text{IR}}$ varie maintenant dans le temps:

$$\bar{C}_a \frac{dT_a}{dt} = [1 - \langle t \rangle_{\text{IR}}(t)] \sigma T_s^4 - \sigma T_a^4, \quad (8.5)$$

$$40 \times \bar{C}_a \frac{dT_s}{dt} = \frac{(1 - \alpha) S_0}{4} + \sigma \left(\frac{1}{2} T_a^4 - T_s^4 \right), \quad (8.6)$$

On simule l'impact de l'augmentation de la concentrations atmosphériques des gaz à effet de serre en faisant décroître la transmissivité linéairement de $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$ en l'an 2000 à $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.15$ en 2100², en gardant l'albedo fixe à $\alpha = 0.29$. Comme dans notre simulation de l'impact

²Cette forte baisse de $\simeq 40\%$ est choisie pour des raisons essentiellement didactique; elle est un facteur $\simeq 5$

climatique du volcanisme, celle-ci débute également avec les températures d'équilibre T_a, T_s pour $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$, ce qui conduit à une température au sol de 14°C en l'an 2000.

La Figure 8.11 illustre l'augmentation des températures jusqu'en 2100. Un examen attentif des courbes de température révèle un transient initial durant une dizaine d'années, pendant lequel les températures croissent plus lentement que par la suite, résultat de l'inertie thermique du système. Les traits en tirets indiquent la variation des valeurs des température d'équilibre

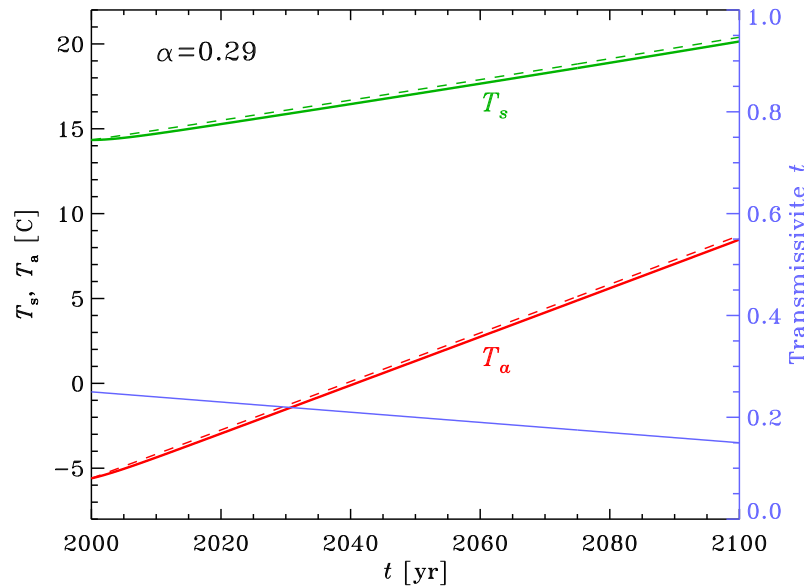


Figure 8.11: Augmentation de la température de surface (T_s) et de l'atmosphère (T_a) sur un siècle, suite à une baisse de la transmissivité atmosphérique dans l'infrarouge (t , en bleu) de $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$ en 2000 à $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.15$ en 2100, simulant l'augmentation des concentrations atmosphériques des gaz à effet de serre. Les températures initiales correspondent aux températures d'équilibre pour $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$ et un albedo global $\alpha = 0.29$, et les traits en tirets indiquent la variation attendue des températures d'équilibre obtenues en solutionnant la forme stationnaire du modèle pour la variation imposée de $\langle t \rangle_{\text{IR}}$.

au sol et atmosphérique obtenues en solutionnant algébriquement la forme stationnaire des éqs. (8.5)–(8.6). On constate que les températures suivent de très près leurs valeurs d'équilibre, sauf pour un léger décalage temporel produit par le transient initial.

La hausse de $\simeq 5^\circ\text{C}$ de la température de surface entre 2000 et 2100 est semblable aux scénarios climatiques les plus pessimistes du GIEC (voir §8.4 plus bas). Un exercice en fin de chapitre vous conduit à vérifier qu'une augmentation (linéaire) de l'irradiance solaire S_0 de 120 W m^{-2} entre 2000 et 2100 conduirait à la même augmentation de température de surface que la baisse de transmissivité utilisée pour produire la Fig. 8.11. Une hausse systématique de S_0 de $\simeq 9\%$ en un siècle est vraiment très peu plausible, astrophysiquement parlant. Mais, sur examen de l'éq. (8.6), il est clair qu'une diminution de l'albedo (global) de $\alpha = 0.29$ à $\alpha = 0.23$ aurait exactement le même effet ici. Une telle variation de l'albedo n'est certainement pas ridicule *a priori*, comme on le verra sous peu.

Le défi est donc d'identifier un (ou plusieurs) indicateur climatique qui puisse nous aider à distinguer différentes causes possibles à un réchauffement observé. Il s'avère que la stratosphère

plus grand que ce que produirait une intégration des spectres de la Fig. 8.10, mais notons déjà que cette dernière ne prend pas en considération l'augmentation du CH_4 , ni l'augmentation de la concentration en vapeur d'eau associé à une hausse de température. Ce genre d'effet de rétroaction positive sera examiné de plus près à la §8.3.5.

peut nous en fournir un.

8.3.2 La stratosphère comme stéthoscope

On se souviendra (sinon retournez lire la §2.1.5) que la stratosphère est une couche de la haute atmosphère située au dessus de la troposphère, et responsable de l'absorption de l'ultraviolet solaire par l'ozone (O_3). Cette couche est géométriquement assez épaisse, mais en terme de profondeur optique pour le visible la stratosphère est transparente, et beaucoup moins opaque à l'infrarouge que la troposphère, à cause de son contenu beaucoup plus faible en vapeur d'eau, la température y étant (in)confortablement sous le point de congélation (voir Fig. 2.5!).

Considérons l'impact sur le bilan radiatif d'une certaine densité de CO_2 présente dans la stratosphère. En l'absence de vapeur d'eau le CO_2 devient le principal absorbeur infrarouge, et donc absorbera une fraction de la radiation infrarouge arrivant de l'atmosphère sous-jacente, et rémettra cette radiation vers le haut et vers le bas (tout comme le faisait notre couche "atmosphère" sur la Fig. 3.17); à l'équilibre thermodynamique (corps noir) l'émissivité (ε) est égale à l'absorptivité. L'ozone stratosphérique absorbera aussi une bonne fraction de l'ultraviolet rapproché du spectre solaire. Dénotons la quantité ainsi absorbée par $S[O_3]$. Dans une situation stationnaire, la conservation de l'énergie dans notre couche stratosphérique impose que l'absorption énergétique (UV+IR) soit égale à l'émission thermique:

$$S[O_3] + \varepsilon \sigma T_a^4 = 2\varepsilon \sigma T_s^4 . \quad (8.7)$$

où T_a est la température de la troposphère (basse atmosphère), et T_s la température de la stratosphère. Isolant cette quantité dans l'expression ci-dessus on trouve:

$$T_s = \left(\frac{S[O_3]/\varepsilon + \sigma T_a^4}{2\sigma} \right)^{1/4} . \quad (8.8)$$

Ici l'émissivité ε ($\ll 1$) dépendra de la densité stratosphérique de CO_2 , de son coefficient d'absorption/dispersion $k[CO_2]$, et de l'épaisseur Δz de la stratosphère:

$$\varepsilon = \rho[CO_2] \times k[CO_2] \times \Delta z . \quad (8.9)$$

Supposons maintenant que la densité stratosphérique de CO_2 augmente, sans changer la concentration d'ozone. Si l'albedo, l'irradiance solaire totale et le flux UV solaire ne changent pas, alors globalement σT_a^4 ne peut pas changer non plus car ce flux doit équilibrer l'irradiance solaire totale. Donc tout ce qui change au membre de droite de (8.8) est l'émissivité ε , qui doit augmenter en proportion à la concentration de CO_2 . On en concluerait que la température stratosphérique devra *diminuer* en réponse à une augmentation de la concentration de CO_2 .

Inversement, si l'irradiance solaire totale augmente (avec augmentation proportionnelle du flux UV) et que le CO_2 demeure constant, alors l'équilibre thermique global forcera T_a à augmenter également; l'équation (8.8) prédirait maintenant une *augmentation* de la température stratosphérique³.

Observationnellement la tendance observée dans les dernière décennies est un *refroidissement* de la stratosphère, ce qui est cohérent avec l'idée que le réchauffement global observé dans la seconde moitié du vingtième siècle est causé par l'augmentation de la concentration atmosphérique de CO_2 (et autres gaz à effet de serre). Ceci est illustré sur la Figure 8.12, montrant la décroissance de la température à 3 altitudes différentes dans la stratosphère. Les trois courbes noires correspondent à trois canaux de l'instrument SSU (Stratospheric Sounding Unit) sur une suite de satellites de la NOAA en orbites circumpolaires, et échantillonnent différentes altitudes dans la basse stratosphère. On note une décroissance graduelle par de $\simeq 2^\circ C$ entre 1978 et 2015, un pic dû à l'éruption du volcan Pinatubo en 1991, et une modulation décennale associée au cycle d'activité solaire. Tout ça est très bien reproduit par les simulations climatiques (en rouge).

³On arriverait au même résultat si seulement l'ultraviolet rapproché du spectre solaire augmenterait en amplitude, comme elle le fait quand l'activité magnétique est en phase maximale de son cycle.

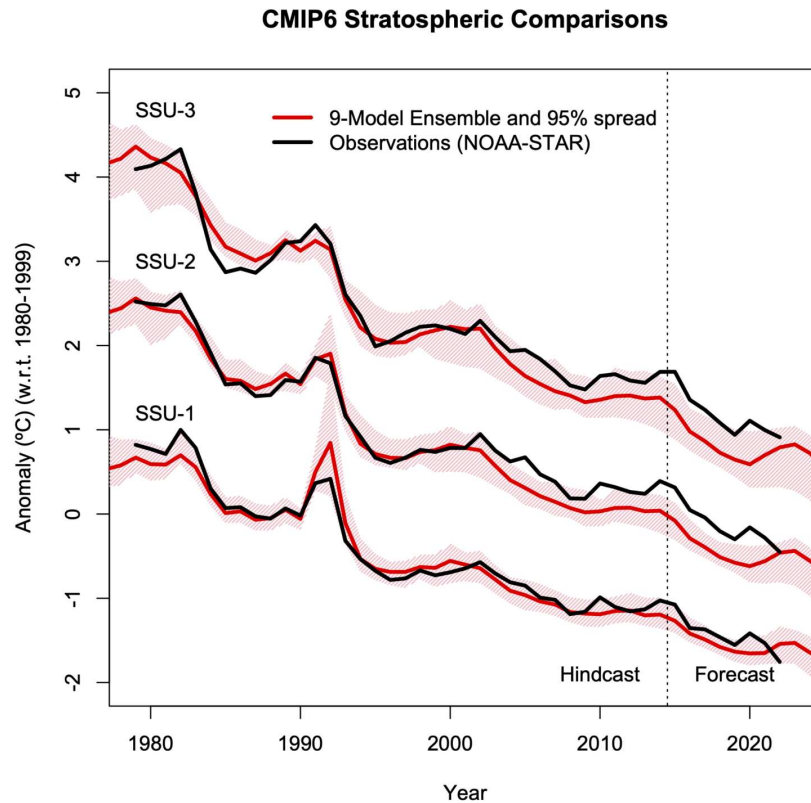


Figure 8.12: Baisse de la température stratosphérique observée (en noir) et modélisée (en rouge) depuis 1978. Source: Coupled Model Intercomparison Project: (voir www.wcrp-cmip.org).

8.3.3 Les océans et le cycle du carbone

L'année prochaine aussi...

8.3.4 Hausse du niveau des océans

En date de 2019, on estime que 230 million de personnes habitent à un mètre ou moins du niveau de la mer à marée haute; et un total de 10^9 personnes à moins de 10 mètres. La hausse du niveau des océans compte donc parmi les multiples conséquences potentiellement désastreuses du réchauffement global. Contrairement à la croyance populaire, cette hausse n'est pas principalement due à la fonte des glaces polaires. Pour vous en convaincre, remplissez vous un bon verre d'eau (ou autre breuvage de votre goût) avec trois ou quatre cubes de glace, et observez que le verre ne déborde pas quand la glace fond; c'est le sieur Archimède qui, il y a plus de deux milles ans, avait déjà compris que la glace flottante déplace un volume d'eau égal en masse à celle de la glace; si une partie des glaçons émerge au dessus de la surface liquide, c'est simplement que la densité de la glace à 0° C est légèrement inférieure à celle de l'eau à 4° C. Les seules calottes glaciaires dont la fonte peut contribuer à la hausse du niveau de la mer sont les calottes continentales, comme en antarctique ou au Groenland.

La majeure partie de la hausse du niveau des océan en 2100 prévue par les extrapolations climatiques actuelles est en fait associée à la dilatation thermique de l'eau de mer (revoir la §1.2.5 au besoin). Pour une masse d'eau donnée, cette variation en densité se traduit directement en

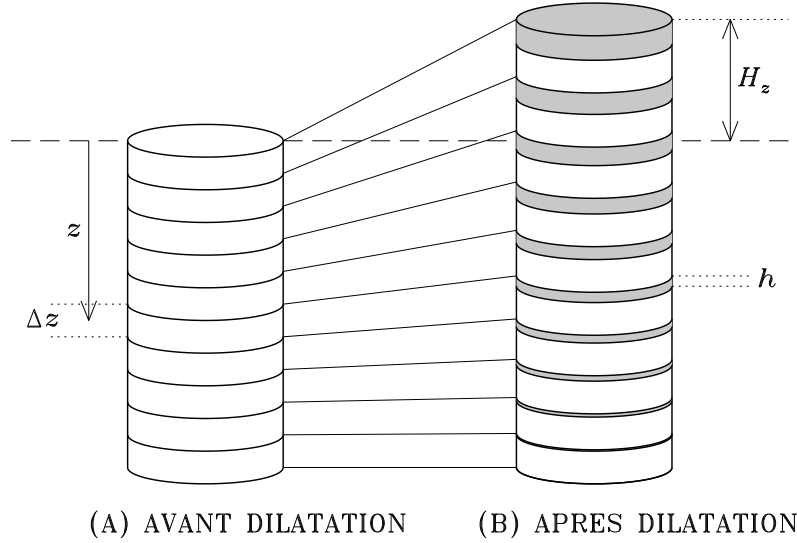


Figure 8.13: Augmentation de la hauteur d'une colonne d'eau par dilatation thermique. La colonne est subdivisée en couches d'épaisseur Δz , chacune à une température/densité différente, et donc subissant un niveau de dilatation h différent d'une couche à l'autre (tel qu'indiqué en gris sur la partie B). L'élévation totale H_z du niveau de la mer par rapport à son niveau initial (tirets) est donné par la somme des h associés à chaque couche, cette somme devenant une intégrale dans la limite où les couches ont une épaisseur infinitésimale (voir texte).

variation de volume dV :

$$\frac{dV}{V} = \alpha dT, \quad (8.10)$$

puisque à masse constante, $\rho \propto 1/V$.

La procédure de calcul est la suivante; on divise une colonne océanique en N couches superposées et contigües, d'épaisseur Δz (voir Figure 8.13A); pour chaque couche, connaissant sa température on peut utiliser l'éq. (8.10) pour calculer l'augmentation dV de son volume causée par la baisse de densité $d\rho$ associée à une augmentation dT de la température. En supposant que cette augmentation de volume se traduise uniquement par une dilatation verticale de l'élément de volume, on peut calculer l'augmentation h_n de l'épaisseur de chaque couche dans la colonne comme étant directement proportionnelle à dV_n :

$$\frac{h_n(z)}{\Delta z} = \frac{dV_n}{V_n} = \alpha(T_n) dT. \quad (8.11)$$

La hausse du niveau de la mer (H_z) au dessus de son niveau initial sera donc donnée par la somme des dilatations verticales de chaque couches composant la colonne (voir Fig. 8.13B):

$$H_z = \sum_{n=1}^N h_n(z_n). \quad (8.12)$$

Dans la limite $\Delta z \rightarrow 0$ où les couches sont d'épaisseur infinitésimales, la somme devient une intégrale:

$$H_z = \int_0^P h(z) dz. \quad (8.13)$$

Cette intégrale peut paraître simple, mais le problème vient du fait que h est une fonction de la densité ρ et du coefficient de dilatation thermique α , elle-même étant des fonctions de la température. Toute l'information requise est cependant “contenue” dans les Figs. 1.2 et 2.6, soit la variation du coefficient de dilatation thermique et de la densité de l'eau avec la température, et la stratification verticale en température d'une colonne océanique. Une série d'interpolations permet de tout ramener sur la même discrétisation verticale, le résultat étant compilé au Tableau 8.1.

Table 8.1: Profil de température de l'océan (moyennes à basses latitudes)

z [m]	T [C]	ρ	α	h [cm]
0.	22.0	0.99779	2.31655	—
100.	22.0	0.99779	2.31655	11.60841
200.	21.8	0.99783	2.29594	11.50466
300.	21.2	0.99796	2.23275	11.18662
400.	18.0	0.99859	1.86219	9.32410
500.	13.5	0.99931	1.32985	6.65382
600.	10.5	0.99965	0.96903	4.84685
700.	8.3	0.99984	0.64014	3.20123
800.	7.0	0.99993	0.42627	2.13151
900.	6.0	0.99997	0.26074	1.30371
1000.	5.5	0.99999	0.17944	0.89723
1250.	4.8	1.00000	0.06887	0.34437
1500.	4.4	1.00001	0.00775	0.03877
2000.	4.0	1.00001	-0.05196	-0.25980
2500.	3.7	1.00000	-0.09590	-0.47952
3000.	3.5	1.00000	-0.12483	-0.62413
4000.	3.2	1.00000	-0.16769	-0.83847
5000.	2.9	0.99999	-0.20999	-1.04993

La dernière colonne du tableau donne l'élévation $h(z)$ (en cm) de chaque couche (viz. la Fig. 8.13, pour une augmentation homogène de la température de $dT = +5^\circ \text{C}$ de la surface au fond de l'océan, calculée via l'éq. (8.11). La Figure 8.14 représente graphiquement le résultat de ce calcul. Les profils de densité avant (rouge) et après (vert) le réchauffement sont portés en graphique en fonction de la profondeur z , avec $z = 0$ correspondant à la surface. Le panneau du haut illustre la variation relative du volume associé à la dilatation thermique. On constate que les plus grandes variations relatives se matérialisent dans les couches les plus chaudes, près de la surface, conséquence directe du fait que le coefficient de dilatation thermique de l'eau augmente rapidement avec la température. On remarquera également que la densité augmente très légèrement dans les couches les plus profondes; ceci implique que ces couches se contractent lorsque chauffées, conséquence directe du fait que le coefficient de dilatation thermique de l'eau est négatif entre 0 et 4 degrés Celsius (cf. Fig. 1.2).

La somme des valeurs dans la colonne de droite du Tableau 8.1 donne (via l'Éq. (8.12)) un premier estimé de l'élévation du niveau des océans: $H_z = 0.6 \text{ m}$. Un calcul numériquement plus précis passant par l'intégrale (8.13) via la méthode du trapèze réduit ceci à $H_z = 0.48 \text{ m}$.

Et voilà... mais en fait non; surtout dans le cas d'un sujet politiquement chargé comme l'impact des changements climatiques, tout calcul de ce genre se doit d'être accompagné d'une solide analyse des erreurs, approximations et incertitudes attachée à la “réponse”. Il est important de distinguer ici plusieurs types d'erreurs:

1. L'erreur purement numérique associée au calcul; par exemple, l'utilisation de la méthode du trapèze dans l'évaluation de l'éq. (8.13).
2. Les approximations au niveau de la physique du problème; par exemple, négliger la vari-

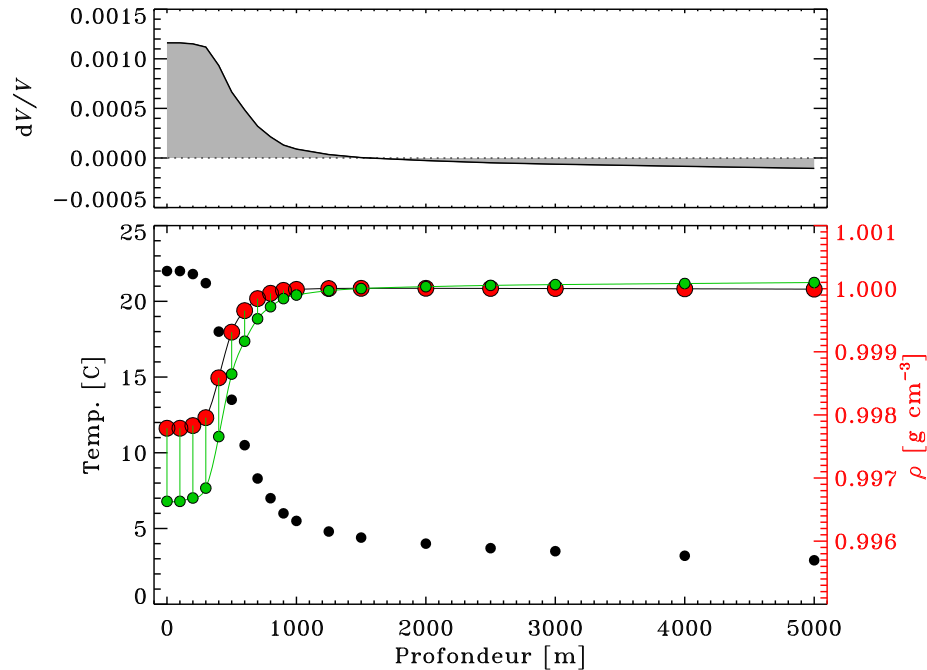


Figure 8.14: Profil de température (points noirs) et densité (rouge) de l'océan (en rouge), tels que tabulés au Tableau 8.1. Les points verts indiquent les nouvelles valeurs de la densité recalculée via l'éq. (1.17), pour $dT = 5^\circ \text{C}$. Le cadre du haut donne la variation relative dV/V ($\equiv dz/z$ ici) en fonction de la profondeur, associée à cette variation du profil de la densité.

ation du coefficient de dilatation thermique α durant le réchauffement.

3. L'erreur systématique au niveau du design du modèle; par exemple, supposer une augmentation homogène de la température à toutes les profondeurs; ou que la dilatation de l'eau de mer se traduit uniquement par une élévation verticale du niveau de la mer, tandis qu'il est bien connu que les océans ne sont pas contenus dans des bassins aux murs verticaux.

Comme vous pourrez le vérifier en faisant l'un des exercices en fin de chapitre, la prise en considération de la variation du coefficient de dilatation α sur la température a un impact beaucoup plus important, car il change notre résultat par près d'un facteur trois!

8.3.5 Les boucles de rétroaction

Une source de complication majeure dans l'étude et la modélisation du changement climatique est la présence de **boucles de rétroaction** inhérentes à la dynamique interne du système climatique dans son ensemble soit, la somme de toute les "sphères" du chapitre 2, plus le forçage anthropogénique et naturel. Parfois, la dynamique interne du système tend à s'opposer au changement, dans lequel cas on parle de **rétroaction négative**, puisque le système est alors inhéremment stable. Le système climatique contient plusieurs de ces boucles de rétroaction négative:

- Des températures de surface plus élevée favorisent l'évaporation, qui refroidit la surface;
- Les aérosols libérés par le brûlage des combustibles fossiles augmentent l'albedo atmosphérique;

- Des concentrations élevées en CO_2 atmosphérique favorisent la croissance des plantes, qui consomment et emmagasinent le CO_2 par photosynthèse;
- Des concentrations croissantes en CO_2 océanique favorisent la croissance des algues, qui consomment le CO_2 , en retour réduisant sa concentration océanique, qui favorise la diffusion du CO_2 atmosphérique vers les océans.

Il existe aussi des situations où la réponse du système climatique à un forçage interne ou externe tend à amplifier le processus ayant produit la perturbation, ce qui conduit à une déstabilisation du système. On parle alors de boucles de **rétroaction positive**:

- La fonte des neiges et glaces réduit l'albedo, ce qui cause une hausse de la température de surface;
- Une hausse de la température de surface conduit à une plus grande évaporation, donc plus de vapeur d'eau dans l'air, ce qui réduit la transmissivité atmosphérique infrarouge;
- Une hausse des températures océaniques conduit à une plus faible concentration de CO_2 dissout dans les océans, donc une plus grande concentration atmosphérique;
- La fonte du permafrost libère du CO_2 et du méthane, diminuant ainsi la transmissivité atmosphérique infrarouge.

En guise d'exemple, on considère ici la première de ces boucles de rétroaction positive, toujours dans le cadre de notre modèle RSPF atmosphère+sol/océan, tel que décrit par les éqs. (8.2)–(8.3). On commencera par supposer une lente baisse de l'irradiance solaire totale, du genre de ce que peuvent produire les cycles de Milanković (voir Figure 8.4); plus spécifiquement, on introduit dans le modèle RSPF une décroissance linéaire de S_0 par $\Delta S = 3.16 \text{ W m}^{-2}$ par siècle:

$$S_0(t) = 1361 - 3.16(t/100.) , \quad [\text{W m}^{-2}] \quad (8.14)$$

avec t mesuré en années. On suppose ensuite une variation *nonlinéaire* de l'albedo avec la température de surface T_s , reflétant la croissance rapide de la couverture glaciaire/neigeuse aux hautes latitudes quand la température hivernale commence à approcher le point de congélation. On utilise la forme analytique suivante:

$$\alpha(t) = 0.268 + 0.1 \left[1 - \text{erf} \left(\frac{T_s - T_f}{\Delta T} \right) \right] . \quad (8.15)$$

Cette variation est illustrée à la Figure 8.15, pour $T_f = 283 \text{ K}$ et $\Delta T = 5 \text{ K}$. Les valeurs des autres paramètres numériques apparaissant dans l'équation (8.15) choisis de manière à avoir $\alpha = 0.29$ pour $S_0 = 1361 \text{ W m}^{-2}$ et une température d'équilibre de surface de 287 K , soit 14°C . Un paramètre important ici est la *température de bascule* (T_f), choisie ici à $T_f = 283 \text{ K}$, soit seulement 4 degrés sous la température d'équilibre pour T_s . C'est à cette température que l'albedo varie le plus rapidement quand la température change. Le paramètre ΔT , également très important, contrôle la sensibilité de la variation de l'albedo versus celle de la température de surface.

La Figure 8.16 illustre le résultat d'une simulation RSPF incorporant les prescriptions ci-dessus pour $S_0(t)$ et $\alpha(T_s)$. Initialement, la très lente baisse de S_0 produite une tout aussi lente baisse de T_s et T_a , mais plus T_s approche de T_f , plus la hausse de l'albedo s'accélère, conduisant à une chute accélérée de T_s , et ainsi de suite. Une fois T_f atteint, la température de surface chute rapidement d'une dizaine de degrés, ici en une décennie, pour se restabiliser ensuite plus lentement à 267 K (-6°C , sous le point de congélation; point noir le plus à droite sur la Fig. 8.15). On voit bien que la réponse des températures est très nonlinéaire par rapport à la baisse imposée de l'irradiance solaire, et beaucoup plus importante en termes relatifs ($\simeq 7\%$ versus 0.2%).

Le "modèle" d'albedo décrit par l'éq. (8.15) est évidemment très simpliste. La décroissance supposée de S_0 est aussi beaucoup plus rapide que les temps caractéristiques associés aux

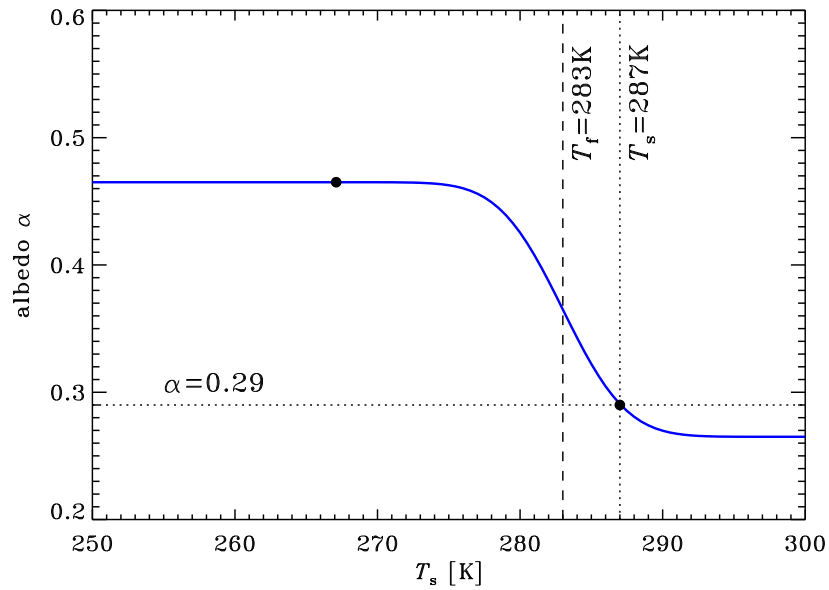


Figure 8.15: Un modèle analytique de la variation de l'albedo α avec la température de surface T_s , tel que décrit par l'éq. (8.15)

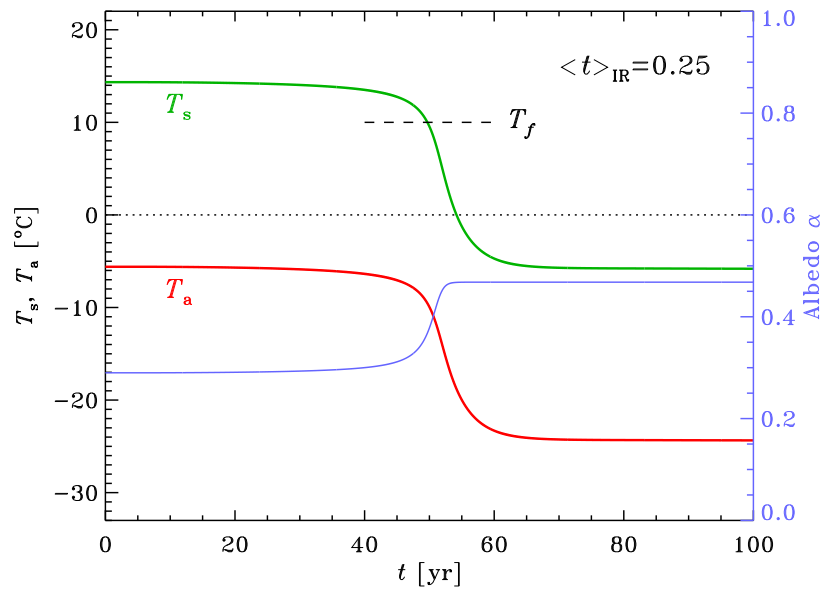


Figure 8.16: “Simulation” de la transition vers une époque glaciaire par effet de rétroaction positive d’une baisse de la température de surface via une augmentation de l’albedo produite par une augmentation de la couverture neigeuse/glaciaire aux hautes latitudes, tel que décrite par l’éq. (8.15). On suppose ici une transmissivité atmosphérique infrarouge fixe à $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$. La température de bascule T_f est indiquée par le trait horizontal en tirets.

cycles de Milanković, et le paramètre ΔT trop petit, conduisant à une transition trop rapide vers le régime “glaciaire”; le comportement général du système n’en demeure pas moins réaliste; notons en particulier qu’une décroissance de S_0 par 0.2% est très crédible, et que l’intervalle de variation de l’albedo l’est tout autant.

D’un point de vue plus dynamique, ce que ce petit modèle capture très bien, quoique phénoménologiquement, c’est la sensibilité du processus de congélation de l’eau à la température, résultat du fait qu’il s’agit ici d’une transition de phase. Ceci justifie la très forte nonlinéarité en T associé au profil en fonction d’erreur de la Figure 8.15. Le processus de formation de nuages, qui a aussi un fort impact sur l’albedo atmosphérique, montre le même genre de sensibilité, pour la même raison physique: la condensation est aussi une transition de phase.

8.4 Les scénarios du GIEC

Le Groupe Intergouvernemental sur l’Évolution du Climat (GIEC ; IPCC en anglais, pour Intergovernmental Panel on Climate Change) est de facto devenu le chien de garde du climat. Leur sixième rapport de synthèse a été publié tout récemment, en mars 2023; leur premier date de 1990, bien que les activités du groupe aient débuté plusieurs années auparavant. Tous leurs rapports, et les bases de données utilisées dans leur élaboration, sont disponibles publiquement (voir site web en bibliographie de fin de chapitre).

La Figure 8.17 illustre un sous-ensemble représentatif de scénarios de réchauffement global jusqu’en 2100, tiré du rapport de 2007. Les versions subséquentes n’ont pas apportés de variations majeures au portrait brossé par cette Figure. Ces scénarios sont basés sur divers modèles numériques de l’évolution climatique, eux-mêmes incorporant divers scénarios de croissance de la population mondiale, du niveau d’industrialisation, et de production et consommation énergétique. Le scénario “minimal” (en orange) suppose une stabilisation de la population mondiale au 21^e siècle et un gel des émissions en CO_2 au niveau de l’an 2000 (ce scénario est déjà caduque, les émissions totales de CO_2 ayant augmenté de $\simeq 12\%$ entre l’an 2000 et 2021). Le scénario “maximal” (en rouge) suppose une plus grande croissance de la population, et surtout des émissions de CO_2 continuant de croître en proportion avec la population. Les courbes en vert et bleu sont basées sur des hypothèses distinctes au niveau de la transition énergétique des combustibles fossiles vers les modes de production d’énergie sans émissions (directes) de CO_2 .

On remarque déjà que même en gelant les émissions au niveau de l’an 2000, la température monte tout de même d’un demi degré au 21^e siècle; Ceci est principalement dû au CO_2 dissous dans les océans, qui se retrouve lentement réinjecté dans l’atmosphère. Le temps de réponse du système climatique (atmosphère-océans-biosphère) peut être très grand !

Le scénario B1 est celui ayant servi à établir cette cible de 1.5°C de réchauffement maximal, immortalisée dans les Accords de Paris. Mentionnons aussi que le scénario B1 s’accompagne d’une hausse du niveau des océans en fin de siècle par 0.18–0.38m; 0.21–0.48 pour le scénario A1B; et 0.21–0.51m pour A2. Dans les trois cas, c’est pas mal Bye Bye Bangkok!

Exercices:

8.1: Reprenez le modèle RSPF avec albedo variable de la §8.2.3, mais cette fois introduisez trois contributions aux variations de l’albedo, chacune d’amplitude 0.1 à $t = 0$, mais avec des temps τ de décroissances exponentielles correspondant au temps de résidence de centres volcaniques de diamètres $d = 1, 3$ et $10 \mu\text{m}$ injectées à 10 kilomètre d’altitude. Pour ce modèle à trois composantes, calculez un équivalent de la Figure 8.8.

8.2: Reprenez le modèle de l’impact d’une éruption volcanique majeure développé à la §8.2.3, mais dans un cas plus réaliste incluant une transmissivité atmosphérique dans l’infrarouge $t = 0.25$. L’impact sur les températures atmosphérique et océanique est-il plus grand ou plus petit que dans le cas d’un effet de serre complet ($t = 0$) ?

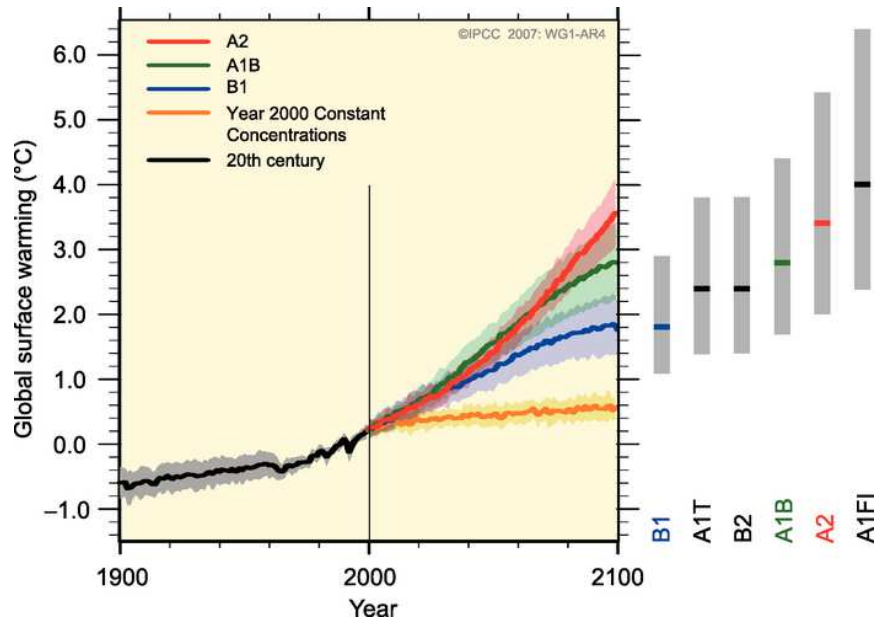


Figure 8.17: Projections du réchauffement global jusqu'en 2100, selon divers scénarios de croissance de la population et de production et consommation énergétique. Source: IPCC-2007, archive.ipcc.ch/publications_and_data/ar4/wg1/en/spmsspmp-projections-of.html.

8.3: Travaillant avec le modèle RSPF de la §8.3.1, établissez de combien devrait augmenter l'irradiance solaire $S_0(t)$ en un siècle pour produire la même augmentation de température que la baisse de la transmissivité infrarouge utilisée pour produire la Fig. 8.11.

8.4: Prises au pied de la lettre, les Figs. 8.4 et 8.9 indiquent qu'une augmentation $\Delta T = 4.5^\circ\text{C}$ de la température terrestre, soit de 9.5°C à 14°C , produit une augmentation de 90ppm dans la concentration atmosphérique de CO_2 .

1. Établissez une relation linéaire entre T_s et la concentration de CO_2 , en ppm.
2. À l'aide du Planetary Spectrum Generator du TP3, calculez la variation correspondante de la transmissivité atmosphérique infrarouge entre 200 et 280ppm, par incréments de 10ppm en CO_2 .
3. Construisez une relation entre $\langle t \rangle_{\text{IR}}$ et T_s .
4. Travaillant avec le modèle RSPF non-stationnaire de la §8.3.5, déterminez si cette variation de $\langle t \rangle_{\text{IR}}$ en fonction de T_s peut ralentir ou prévenir l'entrée dans un âge glaciaire, pour la même décroissance linéaire de l'irradiance solaire qu'utilisée à la §8.3.5.

8.5: Cet exercice vise à vous faire quantifier la variation de la température stratosphérique suite à des changements dans la concentration atmosphérique du CO_2 , et/ou de l'irradiance ultraviolet solaire, expliqué qualitativement à la section §8.3.2.

1. Construisez un modèle RSPF à trois couches, (1) océan+sols, (2) troposphère, et (3) stratosphère. Utilisez un albedo $\alpha = 0.29$ et une transmissivité infrarouge $\langle t \rangle_{\text{IR}} = 0.25$ pour votre troposphère.
2. En régime stationnaire, calculez quel doit être le rapport $S[\text{O}_3]/\varepsilon$ pour produire une température stratosphérique moyenne de $T = -50^\circ\text{C}$.

3. Toujours en régime stationnaire, Calculez la température stratosphérique résultant d'une augmentation de $S[\text{O}_3]$ de 10%.
4. Encore et toujours en régime stationnaire, calculez la température stratosphérique résultant d'une augmentation de l'émissivité/absorptivité ε de 20%.

8.6: Reprenez le calcul de l'élévation du niveau de la mer de la §8.3.4, cette fois en prenant explicitement en considération la variation du coefficient de dilatation thermique de l'eau avec la température.

Bibliographie:

Ce chapitre est pas mal de mon cru, avec des petits emprunts ici et là aux livres de Hartmann et Boeker & van Grondelle. La section 12.5 du bouquin de Hartmann offre une excellente introduction (historique et technique) aux cycles de Milanković. Sur ce sujet, la page Wikipedia me semble aussi bien documentée.

L'article de revue suivant, disponible en accès libre, est une très complète introduction aux reconstructions directes et indirectes de l'activité solaire:

Usoskin, I., *A history of solar activity over millenia*, *Liv. Rev.Solar Phys.* **17**(3), 2017;
link.springer.com/articles/10.1007/s41116-017-0006-9

Sur les impacts environnementaux des éruptions volcaniques, j'ai trouvé le site web suivant très informatif:

volcanoes.usgs.gov/volcanic_ash/

Deux autres ressources webs que j'ai trouvé très intéressantes, couvrant très large au niveau du réchauffement global; la section "Images" de la première est également fascinante:

earthobservatory.nasa.gov/features/GlobalWarming
www.realclimate.org

Les multiples rapports du GIEC sont disponible en ligne:

<https://www.ipcc.ch>

Spécifiquement sur les impacts sur la population mondiale de la hausse du niveau des océans, voir

Kulp, S.A., & Strauss, B.H., *Nature Comm.*, **10**, id4844, 2019.

Annexe A

Ondes Électromagnétisme

La radiation électromagnétique est de loin la principale source d'énergie pour toute vie sur Terre, ainsi que la source d'énergie propulsant tous les écoulements atmosphériques et océaniques. Aux plus grandes échelles, le bilan énergétique global de la Terre est complètement dominé par la radiation. Un petit rappel de l'électromagnétisme est donc d'intérêt.

A.1 Ondes électromagnétiques

Une des deux faces de la lumière se révèle sous la forme de la radiation électromagnétique, soit une solution de type ondulatoire aux équations de Maxwell. Dans le vide, i.e. en l'absence d'une densité de charge ou d'une densité de courant, les équations de Maxwell se réduisent à :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 , \quad (\text{A.1})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 , \quad (\text{A.2})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} , \quad (\text{A.3})$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} , \quad (\text{A.4})$$

où $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ s}^2 \text{ C}^2 \text{ m}^{-3} \text{ kg}^{-1}$ est la permittivité du vide, et $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ m kg C}^{-2}$ la perméabilité magnétique du vide. Si on prend le rotationnel de (A.3) et la dérivée temporelle de (A.4), les deux expressions résultantes se combinent en une équation d'onde pour le champ électrique:

$$\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \nabla^2 \mathbf{B} \quad (\text{A.5})$$

avec une manipulation complémentaire produisant une équation identique pour $\mathbf{B}$. La vitesse c de l'onde est donnée par

$$c = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0} = 2.997924562 \times 10^8 \text{ m s}^{-1} . \quad (\text{A.6})$$

Banzai ! Substituant dans (A.3) et (A.4) une solution de type onde plane, i.e.,

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) , \quad (\text{A.7})$$

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{B}_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t) , \quad (\text{A.8})$$

il est facile de démontrer que:

1. $\mathbf{E}$ vibre dans un plan orthogonal au plan de vibration de $\mathbf{B}$, i.e., $\mathbf{E} \cdot \mathbf{B} = 0$
2. l'onde est transverse, i.e., $\mathbf{k} \propto \mathbf{E} \times \mathbf{B}$,

3. les amplitudes des champs électrique et magnétique sont proportionnelles: $|\mathbf{E}| = c|\mathbf{B}|$
4. L'onde est non-dispersive: sa vitesse de groupe $c_g = d\omega/dk$ est indépendante de k puisqu'ici $\omega k = c$.

Le flux instantané d'énergie (W m^{-2} dans la direction $\mathbf{k}$) associé au passage de l'onde électromagnétique est donné par le vecteur de Poynting:

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{E} \times \mathbf{B} , \quad (\text{A.9})$$

ou encore, si l'on moyenne sur une période d'oscillation/longueur d'onde:

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2\mu_0} |\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0| = \frac{c}{2\mu_0} E_0^2 . \quad (\text{A.10})$$

L'intensité (W m^{-2}) est donc proportionnelle au carré de l'amplitude.

Dans un milieu autre que le vide, non-conducteur mais polarisable, l'équation (A.5) tient toujours la route, mais on doit remplacer ε_0 et μ_0 par des valeurs appropriées au dit milieu, ε et μ , disons, ce qui permet d'obtenir la vitesse de phase (v) de l'onde électromagnétique dans ledit milieu via (A.6). L'indice de réfraction (n) est défini comme le rapport des vitesses de phase dans le vide versus le milieu:

$$n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{\varepsilon\mu}{\varepsilon_0\mu_0}} . \quad (\text{A.11})$$

Le tableau A.1 liste les indices de réfractions pour quelques substances d'intérêt. Le gros des

Table A.1: Indices de réfraction ($\lambda = 589 \text{ nm}$)

Substance	n
Air	1.000293
H	1.000132
He	1.000036
CO ₂	1.00045
Eau	1.333
Ethanol	1.361
Benzene	1.501
Ambre	1.55
Diamant	2.419
Silice (cristal)	1.458
Sel (cristal)	1.5
Verres	1.45–1.75

Gaz à 0° et 1 atm ; liquides/solides à 20°

variations provient de la permittivité ε , la perméabilité μ ne variant que très peu dans les diélectriques. L'indice de réfraction augmente quand la longueur d'onde diminue. Dans le domaine du visible l'augmentation dépasse rarement 10% en passant de 750 à 400 nm, mais s'accélère plus on s'enfonce dans l'ultraviolet.

A.2 Interfaces: transmission et réflexion

Une onde électromagnétique incidente sur un interface entre deux milieux d'indices de réfraction différents est en partie transmise, en partie réfléchi. Il est possible de calculer les fractions

transmises et réfléchies en fonction de l'angle d'incidence et des indices de réfraction caractérisant les milieux de chaque côté de l'interface. À l'interface, plusieurs contraintes de continuité sur $\mathbf{E}$ et $\mathbf{B}$ doivent être satisfaites:

- continuité de la composante de $\mathbf{E}$ tangentielle à l'interface;
- continuité de la composante de $\varepsilon\mathbf{E}$ perpendiculaire à l'interface;
- continuité de la composante de $\mathbf{B}$ perpendiculaire à l'interface;
- continuité de la composante de $\varepsilon\mathbf{B}/\mu$ parallèle
- conservation de l'énergie: à l'interface, la divergence du flux de Poynting est nulle (toute l'énergie incidente est soit transmise, soit réfléchie).

La réflexion et transmission d'une onde électromagnétique à une interface dépendra donc non seulement de sa direction de propagation $\mathbf{k}$ par rapport à l'interface (l'angle d'incidence θ_i), mais aussi de l'orientation du **plan de polarisation** de l'onde incidente par rapport au **plan d'incidence** de l'onde, soit le plan défini par sa direction de propagation $\mathbf{k}$ et la normale à l'interface. On peut distinguer deux cas limites, tel qu'illustré sur la Figure A.2: (A) $\mathbf{E}$ parallèle au plan d'incidence, et (B) $\mathbf{E}$ perpendiculaire au plan d'incidence. L'orientation de $\mathbf{B}$ suit directement de la contrainte $\mathbf{k} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}$. Comme vous l'avez vu en PHY-2441, les contraintes de continuité énumérées ci-dessus fixent les amplitudes relatives des composantes de $\mathbf{E}$ (et $\mathbf{B}$) réfléchies (E_{0r}) et transmises (E_{0t}) par rapport à l'amplitude E_{0i} du faisceau incident. Ces rapports définissent les coefficients de réflectivité (r) et transmissivité (t). Pour des milieux diélectriques on trouve ainsi les équations de Fresnel:

$$r_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{n_i \cos \theta_i - n_t \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \quad (\text{A.12})$$

$$t_{\perp} \equiv \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\perp} = \frac{2n_i \cos \theta_i}{n_i \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}, \quad (\text{A.13})$$

$$r_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{0r}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{n_t \cos \theta_i - n_i \cos \theta_t}{n_i \cos \theta_t + n_t \cos \theta_i}, \quad (\text{A.14})$$

$$t_{\parallel} \equiv \left(\frac{E_{0t}}{E_{0i}} \right)_{\parallel} = \frac{2n_i \cos \theta_t}{n_t \cos \theta_i + n_t \cos \theta_t}. \quad (\text{A.15})$$

où n_i est l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propage l'onde incidente, n_t celui du milieu sur lequel l'onde est incidente, θ_i est l'angle d'incidence, θ_r ($= \theta_i$) l'angle de réflexion, et θ_t l'angle de réfraction du faisceau transmis, donné par la Loi de Snell-Descartes:

$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t. \quad (\text{A.16})$$

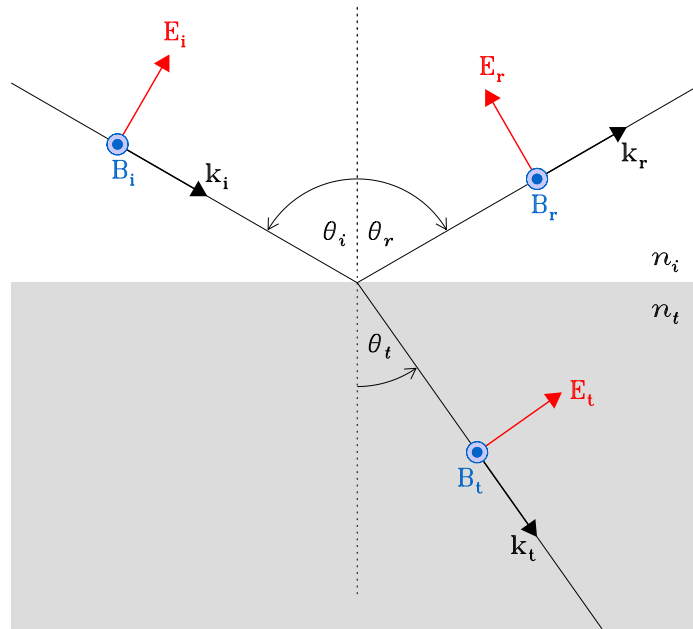
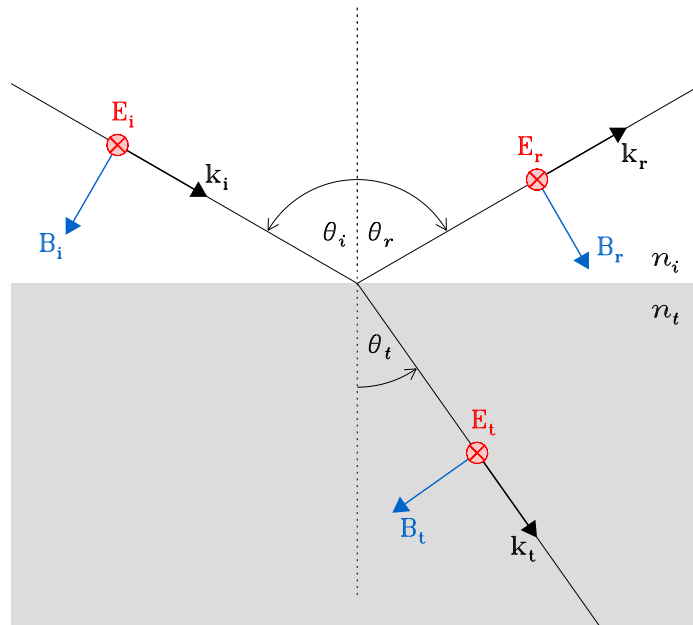
À incidence normale ($\theta_i = 0$), on trouve

$$r_{\parallel}(\theta_i = 0) = -r_{\perp}(\theta_i = 0) = \frac{n_t - n_i}{n_t + n_i}. \quad (\text{A.17})$$

Pour une interface air-verre ($n_i = 1.0$, $n_t = 1.5$), $r = 0.2$ à incidence normale; et à une interface air-eau ($n_t = 1.34$), $r = 0.145$. Le signe “-” affectant $r_{\perp}$ indique un déphasage de π par rapport à la phase de l'onde incidente.

Sous usage de la Loi de Snell-Descartes (A.16) et de plusieurs identités trigonométriques bien connues, les équations de Fresnel (A.12)–(A.14) peuvent s'exprimer sous forme plus compacte:

$$r_{\perp} = -\frac{\sin(\theta_i - \theta_t)}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \quad (\text{A.18})$$

(A) E parallèle au plan d'incidence(B) E perpendiculaire au plan d'incidenceFigure A.1: Onde électromagnétique incidente sur une interface plane entre deux milieux d'indices de réfraction n_i , n_t , ici air et verre.

$$r_{\parallel} = \frac{\tan(\theta_i - \theta_t)}{\tan(\theta_i + \theta_t)}, \quad (\text{A.19})$$

$$t_{\perp} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t)}, \quad (\text{A.20})$$

$$t_{\parallel} = \frac{2 \sin \theta_t \cos \theta_i}{\sin(\theta_i + \theta_t) \cos(\theta_i - \theta_t)}. \quad (\text{A.21})$$

En physique environnementale on s'intéressera surtout au contenu énergétique, donc à l'intensité, d'une onde électromagnétique. L'intensité étant proportionnelle au carré des amplitudes, les coefficients de réflexion et transmission pour l'intensité sont alors simplement donnés par:

$$R_{\perp} = r_{\perp}^2, \quad R_{\parallel} = r_{\parallel}^2, \quad T_{\perp} = t_{\perp}^2, \quad T_{\parallel} = t_{\parallel}^2. \quad (\text{A.22})$$

La lumière naturelle peut être décrite comme une superposition de tous les plans de polarisation orientés de manière homogène dans le plan perpendiculaire au vecteur de propagation. Si on projette sur dans les plans parallèles ou perpendiculaire à une interface, la lumière naturelle est donc 50% “ $\parallel$ ” et 50% “ $\perp$ ”. Le coefficient de réflectivité totale (R) devient alors:

$$R = \frac{1}{2}(R_{\perp} + R_{\parallel}), \quad (\text{A.23})$$

et donc, à incidence normale,

$$R(\theta_i = 0) = \frac{1}{2}(R_{\perp} + R_{\parallel}) \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2. \quad (\text{A.24})$$

Pour notre interface air-verre, $R = 0.04$, et $R = 0.02$ pour air-eau. La Figure A.2 illustre la variation de $R_{\perp}$ (rouge), $R_{\parallel}$ (bleu) et R (noir, éq. (A.23)) en fonction de l'angle d'incidence, pour une interface air-verre ($n_i = 1.0$, $n_t = 1.5$). Il est remarquable qu'aux angles d'incidence

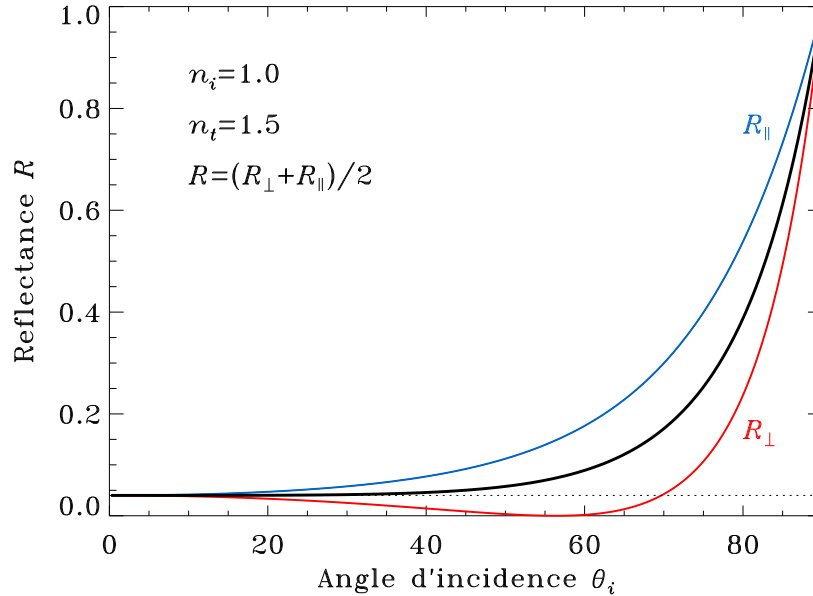


Figure A.2: Variation du coefficient de réflectivité totale pour la lumière naturelle (éq. (A.23)) en fonction de l'angle d'indice de l'onde. Les contributions $R_{\perp}$ et $R_{\parallel}$ sont tracées en rouge et bleu, tel qu'indiqué.

$\theta_i \lesssim 45^\circ$, l'augmentation de $R_{\parallel}$ avec θ_i est compensée par une diminution de $R_{\perp}$, de telle sorte que R demeure approximativement constant.

A.3 Flux et irradiance

Dans ce qui suit on aura à quantifier l'apport énergétique à un système par la radiation électromagnétique. Pour ce faire il est d'usage de définir un **flux radiatif** comme la quantité d'énergie par unité de temps ($\text{J s}^{-1} \equiv \text{W}$) émise par unité de surface par unité d'angle solide, tel qu'illustré sur la Figure Figure A.3. Un stéradian (abrévié “sr”) est l'angle solide

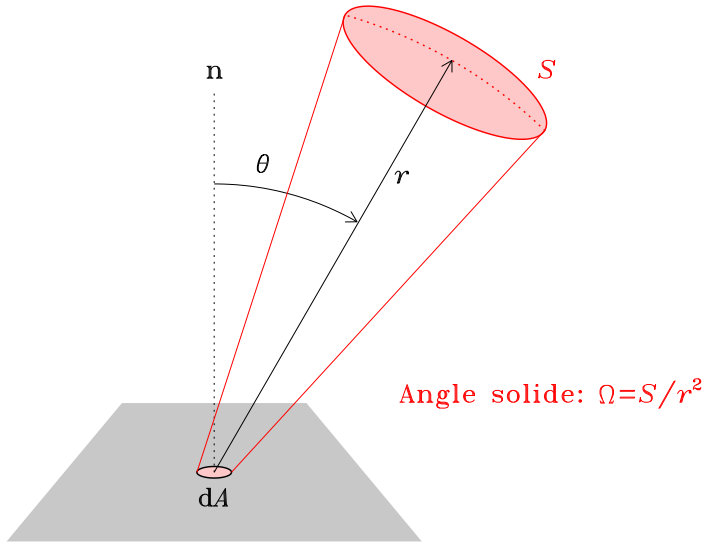


Figure A.3: Définition du flux radiatif. Un élément de surface dA émet un cône de radiation électromagnétique dont l'ouverture sous-tend un angle solide égal à l'aire S de la calotte en rouge divisé par r^2 . La géométrie est symétrique sur rotation par rapport à l'axe vertical (pointillés).

sous-tendu par une calotte sphérique de surface $S = 1 \text{ m}^2$ sur une sphère de rayon $r = 1 \text{ m}$. Un hémisphère sous-tend un angle solide de $2\pi \text{ sr}$, et la sphère complète $4\pi \text{ sr}$.

On distinguera parfois le **flux spectral** (F_λ ou F_ν), soit le flux radiatif à une longueur d'onde (ou fréquence) donnée; ses unités sont alors des $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$ par unité de longueur d'onde (ou fréquence). Le flux radiatif total est alors l'intégrale du flux spectral sur toute la plage de longueurs d'onde (ou fréquences) d'intérêt.

A.4 Le spectre électromagnétique

Les ondes électromagnétiques sont une solution de équations de Maxwell dans le vide valide pour n'importe quelle longueur d'onde ou fréquence, tant que $\lambda\nu = c$. La “lumière” du parler courant se limite à la plage de longueur d'onde $\lambda = 400\text{--}700\text{nm}$, soit une toute petite partie du **spectre électromagnétique** complet.

Au fil des années une terminologie —avec acronymes— à peu près concensuelle s'est établie pour diviser le spectre électromagnétique en **domaine spectraux**. Le Tableau A.2 en offre une compilation. Du point de vue de la physique environnementale les plages importantes vont de l'ultraviolet rapproché (300nm) et s'étendent jusqu'à $\simeq 50 \mu\text{m}$, dans l'infrarouge éloigné.

Table A.2: Domaines du spectre électromagnétique

Domaine	Acronyme	Interval spectral
Gamma	γ	≤ 0.01
Rayons-X durs	HXR	0.01–0.1 nm
Rayons-X mous	SXR	0.1–10 nm
Extrême ultraviolet	EUV	10–121 nm
Ultraviolet moyen	UV	121–300 nm
Ultraviolet rapproché	NUV	300–400 nm
Visible	Vis	400–700 nm
Proche infrarouge	NIR	700–10 ³ nm
Infrarouge moyen	MIR	1–10 μ m
Infrarouge éloigné	FIR	10–100 μ m
Micro-ondes	EHF	0.1–1 cm
	SHF	1–100 cm
	UHF	100–10 ³ cm
	VHF	10–100 m
	HF	0.1–1 km
	MF	1–10 km
Ondes radio	LF	10–100 km
	VLf	100–1000 km

La frontière à 300nm entre l’ultraviolet moyen et l’ultraviolet rapproché correspond à la plus petite longueur d’onde qui peut atteindre le sol avec une amplitude significative, les plus courtes étant complètement absorbée par l’atmosphère terrestre. La frontière numériquement spécifique à 121 nm entre l’ultraviolet moyen et extrême mérite une explication: elle correspond à la longueur d’onde de la raie spectrale Lyman- α de l’Hydrogène, qui est présente en émission dans le spectre solaire, avec une amplitude significative pour la haute atmosphère terrestre.

Annexe B

La marche aléatoire

Dans sa forme la plus simple, la marche aléatoire décrit la variation d'un déplacement $\mathbf{D}_n$ suite à une séquence de n pas $\mathbf{s}_n$ de longueur constante s mais orientés aléatoirement dans l'espace. Physiquement, on peut imaginer la longueur s du pas comme équivalente au libre parcours moyen (ℓ) d'une particule du contaminant, tandis que le "pas de temps" associé à chaque pas de la marche correspondrait au temps inter-collision moyen ℓ/v_{th} , où v_{th} est la vitesse thermique moyenne.

Nous considérerons une situation où la grandeur du pas est toujours fixe $s = \sqrt{\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}}$, mais son orientation dans l'espace est complètement aléatoire et indépendante de l'orientation du pas précédent. On parle alors d'un **processus stochastique sans mémoire**.

Le déplacement au pas n est clairement relié au déplacement du pas précédent $n - 1$ via:

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{n-1} + \mathbf{s}_n, \quad n = 1, 2, 3... \quad (\text{B.1})$$

Le carré du déplacement au pas n devient:

$$\begin{aligned} D_n^2 &= \mathbf{D}_n \cdot \mathbf{D}_n \\ &= (\mathbf{D}_{n-1} + \mathbf{s}_n) \cdot (\mathbf{D}_{n-1} + \mathbf{s}_n) \\ &= D_{n-1}^2 + s^2 + 2\mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n. \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Considérons maintenant non pas une, mais l'ensemble de molécules de Brut 45 effectuant une telle marche aléatoire, et dénotons par des crochets $\langle \dots \rangle$ la moyenne effectuée sur l'ensemble des marcheurs; ceci s'appelle une **moyenne d'ensemble**, et est défini de manière générale selon

$$\langle x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M x(m), \quad (\text{B.3})$$

où $x(m)$ dénote la valeur d'une mesure x pour le m -ième membre de l'ensemble, ici de taille M . Donc, par exemple, $\langle \mathbf{D}_n \rangle$ représenterait le déplacement moyen de l'ensemble des molécules de Brut 45. Il s'agit ici d'un opérateur linéaire, satisfaisant les propriétés:

$$\langle x + y \rangle = \langle x \rangle + \langle y \rangle, \quad \langle ax \rangle = a \langle x \rangle, \quad (\text{B.4})$$

où a est un coefficient numérique quelconque. Appliquons maintenant cet opérateur à l'éq. (B.2):

$$\begin{aligned} \langle D_n^2 \rangle &= \langle D_{n-1}^2 + s^2 + 2\mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle, \\ &= \langle D_{n-1}^2 \rangle + \langle s^2 \rangle + \langle 2\mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle, \\ \langle D_{n-1}^2 \rangle + s^2 + 2\langle \mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle. \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

la seconde égalité suivant de la linéarité notre opérateur de moyenne d'ensemble. Si chaque marche est vraiment aléatoire, sans mémoire, et qu'aucune "communication" n'existe entre les

marcheurs leur permettant de synchroniser leurs marches individuelles, alors chaque marche est statistiquement indépendante des autres; autrement dit l'angle entre $\mathbf{D}_{n-1}$ et $\mathbf{s}_n$ est distribué équiprobablement dans $[0, 2\pi[$ sur l'ensemble des marcheurs. Donc on aura

$$\langle \mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle = 0 , \quad (\text{B.6})$$

d'où

$$\langle D_n^2 \rangle = \langle D_{n-1}^2 \rangle + s^2 . \quad (\text{B.7})$$

Si l'on suppose maintenant que $\mathbf{D}_0 = 0$, alors on aura:

$$\langle D_1^2 \rangle = s^2 , \quad (\text{B.8})$$

$$\langle D_2^2 \rangle = \langle D_1^2 \rangle + s^2 = 2s^2 , \quad (\text{B.9})$$

$$\langle D_3^2 \rangle = \langle D_2^2 \rangle + s^2 = 3s^2 , \quad (\text{B.10})$$

$$\dots = \dots \quad (\text{B.11})$$

et donc après n pas:

$$\langle D_n^2 \rangle = n s^2 , \quad (\text{B.12})$$

et ce même si

$$\langle \mathbf{D}_n \rangle = 0 . \quad (\text{B.13})$$

Maintenant, si l'on interprète le décompte n des pas comme une variable temps cette expression nous indique que le déplacement quadratique moyen augmente linéairement avec le temps, d'où:

$$\sqrt{\langle D_n^2 \rangle} = \sqrt{n} s . \quad (\text{B.14})$$

Ceci s'appelle la **moyenne quadratique** du déplacement. Quelques points importants à retenir de tout ceci:

- L'hypothèse cruciale de l'analyse est l'éq. (B.6), qui n'est valide que pour un processus stochastique sans mémoire;
- À trictement parler, l'éq. (B.14) tient seulement dans la limite d'un nombre de marcheurs tendant vers l'infini; mais on verra sous peu que ça marche assez bien pour des N très loin de l'infini!
- Rien dans le développement ne dépend de la dimensionnalité de l'espace dans lequel se fait la marche aléatoire; l'équation (B.14) est identique en 1D, 2D, 3D, etc.

La Figure B.1 illustre quelques marches aléatoires en 2D, chacune de 100 pas. Le cercle tracé a un rayon égal à la taille du déplacement quadratique moyen attendu, soit ici $R = \sqrt{\langle D_{100} \rangle} = 10s$. La nature statistique de l'argument ressort très clairement ici; les marcheurs bleu et mauve ont atteint des rayons $> 10s$, tandis que pour les marcheur rouge et vert la distance du point de départ est $< 10s$. Néanmoins, même pour un si petit ensemble de seulement 4 membres, on a ici tout de même $R = \sqrt{\langle D_{100} \rangle} \simeq 8.8s$. Pas si mal!

Marche aleatoire (100 pas)

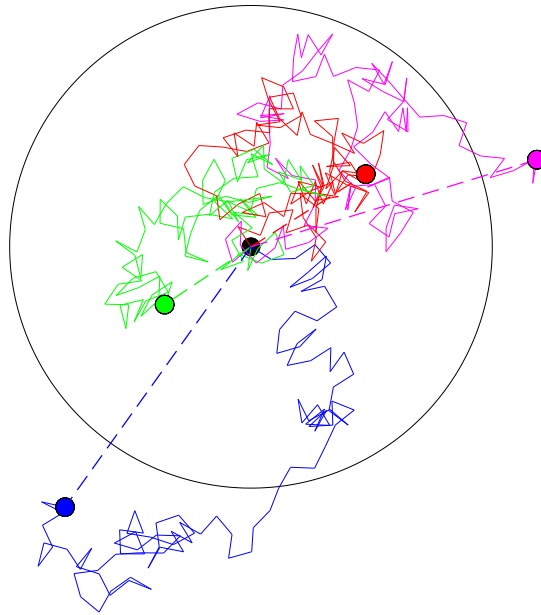


Figure B.1: Quatre marches aléatoires de $n = 100$ pas, en deux dimensions spatiales. Tous les marcheurs débutent au point noir au centre, et le cercle correspond à un déplacement $D \equiv \sqrt{\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}} = \sqrt{n} = 10$.

Annexe C

Viscosité et couches limites

La force visqueuse dans l'écoulement d'un fluide comme l'eau ou l'air est une forme de friction qui est généralement négligeable en contexte environnemental, sauf quand le fluide s'écoule le long d'une surface rigide, dans lequel cas la condition limite $\mathbf{u} = 0$ à la paroi génère localement de très forts gradients de vitesse, qui se retrouvent alors fortement affectés par la viscosité. Ceci causera alors un ralentissement du fluide, qui potentiellement peut en venir à affecter tout l'écoulement.

La description mathématique de la force visqueuse est en général est plutôt complexe, mais l'idée est facile à saisir dans le cas d'un **écoulement plan cisailé**:

$$\mathbf{u} = u_x(z)\mathbf{e}_x, \quad u_x(z) = u_0 \left(\frac{z}{L} \right). \quad (\text{C.1})$$

On peut visualiser mentalement un tel écoulement comme une empilade de minces lamelles horizontales de fluide se déplaçant horizontalement à une vitesse constante en x mais augmentant linéairement avec leur position en z dans la pile. Ce genre d'écoulement est appelé **laminaire**, par opposition aux écoulements turbulents. Le diagramme de gauche sur la Figure C.1 illustre le concept.

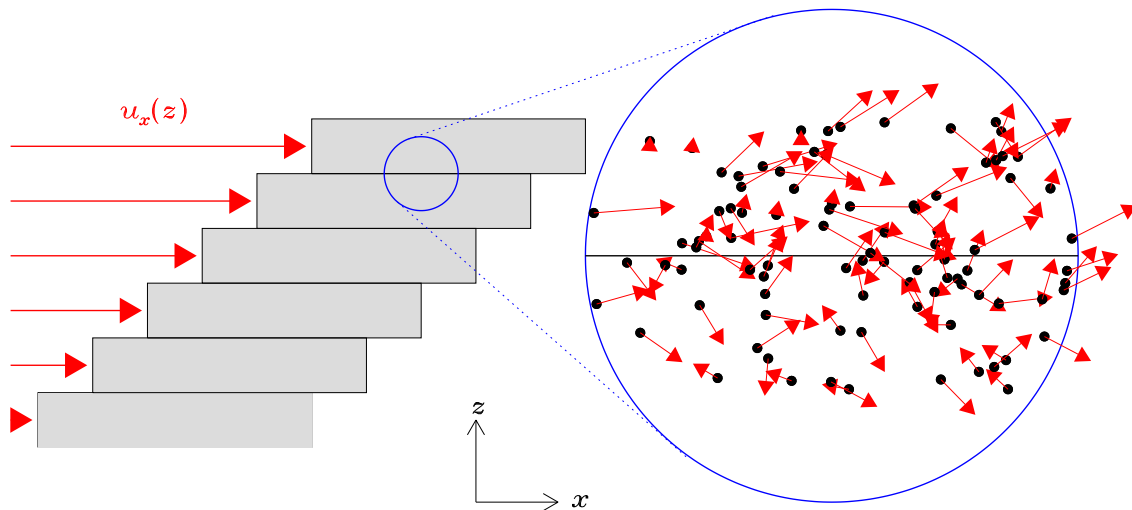


Figure C.1: Origine microscopique et conséquences de la la viscosité dans un écoulement plan cisailé.

Descendons maintenant à l'échelle microscopique et examinons ce qui se passe à l'interface

entre deux lamelles (cercles bleus). Les “particules” composant le fluide ont une vitesse qui peut être décomposée en deux contributions:

- une composante thermique orientée aléatoirement, et
- une composante non-thermique pointant ici systématiquement dans la direction positive de l’axe- x .

Typiquement la composante thermique est $\gg$ la composante systématique, ce qui n’est pas le cas sur le diagramme de droite de la Fig. C.1 mais bon c’est pour des raisons pédagogiques...

Considérons maintenant ce qui se produit quand les perpétuelles collisions interparticules dues à leur mouvement thermique font passer une particule de la lamelle du haut vers celle du bas; cette particule a un excès de quantité de mouvement en x (p_x) par rapport à ses nouveaux voisins, et cet excès sera subséquemment redistribué collisionnellement aux particules de la lamelle inférieure. Similairement, une particule passant de la lamelle du bas à celle du dessus se retrouve avec un déficit de p_x , qui sera graduellement compensé par collisions, mais au dépend du p_x des particules de la lamelle du haut. Dans les deux cas, on transfère du p_x de la lamelle du haut vers celle du bas, à un taux constant déterminé par la densité des particules, leur vitesse thermique, leur libre parcours moyen, etc. À l’échelle macroscopique ceci correspond au **stress visqueux**, soit une force par unité de surface agissant *tangentiellement* à la surface de contact entre les deux lamelles de fluide. Dans la situation de la Figure C.1 on écrirait ce stress comme:

$$\mathbf{s}_x = -\rho\nu A \frac{\partial u_x}{\partial z} \mathbf{e}_x, \quad [\text{N m}^{-2}], \quad (\text{C.2})$$

où ν est le coefficient de **viscosité cinématique** (unités: $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$). Pour l’eau, on a $\nu \simeq 10^{-6} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$, tandis que pour l’air à TPN $\nu \simeq 1.5 \times 10^{-5} \text{m}^2 \text{s}^{-1}$. Ce n’est *pas* un accident numérique que ces valeurs ressemblent fort à celles des valeurs nominales caractérisant nos coefficients de diffusion dans l’air et l’eau (Tableau 4.1); dans les deux cas, c’est le mouvement thermique des constituants microscopiques qui ultimement fait tout le travail.

Pour avoir une force nette en Newton, on n’a qu’à multiplier cette expression par la surface de contact A entre deux lamelles contigües:

$$\mathbf{F}_\nu = \mathbf{s}_x A. \quad (\text{C.3})$$

L’importance de la force visqueuse par rapport à l’inertie du fluide se mesure par une quantité adimensionnelle appelée **Nombre de Reynolds** qui, en analogie à notre nombre de Peclet, s’obtient par analyse dimensionnelle de l’équation de Navier-Stokes gouvernant la dynamique des fluide; ce qui dépasse le cadre de ce cours¹, mais le résultat de la manoeuvre est:

$$\text{Re} = \frac{u_0 L}{\nu}. \quad (\text{C.4})$$

Pour notre rivière de la §??, on avait $u_0 = 1 \text{m s}^{-1}$ et $h = 30 \text{m}$, ce qui conduit à un gigantesque $\text{Re} = 3 \times 10^7$, suggérant que la viscosité puisse être négligée. Ceci s’avère être le cas pour le gros du fluide, mais pas près du fond ou des bords de la rivière. Aux bords d’un écoulement confiné par des parois (rigide ou à peu près), la viscosité interdit tout mouvement du fluide par rapport aux parois, et donc y doit y avoir $\mathbf{u} = 0$.

C.1 La couche limite

Quand le $\text{Re} \gg 1$, comme pour notre rivière, la transition de la vitesse globale u_0 du fluide vers zéro aux paroi s’effectue à travers une très mince **couche limite** adjacente aux parois. La Figure C.2 illustre l’idée, ici pour un fluide s’écoulant “librement” le long d’une surface plane. Dans le cadre de la théorie dite de Prandtl-Blasius², on peut montrer que l’épaisseur Δ de cette

¹Mais pas celui de PHY-3140 !

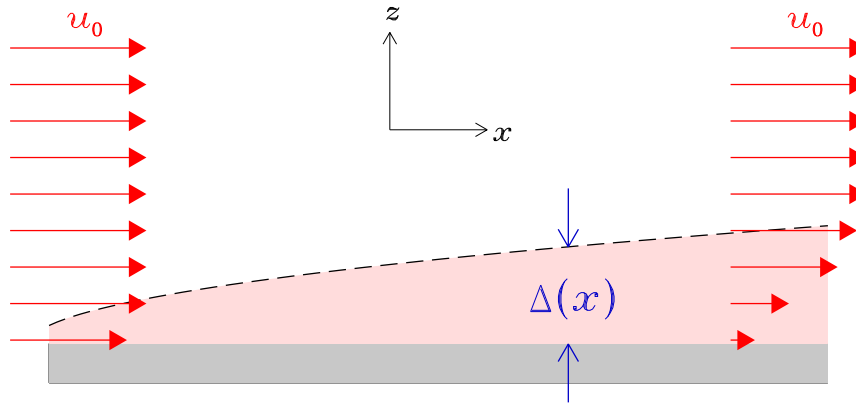


Figure C.2: Développement d'une couche limite visqueuse lorsqu'un fluide s'écoule le long d'une surface plane et ralentit en raison de son frottement (la viscosité) contre la surface. L'épaisseur $\Delta(x)$ de la couche à l'intérieur de laquelle le fluide ralentit augmente en $\sqrt{x}$ de l'amont vers l'aval (voir texte).

couche de ralentissement fluide croît à mesure que l'on se déplace de l'amont vers l'aval, selon la relation:

$$\Delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{u_0}}. \quad (\text{C.5})$$

Si on considère une situation où la couche limite se développe sur une étendue L dans la direction x , alors il est facile de calculer

$$\begin{aligned} \bar{\Delta} &= \frac{1}{L} \int_0^L \sqrt{\frac{\nu x}{u_0}} dx \\ &= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\nu L}{u_0}}. \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Le profil de $u_x(z)$ ne peut cependant pas être exprimé analytiquement, mais doit être obtenu numériquement. Notons qu'en présence d'une force extérieure agissant horizontalement sur le fluide, comme un gradient de pression, la couche limite se stabilise à une épaisseur constante, toujours $\propto \sqrt{\nu/u_0}$, une fois que le stress visqueux équilibre la force extérieure.

Dans la limite opposée $\text{Re} \ll 1$, l'effet de la viscosité se fait sentir à travers tout le fluide, ce qui conduit à des profils d'écoulement très différents du cas $\text{Re} \gg 1$. Ce serait le cas, par exemple, pour l'écoulement du sang dans les capillaires ($u_0 \simeq 0.5 \text{ mm s}^{-1}$, $\nu \simeq 4 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, diamètre $d \simeq 10 \mu\text{m}$, conduisant à $\text{Re} \simeq 10^{-4}$). La Figure C.3 illustre schématiquement le profil d'écoulement dans un conduit rectiligne à bas et haut Re .

Notons finalement que si la turbulence est présente, on peut construire un coefficient de **viscosité turbulente** de la même manière que pour la diffusivité turbulente (4.66), et c'est la grandeur de cette viscosité turbulente qui contrôlera l'épaisseur des couches limites.

C.2 Couche limite turbulente

À marée basse, la profondeur de la Baie des Mines ne dépasse pas 25m, avec une profondeur moyenne de 14.5 m, à laquelle vient s'ajouter un 16m supplémentaire au pic de la marée haute. Pour des dimensions horizontales de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres, l'écoulement de l'eau sur le fond marin s'apparente ainsi à l'écoulement d'une couche "mince" de fluide, dans

²théorie qui est évidemment développée en détail en PHY-3140 "Hydrodynamique"...

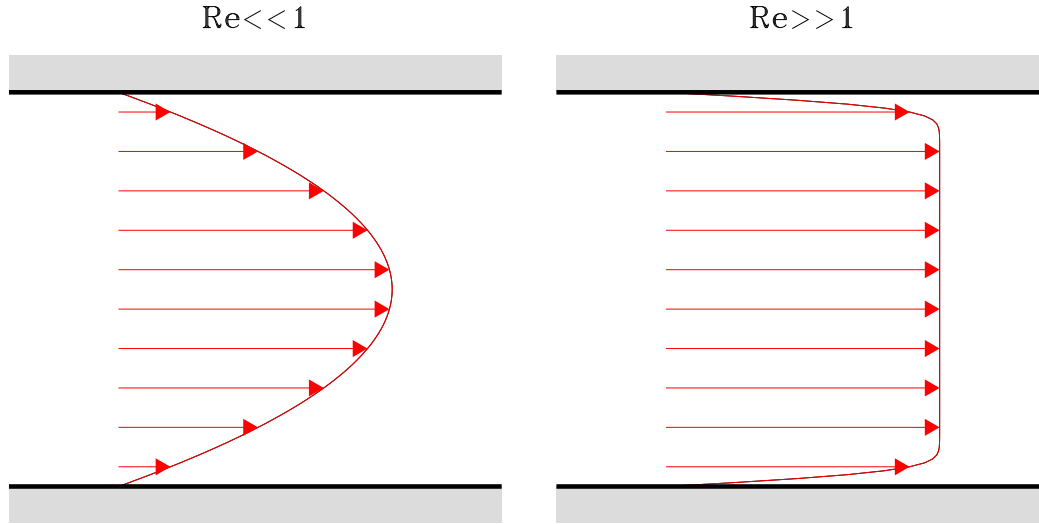


Figure C.3: Représentation schématique du profil d'écoulement dans un conduit rectiligne, à bas (gauche) et haut (à droite) Nombre de Reynolds. Le profil parabolique à gauche est typique des écoulements à bas Re . Dans ce second cas, la transition vers $u = 0$ près des parois se fait à travers une très mince couche limite leur étant adjacente, l'écoulement demeurant à vitesse constante partout ailleurs.

lequel cas on s'attend à ce que l'interaction avec le fond affecte la couche fluide sur toute son épaisseur. Utilisant cette profondeur moyenne comme longueur caractéristique et $u \sim 5 \text{ m s}^{-1}$, on arrive à un Nombre de Reynolds $\simeq 10^7$, ce qui suggère que l'interaction de l'écoulement avec le fond produira une turbulence bien développée. Pour une mince couche de fluide, le profil vertical de la vitesse moyenne horizontale correspond à celui d'une **couche limite turbulente**, dont la théorie a été développée originellement par Ludwig Prandtl et Theodore von Kármán en contexte aérodynamique³. Si la profondeur du bassin varie sur des longueurs caractéristiques beaucoup plus grandes que l'épaisseur de la couche fluide, alors ce profil est bien décrit l'équation différentielle

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{u_*}{k z}, \quad (\text{C.7})$$

où $k \simeq 0.4$ est la constante de von Kármán, $z = 0$ correspond au fond, et u_* est une vitesse horizontale caractéristique dans la couche limite visqueuse, estimable par analyse dimensionnelle:

$$u_* = \sqrt{\frac{s_x}{\rho}} \sim \sqrt{\frac{\nu_T}{H}}, \quad (\text{C.8})$$

où s_x est la grandeur du stress de cisaillement vertical (voir éq. (C.2)), H l'épaisseur de la couche de fluide, et ν_T un coefficient de viscosité turbulente. L'équation (C.7) s'intègre facilement:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \log z + B, \quad (\text{C.9})$$

où B est une constante d'intégration. Si on pose $u = u_0$ à $z = H$, on obtient

$$u(z) = u_0 + \frac{u_*}{k} \log \left(\frac{z}{H} \right), \quad z > 0. \quad (\text{C.10})$$

Le point important ici est que pour $0 < z \leq H$, u est maximal en surface⁴.

³Théorie évidemment couverte en PHY-3140 *Hydrodynamique*!

⁴Les plus attentif.ve.s auront remarqué que (C.10) diverge dans la limite $z \rightarrow 0$, i.e., quand on approche du fond, là où pourtant on devrait avoir $u \rightarrow 0$. Mathématiquement, ceci résulte directement de la présence de z au

Ceci motive donc le design de turbines marémotrices opérant en surface, plutôt que dans le style d'une éolienne sous-marine ancrée au fond marin.

dénominateur du membre de droite de (C.7). Physiquement, on se débarrasse de cette divergence en “collant” une couche limite purement visqueuse entre le fond et la base de la couche limite turbulente, afin d’assurer $u = 0$ au fond; la procédure est décrite en détail... eh oui, en PHY-3140 *Hydrodynamique*, yéé...