Université de Montréal

PHY 2100 – Physique environnementale

La thermorégulation du coureur de fond

par :
Léo Gauthier-Torres
20240872

3 mai 2024

1 Introduction

Le record du monde du marathon est présentement détenu par le Kényan Kelvin Kiptum qui l'a complété en 2 heures et 35 secondes [9]. Un tel niveau d'athléticisme n'est atteignable que par une minime fraction de la population, on peut donc dire que ces gens sont presque littéralement des extra-terrestres tant leur corps fonctionne d'une façon beaucoup plus extrême que celui du commun civil. Pour la personne moyenne, un marathon est quand même un accomplissement atteignable avec beaucoup d'entrainement et de détermination. Ce qu'elle a en commun avec les plus grands, c'est que les mécanismes qui régule la chaleur émise et absorbée de son corps reste fondamentalement les mêmes. Dans ce texte, il sera question d'étudier plus en détail les mécanismes de thermorégulation d'un coureur de fond et d'observer l'effet de sa masse, de la température extérieure et d'autres paramètres environnementaux sur ses performances. En premier temps, des équations mathématiques qui représentent la thermorégulation seront présentées et chaque terme sera précisément discuté. Ensuite, chacun de ces termes qui contribue aux performances de l'athlète doivent eux aussi être représentés par d'autres équations. Une fois armé d'un bon bagage théorique, une simulation d'un marathon sera présentée où la température apparente de l'air sera illustrée en fonction de l'humidité relative puis comparée si certains paramètres initiaux sont changés.

2 Différents termes

2.1 Absorption de chaleur

Les facteurs qui font que le corps absorbe de la chaleur sont nombreux et ont tant une nature environnementale que physiologique. Pour commencer, on retrouve le taux de chaleur métabolique qui est le taux de conversion d'énergie chimique du corps en chaleur [1]. Lorsque le corps est en mouvement, il faut prendre en compte que 1 kilocalorie est dépensée à chaque km pour chaque kg du coureur [6] (équation 1). Ici, l'aire de Dubois est définie comme la surface d'un humain et est calculée avec la formule 7, où h est la taille du sujet en cm et m la masse en kg. Ceci nous donne un taux métabolique plus représentatif d'un coureur de marathon. Par contre, nous avons besoin ici du temps nécessaire pour compléter la distance voulue. Dans le cas d'une personne en forme, sans être un athlète de haut niveau, il sera convénient d'adopter un temps raisonnable, soit entre 3h30 et 4h30, mais pour un athlète haut-niveau, un temps approprié serait 2h10-2h30. Pour être encore plus réaliste, il est connu que l'énergie produite par le métabolisme est convertie à 75% en chaleur alors que le reste se transforme en énergie mécanique [2]. Dans sa description du taux métabolique, Monteith ne spécifie pas s'il inclue le travail mécanique ou pas, mais dans plusieurs autres sources oui. Nous considérerons donc pour la suite que le 3/4 de l'énergie produite par le métabolisme se transforme en chaleur à évacuer.

$$M = M_b + \frac{4184J}{kg \cdot km} \times \text{masse (kg)} \times \text{distance (km)} \times \text{temps}^{-1} \text{ (s)} \times A_{\text{Dubois}}^{-1} \tag{1}$$

Ensuite, le taux de chaleur de stockage (S) est simplement la chaleur emmagasinée dans le corps. Pour des homéothermes, ce qui inclue les humains, cette valeur reste constante. Si elle venait à augmenter rapidement, par exemple, cela voudrait dire que le corps n'est plus capable d'émettre convenablement sa chaleur et l'équilibre serait rompu, ce qui engendrerait des problèmes de santé assez rapidement. Techniquement, cette chaleur se calcule en prenant compte du changement de température du corps et au changement de taux de chaleur métabolique. Il est important de comprendre que S peut augmenter et que c'est comme cela que le corps compense lors du démarrage de l'activité physique. Justement, Monteith nous dit qu'elle est appropriée dans l'équation du transfert raidatif seulement pour les courtes activités intenses et qu'à la longue, elle n'a pu sa place.

Après, dans les facteurs environnementaux, on retrouve la radiation net (R_n). Elle se divise en 2 catégories : la radiation des ondes courtes, c'est-à-dire la radiation venant du soleil et la radiation des

ondes longues, c'est-à-dire celle venant de l'infrarouge et de la radiation de la chaleur. La radiation net dépend donc de facteurs environnementaux comme la position du soleil dans le ciel, la présence de nuage et le sol sur lequel le sujet se trouve puisque cela affecte la chaleur absorbée. Le transfert de radiation net est donc la différence entre ces 2 types de radiations qui est représentée par l'équation 2. Où α est l'albedo de la terre et R_s la source de luminosité en W/m^2. Enfin, σ est la constante de Stefan-Botlzmann et T_s et T_a sont les températures de la surface et de l'air respectivement. Plus tard, nous ne considérerons que la radiation nette isotherme pour notre coureur, ce qui revient à calculer simplement la radiation des ondes courtes, donc celle qui provient du rayonnement du soleil. Il sera utile de se fier à la figure 4.5 à la page 46 des notes de cours pour considérer différentes valeurs de S_0 selon différentes positions sur le globe et différents moments de la journée.

$$R_n = (1-\alpha)S_0 + \sigma(T_a^4 - T_s^4) \tag{2}$$

Il y a aussi la convection qui se définit par un transfert de chaleur dû au mouvement de l'air ou d'un fluide de façon plus générale. Il existe 3 types de convection : libre, forcé ou mixte. Dans le cas du coureur, la convection forcé est plus appropriée puisque ntore coureur est exposé à un jet d'air sur sa peau qui dépend de la vélocité de l'écoulement, c'est-à-dire que le transfert de chaleur dû au mouvement de l'air dépend de la vitesse du vent. Mathématiquement, l'équation 8 représente ce concept avec ρ et c_p qui sont la densité et la capacité thermique de l'humain, T_p qui est la température de la peau et T_a la température de l'air. La valeur r_H est la couche de résistivité du transfert thermique qui se calcule avec l'équation 9 où d est une dimension caractéristique de l'objet, dans le cas du coureur ce serait le diamètre de son torse, κ est la diffusivité thermale de l'air et Nu le nombre de Nusselt. Nu lui-même dépend du nombre de Reynolds qui lui-même dépend de la vitesse de l'écoulement. Les équations 10 et 11 illustrent ces relations et le nombre de Nusselt peut être connu si on se réfère au tableau A.5 de l'annexe A à la page 380 du Monteith [6]. Pour calculer le nombre de Reynolds, v est la vitesse de l'écoulement, d est la même longueur caractéristique et ν est la viscosité de l'air. Ainsi, on constante rapidement que le terme de convection augmente si la vitesse du vent augmente. Dans le cas de notre coureur, les vitesses relativement basses nous permettent d'utiliser l'addition des vitesses classiques. Ainsi, si il y a un vent de 5 m/s et que la personne court à 4 m/s, le v de l'équation du nombre de Reynolds devient 9 m/s.

$$C = \frac{\rho c_p \kappa}{d}(T_p - T_a)A(\frac{vd}{\nu})^n \tag{3}$$

Le dernier facteur environnemental est la conduction (G). Celle-ci se définit par le transfert de chaleur venant du sol. Ainsi, elle est différente si notre coureur se trouve sur une piste cyclable en plein soleil ou bien dans un sentier à l'ombre. Par une bonne approximation, il serait possible de calculer la conduction comme le flux d'un corps noir avec la température du dit-sol. Aussi, Monteith nous dit que la conduction dépend du temps où le sujet est immobile sur le sol à la page 255 du livre. Dans le cas présent, le coureur est continuellement en mouvement. Pour toutes ces raisons, ce terme de transfert de chaleur sera complètement ignoré dans la suite du développement [6].

2.2 Émission de chaleur

Si seulement les facteurs d'absorption étaient considérés, notre humain entrerait en hyperthermie assez facilement. L'hyperthermie est le contraire de l'hyopthermie et se définit donc par une élévation anormale de la température du corps causé par un trouble de thermorégulation [5]. Pour éviter cet état de détresse, le corps évacue de la chaleur par 2 moyens principaux. Le premier est simplement par la respiration (λE_r). Ce mécanisme est plus important chez les animaux tels les chiens et les moutons alors qu'ils halètent pour évacuer leur chaleur [6]. Ainsi, l'évacuation d'énergie par la respiration sera négligé ici.

Ensuite, lorsque le corps est inactif, le 2e mécanisme est à peine percevable mais lorsqu'on observe un humain en mouvement, il devient dominant sur le premier. Il s'agit de la transpiration (λE_t). Ainsi,

l'efficacité de l'émission de chaleur chez un coureur se définit par sa capacité à produire de la sueur. Chez un humain normal, le taux de transpiration est d'environ 1.5 kg de sueur par heure. Chez les coureurs les plus performants, il tourne autour de 3 kg/h (Monteith, p.). Malheureusement, ce mécanisme est limité par un facteur biologique. Dans un monde utopique, un coureur de pointe n'aurait qu'à transpirer toute l'eau de son corps, s'hydrater, puis repartir comme si de rien n'était et répéter ces étapes jusqu'à la fin de l'épreuve. En réalité, ce coureur va être limité par la capacité de son estomac à absorber l'eau. Une fois cette limite atteinte, la transpiration devient impossible puisque le corps n'a plus d'eau à sécréter et notre coureur rentre rapidement en hyperthermie.

Un autre probème/limitation pour calculer cette chaleur libérée vient de l'état de la couche d'air au-dessus de notre peau. Dans un processus de vaporisation, la chaleur va de l'endroit le plus chaud vers le plus froid, c'est un principe de base dans un système voulant être en équilibre en thermodynamique. Par contre, la sueur qui est émise sous forme de vapeur vient réchauffer l'air ambiant, jusqu'à un point où l'air qui entoure le coureur est saturé, c'est-à-dire que la température entourant le coureur est la même qu'à la surface de sa peau. À ce moment, le système est en équilibre ce qui entraine le phénomène de transpiration. Ainsi, un facteur environnemental qui influence beaucoup ce mécanisme est l'humidité relative de l'air. Cette humidité est relié au ratio de la pression de vapeur sur la pression de saturation de l'eau. Ainsi, lorsque la pression exercée par la sueur est la même que celle de saturation, l'humidité relative est totale. Lorsque la pression de vapeur de la sueur est plus grande que celle de saturation, un changement de phase se produit et la sueur devient liquide. Alors, imaginons que le marathon se tient dans un endroit humide, l'équilibre de température entre la peau et l'air se fera plus rapidement et la sueur sera sécréter plus tôt dans la course.

3 Transfert de chaleur net ; une représentation mathématique

L'équation de transfert de chaleur pour un humain lorsqu'il est au repos doit nécessairement être en régime statique puisque si on veut l'approximer comme un corps noir, il doit y avoir autant de chaleur entrante qu'émise par la corps. Cela est représenté par l'équation 4 Ainsi, considérer tout les termes contribuants doit mener à une équation égale à 0. Dans le cas d'un coureur, il est approprié d'approximer que la chaleur produite par le métabolisme (M) et la radiation nette isotherme (R_{ni}) doit être complètement dissipée par la transpiration. Aussi, Monteith nous dit que ce taux de perte de chaleur par évapotranspiration est égal à une différence de température effective à travers une couche limite. Tout ceci est représentée par l'équation 5 à la page 270 du manuel. Le défi ici est de transformer le dernier terme pour qu'il soit conforme au contenu vu dans le cours de physique environnementale.

$$M + C + R_{ni} + S - \lambda E = 0 \tag{4}$$

$$M + R_{ni} = \lambda E = \rho c_p (T^*_{eo} - T^*_e)/r_{HR} \tag{5}$$

Pour commencer, détaillons chaque terme de l'équation 5. Les termes ρ et c_p sont la densité et la capacité thermique massique de l'air. T^*_{eo} équivaut à une température apparente équivalent de surface, alors que T^*_e est la température apparente équivalente de l'air. Ces températures prennent en compte le taux d"humidité dans l'air. Comme discuté dans la section d'émission de chaleur, l'humidité est un facteur important dans le taux de perte. Pour calculer ces températures, des équations et des développements assez complexes sont requis alors pour la suite des choses, le tableau 14.12 à la page 271 du Monteith sera utilisé comme référence [6]. Pour ce qui et de r_{HR}, Monteith définit ce terme comme étant une résistance au transfert de chaleur. En fait, r_H est la résistance au transfert de chaleur et r_R est la résistance au transfert radiatif. r_{HR} est donc la résistance équivalente décrite par l'équation 14. Monteith définit la résistance au transfert de chaleur comme une intégrale sur une certaine épaisseur divisée par la diffusivité thermique. À la page 32, il dit aussi que c'est l'équivalent d'un processus de diffusion dans les couches

frontières laminaires, ce qui rentre plus dans nos cordes. C'est là que nos définitions et celle du Monteith diverge. Dans notre cas, le processus de diffusion se fait à travers une mince couche d'eau (de sueur) à la surface de la peau qui est assez mince pour approximer que la conductivité est celle de l'air. Nous verrons plus tard si cette différence est justifiée. En reprenant l'équation 5 et en faisant les manipulations mathématiques montrées en annexe, on arrive à une forme plus familière, soit l'équation 6. On retrouve donc un flux diffusif dans le premier terme à gauche et un flux radiatif dans le second puisque $B = \sigma T^4$. Ce terme de flux radiatif a une allure un peu loufoque, mais fondamentalement, c'est un échange de chaleur entre 2 radiateurs multiplié par l'écart de température effective de la peau et de l'air. Puisqu'on considère que l'écart est petit, on peut dire que T est seulement la température de l'air.

$$M + R_{ni} = \chi \Delta T^* + dT^* \frac{dB(T)}{dT} = \lambda E \tag{6}$$

4 Un modèle à l'échelle

Pour essayer d'illustrer comment ce comporte l'équation de transfert de notre coureur, un modèle va être bati. L'exercice ici est de suivre la section 14.4.6 du Monteith et d'essayer d'arriver aux mêmes résultats, mais en utilisant l'équation 6. On considère un coureur de marathon professionnel qui pèse 67 kg et qui complète sa course en 2h10. Son taux métabolique contribuant à l'augmentation de température corporelle est 75 % de 836 W/m^2. Le raisonnement est le suivant : on considère le cas où la température de la peau de coureur est à 35°C et la température de l'air est la même. Ainsi, en considérant l'incrément d'humidité, il est possible de trouver la température apparente de la peau lorsque l'air juste au-dessus est saturé grâce à des analyses météorologiques [8]. Connaissant cette température effective de la peau, on peut trouver la température apparente effective de l'air correspondante à l'aide de l'équation 16. Le tableau 1 présente les valeurs des différents paramètres étudiés.

La figure 1 illustre ce qui a été dit plutôt. La courbe bleue représente la température apparente de l'air en fonction de l'humidité relative en %. Les droites verte et orange représentent les solutions de l'équation 16 pour une irradiance isotherme de 300 W/m^2 (en plein soleil, selon Monteith) et pour une irradiance nulle (journée nuageuse). Il est possible de remarquer que chaque droite rencontre la courbe bleue à un moment, ce qui correspond à une valeur d'humidité relative critique (elles sont listées dans le tableau 1). Cette limite nous dit que la température d'équilibre de la peau ne peut pas être atteinte si l'humidité relative dépasse cette valeur. Si l'équilibre n'est pas atteint, aucune transpiration ne peut être fait et donc la chaleur ne peut être dégagée. Aussi, il est possible de trouver les taux de transpiration correspondants pour les différentes radiances grâce à l'équation 17. Ces valeurs sont aussi listées dans le tableau 1. On peut remarquer que lorsque l'irradiance est plus élevée, le taux de sueur est lui-aussi plus grand. Cela peut facilement être observer en temps réel. Par expérience, je sue beaucoup plus en courant lorsqu'il y a un gros soleil tapant que lorsqu'il y a des nuages, pour la même température extérieure. Mathématiquement, cela s'explique par le fait que l'écart de température effective entre l'air et la peau est plus grand. Le taux de sueur pour une course sous un gros soleil excède de beaucoup le taux de sueur moyen de 1.5 kg/h mentionné à la section Émission de chaleur. En bref, c'est un rappel que certains facteurs environnementaux sont insurmontables peut importe l'effort physique et mental fourni et Monteith nous met aussi en garde des risques auxquels certaines personnes moins en forme peuvent faire face en courant dans des environnements plus chauds.

Malheureusement, comme le tableau 1 l'indique, les résultats trouvés ne sont pas les mêmes que ceux de Monteith et plusieurs facteurs peuvent être la cause de ces différentes. Pour commencer, la différence entre nos définitions de nos couche de résistance est un facteur à considérer. Dans la notre, seulement la taille de la goutte d'eau compte alors que Monteith lui considère une autre taille, celle du torse du coureur ainsi que sa vitesse. Il se sert aussi d'un nombre adimensionnel, le nombre de Nusselt, que nous ne touchons pas. Il y a aussi le fait que nous utilisons la conductivité de l'air plutôt que celle de l'eau alors que nous traitons de la taille d'une goutte de sueur qui peut être une approximation moins bonne.

Table 1 – **Tableau des données.** Valeurs des différentes paramètres étudiés et comparaison avec ceux que Monteith trouve (p.270).

Paramètres	$R_{ni} = 300\ W/m^2$	$R_{ni} = 0$	$R_{ni} = 300\ W/m^2$ (Monteith)	$R_{ni} = 0$ (Monteith)
T_p^* (K)	72	72	104	104
T_a^* (K)	45	54	70	79
HR_{crit} (%)	59	76	60	70
E (kg/h)	2.7	1.8	3	2.1

Je crois aussi que le fait que nous traitons de l'épaisseur de la goutte d'eau n'est peut être pas une bonne façon de faire. Comme on l'a vu, le coureur ne transpire pas directement sa sueur, il doit attendre que la pression de vapeur dépasse celle de saturation. Ainsi, c'est comme si je posais qu'il suait dès le début. Ensuite, je n'ai pas été capable de recréer parfaitement la figure 14.2 du Monteith ce qui veut dire que notre relation entre la température effective et l'humidité relative n'est pas la même. Les différences sur les températures apparentes finales trouvées viennent donc nécessairement de là. Après, parfois, je voulais vérifier ses calculs pour comparer des approximations et même là je n'arrivais pas au même résultat que lui, même en utilisant ses données. Il y a donc des développements mathématiques non-dits qui seraient peut-être intéressant d'expliciter pour faciliter la compréhension.

5 Conclusion

Pour résumer les idées présentées, notre coureur de marathon de première classe doit absolument dégager toute sa chaleur produite par son métabolisme et absorbée par l'irradiance solaire par la transpiration. Il a également été dit que l'humidité relative de l'air ainsi que la capacité de l'estomac à absorber l'eau sont des facteurs qui influencent cette perte de chaleur nécessaire. Enfin, grâce à un modèle numérique, il a été montré que passé certaines humidités critiques, soit pour une irradiance de 300 w/m^2 et pour une irradiance nulle, notre coureur est en danger et ne peut soutenir les taux de perte de sueur pour très longtemps sans tomber en hyperthermie. Ce qui pourrait être intéressant pour la suite serait de prendre en compte les autres sources de chaleur comme la convection. Aussi, améliorer le modèle en cherchant une définition plus équivalente de l'équation du transfert de chaleur de Monteith serait une bonne façon d'améliorer la précision des résultats.

6 Bibliographie

Références

[1] Gouvernement du Canada. *Le stress thermique dans les lieux de travail*, https ://www.canada.ca/fr/emploi-developpement-social/services/sante-securite/rapports/stress-thermique-lieux-travail.html

[2] Cheuvront, S.N., Haymes, E.M. *Thermoregulation and Marathon Running. Sports Med 31, 743–762* (2001).

[3] B. Nielsen, K. Kassow, F.E. Aschengreen. *Heat balance during exercise in the sun* (1988).

[4] R. Kenefick, S. Cheuvront, M. Sawka. *Thermoregulatory Function during the Marathon* (2007).

[5] Conseil médical du Canada. *Fièvre et hyperthermie* (2017).

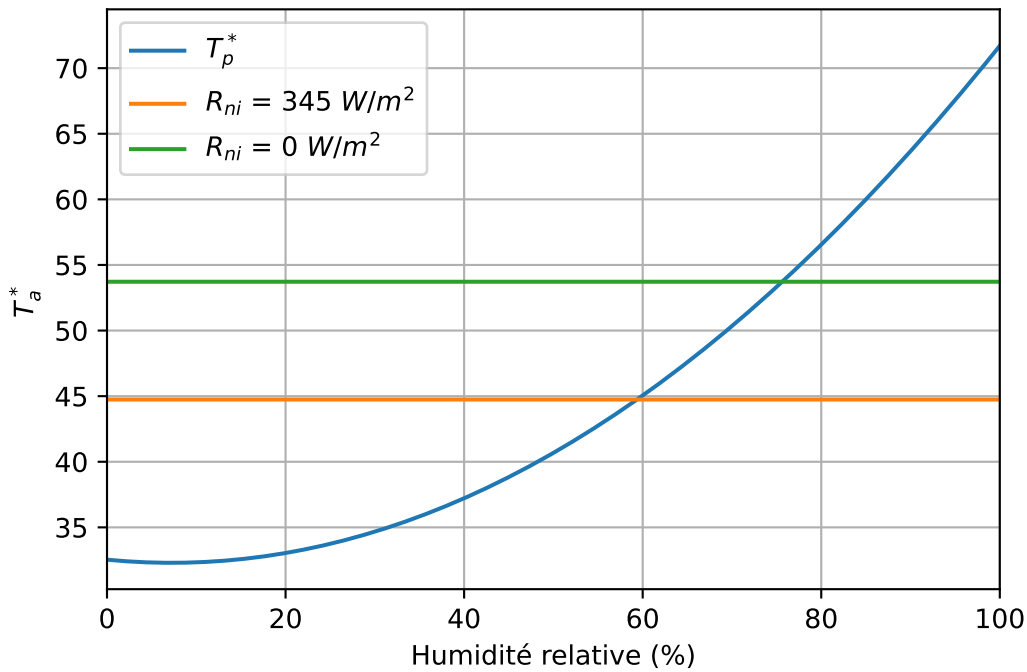

FIGURE 1 – Température apparente équivalente de l'air en $°C$ en fonction de l'humidité relative en %. Les droites sont les solutions de l'équation 16 pour différentes radiation isothermes alors que la courbe bleue est la température effective de la peau.

[6] J. Monteith, M. Unsworth. *Principles of environnemental physics, 4th edition* (2013).

[7] P. Charbonneau. *Phy 2100, physique environnementale* (2024).

[8] National Weather Service. *The Heat Index Equation*, *https* : *//www.wpc.ncep.noaa.gov/html/heatindex$_e$quation.shtml*.

[9] Olympics. *Kelvin Kiptum : The life of the extraordinary marathon world record holder that ended too soon*, https ://olympics.com/en/news/kelvin-kiptum-the-life-of-the-extraordinary-marathon-record-holder-that-ended-too-soon.

7 Annexe

7.1 Développements mathématiques

7.1.1 Taux métabolique

$$A_{Dubois} = 0.007184 \cdot h^{0.725} \cdot m^{0.425} \tag{7}$$

7.1.2 Convection

$$C = \rho c_p (T_p - T_a)/r_H \tag{8}$$

$$r_H = \frac{d}{kNu} \tag{9}$$

$$Nu = ARe^n \propto Re^n \cdot Pr^m \tag{10}$$

$$Re = \frac{vd}{\nu} \tag{11}$$

$$C = \frac{\rho c_p \kappa}{d}(T_p - T_a)ARe^n = \frac{\rho c_p \kappa}{d}(T_p - T_a)A(\frac{vd}{\nu})^n \tag{12}$$

7.1.3 Transpiration

$$\begin{aligned} \lambda E &= \frac{[W]}{[m^2]} = q_T \\ E_t &= A_{Dubois} \cdot q_T/\lambda \times \frac{3600s}{h} \\ &= [kg]/[h] \end{aligned} \tag{13}$$

7.1.4 Transfert total du coureur

$$r_{HR} = \Big(\frac{1}{r_H} + \frac{1}{r_R}\Big)^{-1} \tag{14}$$

$$\begin{aligned} M + R_{ni} &= \frac{\rho c_p (T_p^* - T_a^*)}{r_H R} = \rho c_p (T_p^* - T_a^*)\Big(\frac{1}{r_H} + \frac{1}{r_R}\Big)^{-1} = \lambda E \\ &= \rho c_p (T_p^* - T_a^*)\Big(\frac{1}{\int_0^d dz/\kappa} + \frac{4\sigma T^3}{\rho c_p}\Big) \\ &= \rho c_p (T_p^* - T_a^*)\Big(\kappa/d + \frac{4\sigma T^3}{\rho c_p}\Big) \\ &= \rho c_p \kappa \frac{(T_p^* - T_a^*)}{d} + 4\sigma T^3 (T_p^* - T_a^*) \\ &= \chi \Delta T^* + dT^* \frac{d(\sigma T^4)}{dT} \quad (\text{où } \chi = \rho c_p \kappa \text{ et } \sigma T^4 = B(T)) \end{aligned} \tag{15}$$

$$T_a^* = T_p^* - \Big(\kappa/d + \frac{4\sigma T^3}{\rho c_p}\Big)^{-1}(M_b + R_{ni})/\rho c_p \tag{16}$$

$$E = \frac{1}{\lambda}\rho c_p (T_p^* - T_a^*)\Big(\kappa/d + \frac{4\sigma T^3}{\rho c_p}\Big) \tag{17}$$

7.2 Code Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

#————————————stats du coureur————————————
m = 67 #kg
h = 175 #cm
t = 21 #annees
d = 0.33 #m
#A = np.pi*0.01*h*d + 2*np.pi*(d/2)**2
```

```
A = 0.007184 * h**0.725 * m**0.425 #surface de Dubois
dist = 42.2 #km
t_marathon = 130*60 #secondes

#----------------Constantes importantes----------------
nu = 16e-6 #viscosite de l'air
rho = 1.2 #densite de l'air
c_p = 1006 #capacitÃ© thermique massique air
chi = 0.026 #conductivite de l'air
kappa = 2.22e-5 #diffusivite de l'air

n = 0.6 #cst pour Nu
A_1 = 0.24 #cst pour Nu
v = 5.4 #vitesse relative du coureur, m/s

T_p = 35 + 273.15 #T de la peau, K
T_a = 35 + 273.15 #T de l'air, K

alpha = 0.31 #albedo moyen
S = 435 #Flux du soleil, W/m^2
sig = 5.67e-8 #cst de stefan-boltzmann


d1=0.001 #taille moyenne d'une goute d'eau, m
lam = 2257e3 #Chaleur latente d'evaporation de l'eau, J/kg
rho_e = 997 #densite de l'eau, kg/m^3
c_p_e = 4180 #capacitÃ© thermique massique de l'eau, J/Kkg
chi_e = 0.604 #conductivite thermique de l'eau

#----------------Metabolic rate-----------------
BMR = 13.75*m + 5.0033*h - 6.755*t + 66.473 #m en kg, h en cm, t en annees
M_BMR = BMR*4184/(86400*A)
M_b = 4184 * dist * m /(A*t_marathon)
print("Taux du mÃ©tabolisme total:",M_b)

#----------------Convection-----------------------
Nu = A_1*(v*d/nu)**n

C = chi/d*(T_p - T_a)*(A_1*(v*d/nu)**n)

print("Convection:",C)

#--------------------Radiation Nette--------------------
R_n = (1-alpha)*S + sig*T_a**4 - sig*T_p**4 #- sig*T_p**4
print("Radiation nette:",R_n)
R_ni = (1-alpha)*S

#--------------------Latent heat loss--------------------
tds = 1.5 #taux de sueur, kg/h
E_t = tds*lam/(3600*A)
```

```python

print("Perte d'evapotranspiration:",E_t)

#----------------------Transfert----------------------
RH = np.arange(0,101,0.1) #Humidite relative, %

T_p1 = (T_p - 273.15)*9/5 + 32 #C Ã  F

def T_efffct(T, RH):
    T_eff_values = np.zeros_like(RH)
    for i in range(len(RH)):
        T_eff = -42.379 + 2.04901523*T + 10.14333127*RH[i] - \
        0.22475541*T*RH[i] - 0.00683783*T**2 - 0.05481717*RH[i]**2 \
        + 0.00122874*T**2*RH[i] + 0.00085282*T*RH[i]**2 - 0.00000199*T**2*RH[i]**2

        if T_eff < 80:
            T_eff = 0.5 * (T + 61.0 + ((T - 68.0) * 1.2) + (RH[i] * 0.094))
        T_eff_values[i] = (T_eff-32)*5/9

    return T_eff_values
T_peffv = T_efffct(T_p1, RH)

plt.plot(RH, T_peffv, label = "$T_p^*$")

T_peff = T_peffv[-1]

r_HR = 1/(kappa/d1 + 4*sig*T_a**3/(rho*c_p)) #couche de resistance du flux

T_aeff1 = T_peff - r_HR*(0.75*M_b + R_ni)/(rho*c_p)
T_aeffplot1 = np.full_like(RH, T_aeff1)
print("tempÃ©rature de la peau:", T_peff)
print("TempÃ©rature de l'air 1:", T_aeff1)

E_t1 = A*rho*c_p*(T_peff-T_aeff1)/(lam*r_HR)*3600
print("taux de sueur 1:",E_t1)

T_aeff2 = T_peff - r_HR*(0.75*M_b)/(rho*c_p)
T_aeffplot2 = np.full_like(RH, T_aeff2)
print("TempÃ©rature de l'air 2:", T_aeff2)

E_t2 = A*rho*c_p*(T_peff-T_aeff2)/(lam*r_HR)*3600
print("taux de sueur 2:",E_t2)

plt.plot(RH, T_aeffplot1, label = '$R_{ni}$ = 345 $W/m^2$')

plt.plot(RH, T_aeffplot2, label = '$R_{ni}$ = 0 $W/m^2$')

plt.grid(True)
plt.xlim(0,100)
plt.xlabel('Humidite relative (%)')
```

```
plt.ylabel('$T_a^*$')
plt.legend()
plt.savefig('T_aeff_Vs_RH.pdf')

RH_crit_index1 = np.argmin(np.abs(T_peffv - T_aeff1))

# Coordonnees x et y du point de croisement
RH_crit1 = RH[RH_crit_index1]
T_pcrossing1 = T_peffv[RH_crit_index1]
T_acrossing1 = T_aeffplot1[RH_crit_index1]
print("Valeur de RH critique:", RH_crit1)

RH_crit_index2 = np.argmin(np.abs(T_peffv - T_aeff2))
RH_crit2 = RH[RH_crit_index2]
T_pcrossing2 = T_peffv[RH_crit_index2]
T_acrossing2 = T_aeffplot2[RH_crit_index2]
print("Valeur de RH critique:", RH_crit2)
```