## Chapitre 3

# L'environnement physique

La physique environnementale se joue dans pas mal toutes les "sphères" qu'aime définir la géographie: l'ATMOsphère, l'HYDROsphère, la CRYOsphère, la LITHOsphère, et la BIOsphère. Ce chapitre offre donc un survol des propriétés physiques de ces différentes "sphères" d'intérêt.

## 3.1 L'atmosphère

L'atmosphère est cette mince couche gazeuses entourant la surface de la Terre (rayon moyen  $R_{\oplus} = 6370 \text{ km}$ ), à peine visible de l'espace (voir Figure 3.1). Elle n'en est pas moins essentielle à pas mal toute vie sur Terre, directement ou indirectement. Dans la majorité des questions



Figure 3.1: L'atmosphère terrestre vue de l'espace. Source: NASA.

pertinentes à la physique environnementale, on ne s'intéressera qu'à la **troposphère**, soit le premier  $\simeq 10 - 12 \,\mathrm{km}$  de l'atmosphère, et plus occasionellement à la **stratosphère**, couche supérieure à la troposphère (épaisseur  $\sim 10 \,\mathrm{km}$ ) et s'étendant jusqu'à  $\simeq 50 \,\mathrm{km}$  d'altitude<sup>1</sup>.

La composition chimique moyenne du gaz atmosphérique est présentée au Tableau 3.1, ordonnée en fonction de la masse totale de chaque constituant. Seul les 10 premiers constituants (en masse totale) sont listés. À eux seul, l'azote moléculaire  $(N_2)$  et l'oxygène moléculaire  $(O_2)$  comptent pour 98.75% de l'atmosphère, en masse. Ce qui n'implique cependant pas que les autres constituants comme la vapeur d'eau  $(H_2O)$  ou le dioxyde de Carbone  $(CO_2)$ , soient à négliger; on verra plus loin que ces constituants, même mineurs en fraction de masse, dominent l'opacité de l'atmosphère terrestre dans l'infrarouge. L'Hydrogène, de loin l'élément

Constituent	$\mu$	fraction volumique	masse totale $[10^9 \text{ kg}]$
Total	28.97		$5.136 \times 10^{9}$
Air sec	28.96	1.0	$5.119 \times 10^9$
$N_2$	28.01	0.7808	$3.870 \times 10^{9}$
$O_2$	31.99	0.2095	$1.185 \times 10^9$
Ar	39.95	0.00934	$6.59  imes 10^7$
$H_2O$	18.02	variable	$1.7 \times 10^7$
$\rm CO_2$	44.0	$391 \text{ppm}^*$	$2.96  imes 10^6$
Ne	20.18	18.18ppm	$6.48  imes 10^4$
Kr	83.8	1.14ppm	$1.69  imes 10^4$
$CH_4$	16.04	$1.92 \text{ppm}^*$	$5.23  imes 10^3$
He	4.00	5.24ppm	$3.71  imes 10^3$
O <sub>3</sub>	47.99	variable	$3.3 \times 10^3$
1 0000			

Table 3.1: Composition chimique de l'atmosphère terrestre

\* valeur en 2023

chimique le plus abondant dans l'Univers, ne fait même pas le "top-10", avec une maigre fraction volumique de 0.5ppm. Le peu d'Hydrogène se trouvant dans l'atmosphère résulte principalement de la dissociation de molécules comme H<sub>2</sub>O ou CH<sub>4</sub>. Par contre, les gaz nobles (colonne de droite du tableau périodique) sont abondamment représentés. Ceci est dû au fait qu'ils ne réagissent pas chimiquement, et donc ne se sont pas retrouvés "capturé" dans des molécules plus lourdes, comme dans le cas de l'Hydrogène. L'Hélium, étant moins dense que l'air, s'échappe graduellement l'atmosphère vers l'espace, et les abondances mesurées reflètent principalement la désintégration- $\alpha$  d'isotopes radioactifs comme l'Uranium ou le Radium dans la croûte terrestre.

#### 3.1.1 L'équilibre hydrostatique

En très bonne première approximation, la dynamique atmosphérique peut se décrire comme deux équilibres: (1) dans l'horizontale, des vents propulsés par la différence de température pôles-équateur, finissant dans une configuration où un gradient horizontal de pression équilibre la force de Coriolis; c'est l'**équilibre géostrophique**; (2) dans la verticale, une structure statique (pas ou peu de vents verticaux) résultant d'un équilibre entre le gradient vertical de pression et la force gravitationnelle agissant sur un volume de fluide atmosphérique; c'est l'**équilibre hydrostatique**.

Considérons, tel qu'illustré schématiquement sur la Figure 3.2, un élément de fluide (air) de densité  $\rho$  et de volume  $\Delta V = \Delta x \Delta y \Delta z$  en équilibre dans l'atmosphère. Cet élément de fluide ressent une force gravitationnelle  $\rho \Delta V g$  dirigée vers le bas. La pression est la force par

 $<sup>^{1}</sup>$ Dans pratiquement tout ce qui suit on utilisera "atmosphère" dans son sens vernaculaire, même si on devrait vraiment écrire "troposphère".

unité de surface ((N m<sup>-2</sup>  $\equiv$  Pa, pour "Pascal") agissant perpendiculairement à chaque surface délimitant le volume  $\Delta V$ . Sur la Figure 3.2, elle exerce donc sur chaque surface une force donnée dans l'horizontale par  $\pm p \times \Delta z \Delta y \mathbf{e}_x$ , et dans la verticale par  $p \Delta x \Delta y$ . En l'absence



Figure 3.2: L'équilibre hydrostatique. La force gravitationnelle  $\rho g \Delta V$  sur un élément de volume de fluide de densité  $\rho$  est équilibré par la différence de pression sur ses faces supérieure et inférieure (voir texte).

d'autres forces, l'équilibre des forces n'est possible que si les pressions agissant sur les faces droite et gauche sont identiques, et si la pression agissant sur la face inférieure est plus grande que celle agissant sur la face supérieure, ce qui implique que la pression doit décroitre avec z. L'équilibre dans la verticale requiert donc:

$$\Delta x \Delta y \times [p(z + \Delta z) - p(z)] = -(\rho \Delta V) g$$
  
=  $-\rho \Delta x \Delta y \Delta z g$ , (3.1)

d'où

$$\frac{p(z + \Delta z) - p(z)}{\Delta z} = -\rho g .$$
(3.2)

Dans la limite infinité simale  $\Delta z \rightarrow 0$  ceci devient

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\rho g \ . \tag{3.3}$$

C'est l'équation de l'équilibre hydrostatique. Sa solution p(z) exige cependant que l'on spécifie comment varie la densité  $\rho$  soit avec l'altitude z, soit avec la pression. Cette dernière est reliée à la densité  $\rho$  via une équation d'état, qui dans le cas d'un gaz parfait est simplement

$$p = \frac{\rho k_B T}{\mu m_p} g . \tag{3.4}$$

où  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \,\mathrm{J \, K^{-1}}$  est la constante de Boltzmann,  $\mu = 29$  le poids moléculaire moyen de l'atmophère, et  $m_p = 1.673 \times 10^{-27} \,\mathrm{kg}$  la masse du proton. Le gaz atmosphérique n'est pas un gaz parfait, ses constituants moléculaires ayant des niveaux de rotation et vibration (on y reviendra plus loin), mais aux températures de la basse atmosphère ces transitions ne sont que rarement excitées par les collisions produites par le mouvement thermique, donc l'éq. (3.4) est une bonne approximation. Cependant, la solution de l'équation (3.3) exigera alors que l'on puisse spécifier comment varie la température (T) avec l'altitude z.

#### 3.1.2 L'atmosphère plan parallèle isotherme

Si l'épaisseur de l'atmosphère est  $\ll R_{\oplus}$ , alors on peut utiliser des coordonnées cartésiennes avec z pointant dans la direction du zénith local, et l'accélération gravitationnelle g peut être considérée comme constante, à sa valeur de surface  $g = 9.8 \,\mathrm{m \ s^{-2}}$  pour la Terre. Une telle atmosphère est dite **plan-parallèle**.

Un cas particulièrement simple, et offrant une première approximation tout à fait acceptable aux premiers 8–10km de l'atmosphère terrestre, est celui d'une **atmosphère isotherme**, soit T = constante. La substitution de (3.4) dans (3.3) conduit alors à:

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} = -\frac{p}{H}$$
, avec  $H = \frac{k_B T}{\bar{m}g}$  (3.5)

qui s'intègre maintenant facilement:

$$p(z) = p_0 \exp(-z/H)$$
 (3.6)

où  $p_0$  est la pression à la base de l'atmosphère, soit  $p_0 = 101.6$  kPa à TPN au niveau de la mer. La quantité H (dimension de longueur) est la **hauteur de colonne**, fixant l'échelle de la décroissance exponentielle de la pression (et densité) avec l'altitude z. Pour une atmosphère terrestre isotherme à T = 288 K, on trouve H = 8.36 km  $\ll R_{\oplus}$ , ce qui est cohérent avec l'hypothèse plan-parallèle.

La Figure 3.3 présente le profil de pression (noir) et température (rouge, échelle de droite) correspondant à l'atmosphère dite "standard", telle que définie par la National Atmospheric and Oceanic Administration (NOAA, É.-U.). Cette atmosphère standard n'est clairement pas isotherme, la température chutant de  $\simeq 50$  K entre altitudes 0 et 10km. Néanmoins, le profil



Figure 3.3: L'atmosphère "standard" de la National Atmospheric and Oceanic Administration (NOAA, É.-U.). Le trait pointillé correspond au profil de pression pour une atmosphère isotherme de hauteur de colonne H = 8 km, correspondant à T = 276 K.

de pression p(z) mesuré colle tout de même très bien au profil de décroissante exponentielle donné par l'éq. (3.6) pour une hauteur de colonne de H = 8.0 km (trait pointillé sur la Fig. 3.3), qui correspondrait à une température constante T = 276 K, ou 3°C. La raison est simplement que Mesuré en Kelvin, la chute de température entre 0 et 10km n'est qu'un peu moins de 20% du 287K à altitude zéro. Tant qu'on ne s'intéresse qu'à la basse atmosphère, ou aux échanges d'énergie ou de masse entre l'atmosphère et le sols ou les océans, l'atmosphère isotherme offre donc une excellente hypothèse de travail.

#### 3.1.3 Capacité thermique atmosphérique moyenne

Il sera utile, pour ce qui suit, de calculer une capacité thermique effective moyenne d'une colonne atmosphérique de section  $1 \text{ m}^2$ , que nous dénoterons  $\bar{C}_a$  (unités: J K<sup>-1</sup> m<sup>-2</sup>). Dans une atmosphère isotherme, la densité chute exponentiellement, comme le fait la pression (viz. l'éq. (3.6)). Le calcul de  $\bar{C}_a$  demande donc d'intégrer le produit  $\rho c_p$  sur la colonne atmosphérique:

$$\bar{C}_{a} = \int_{0}^{\infty} c_{p}\rho_{0} \exp(-z/H) dz 
= -H\rho_{0}c_{p} \left[\exp(-z/H)\right]_{0}^{\infty} 
= c_{p} \frac{p_{0}}{g} = 1.02 \times 10^{7} \,\mathrm{J \, K^{-1} \, m^{-2}},$$
(3.7)

où, dans la seconde égalité on a supposé que  $c_p$  est constant dans toute l'atmosphère, et dans la troisième, on a fait bon usage de notre définition de la hauteur de colonne (3.5) pour exprimer la densité à la base de l'atmosphère ( $\rho_0$ ) en terme de la pression  $p_0 = 101.4$  kPa. ATTENTION, ici  $\bar{C}_a$  est vraiment une capacité volumique exprimée en unités surfacique.

#### 3.1.4 La très haute atmosphère

Revenant à la Fig. 3.3, il est clair que quelque chose de particulier se produit au dela d'une altitude de  $\sim 10 \text{ km}$ , conduisant à la remontée de la température. L'atmosphère de la Terre s'étend en fait jusqu'à une centaine de kilomètre d'altitude; au dela, c'est l'espace. Ces couches de la très haute atmosphère terrestre jouent néanmoins un rôle non-trivial en physique environnementale, puisqu'elles absorbent la radiation ultraviolette solaire qui serait sinon très dommageable aux organismes vivant à la surface de la Terre.

La Figure 3.4 présente la structure en température de l'atmosphère terrestre, cette fois jusqu'à 120 km d'altitude. On y définit traditionnellement quatre couches, sur la base du profil de température:



Figure 3.4: Structure en température de l'atmosphère terrestre à mi-latitudes, jusqu'à 120 km d'altitude.

• La **troposphère** (altitude 9–12km), correspondant à "l'atmosphère" du langage courant tel que déjà mentionné. La température y décroit approximativement linéairement avec l'altitude;

- La stratosphère (altitude 12–50km), où la température remonte jusqu'à ~ 0°C. Ce réchauffement est causé par l'absorption de l'ultraviolet rapproché (200–400nm) par dissociation de l'ozone (O<sub>3</sub>);
- La mésosphère (altitude 50–90km), où la température retombe à  $\simeq -80^{\circ}$ C;
- La thermosphère (altitude > 90km), où la température remonte rapidement à des valeurs dépassant de loin la température de surface. Ce réchauffementest est causé par l'absorption de l'ultraviolet lointain, rayons-X, et particules énergétiques d'origine solaire, par dissociation de N<sub>2</sub> et O<sub>2</sub>.

Les démarcations entre ces différentes couches atmosphériques ne sont évidemment pas taillées au couteau. Sous 50km on observe une certaine dépendance en fonction de la latitude et des saisons; et au dela de 50km, une très forte variabilité associée à l'activité solaire.

Une dernière couche atmosphérique, l'**ionosphère** (altitude  $\simeq 40-100$  km), est caractérisée par une conductivité électrique substantielle; cette dernière peut varier en réponse aux sursauts de radiation et flux de particules énergétiques, causés par les éruptions solaires et produisant des perturbations aux communications radio (entre autres).

## 3.2 L'hydrosphère

L'eau  $(H_2O)$  est essentielle à la biosphère, et joue également un rôle majeur dans la dynamique et l'énergétique de l'atmosphère et des sols.

Le Tableau 3.2 donne la répartition de l'eau dans l'environnement terrestre. Les océans dominent évidemment le bilan, avec un volume total de  $1.35 \times 10^{18} \,\mathrm{m}^3$ , ou encore  $1.35 \times 10^{21} \,\mathrm{kg}$ . avec  $10^3 \,\mathrm{kg} \,\mathrm{m}^{-3}$  pour la densité de l'eau. La troisième colonne du Tableau liste la profondeur

Réservoir	Fraction $(\%)$	Profondeur équivalente (m)
Océans	97	2650
Glaciers et calottes glaciaires	2.2	60
Eaux souterraines	0.7	20
Lacs, fleuves et rivières	0.013	0.35
Sols humides	0.013	0.12
Atmosphère	0.0009	0.025

Table 3.2: Distribution des eaux dans l'environnement

équivalente de chaque "réservoir", si le contenu en eau était réparti uniformément sur toute la surface de la Terre  $(4\pi R_{\oplus}^2, \text{ avec } R_{\oplus} = 6371 \text{ km})$ . On en déduit déjà le potentiel d'élévation du niveau des océans pouvant résulter de la fonte des calottes glaciaires.

#### 3.2.1 Les océans

Les océans couvrent  $\simeq 71\%$  de la surface de la Terre. La masse totale de l'atmosphère étant de  $5.15 \times 10^{18}$  kg, on en déduit un rapport de masse océan:atmosphère de  $\simeq 300$ : 1. De plus, la rapport des chaleurs spécifiques volumiques ( $\rho c_p$ ) eau:air est  $\simeq 4000$ : 1. Les océans agissent ainsi comme un véritable réservoir thermique pour le climat.

Calculons la capacité thermique globale d'une colonne d'eau de profondeur h. Contrairement à l'air, l'eau est un fluide à toutes fin pratiques incompressible, dans le sens que sa densité demeure constante à  $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  (eau pure non saline) même quand la pression augmente substantiellement. Nous n'avons donc pas à intégrer le profil de densité verticalement, comme dans le cas de l'atmosphère (viz. eq. (3.7)); pour une colonne d'eau de profondeur  $d_e$ , on peut simplement écrire directement:

$$\bar{C}_e = c_p \rho_e d_e = 4.2 \times 10^6 \,\mathrm{J} \,\mathrm{K}^{-1} \,\mathrm{m}^{-2} \,, \left(\frac{d_w}{\mathrm{m}}\right).$$
 (3.8)

Poser l'égalité  $\bar{C}_a = \bar{C}_e$  conduit à la conclusion qu'une colonne d'eau de profondeur  $d_e \simeq 2$  m a la même capacité thermique globale que toute la colonne atmosphérique qui lui est superposée. Ceci est ultimement dû au fait que le produit  $\rho c_p$  est  $\simeq 4000$  plus grand pour l'eau, comparé à l'air à TPN (voir Tableau 2.1). Cette comparaison néglige évidemment plusieurs effets importants, en particulier le fait que la capacité thermique de l'air augmente significativement avec son contenu en vapeur d'eau, mais la conclusion demeure.

On verra plus loin que sur un cycle saisonnier annuel, on peut s'attendre à ce que les variations de l'insolation consuisent à des variations de température des eaux océaniques de surface s'étendant jusqu'à une profondeur de  $\sim 100$  m, ce qui implique que la capacité thermique *effective* des océans est  $\sim 50$  fois plus grande que celle de l'atmosphère; les océans sont un très puissant régulateur thermique du climat!

Comme l'eau est à toute fin pratique incompressible, le coté droit de l'équation de l'équilibre hydrostatique (3.3) est alors constant, ce qui conduit à une augmentation linéaire de la pression avec la profondeur:

$$p(z) = p_0 - \rho g z , \qquad (z \le 0) , \qquad (3.9)$$

où  $p_0$  est la pression atmosphérique au niveau de la mer (altitude z = 0). ATTENTION, dans cette expression z est une quantité négative si  $\hat{z}$  pointe vers le zénith et on pose z = 0 à la surface de l'océan. La densité de l'eau étant environ 1000 fois celle de l'air, la pression monte très rapidement quand on s'enfonce dans les océans, ou même dans un lac: à seulement z = 10 m sous l'eau, le poids de la colonne d'eau est le même que le 10km d'atmosphère produisant la pression atmosphérique à z = 0!

La Figure 3.5 montre la variation de la température océanique avec la profondeur. AT-TENTION, ici je vous expose à la tradition océanographique consistant à porter la variable dépendante, la profondeur z, sur l'axe vertical, et la variable dépendante, ici la température en rouge) sur l'axe horizontal<sup>2</sup>. La température de~ 20°C caractérisant les premiers quelques centaines de mètres de l'océan est produite par l'absorption de l'irradiance solaire, la mince couche de transition vers les températures de ~ 4°C des eaux profondes est la **thermocline**.

En plus d'un réchauffement marqué, l'irradiance solaire cause aussi une évaporation à la surface de l'océan, ce qui augmente localement la salinité (en bleu sur la Figure 3.5). L'augmentation n'est que de quelques %, mais c'est suffisant pour produire des effets dynamiques conduisant à un mélange vertical des couches superficielles. On y reviendra plus loin. Notons qu'aux pressions extrêmes des abysses océaniques, l'eau demeure dans sa phase complètement liquide sous  $4^{\circ}C$ 

#### 3.2.2 Les eaux de surface

Les eaux de surface (lacs, fleuves, rivières, sols humides), bien que ne comptant que pour une minuscule fraction de l'eau totale (voir Tableau 3.2), jouent néanmoins un rôle important dans le bilan énergétique des sols et basse atmosphère, principalement via l'évaporation, mais aussi dans le transport des nutrients, contaminants et pathogènes. L'eau est également essentielle non seulement comme milieu de vie pour les écosystèmes aquatiques et marins, mais dans la synthèse organique (voir §3.4 plus loin). Un humain en santé peut survivre 2 mois sans nourriture ; mais seulement 3-4 jours sans eau !

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Par contre je dévie de la tradition océanographique en gardant l'axe des z pointant vers le haut; il y a quand même des limites à vouloir mêler le monde...



Figure 3.5: Profils moyens de température (en rouge) et salinité (en bleu) en fonction de la profondeur dans l'océan.

#### 3.2.3 La cryosphère

Un terme spécial, la cryosphère, est utilisée pour l'eau à l'état solide dans l'environnement. Comme l'indique le tableau 3.2, les glaces contiennent ~ 2% de l'eau totale sur Terre (mais  $\simeq 80\%$  de l'eau douce!). La calotte glaciaire Antarctique à elle seule compte pour 89% du total, avec 8.8% pour la calotte du Groenland, 0.76% pour les glaciers de montagne, et 0.95% dans le permafrost. La neige est également une composante (transiente en fonction des saisons) de la cryosphère.

La neige et les glaces jouent un rôle important dans le système climatique: elles impactent la réflectivité des sols et des océans, et ont un effet d'isolation thermique important. On reviendra sur tout ça et en détail, au fil du cours.

La neige est une substance absolument fascinante. Les formes que peuvent prendre ses cristaux sont pratiquement infinies, et dépendent de manière extrêmement sensible de la température, pression, niveau d'humidité, etc. La Figure 3.6 en montre quelques exemples, produits en laboratoire. Vous pourrez facilement imaginer que les propriétés mécaniques de ces différents types de cristaux de glace sont très différentes les unes des autres.

Plus encore que la glace, la neige augmente la réflectivité des surfaces qu'elle recouvre. La Figure 3.7 en montre un exemple frappant, soit une banquise océanique vue à incidence normale. La réflectivité de l'océan découvert est ici de quelques pourcent, tandis que celle de la glace couverte de neige approche le 90%. On y reviendra plus loin.

La neige est aussi un excellent isolant thermique. Dépendant de son niveau de compaction et de son contenu en eau (neige fondante), la diffusivité thermique d'une couche neigeuse peut varier entre celle de l'air à  $-5^{\circ}$ C, et celle de la glace (voir §?? plus loin). Une couche de neige de quelques dizaines de centimètres peut maintenir une température au sol de 0°C même quand l'air extérieur est sous  $-25^{\circ}$ C. À nos latitudes, ceci assure la survie de plusieurs petits rongeurs n'hibernant pas l'hiver, et passant le gros de la saison sous la neige, à grignoter l'écorce des arbres ou des résidus organiques au sol.

Notons finalement que bien que la neige (fraiche) soit très blanche, elle irradie effectivement comme un corps noir à  $T \simeq 273 \,\mathrm{K}$  !



Figure 3.6: Flocons de neiges, produits en laboratoire sous différentes conditions de pression, température, et pression partielle de vapeur d'eau. Source: Ken Libbrecht, www.snowcrystals.com



Figure 3.7: Glace océanique en mer d'Amundsen (Antarctique), 12 décembre 2015. Cette image satellite illustre parfaitement comment l'albedo de la surface de l'océan (à incidence normale ou pas loin) est beaucoup, beaucoup plus faible que celui d'une banquise neigeuse. Source: http://www.sciencephoto.com

## 3.3 Les sols

Les sols peuvent se définir comme la mince pellicule recouvrant la lithosphère, soit la croûte terrestre. D'une importance fondamentale en physique environnementale, les sols montrent une très grande diversité dans leurs propriétés physiques, en particulier en fonction de leur contenu en eau et en matières organiques, incluant les organismes vivants.

En plus évidemment de leur densité, une caractéristique déterminante des sols est leur **porosité**. On définit le coefficient de porosité d'un sol (symbole p), comme la fraction du volume de "vide", i.e., n'étant pas occupé par le substrat rocheux (grains de sable, gravier, roches, etc.), par rapport au volume d'un échantillon de sol. Le Tableau 3.3 liste quelques valeurs représentatives pour quelques types de sols.

Sols	p
Roches concassées	0.23 - 0.38
Sable	0.26 - 0.43
Sable fin	0.29 - 0.46
Argile (+organique)	0.51 - 0.77
Sol arable compact	0.06 - 0.18
Sol arable labouré	0.17 - 0.24
Tourbe	0.71 - 0.95

Table 3.3: Coefficient de porosité pour différents types de sols

Source: voir bibliographie

Les propriétés thermodynamique des sols sont en grande partie déterminées par leur contenu en eau, qui dépend (entre autre) de la porosité. En particulier, un sol très poreux et chargé en eau aura une capacité thermique et une conduction thermique beaucoup plus élevées que le même sol asséché, ou qu'un sol de même densité mais de faible porosité. De plus, un sol riche en matières organiques aura tendance à retenir l'eau plus longtemps qu'un sol inorganique même de plus grande porosité.

## 3.4 La biosphère

La biosphère regroupe tous les organismes vivants présents sur Terre, du virus à la baleine bleue, en passant par tous les genera de plantes et animaux<sup>3</sup>. L'environnement physique, que l'on peut définir comme l'union des atmosphère, hydrosphère, cryosphère, lithosphère, et de l'illumination solaire, définit ce grand théatre dans lequel se développe la biosphère. Par exemple:

- L'environnement physique est la source de tous les éléments chimiques dont sont composés les organismes vivants;
- Via ce magnifique truc de passe-passe chimique qu'est la photosynthèse, la radiation électromagnétique en provenant du soleil est la source d'énergie quasi-exclusive pour toute vie sur Terre.
- L'environnement détermine les conditions physiques (température, humidité, gravité, durée du jour, etc.) qui régulent la croissance des végétaux, l'activité métabolique, les cycles d'hybernation et de reproduction chez les animaux.
- Les écoulements atmosphériques et océaniques contrôlent la distribution des nutrients, pathogènes et parasites circulant dans les écosystèmes.

Moins évident mais tout aussi important, la biosphère a un effet de rétroaction souvent très significatif sur l'environnement physique; par exemple:

- La biosphère influence fortement la composition chimique de l'atmosphère; par exemple, sans biosphère la concentration atmosphérique d'oxygène moléculaire (O<sub>2</sub>) serait beaucoup plus faible qu'observée;
- Les végétaux sont une composante essentielle des cycles de l'eau et du CO<sub>2</sub>;
- La présence d'une couverture végétale (forêt, savanne, toundra) impacte le bilan énergétique global via son effet sur la réflectivité de la surface terrestre, et par la capture (temporaire) d'une partie de l'irradiance solaire;
- La biosphère a un impact majeur sur la structure et l'évolution des sols, influençant ainsi les échanges de matière et énergie entre la lithosphère, l'atmosphère et l'hydrosphère.

Nous aurons l'occasion, au fil de ce cours, d'étudier en détail, et sur des bases physiques quantitatives, bon nombre de ces processus.

La photosynthèse, ultimement, consomme du  $CO_2$  et du  $H_2O$ , et libère de l'oxygène moléculaire, le Carbone se retrouvant transféré à des molécules organiques. La photosynthèse est accomplie via un cycle chimique complexe appelé **cycle de Calvin**, mais en bout de ligne, schématiquement ça a l'air de:

$$6\mathrm{CO}_2 + 6\mathrm{H}_2\mathrm{O} + 118\mathrm{eV} \rightarrow \underbrace{\mathrm{C}_6\mathrm{H}_{12}\mathrm{O}_6}_{\text{glucose}} + 6\mathrm{O}_2 \tag{3.10}$$

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>L'inclusion de l'humain dans la biosphère est sujette à débat...

 $(1 \text{ J} = 6.242 \times 10^{18} \text{ eV})$ . Le glucose ainsi produit est incorporé en molécules organiques, incluant celles agissant comme réservoirs énergétiques; dans la grande majorité des végétaux il s'agit de l'ATP.

Il s'avère pratique de mesurer la **biomasse** (B) d'un écosystème non pas simplement en kilogramme, mais en kilogramme de Carbone, abbrévié kg(C) dans ce qui suit. La **productivité** (p) d'un écosystème se mesure alors en kilogramme de Carbone par unité de temps. Le Tableau 3.4 liste ces deux quantités (exprimées par unité de surface) pour divers écosystèmes d'intérêt, ainsi que la productivité totale P associée à la surface (A) couverte par chaque type d'écosystème sur Terre. La productivité totale est donc dominée par l'océan (principalement

Écosystème	$A \; [10^{12} \mathrm{m^2}]$	$B  [kg(C)m^{-2}]$	$p  [kg(C)  m^{-2}  yr^{-1}]$	$P \ [10^{12} \text{kg}(\text{C}) \text{ yr}^{-1}]$
Forêts tropicales	24.5	18.8	0.83	20.3
Forêts tempérés	12.0	14.6	0.56	6.72
Forêts boréales	12.0	9.0	0.36	4.32
Broussailles	8.0	2.7	0.27	2.16
Savannes	15.0	1.8	0.32	4.80
Prairies	9.0	0.7	0.23	2.07
Toundra	8.0	0.3	0.065	0.52
Déserts	18.0	0.3	0.032	0.58
Roc, sable, glace	24.0	0.01	0.015	0.36
Champs cultivés	14.0	0.5	0.29	4.06
Marécages	2.0	6.8	1.13	2.26
Lacs et rivières	2.5	0.01	0.23	0.58
Océan ouvert	332.0	0.0014	0.057	18.9
Zones de résurgence	0.4	0.01	0.23	0.07
Plateaux continentaux	26.6	0.005	0.16	4.26
Coraux, champs d'algues	0.6	0.9	0.90	0.54
Estuaires	1.4	0.45	0.81	1.13

Table 3.4: Surfaces, biomasse, et productivité des écosystèmes

Source: voir bibliographie

via la photosynthèse par le plancton) et les forêts tropicales, les forêts tempérées suivant en bon troisième. D'où l'idée de préserver les forêts tropicales, et d'arrêter de traiter les océans comme une grande poubelle.

La productivité surfacique (p) des océans est relativement inhomogène, tendant à être plus élevée là où l'apport de nutrient est élevé; ceci peut se produire via les écoulements continentaux de surface (e.g., un fleuve se jettant dans la mer, ou ruissellement de surface sur les côtes), ou résurgence des eaux profondes, résultant souvent de l'interaction des courants marins avec les masses continentales, ou des profondeurs moindres permettant la croissance d'algues et coraux. Les plateaux continentaux se retrouvent donc des sites productifs, comme l'illustre très bien la Figure 3.8. Il s'agit ici d'une image en fausse couleurs, codant l'absorptivité dans une bande de longueurs d'onde sensible à la concentration de phytoplancton.

On remarquera aussi au Tableau 3.4 que l'écosystème le plus "productif" (par unité de surface) est le marécage, d'où l'importance de la protection des milieux humides face à l'urbanisation.

La productivité totale de la biosphère est donnée par le produit de la productivité surfacique d'un écosystème par sa surface totale, sommée sur tous les types d'écosystèmes du Tableau 3.4:

$$P_{\rm tot} = \sum A_k \times P_k = 7.4 \times 10^{13} \, \rm kg(C) yr^{-1} \, .$$
 (3.11)

Cette productivité en Carbone peut aussi être convertie en unités d'énergie. On estime qu'un kilogramme de biomasse a un contenu énergétique de  $1.6 \times 10^7 \text{ J/kg}$ . Si on revient au glucose,



Figure 3.8: Concentration de phytoplancton (échelle de couleur allant du bleu au rouge selon l'augmentation de la concentration). La prédominance de régions à hautes concentrations de phytoplancton près des côtes est dûe à la plus grande productivité biomassique des plateaux continentaux, souvent favorisée par la la résurgence d'eaux profondes. Source: projet SeaWiFS (NASA/GSFC), https://oceancolor.gsfc.nasa.gov.

connaissant les poids moléculaires de C, H et O, il est facile de vérifier que la fraction de masse en Carbone est de 0.4. Donc,

1 kg biomasse = 0.4 kg(C)  $\equiv 6.4 \times 10^6$  J

Utilisant cette relation comme facteur de conversion, la productivité énergétique totale des écosystèmes est donc de  $1.5 \times 10^{21}$  J par année, ou encore 46.9 TW.

## 3.5 L'anthroposphère

Le terme **anthroposphère** réfère aux éléments de l'environnement modifiées par l'activité humaine. C'est une mosaique étourdissante: déforestation, agriculture, élevage, extraction minières, barrages et irrigation, modification/destruction des écosystèmes, villes et routes, production énergétique, production industrielle, pollution des sols, atmosphère et océans, réchauffement climatique, pour n'en nommer que quelques uns.

La plupart des interactions entre environnement naturel et l'anthroposphère, ainsi que les impacts de ces interactions, sont ultimement proportionnels à la taille de la population humaine. La Figure 3.9 illustre la croissance de cette population durant le dernier millénaire. Le segment de droite en pointillés indique une phase exponentielle de croissance couvrant la majorité du vingtième siècle. Une telle exponentielle est une solution d'une équation différentielle de la



Figure 3.9: Croissance de la population mondiale durant le dernier millénaire, sur une échelle logarithmique à gauche (noir), et linéaire à droite (rouge). Les valeurs avant 1500 sont des estimés historiques, mais au delà de 1850 environ l'incertitude devient comparable au diamètre des points noirs, et plus petite au dela de 1900. Le segment de droite pointillée illustre la croissance exponentielle de la population mondiale durant le vingtième siècle.

forme:

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = \alpha N \ , \tag{3.12}$$

où N est la population et  $\alpha$  mesure son taux de croissance. Du point de vue de la dynamique des populations, ce genre d'équation différentielle, où  $dN/dt \propto N$ , caractérise une population sans prédateurs et ayant accès à des ressources illimitées pour soutenir sa croissance; et depuis le dix-neuvième, c'est malheureusement le cas que l'humanité a pratiquement éliminé tous ses prédateurs naturels, et siphonne l'environnement comme si c'était un bar ouvert inépuisable.

L'activité métabolique d'un humain moyen requiert 2500 calories par jour, soit  $\simeq 10^7$  J par jour<sup>4</sup>. Une population humaine de  $8 \times 10^9$  individus consomme donc annuellement  $2.9 \times 10^{19}$  J. La fraction de la productivité énergétique de la biomasse consommée par l'humanité à des fins purement métaboliques est donc

$$f = \frac{2.9 \times 10^{19} \, [\text{J/yr}]}{1.5 \times 10^{21} \, [\text{J/yr}]} \simeq 0.02 \;, \tag{3.13}$$

soit 2%. Le carbone dans le corps humain compte pour  $\simeq 18.5$  de sa masse totale. Mesurée en kg(C), la biomasse totale de l'humanité est de  $(8 \times 10^9) \times 65 \text{ kg} \times 0.185 \simeq 2.3 \times 10^{11} \text{ kg}(C)$ , pour un humain moyen pesant 65 kg, tandis que la biomasse totale des écosystèmes listés au Tableau 3.4 est de  $8.3 \times 10^{14} \text{ kg}(C)$ . L'humanité compte donc pour  $2.8 \times 10^{-4}$  de la biomasse-Carbone totale, mais consomme une fraction  $2 \times 10^{-2}$  de sa productivité. C'est assez gourmand...

Ça se gâte encore plus si on considère la consommation énergétique de l'humanité pour autre chose que le simple métabolisme: construction, transport, production industrielle, chauffage/climatisation, communications, etc. On estime que ceci totalise environ 16 TW pour l'ensemble de la population humaine de la planète, soit le tier de la production énergétique biosphérique.

Évidemment, la majorité de cette consommation énergétique totale est basée non pas sur la production biosphérique annuelle, mais plutôt sur l'utilisation des combustibles fossiles;

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>La "calorie" (cal) est une antique unité d'énergie, valant 4.19 Joule; la "Calorie" (Cal; notez le "C" majuscule) sur les emballage de nourriture est en fait une kilo-calorie (kcal); d'où 2500 Cal  $\simeq 10^7$  J.

autrement dit, sur une portion de la productivité biosphérique géologiquement emmagasinnée dans la lithosphère au fil des derniers 500 million d'années. Les impacts biosphérique et climatique de cette utilisation s'avèrent très importants.

La Figure 3.10 montre la croissance de la concentration atmosphérique de  $CO_2$  (en rouge) depuis 1958, telle que mesurée au sommet du Mauna Loa (Hawai'i). Cette augmentation résulte principalement de l'utilisation accélérée des combustibles fossiles (principalement le charbon et le pétrole). La petite variation annuelle superposée à la croissance générale reflète la dépendance



Figure 3.10: Croissance des concentrations atmosphériques de CO<sub>2</sub> (en rouge) et CH<sub>4</sub> (en vert). Source des données: NOAA/Scripps, gml.noaa.gov/ccgg/trends/data.html

saisonnière de la productivité biosphérique.

La croissance du méthane atmosphérique ( $CH_4$ ; en vert sur la Fig. 3.10) est aussi significative, et résulte en grande partie de l'élevage intensif du bétail (les fameux "pets de vaches").

On verra au chapitre qui suit que ces deux gaz atmosphériques,  $CO_2$  et  $CH_4$ , bien que présents en faibles concentrations dans l'atmosphère terrestre actuelle (voir Tableau 3.1), n'en jouent pas moins un rôle majeur au niveau du climat.

#### Exercices:

**3.1:** Supposons que la température T décroit linéairement de 14°C a z = 0 à  $-50^{\circ}$  à z = 10 km; intégrez l'équation de l'équilibre hydrostatique pour calculer le profil de pression p(z). Comparez ceci avec le profil de pression pour une atmosphère isotherme à 14°C.

**3.2:** Calculez le profil de pression p(r) pour une atmosphère isotherme  $(T = 14^{\circ}\text{C})$  où la gravité chûte en  $1/r^2$ , comme nous l'a enseigné le Sieur Newton.

**3.3:** Calculez de combien s'élèverait le niveau des océans si l'ensemble de la banquise Antarctique venait à fondre complètement.

- **3.4:** La population mondiale était de  $N = 1.6 \times 10^9$  en 1900, et  $N = 6.4 \times 10^9$  en 2000;
  - 1. À partir de ces chiffres, calculez le taux de croissance exponentielle  $\alpha$  dans l'éq. (3.12);
  - 2. Supposons maintenant que ce taux de croissance est proportionnel à la productivité biosphérique totale annuelle  $P_{\text{tot}}$ , moins sa fraction f consommée par l'humanité, i.e., on écrit:

$$\alpha = \beta P_{\text{tot}} (1 - f N) \tag{3.14}$$

Utilisant les valeurs de  $P_{\text{tot}}$  et f calculée à la §3.5, calculez  $\beta$  (attention aux unités!). Quelle est la population humaine d'équilibre (i.e., N pour lequel dN/dt = 0?)

3. Maintenant solutionnez (3.12) avec  $\alpha$  donné par l'expression ci-dessus et les valeurs numériques calculées à l'étape précédente. Si  $\beta$  et f demeurent constants, en quelle année atteindra-t-on la population d'équilibre calculée précédemment ?

#### **Bibliographie**:

Les données des Tableaux 3.1 et 3.2 sont tirées directement des Tableaux 1.1 et 1.2 dans l'ouvrage de Hartmann cité en bibliographie au chapitre 1; celles du 3.4 sont tirées de l'Annexe XII.2 de l'ouvrage de Harte, également cité en bibliographie au chapitre 1. Les données présentées au Tableau 3.3 sont adaptées de:

www.geotechdata.info/parameters/soil-porosity

Sur les flocons de neige, naturels ou produits en laboratoire, voir:

```
skycrystals.ca/snowflake-gallery
www.snowcrystals.com
```

ainsi que l'excellent (mais très technique):

Libbrecht, K., The Physics of Snow Crystals, Rep. Prog. Phys., 68, 855-895 (2005)

Sur la consomation énergétique mondiale, voir

```
iea.org/reports/key-world-energy-statistics-2020/final-consumption
```

pour le plus récent rapport (2020) de l'International Energy Agency.

## Chapitre 4

# **Processus physiques I. Radiation**

La radiation électromagnétique provenant du soleil est, de loin, la source d'énergie dominante pour toute vie sur terre, et pour la dynamique de l'atmosphère et des océans. Dans ce chapitre, nous considérons comment cette radiation électromagnétique est transmise et partiellement réfléchie et absorbée par l'atmosphère; comment elle est réfléchie, absorbée et re-émise par le sol et les océans; et comment cette radiation ré-émise interagit à son tour avec l'atmosphère avant de s'échapper dans l'espace. Tout un programme !

## 4.1 L'irradiance solaire

La Figure 4.1 montre le spectre d'émission électromagnétique observée du soleil, sur une plage de longueurs d'onde allant de l'EUV à l'infrarouge moyen<sup>1</sup> (viz. Tableau 2.3). Les fortes fluctuations avec la longueur d'onde dans l'UV et le visible ne sont pas du bruit instrumental ou des erreurs de mesure, mais des variations véritables, dues à la présence de raies spectrales d'absorption produites dans la photosphère du soleil. L'encadré en bleu montre le spectre en plus de détail sur une petite plage de longueur d'onde 500–550nm. La profonde structure présente dans l'intervalle 517–519nm, par exemple, correspond à un triplet du MgI, sur lequel se superpose une raie du FeI; entre 519 et 520nm, on a quatre raies du Fer et une raie du Titane. L'avènement de la spectroscopie quantitative dans la seconde moitié du dix-neuvième siècle marque vraiment la naissance de l'astrophysique (en tant que discipline distincte de l'astronomie du temps), puisque qu'elle a permi de déterminer la composition chimique et les conditions physiques (pression, température, etc.) dans les atmosphères du soleil et des étoiles.

La courbe verte sur le graphique du bas est le spectre attendu pour un corps noir de température T = 5770 K. Si on oublie les raies spectrales, c'est tout de même une excellente représentation du spectre solaire véritable dans l'infrarouge, tout-à-fait acceptable aussi dans le visible, mais ça se gâte rapidement dès qu'on entre dans l'ultraviolet même rapproché, le flux réel étant très significativement sous la valeur attendue du corps noir. Dans l'ultraviolet, les raies spectrales associées aux métaux présents dans l'atmosphère du soleil, même en très faibles concentrations comparé à l'Hydrogène ou l'Hélium, sont tellement nombreuses et spectralement denses qu'elles abaissent effectivement le niveau du continu. Le flux manquant doit alors "sortir" à d'autres longueurs d'onde où l'opacité photosphérique est moindre. C'est ce qui se retrouve à causer la forme curieusement triangulaire du pic d'émission à  $\simeq 450$  nm sur le graphique du haut.

De l'EUV au rayons-X, le flux spectral est très faible, mais montre peu de dépendance sur la longueur d'onde, ce qui est tout à fait contraire à ce que prédit la théorie du corps noir, suggérant une origine dans un phénomène physique loin de l'équilibre thermodynamique. Cette émission

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Attention, ici c'est le flux mesuré à 1UA qui est porté en graphique, intégré sur l'angle solide sous-tendu par le Soleil vu de la Terre.



Figure 4.1: Le spectre électromagnétique du soleil, tel qu'observé de l'espace de l'extrême ultraviolet à l'infrarouge moyen, avec le flux spectral porté en graphique sur une échelle linéaire sur le graphique du haut, et logarithmique sur celui du bas. Sur ce dernier, le trait en vert est le spectre d'un corps noir à T = 5770 K, qui offre une bonne représentation du spectre véritable dans l'infrarouge et visible, mais en dévie de plus en plus à mesure que la longueur d'onde diminue (voir texte). Le très haut pic d'émission à 121nm correspond à la raie spectrale Ly $\alpha$  de l'Hydrogène. Source: Spectre Atlas-1 (G. Thuillier), sbuv.gsfc.nasa.gov/solar/reference\_spectra

est associée à l'activité solaire, et plus précisément à la dissipation très spatiotemporellement intermittente de l'énergie magnétique dans la basse couronne solaire.

L'irradiance solaire totale (TSI) est définie comme le flux radiatif d'énergie (en Watt par mètre carré), intégré sur toutes les longueurs d'onde du spectre électromagnétique, incident sur la très haute atmosphère terrestre, i.e., avant toute réflexion ou absorption, quand la Terre est à exactement une unité astronomique du Soleil (1 U.A. $\equiv$ 149597870.7 km; dans tout ce qui suit j'arrondirai à 150 × 10<sup>6</sup> km !), Cette quantité est mesurée de manière continue depuis 1978 par une suite de satellites en orbite autour de la Terre.

La Figure 4.2 montre une séquence temporelle de la TSI. Il s'agit ici d'un composite assemblé à partir de mesures provenant de plus d'une douzaine de satellites; ce processus d'assemblage exige un travail substantiel de calibration des mesures d'un instrument à l'autre, mais laissons ça aux experts (voir bibliographie en fin de chapitre).



Figure 4.2: L'irradiance solaire totale depuis 1978. Chaque petit point correspond à une mesure journalière. Les fluctuations par rapport à la valeur basale de 1361 W m<sup>-2</sup> sont dues à l'activité solaire, fortement modulée selon un cycle de période d'environ 11 ans (voir texte). Source: G. Kopp, http://spot.colorado.edu/~koppg/TSI

La TSI montre des variations à prime abord substantielles, mais regardez bien l'échelle verticale; les fluctuations couvrent environ 2 W m<sup>-2</sup>, sur une valeur moyenne de  $\simeq 1361$  W m<sup>-2</sup>, soit 0.15% ! Ces fluctuations sont dues à l'activité magnétique à la surface du soleil, qui produit de régions plus sombres (taches solaires) ou plus brillantes (facules, réseau) que la photosphère non-magnétisée. La variation approximativement périodique de période  $\simeq 11$  ans reflète le cycle magnétique du soleil, propulsé par un effet dynamo en son intérieur. Notons cependant qu'aux courtes longueur d'onde, la variabilité en fonction de la phase du cycle d'activité est beaucoup plus grande:  $\sim 1-3$ % dans l'UV,  $\sim 10-20$ % dans l'EUV,  $\gtrsim 50$ % pour Ly $\alpha$  à 121nm, atteignant 100–200% dans les SXR; cependant, les flux sont très faibles dans ces plages de longueur d'onde, ce qui fait que la variabilité de la TSI est dominée par la variabilité dans le visible, proche ultraviolet, et proche infrarouge.

Aux fins de ce cours, il sera tout à fait acceptable de considérer la TSI comme constante dans le temps, à une valeur  $S_0 = 1361.2 \text{ W m}^{-2}$ , indiquée par le trait en tirets rouges sur la Fig. 4.2.

Connaissant la TSI, il est possible de calculer la **température d'équilibre** de la Terre, soit

la température à laquelle l'émission radiative thermique de sa surface vers l'espace compense exactement le flux radiatif solaire incident:

$$(\pi R_{\oplus}^2) \times S_0 = (4\pi R_{\oplus}^2) \times \sigma T_{\rm eq}^4 , \qquad \rightarrow \qquad T_{\rm eq} = \left(\frac{S_0}{4\sigma}\right)^{1/4} .$$
 (4.1)

Donc pour la Terre,  $T_{eq} = 278 \text{ K} \equiv 5^{\circ} \text{ C}$ , ce qui est vraiment surprenamment près de 287K, la température moyenne mesurée<sup>2</sup>. Notons que la température d'équilibre de la Terre ne dépend pas de son rayon.

Notons finalement que le volcanisme, l'activité géothermique, et la conduction de la chaleur à travers la croûte terrestre depuis l'intérieur de la Terre, ne totalisent conjointement qu'environ  $0.08 \text{ W m}^{-2}$ ; et l'énergie déposée dans l'atmosphère par les rayons cosmiques d'origine galactique ne contribue qu'une fraction ~  $10^{-8}$  de la TSI.

### 4.2 Insolation

À tout moment, l'irradiance solaire illumine une surface effective de  $\pi R_{\oplus}^2$ , où  $R_{\oplus} = 6370 \,\mathrm{km}$ est le rayon moyen de la Terre<sup>3</sup>. L'input énergétique total est donc de  $S_0 \times \pi R_{\oplus}^2 = 173495 \,\mathrm{TW}$ ! Moyennée sur toute l'atmosphère, de surface  $4\pi R_{\oplus}^2$  (équivalent à une moyenne journalière) on obtient une irradiance effective de  $340.3 \,\mathrm{W} \,\mathrm{m}^{-2}$ .

Ce n'est pas aussi simple cependant. L'irradiance varie en fonction de la distance Terre-Soleil, qui varie au cours de l'année; et de plus, localement, l'irradiance varie beaucoup en fonction de la latitude et des saisons en raison de l'inclinaison de l'axe de rotation de la Terre par rapport au plan de son orbite autour du Soleil. Ces effets s'avèrent à produire de très substantielles variations de l'irradiance effective à différents points à la surface de la Terre, qui seront très importantes pour la suite des choses.

Commençons par définir l'**angle zénithal solaire**  $\theta_S$ , soit l'angle soutendu par le segment reliant un point à la surface de la Terre au soleil, et la verticale locale (voir Figure 4.3). Un élément de surface dA interceptera alors un flux  $\propto S_0 \cos \theta_S$ , par simple effet de projection. L'**insolation** (Q, mesurée en W m<sup>-2</sup>), soit l'irradiance effective reçue par l'élément de surface dA, sera alors donnée par:

$$Q = S_0 \left(\frac{\bar{d}}{d}\right)^2 \cos\theta_S , \qquad [W m^{-2}]$$
(4.2)

où le facteur  $(\bar{d}/d)^2$  capture la variation annuelle de la distance Terre-Soleil,  $\bar{d}$  étant par définition égal à une unité astronomique.

Nous devons définir deux autres angles: (1) l'**angle horaire** h, soit la longitude ( $\in [-\pi, \pi]$ ) du point subsolaire par rapport à sa longitude à midi solaire (correspondant à h = 0); et (2) l'**angle de déclinaison**  $\delta$ , soit la latitude du point à la surface de la Terre où le soleil est au zénith à midi. Ceci permet de relier l'angle zénithal au midi solaire à la latitude locale  $\phi$ :  $\theta_S = \phi - \delta$ . Notons que  $\delta$  varie en fonction des saisons.

Un développement mathématique plutôt fastidieux en trigonométrie sphérique, dont je nous fait grâce, permet d'exprimer l'angle zénithal solaire en fonction de la latitude  $\phi$ , l'angle de déclinaison  $\delta$ , et l'angle horaire h (voir bibliographie en fin de chapitre). Le résultat de cette manoeuvre est:

$$\cos\theta_S = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos h \tag{4.3}$$

Une valeur  $\cos \theta_S < 0$  indique que le soleil est sous l'horizon, i.e., c'est la nuit! Les lever/coucher de soleil se produisent à  $\theta_S = \pi/2$ , les deux angles horaires correspondant  $(h_0)$  étant donnés par l'expression:

$$\cos h_0 = -\tan\phi\tan\delta \tag{4.4}$$

 $<sup>^{2}</sup>$ Il y a une coincidence ici, l'annulation quasi-exacte de deux effets allant dans des directions opposées, que nous aurons l'occasion d'étudier en détail dans ce qui suit.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>La Terre n'est pas exactement sphérique, à cause de sa rotation; son rayon équatorial est de 6378 km, tandis que son rayon polaire est de 6357 km. Nous utiliserons  $R_{\oplus} = 6370$  km dans tout ce qui suit.



Figure 4.3: Variation de l'insolation Q d'un élément de surface dA avec l'angle zénithal  $\theta_S$ . Même si l'irradiance  $S_0$  ne dépend pas de  $\theta_S$ , Q varie en  $\cos \theta_S$ , correspondant à l'irradiance effective sur la projection de dA dans un plan perpendiculaire à la radiation incidente.

La Figure 4.4 illustre la trajectoire du soleil dans le plan du ciel  $[h, \theta_S]$ , aux solstices et aux équinoxes. L'angle horaire est exprimé en terme de l'**heure solaire locale**,  $h_S = 12(1+h/(2\pi))$ . Par définition, le soleil atteint son élévation maximale à  $h_S = 12:00:00$ , directement au Sud (dans l'hémisphère Nord), se lève exactement à 06:00:00 directement à l'Est aux équinoxes, etc. L'information contenue dans la Figure 4.4 est du genre à considérer dans le choix de l'orientation et inclinaison optimales pour des panneaux solaires!

En climatologie, on est souvent intéressé à la moyenne journalière  $(\bar{Q})$  de l'insolation locale Q. Il s'agit "simplement" de substituer (4.3) dans (4.2), et d'intégrer de  $-h_0$  à  $h_0$ , cette quantité étant donnée par (4.4), et divisant le tout finalement par  $2\pi$ . Notons que à une latitude et un jour donnés,  $\delta$  et  $\phi$  peuvent être considérés comme des constante du point de vue de cette intégrale. On trouve ainsi:

$$\bar{Q} = \frac{S_0}{\pi} \left(\frac{\bar{d}}{d}\right)^2 \left(h_0 \sin\phi \sin\delta + \cos\phi \cos\delta \sin h_0\right) \,. \tag{4.5}$$

Le calcul de  $\bar{Q}$  est compliqué par le fait que  $\delta$  ne varie pas exactement sinusoidalement à cause de la variation annuelle de la distance Soleil-Terre, l'orbite étant elliptique. Ce dernier calcul est passablement plus complexe qu'on pourrait l'imaginer *a priori*. Cependant, aux fins de la modélisation atmosphérique/climatique, au niveau de précision requis on peut se contenter des premiers termes d'un développements en séries de Fourier. On commence par définir un angle



Figure 4.4: Trajectoire du soleil dans le ciel, tel que vu de Montréal (latitude  $\phi = 45.5^{\circ}$ ), aux solstices d'été (SE) et hiver (SH), et aux équinoxes de printemps et automne (ES, EA), les trajectoires étant identiques aux deux équinoxes. L'angle horaire h est exprimé en termes de l'heure solaire locale ( $h = 0 \equiv 12:00 \equiv \text{Sud}$ ). Les "soleils" (cercles jaunes) sont tracés à intervalle d'une heure.

 $\theta_d$  en fonction du jour (n) de l'année, débutant avec n=0 le 1 janvier:

$$\theta_d = \frac{2\pi n}{365}, \qquad n = 0, 1, 2, ..., 364$$
(4.6)

Les séries de de Fourier requises sont:

$$\delta(\theta_d) = \sum_{m=0}^{3} \left( a_m \cos(m\theta_d) + b_m \sin(m\theta_d) \right)$$
(4.7)

$$\left(\frac{\bar{d}}{d(\theta_d)}\right)^2 = \sum_{m=0}^2 \left(a_m \cos(m\theta_d) + b_m \sin(m\theta_d)\right) \tag{4.8}$$

Les coefficients requis sont listés au Tableau 4.1. On notera qu'on arrête à m = 3 pour  $\delta$ , et m = 2 pour  $(\bar{d}/d)^2$ .

Table 4.1: Coefficients de Fourier pour $\delta$ et $d$				
m	$a_m(\delta)$	$b_m (\delta)$	$a_m (d)$	$b_m$ (d)
0	0.006918	0	1.000110	0
1	-0.399912	0.070257	0.034221	0.001280
2	-0.006758	0.000907	0.000719	0.000077
3	-0.002697	0.001480		

Il ne reste plus qu'à substituer ces expressions dans (4.5) pour calculer l'insolation journalière moyenne  $\bar{Q}$  en fonction de la latitude  $\phi$  et du jour de l'année. Le résultat d'un tel calcul est porté en graphique sur la Figure 4.5, sous la forme d'isocontours de  $\bar{Q}$  dans le plan jourlatitude. L'insolation se maintient aux alentours de 400 W m<sup>-2</sup> toute l'année dans les régions



Figure 4.5: Insolation journalière moyenne en fonction du jour de l'année et de la latitude. Les contours sont en W m<sup>-2</sup>, et les régions grises correspondent aux nuits polaires septentrionales et australes. Le trait pointillé indique la variation de l'angle de déclinaison  $\delta$  au cours de l'année. Les date des solstices (SE, SH) et équinoxes (EP, EA) sont indiquées le long de l'axe horizontal.

équatoriales, mais montre des variations beaucoup plus substantielles aux plus hautes latitudes; par exemple, à Montréal (latitude  $\phi = 45.5^{\circ}$ ),  $\bar{Q}$  passe de 121 à 483 W m<sup>-2</sup> du solstice d'hiver (SH) à celui d'été (SE). On remarquera qu'aux solstices,  $\bar{Q}$  est plus grand au pôle "été" qu'à l'équateur, et ce malgré un angle zénithal approchant 90°, simple conséquence du fait que le soleil ne se couche jamais. Notons finalement qu'aux solstices l'insolation maximale est 6.9% plus grande dans l'hémisphère Sud qu'elle ne l'est dans l'hémisphère Nord, conséquence du fait que la Terre est légèrement plus près du Soleil durant l'été austral que septentrional.

## 4.3 Absorption

Il est clairement d'intérêt de calculer la fraction de l'irradiance solaire qui est absorbée par l'atmosphère terrestre et/ou les océans. Il est important de bien distinguer l'**absorption**, qui transfère l'énergie des ondes électromagnétiques en énergie thermique du milieu, et la **dispersion** (sujet de la §4.4), qui redistribue spatialement la radiation électromagnétique incidente sans en diminuer le contenu énergétique.

On considère la géométrie illustrée sur la Figure 4.6. Le soleil (\* orange) est à un angle zénithal  $\theta_S$ , et illumine le haut de l'atmosphère (ellipse bleue) d'un flux radiatif  $F_{\infty}$  (unités: W m<sup>-2</sup>). Ce faisceau lumineux traverse la colonne d'atmosphère (cylindre bleu) pour arriver finalement au sol (ellipse orange). Il s'agit de calculer l'atténuation du flux radiatif incident



 $(F_{\infty})$  dû à l'absorption par le gaz atmosphérique contenu dans la colonne traversée.

Figure 4.6: Géométrie de l'absorption d'un faisceau lumineux (flèche orange) en provenance du soleil (\* orange) à un angle zénithal  $\theta_S$  et traversant une colonne de l'atmosphère terrestre (cylindre bleu) avant d'arriver au sol (en gris). La coordonnée *s* est définie le long de la ligne du faisceau, et augmente dans le sens de la flèche orange. L'angle zénithal  $\theta_S$  permet de relier l'élément infinitésimal de distance de long du faisceau, d*s*, à la variation correspondante en altitude, d*z*, via d*z* =  $-ds \cos \theta_S$ .

En bonne première approximation, on peut supposer que la fraction (dF) du flux radiatif (F) absorbé sur une longueur ds le long de la trajectoire du rayon lumineux est linéairement proportionnelle à la densité du milieu absorbant, la constante de proportionalité étant le **coef**ficient d'absorption  $(k; unités: m^2 kg^{-1})$ :

$$\frac{F(s+\mathrm{d}s)-F(s)}{F(s)} \equiv \frac{\mathrm{d}F}{F} = -k\rho\mathrm{d}s \ . \tag{4.9}$$

Attention, comme F décroit à mesure que s augmente en suivant le faisceau lumineux vers la surface, le signe "–" soit être ajouté "à bras" si on veut que k soit une quantité définie positivement. Les unités de k, surface/masse, indiquent que k représente une forme de section efficace d'absorption par unité de masse du milieu. La quantité  $1/(k\rho)$  a des unités de longueur, est appelée **longueur d'atténuation**, et est aussi souvent utilisée pour mesurer l'absorptivité d'un milieu. Son inverse aussi, avec des unités m<sup>-1</sup>. Toujours faire TRÈS ATTENTION quand vous recherchez ces quantité sur le Web, ou ailleurs.

La géométries du système (viz. Figure 4.6) permet d'écrire:

$$\mathrm{d}z = -\cos\theta_S \mathrm{d}s \;. \tag{4.10}$$

Attention encore une fois, le signe "-" vient du fait que z augmente vers le haut, tandis que s = 0 au haut de l'atmosphère et augmente en suivant le faisceau vers le sol. En terme de

l'altitude z l'éq. (4.9) devient donc:

$$\cos\theta_S \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} = k\rho F \ . \tag{4.11}$$

Introduisons maintenant la **profondeur optique**  $(\tau)$ , une quantité adimensionnelle définie comme

$$d\tau = -k\rho dz , \qquad (4.12)$$

ou encore,

$$\tau = \int_{z}^{\infty} k\rho \mathrm{d}z \;. \tag{4.13}$$

Je vous laisse vérifier que  $\tau$  est bien une quantité adimensionnelle. Cette définition de la profondeur optique permet de réécrire l'éq. (4.11) sous la forme :

$$\cos\theta_S \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\tau} = -F \ , \tag{4.14}$$

dont la solution est alors tout simplement:

$$F(z) = F_{\infty} \exp\left(-\frac{\tau}{\cos\theta_S}\right) , \qquad (4.15)$$

décrivant l'atténuation exponentielle du flux radiatif due à l'absorption le long du faisceau lumineux. Ici  $F_{\infty}$  est effectivement le flux radiatif au haut de l'atmosphère. En sciences atmosphérique cette relation est connue comme la *Loi de Lambert-Bouguer-Beer*, ou souvent simplement en plus compact, **Loi de Beer**.

Le terme exponentiel au membre de droite de l'éq. (4.15) permet une interprétation physique simple: si on imagine notre faisceau lumineux comme un ensemble de photons, alors le terme exponentiel donne une mesure de la probabilité qu'un photon soit absorbé lors de sa traversée d'une colonne atmosphérique s'étendant de la haute atmosphère jusqu'à une altitude z, inclinée par  $\theta_S$  par rapport au zénith. Cette interprétation probabiliste implique alors que si la colonne contient J espèces d'absorbeurs distincts, chacun avec sa densité  $\rho_j$  et coefficient d'absorption  $k_j$ , alors l'éq. (4.15) deviendrait

$$F(z) = F_{\infty} \prod_{j=1}^{J} \exp\left(-\frac{\tau_j}{\cos\theta_S}\right) , \qquad (4.16)$$

qui se ramène à la forme (4.15) si on définit comme suit une profondeur optique totale  $\tau_{tot}$ :

$$\tau_{\rm tot} = \sum_{j=1}^{J} \tau_j , \qquad (4.17)$$

où chaque  $\tau_i$  est calculé selon (4.13) avec les  $\rho_i$  et  $k_i$  appropriés pour chaque espèce absorbante.

La Loi de Beer peut paraitre très simple, mais il faut bien comprendre que toute la complication, soit la structure et composition chimique de l'atmosphère, se retrouve "cachée" dans la profondeur optique  $\tau$ . Revenons à notre atmosphère plan-parallèle de la §3.1.2; on a vu que la densité y décroit exponentiellement avec l'altitude, viz. l'éq. (3.6). Substituant ceci au membre de droite de (4.13) et supposant k constant dans l'atmosphère, l'évaluation explicite de l'intégrale produit:

$$\tau = \frac{p_0}{g} k \exp(-z/H) , \qquad (4.18)$$

où  $p_0$  est la pression à altitude zéro et  $H = k_B T/\bar{m}g$  est la hauteur de colonne telle qu'introduite à la §3.1.2. Pour notre atmosphère plan-parallèle isotherme, on peut montrer (je vous le laisse en exercice!) que

$$\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}z} = -\frac{\tau}{H} \ . \tag{4.19}$$

L'évaluation de (4.18) à z = 0 conduit à  $\tau_0 = p_0 k/g$ ; La quantité  $p_0/g$  a des unités de kg m<sup>-2</sup>, soit la masse totale contenue dans une colonne atmosphérique de 1 m<sup>2</sup> de section.

Il s'agit maintenant de calculer le taux d'absorption d'énergie (unités: W m<sup>-3</sup>) dans la colonne atmosphérique. Pour un segment de colonne de hauteur dz situé à une altitude z, l'énergie absorbée sera égale à la différence du flux entre z et z + dz, autrement dit on doit calculer

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}z}\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\tau},$$

$$= -\frac{\mathrm{d}\tau}{\mathrm{d}z}\frac{F_{\infty}}{\cos\theta}\exp(-\tau/\cos\theta_{S}),$$

$$= \frac{\tau}{H}\frac{F_{\infty}}{\cos\theta}\exp(-\tau/\cos\theta_{S}).$$
(4.20)

Ici la seconde égalité résulte de l'utilisation de (4.15), et la troisième de (4.19). Un petit exercice en fin de chapitre vous fera démontrer que l'absorption est maximale à  $\tau/\cos\theta_S = 1$ , et donc qu'à mesure que l'angle zénithal augmente, l'absorption maximale se produit de plus en plus haut dans l'atmosphère.

Nous y sommes presque... L'augmentation de la température atmosphérique à une altitude z en conséquence de l'absorption du flux radiatif est donnée par

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z} , \qquad (4.21)$$

la dérivée partielle au membre de gauche venant du fait que suite à l'absorption du flux radiatif, qui dépend de z, la température évoluera en fonction de z et t, et ce même si l'atmosphère était initialement isotherme. Utilisant à bon escient l'éq. (4.11), ceci peut s'exprimer comme:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{k}{c_p \cos \theta_S} F(z) , \qquad (4.22)$$

démontrant que le chauffage local ne dépend que des propriétés physique du milieu  $(c_p \text{ et } k)$ , en plus évidemment du flux radiatif F(z).

Tout ceci peut paraitre passablement simple, mais en réalité la complexité physique du phénomène se cache dans le coefficient d'absorption k; en général ce dernier dépend de la longueur d'onde  $\lambda$  de la radiation incidente, et de la composition chimique du milieu absorbeur, incluant souvent les concentrations de constituants mineurs, par exemple la vapeur d'eau atmosphérique dans le domaine spectral de l'infrarouge. On y reviendra sous peu (§§4.6 et 4.7).

### 4.4 Dispersion

L'absorption d'une onde lumineuse, telle que considérée précédemment, réduit son énergie au profit de l'énergie thermique du milieu absorbeur. La **dispersion** est une autre forme de réduction de l'énergie d'un faisceau d'ondes électromagnétiques (i.e., réduction de la grandeur du flux de Poynting), cette fois sans chauffage local du milieu: l'énergie est plutôt redirigée dans des directions autres que celle du faisceau lumineux incident. La Figure 4.7 illustre ceci schématiquement, du point de vue ondulatoire. Une onde plane arrivant ici de la gauche induit une oscillation d'une "particule" (point noir au centre) à la fréquence de l'onde incidente, ce qui en retour émet un front d'onde circulaire de même fréquence, un peu comme le ferait une bouée flottant sur une interface air-eau en présence de vagues.

En contexte atmosphérique, c'est le champ électrique oscillant de l'onde électromagnétique qui est la "vague"; agissant sur les électrons d'un atome ou molécule, le passage de l'onde électromagnétique induit un moment dipolaire, lui-même oscillant, et émettant donc une onde électromagnétique secondaire isotropiquement dans le plan perpendiculaire à l'axe du dipôle induit, équations de Maxwell obligent. Notons que ce processus conserve l'énergie électromagnétique. Vu du point de vue corpusculaire, la dispersion consiste à absorber un photon et le ré-émettre à la même énergie, mais dans une direction aléatoire, comme dans une collision élastique.



Figure 4.7: représentation classique (lumière  $\equiv$  onde électromagnétique) de la dispersion de Rayleigh. Une onde électromagnétique plane incidente (traits verticaux gris) induit une oscillations harmonique des électrons dans un atome ou molécule (point noir), conduisant à l'émission d'un train d'onde électromagnétique secondaire (cercles bleus) à la même fréquence que l'onde incidente (voir texte).

#### 4.4.1 La dispersion de Rayleigh

L'efficacité de la dispersion est fortement influencée par les propriétés physiques du milieu dans lequel se propage l'onde électromagnétique, ainsi que par la longueur d'onde de cette dernière. Une théorie générale de la dispersion a été développée par Gustav Mie en 1908, mais c'est vraiment du costaud; nous nous limiterons ici au cas limite déjà étudié par Rayleigh en 1871.

La théorie développée par Rayleigh est applicable quand la taille d des atomes/molécules impliquées est beaucoup plus petite que la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde électromagnétique incidente. Exprimé en coordonnées sphériques avec l'axe de symétrie aligné avec la direction de propagation d'une onde incidente d'intensité  $I_0$  et l'origine du système coincidant avec la position de la particule produisant la dispersion, la distribution spatiale de l'intensité  $I_s$ dispersée à une position  $(r, \theta)$  est donnée par:

$$I_s(r,\theta) = I_0 \frac{1 + \cos^2 \theta}{2r^2} \left(\frac{2\pi}{\lambda^4}\right)^4 \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right)^2 \left(\frac{d}{2}\right)^6$$
(4.23)

où n est l'indice de réfraction du milieu et l'angle polaire  $\theta$  est mesuré par rapport au vecteur d'onde k de l'onde. La section efficace de dispersion est donnée par la moyennes angulaire de l'expression ci-dessus:

$$\sigma_s = \frac{2\pi^5}{3} \frac{d^6}{\lambda^4} \left(\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2}\right)^2 , \qquad [m^2]$$
(4.24)

Pour une onde électromagnétique au pic du visible ( $\lambda = 532 \text{ nm}$ ) se propageant dans l'air (n = 1.000293) et dispersé par une molécule d'azote (N<sub>2</sub>;  $d \simeq 1.25 \text{ nm}$ ), on trouve  $\sigma_s = 5 \times 10^{-31} \text{ m}^2$ . L'atténuation de l'intensité à une position z le long de la trajectoire de l'onde est alors donnée par le produit de cette section efficace et du nombre N de molécules présentes dans le milieu:

$$\frac{I(z)}{I_0} = \sigma_s \times N \ . \tag{4.25}$$

À TPN, on a  $\sim 2 \times 10^{25}$  molécules de  $N_2$  par mètre cube, donc une atténuation de  $\sim 10^{-5}$  par mètre d'atmosphère traversé. Sur une hauteur de colonne de 8km, l'intensité est donc atténuée de 8%.; on monte à 25% à 400nm, et tombe à 3% à 700nm; la dépendance en  $1/\lambda^4$  se fait rapidement sentir !

Mentionnons finalement que la couleur bleue du ciel (sans nuage), et la couleur rouge des levers et couchers de soleil, sont des conséquences directes du scattering de Rayleigh.

#### 4.4.2 L'irradiance du ciel

L'impact net de la dispersion sur l'irradiance au sol est moins significatif qu'on pourrait à prime abord l'imaginer; en première approximation, si la dispersion est vraiment isotrope spatialement, la moitié du flux radiatif extrait d'un faisceau d'ondes électromagnétique par dispersion traversant une colonne atmosphérique (viz. Fig. 4.6) est reémis sur le  $2\pi$  sterradian sous-tendu par la surface, et l'autre moitié sur l'autre  $2\pi$  sterradian, vers l'espace. L'irradiance au sol (en W m<sup>-2</sup>) est donc celle provenant du soleil réduite par la fraction dispersée ( $S_p$ ), plus l'irradiance diffuse du ciel ( $S_d$ ) intégrée sur tout le ciel ( $2\pi$  steradian):

$$S_{\text{tot}} = S_p + S_d , \qquad (4.26)$$

où  $S_0 = 1361 \text{ W m}^{-2}$  est l'irradiance solaire incidente sur la haute atmosphère terrestre (§4.1) et  $\theta_S$  l'angle zénithal solaire (Fig. 4.3).

Comme on l'a vu (viz. Fig. 4.3), le flux solaire sur une surface (horizontale) est réduit d'un facteur  $\cos \theta_S$ , où  $\theta_S$  est l'angle zénithal solaire, par simple géométrie. La Loi de Beer (§4.3) est applicable ici, en remplaçant la profondeur optique d'absorption par la profondeur optique de dispersion ( $\tau_{tot}$ ); dans un cas comme dans l'autre, l'atténuation du faisceau est proportionnel à la masse d'absorbeur/disperseur traversé. On écrira donc:

$$S_p = S_0 \cos \theta_S \exp(-\tau_{\text{tot}} m) , \qquad (4.27)$$

La quantité m est une mesure indirecte de l'altitude, définie comme la masse d'une colonne atmosphérique s'élevant d'une altitude  $z_0$  par rapport à une colonne complète s'élevant à partir du niveau de la mer. Pour une atmosphère en équilibre hydrostatique et isotherme (ou pas loin):

$$m = \left(\frac{p(z_0)}{p_0}\right) \left(\frac{1}{\cos\theta_S}\right) , \qquad (4.28)$$

 $p_0$  étant la pression atmosphérique au niveau de la mer, et  $p(z_0)$  la pression de surface à une position d'altitude  $z_0$  à la surface de la Terre où on cherche à calculer  $S_{\text{tot}}$ . Il reste à spécifier la profondeur optique totale  $\tau_{\text{tot}}$ , associée à l'ensemble des constituants atmosphériques produisant la dispersion. On se limite souvent à calculer (ou mesurer) deux contributions, une ( $\tau_m$ ) due aux molécules (pour lesquelles la théorie de Rayleigh est appropriée), et une seconde associée aux **aérosols**, particules couvrant un intervalle de taille  $0.1-1\,\mu\text{m}$ . On a donc  $\tau_{\text{tot}} = \tau_m + \tau_a$ , avec comme valeur typique  $\tau_m \simeq 0.3$  (valeur exacte dépendant principalement du contenu atmosphérique en vapeur d'eau), et  $\tau_a \simeq 0.05$ –0.5, la valeur exacte dépendant du niveau de pollution.

Le calcul de l'irradiance diffuse par l'ensemble des constituants atmosphériques est plus complexe, car il implique la distribution spatiale de la radiation dispersée (viz. l'eq. (4.23)), intégrée sur tout le ciel. Certaines expressions approximatives utiles ont néanmoins été développées, et validées empiriquement (i.e., à partir de mesures); par temps clair, i.e., sans nuages:

$$S_d = 0.3S_0 \left[ 1 - \exp(-m\tau_{\rm tot}) \right] \cos\theta_S , \qquad (4.29)$$

La Figure 4.8 montre la variation de  $S_p$  (trait tirets-points),  $S_d$  (traits en tirets) et  $S_{\text{tot}}$  (traits pleins) en fonction de l'angle zénithal solaire  $\theta_S$ , tels que calculé à l'aide des expressions ci-dessus. Le calcul a été effectué pour deux "sites", le premier un site "urbain" chargé en aérosols et au niveau de la mer (en rouge), et un site de plus haute altitude loin des villes ou autre source d'aérosols (en vert). Dans les deux cas on a posé  $\tau_m = 0.3$ . On constate que, de



Figure 4.8: Irradiance au sol à deux combinaisons d'altitudes  $(z_0)$  et de densités d'aérosol (spécifiée via  $\tau_a$ ), avec  $\tau_m = 0.3$  dans les deux cas. L'irradiance solaire au sol  $S_p$  (tirets-points), l'irradiance diffuses du ciel  $S_d$  (tirets) et leur somme (trait plein) sont porté en graphique en fonction de l'angle zénithal solaire  $\theta_S$ .

manière générale et sauf pour une heure ou deux après le lever du soleil et avant son coucher, un site de plus haute altitude et loin des grandes villes, donc moins chargé en aérosols (traits verts), verra une irradiance diffuse atteignant rarement plus  $\sim 10\%$  de l'irradiance solaire au sol; tandis qu'à un site de plus basse altitude et chargé en aérosols (traits rouges), l'irradiance du ciel clair (sans nuages) peut facilement compter pour jusqu'à un tier de l'irradiance totale au sol.

#### 4.4.3 Les nuages: dispersion et absorption

Qu'en est-il de tout ça quand des nuages sont présents? Un nuage est constitué d'un ensemble de petite gouttelletes d'eau ou cristaux de glace ayant des tailles suffisamment petites pour demeurer en suspension dans l'air pendant de longues périodes de temps (on verra pourquoi et comment au chapitre suivant). On parle ici de gouttelettes de diamètre d variant (typiquement) de 5 à  $50\mu$ m; soit beaucoup plus grand que les longueurs d'onde où le spectre électromagnétique du soleil est maximal. On est maintenant dans le régime  $d \gg \lambda$ , soit le régime opposé à celui caractérisant la dispersion de Rayleigh. Par contre, dans l'infrarouge moyen, dans le pic de l'émission thermique de la Terre, on aurait  $d \sim \lambda$ ; la situation la plus compliquée !

Comme dans le visible  $\lambda$  est beaucoup plus petit que le diamètre des gouttelettes, et donc on peut approcher le problème en terme de réflexion/transmission à une interface eau-air de forme sphérique. Considérons une gouttelette comme une sphère liquide (H<sub>2</sub>O) d'indice de réfraction n et de rayon r. Une onde électromagnétique incidente sera en partie réfléchie et en partie transmise à l'interface (voir §2.2.2). La partie réfléchie sur la partie supérieure de la gouttelette le sera dans une direction approximativement contraire au faisceau incident; une partie du faisceau transmis traversera la gouttellette et ressortira de l'autre coté substantiellement déviée (voir Figure 4.9); une autre partie subira une (ou plusieurs) réflexion interne et ressortira (éventuellement) dans une direction très différente du faisceau incident; tout ça produit une forme de dispersion anisotrope.



Figure 4.9: Rayons lumineux verticaux incidents sur une goutte sphérique d'eau (indice de réfraction n = 1.33 dans tous les cas; la couleur des rayons ne représente pas leur longueur d'onde!). Les rayons ayant un angle d'incidence  $\leq 45^{\circ}$  ont leur fraction réfléchie dirigée vers le haut, tandis que un pour angle d'incidence  $\gtrsim 72^{\circ}$  il y aura réflexion totale interne à la sortie de la goutte. Sauf pour des angles d'incidence très petits, les rayons transmis sont fortement déviés de la verticale par les deux réfractions successives.

De plus, l'onde lumieuse sera également atténuée par absorption à l'intérieur de la gouttelette<sup>4</sup>. On a donc à la fois transmission, dispersion et absorption. Mais dans les trois cas, l'effet est de retirer une partie du flux du faisceau incident de sa direction initiale de propagation. Pour la lumière visible, le problème est de nature balistique: une goutte sphérique de rayon r ayant une section  $\pi r^2$ , il s'agit simplement de calculer, sur la hauteur de la colonne amosphérique, la surface de la section de la colonne qui est masquée par l'ensemble des gouttelettes distribuées sur toute la partie de la colonne atmosphérique occuppée par un nuage.

Considérons un nuage hautement idéalisé, soit une couche horizontale d'épaisseur h à l'intérieur de laquelle les gouttelettes sont distribuées spatialement de manière statistiquement uniforme. Supposons que nous connaissons la distribution n(r) de la taille des gouttelettes, i.e., le nombre de gouttelettes par unité de volume ayant rayon entre r et r + dr. En intégrant sur la distribution des tailles, on peut alors définir une profondeur optique capturant l'interception et dispersion/absorption du faisceau incident par l'ensemble des gouttelettes sur l'épaisseur du

 $<sup>^4</sup>$ On pourrait penser que la petite taille d'une gouttelette typique ne devrait pas conduire à beaucoup d'absorption, mais les réflexions totales internes peuvent grandement allonger le chemin optique total à travers la gouttellette.

nuage:

$$\tau_n = \pi h \int_0^\infty k_e(r) r^2 n(r) \mathrm{d}r , \qquad (4.30)$$

où dans ce contexte k(r) est appelé le **coefficient d'extinction**, qui dépend de la taille des gouttelettes. Si  $r \gg \lambda$ , on peut montrer que  $k_e \simeq 2$ . Pour une distribution bien piquée et de moyenne  $\bar{r} \gg \lambda$ , l'expression ci-dessus devient alors

$$\tau_n = 2\pi h \bar{r}^2 \int n(r) dr$$
  
=  $2\pi h \bar{r}^2 N$ , (4.31)

où N est la densité volumique de gouttelettes (leur nombre par unité de volume), toutes tailles confondues. On peut donc définir, pour une colonne verticale traversant le nuage une **densité** surfacique (unités: kg m<sup>-2</sup>):

$$\sigma = \frac{4\pi}{3}\bar{r}^3\rho_e hN , \qquad (4.32)$$

où  $\rho_e = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$  est la densité de l'eau. Utilisant cette expression pour substituer pour le h dans l'éq. (4.31), on obtient

$$\tau_n = \frac{3\sigma}{2\rho_e \bar{r}} \ . \tag{4.33}$$

Ceci nous informe que pour un contenu total en eau donné, une distribution de gouttelettes de plus petite taille moyenne génère une plus grande profondeur optique, i.e., disperse plus efficacement; ceci résulte du fait que la dispersion par réflexion à l'interface eau-air est un effet de surface, et que le rapport surface/volume varie en 1/r pour une sphère. Ceci est illustré schématiquement sur la Figure 4.10; la même masse totale d'eau a été distribuée en  $N_1, N_2$ sphères de rayon  $r_1, r_2$  avec  $r_2 = 2r_1$ , et chaque groupe positionné aléatoirement dans un cube de volume unitaire. La Figure montre une projection sur un plan perpendiculaire à l'axe-*z* du cube. Bien que plus petites, les gouttelettes du diagramme de gauche couvrent une plus grande fraction de la surface projetée que dans les cas des plus grosses gouttelettes de droite; conséquence directe qu'ici  $N \propto 1/r^3$  et donc que la surface d'interception  $f \propto N\pi r^2$ .

Il est déjà clair sur la Fig. 4.9 que tous les rayons incidents frappant la gouttellette avec un angle d'incidence plus petit que 45° sont réfléchis vers l'espace. Un impact important des nuages, particulièrement ceux à hautes altitudes est d'augmenter de manière importante la réflectivité de l'atmosphère dans le visible. Dépendant du contenu en eau (la densité surfacique  $\sigma$  dans léq. (4.32)), une telle couche nuageuse peut facilement doubler la réflectivité de la haute atmosphère. Ceci nous mène naturellement vers notre prochain sujet au programme, soit...

## 4.5 Réflectivité et albedo

Le terme **albedo** est souvent utilisé comme synonyme de réflectivité; ici je réserverai le terme "albedo" pour une mesure de la réflectivité **moyenne** d'une surface, la moyenne se faisant ici sur la surface même ainsi que sur les longueurs d'onde du spectre électromagnétique.

Le calcul de l'albedo d'une surface est extrêmement complexe. Même pour une surface "simple", l'albedo dépend de la nature microscopique de la substance, ainsi que de la rugosité de la surface.

Imaginons un cas maximalement "simple", soit la surface d'un océan calme (i.e., sans vagues, écume, glaces, ou plastique flottant en surface). On a alors affaire à une interface plane air-eau, avec indices de réfraction n = 1 et 1.34 respectivement. Le coefficient de réfletivité à incidence normale est alors  $R \simeq 0.02$  (éq. (2.36); revoir la §2.2.2 au besoin). Cependant l'indice de réfraction de l'eau dépend de la longueur d'onde, passant de n = 1.345 à 1.331 entre 400nm et 700nm. Le coefficient de réflectivité ne change pas beaucoup, passant de R = 0.0216 à 0.0202, mais augmente de plus en plus à mesure que l'on s'enfonce dans l'ultraviolet. On a aussi vu à la §2.2.2 que le coefficient de réflexion demeure essentiellement constant pour des



Figure 4.10: Distributions spatialement aléatoires mais statistiquement uniforme en 3D de gouttes sphériques, projetées dans un plan horizontal, représentation très idéalisée d'un nuage. Pour contenu total identique en eau, des gouttes plus petites (gauche) couvrent une plus grande fraction (f) de la surface que des gouttes de plus grand rayon (droite).

angles d'incidence allant de zéro jusqu'à  $\simeq 45^{\circ}$ , mais augmente rapidement pour des angles d'incidence dépassant  $\simeq 50^{\circ}$  (viz. Fig. 2.2). Ainsi, vu à incidence normale la surface de l'océan (sans glaces) est très sombre, mais à incidence élevée reflète très bien la luminosité du Soleil, comme le montre déjà très bien la Fig. 3.1. Ceci implique que la forme d'une surface aura un fort impact sur son albedo.

Reprenons le cas de notre océan, cette fois avec des vagues d'amplitudes substantielles (voir Fig. 4.11). Pour un faisceau lumineux arrivant avec un grand angle d'incidence, comme quand le Soleil est bas sur l'horizon, la déformation de la surface par les vagues fera que les rayons lumineux frapperont l'interface eau-air à un angle d'incidence local *inférieur* au cas de l'interface plane, ce qui *diminuera* donc l'albedo de la surface dans son ensemble.

En physique environnementale on s'intéressera parfois à l'albedo de surfaces simples, comme un océan sans glace ou vagues ou une couche de neige fraiche; ou plus souvent complexes, comme un glacier rocailleux, une prairie herbeuse, ou une forêt. Un calcul *ab initio* de l'albedo pour de telles surfaces complexes est en pratique extrêmement difficile, voire impossible, et il est d'usage de mesurer l'albedo expérimentalement, directement en laboratoire ou "in the field"', ou encore via des observations faites de l'espace. Le Tableau 4.2 compile les albedos de diverses surfaces naturelles ou artificielles qui seront d'intérêt pour le reste de ce cours.

Remarquez déjà qu'il s'agit de beaucoup plus qu'une simple question de couleurs sombres vs claires. Au niveau des sols et surfaces poreuses, le contenu en eau souvent aussi très important.

L'albedo moyen des couches externes de l'atmosphère terrestre est mesuré à  $\alpha \simeq 0.29$ , cette moyenne prenant ici en considération la variation avec la latitude de l'angle d'incidence de l'irradiation solaire, et les variations des propriétés atmosphériques avec la latitude et les saisons (couverture nuageuse, etc.). Si on reprend le calcul de la §4.1 pour la température d'équilibre de la Terre, on doit maintenant réduire le flux entrant par un facteur  $1 - \alpha$ , ce qui conduit à une température d'équilibre maintenant donnée par:

$$T_{\rm eq} = \left(\frac{(1-\alpha)S_0}{4\sigma}\right)^{1/4} = 255 \,\mathrm{K} \;.$$
(4.34)

C'est un très hivernal  $-18^{\circ}$ C, ce qui commence à faire dans le frisquet, et nous éloigne sub-



Figure 4.11: Insolation d'une surface océanique liquide avec vagues, ici pour un angle zénithal de 60°. Pour une interface plane on aurait ici R = 0.06 à cet angle d'incidence, tandis qu'ici les angles d'incidence locaux varient entre 4° et 22°, conduisant à  $R \simeq 0.02$  dans tous les cas. Les segments bleus indiquent la normale locale au point d'arrivée des rayons lumineux (flèches oranges).

stantiellement de la température moyenne mesurée, 14° C. On y reviendra en temps et lieu.

## 4.6 Absorption au sol

Notre radiation solaire est finalement arrivée au sol, et la fraction (un moins l'albedo de surface) qui n'est pas réfléchie vers l'atmosphère est finalement absorbée.

Dans les sols sans végétation, l'absorption se fait dans le premier mètre, et souvent moins, la profondeur d'absorption dépendant de la composition du sol et en particulier de son contenu en eau, et donc de sa porosité (voir §3.3). En présence d'une couverture végétale une fraction parfois substantielle de la radiation est interceptée par le feuillage et est utilisée pour la photosynthèse, réduisant ainsi le chauffage direct du sol.

Les océans couvrent 71% de la surface de la Terre, et ils se retrouvent donc à absorber directement la majorité de l'irradiance solaire. Pour une eau relativement propre et transparente, l'absorption s'avère être bien décrite par la Loi de Beer introduite à la §4.3 en contexte atmosphérique. Le coefficient d'absorption k pour l'eau varie substantiellement avec la longueur d'onde, même dans l'intervalle spectral relativement restreint du spectre visible. Ceci est illustré sur la Figure 4.12, dans le cas de l'eau pure à 22°C. ATTENTION, ce qui est porté en graphique ici est le produit  $k \times \rho$ . On constate que le coefficient d'absorption k augmente par plus de deux ordres de grandeur entre 400 et 700nm, indiquant que l'atténuation du spectre électromagnétique incident est beaucoup plus rapide aux grandes longueurs d'onde qu'aux courtes. On a vu (§4.3!) que la quantité  $(k\rho)^{-1}$  est une longueur d'atténuation, soit la distance sur laquelle le flux chute d'un facteur 1/e. La lumière rouge (700nm) s'atténue ainsi sur une distance de  $\simeq 1$  m, tandis que la bleue (450nm) le fait sur  $\simeq 100$  m. C'est pourquoi tout a déjà une teinte bleuâtre quand on nage à peine à quelques mètres de profondeur sous l'eau.

En réalité l'absorption dans les couches externe des océans est plus rapide que ce qu'on vient de déduire de la Fig. 4.12. La présence de sels ou autres minéraux dissous ou en suspension, de plancton, etc., augmente l'absorptivité, et parfois de manière fortement dépendante de la longueur d'onde, comme dans le cas du plancton. La Figure 4.12 demeure cependant

Surface	Valeur typique	Intervalle
Eau profonde+vent	0.1	0.05 - 0.2
Sol riche (noir, humus)	0.1	0.05 - 0.15
Sol humide	0.15	0.1 - 0.2
Sol désetique	0.3	0.2 - 0.35
Sable mouillé	0.25	0.2 - 0.3
Sable sec	0.35	0.3 - 0.4
Végétation verte (courte)	0.17	0.1 - 0.2
Végétation sèche	0.25	0.2 - 0.3
Forêt conifères	0.12	0.1 - 0.15
Forêt feuillus	0.17	0.15 - 0.25
Forêt tropicale	0.13	
Forêt marécageuse	0.12	
Forêt enneigée	0.25	0.2 - 0.35
Glace marine (sans neige)	0.3	0.25 - 0.4
Vieille neige (fondante)	0.5	0.35 - 0.65
Neige froide	0.7	0.6 - 0.75
Neige fraiche et sèche	0.8	0.7 – 0.9
Asphalte	0.07	0.05 - 0.1
Béton	0.2	0.15 - 0.35

Table 4.2: Albedo ( $\alpha$ ) de diverses surfaces naturelles et artificielles

une approximation raisonnable, certainement aux fins de ce cours... sauf si on s'intéresse spécifiquement au plancton !

## 4.7 Émission par la surface

Comme tout bon corps noir, la Terre irradie de l'énergie dans l'espace, à un taux proportionnel à la quatrième puissance de sa température, ce qui devrait conduire à un inexorable refroidissement. Heureusement qu'il y a l'irradiance solaire pour maintenir la surface de la Terre à une température n'approchant pas le zéro absolu.

Comme on l'a vu, pour les longueurs d'ondes plus longues que l'ultraviolet, en bonne première approximation la distribution spectrale de l'irradiance solaire ressemble beaucoup à celle d'un corps noir de température T = 5770 K (retourner zieuter la Fig. 4.1 au besoin). Le spectre correspondant est porté en graphique sur la Figure 4.13 (trait bleu), ainsi qu'en version "diluée" par un facteur  $(R_{\odot}/\bar{d})^2$  (tirets bleus), donnant alors le flux spectral tel qu'on le mesurerait à l'orbite de la Terre, comme sur la Fig. 4.1. On a vu précédemment (§4.1) que la Terre, considérée comme un corps noir, a une température d'équilibre  $T_{\rm eq} = 287$  K. Le spectre corps noir correspondant est tracé en rouge sur la Figure 4.13. Comparant les deux spectres corps noir, on constate que la majorité de l'irradiance solaire est "contenue" dans l'intervalle spectral  $300 \leq \lambda \leq 3000$  nm, tandis que le spectre d'émission thermique de la Terre se situe dans l'intervalle  $3000 \leq \lambda \leq 10^5$  nm. En climatologie anglophone on distingue souvent ces deux domaines électromagnériques par les qualificatifs "shortwave" et "longwave", respectivement.

La Figure 4.14 montre une image de l'émission thermique de la Terre, sur son coté nuit. On peut y distinguer, dans le quadrant supérieur droit, les contours de l'Afrique du Nord, de la Péninsule Arabique, et de la Mer Méditétannée, et les plus ferré.e.s en géographie y détecteront également la Corse et la Sardaigne. Les régions en bleu (les plus froides) correspondent à l'émission thermique provenant des couches nuageuses en très haute altitude (donc froides), l'émission codée en rouge représente les régions les plus chaudes, soit prédominemment la surface des océans et les nuages de très basses altitudes, essentiellement à la température du



Figure 4.12: Longueur d'atténuation du spectre visible dans l'eau pure à 22°C. Attention, ici la quantité portée en graphique versus la longueur d'onde est le produit  $k \times \rho$ , dans la notation de la §4.3. Source: Wikipedia Commons CC0 1.0.

sol. On remarque que les régions désertiques comme le Sahara ou l'intérieur de la Péninsule Arabique sont à des températures (codées jaune/vert) plus froides que les océans, ce qui est typique des déserts la nuit, à cause de la très faible humidité de la basse atmosphère dans ces régions.

Dans le visible et l'infrarouge rapproché, l'atmosphère (par temps clair) est pratiquement transparente, tandis que dans l'infrarouge moyen et lointain caractéristique du spectre thermique terrestre, elle est opaque sur de larges bandes de longueurs d'onde. Ceci s'avère à avoir des conséquences importantes sur le bilan énergétique planétaire.

Dans l'infrarouge entre 1 et  $100\mu$ m, l'absorption par l'atmosphère est dominée par les bandes moléculaires associées aux états quantiques de vibration et rotation. Les niveaux d'énergie associés étant très rapprochés de l'un au suivant, on se retrouve avec un spectre très dense, qui se fusionne en une bande sous l'effet de l'élargissement thermique.

La Figure 4.15 montre la variation de la transmissivité de l'atmosphère terrestre en fonction de la longueur d'onde, soit la transmissivité spectrale  $(t_{\lambda})$ , sur une plage de longueurs d'onde incluant à la fois le pic du spectre solaire et celui de la radiation thermique terrestre. Le trait noir au bas du graphique montre la transmissivité spectrale totale, tandis que les traits colorés montrent la transmissivité spectrale des cinq principaux absorbeurs dans l'infrarouge rapproché et moyen (700  $\leq \lambda \leq 10^4$  nm). Ces courbes de transmissivité ont été produites à l'aide du "Planetary Spectrum Generator" de la NASA, avec lequel vous aurez l'occasion de vous amuser en TP. On pourrait être surpris que les principaux constituants atmosphériques, soit les molécules  $N_2$  et  $O_2$ , ne se retrouvent pas parmi les principaux absorbeurs. Ultimement ceci est dû au fait que ces molécules ne montrent pas de moment dipolaire électrique même quand elles vibrent, et donc n'ont pas de transitions rotationnelles, et donc pas de bandes vibration+rotation. Les molécules  $H_2O$  et  $O_3$ , par contre, sont caractérisées par un moment dipolaire, et  $CO_2$  en développe un sous vibration; ces constituants atmosphériques, bien que présents en faible quantités relativement à  $N_2$  et  $O_2$ , se retrouvent alors à dominer l'absorption dans l'intervalle  $5 \lesssim \lambda \lesssim 50 \,\mu\text{m}$ , où la majorité de la radiation thermique est émise. Plus spécifiquement:



Figure 4.13: Spectres du corps noir pour des température correspondant à la photosphère du Soleil ( $T = 5770 \,\mathrm{K}$ ) et à la surface de la Terre ( $T = 287 \,\mathrm{K}$ ). Notez l'échelle verticale logarithmique. Le trait en tirets bleus est le spectre solaire reporté à la distance moyenne Terre-Soleil,  $\bar{d} = 1\mathrm{UA} = 150 \times 10^6 \,\mathrm{km}$ .

- Le principal absorbeur dans l'infrarouge est, de loin, la vapeur d'eau (H<sub>2</sub>O), avec une bande vibration-rotation à 6.3µm, et une large bande purement rotationnelle au dela de 12µm, dominant l'absorption à ≃20µm et plus;
- Le dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>) a une très forte bande de vibration-rotation à ~ 15μm, soit au pic de l'émission thermique de l'atmosphère terrestre à 288K.
- Dans l'infrarouge rapproché  $(0.7 \leq \lambda \leq 3 \,\mu\text{m})$ , une séquence de bandes vibration-rotation de H<sub>2</sub>O, et à un degré moindre de CO<sub>2</sub>, domine l'absorption atmosphérique de l'irradiance solaire.
- L'ozone a une bande d'absorption à  $9.3\mu$ m, qui bien que relativement mince, tombe dans la "fenêtre" de transmission entre 8 et  $12 \mu$ m laissée ouverte par H<sub>2</sub>O et CO<sub>2</sub>.
- Sous ~ 0.3 μm (300nm), la photodissociation de l'ozone (O<sub>3</sub>) domine l'absorption, qui se produit principalement dans la stratosphère.
- Finalement, sous ~ 0.2 μm, la photodissociation de N<sub>2</sub> et O<sub>2</sub> domine l'absorption, qui se produit dans la haute stratosphère et thermosphère (viz. Fig. 3.4).

La transmissivité étant essentiellement une mesure de la probabilité qu'un photon ne soit pas absorbé, la transmissivité spectrale totale d'un mélange de diverses expèces chimiques est alors donnée par le *produit* des transmissivités associées à chaque espèce chimique:

$$t_{\lambda} = \prod_{k} t_{\lambda,k} , \qquad k \equiv [\mathrm{H}_{2}\mathrm{O}, \mathrm{CO}_{2}, \mathrm{CH}_{4}, \mathrm{O}_{3}, \mathrm{N}_{2}\mathrm{O}]$$
(4.35)

Cette quantité est tracée en gris au bas de la Fig. 4.15, pour nos cinq espèces chimiques dominant l'absorption atmosphérique dans l'infrarouge; les deux principales différences avec la transmissivité spectrale totale simulée (en noir) sont (1) dans le visible, où le scattering


Figure 4.14: Image thermique (infrarouge) du coté nuit de la Terre. Le pôle N (S) est au haut (bas) de l'image. La température augmente du bleu au rouge. Les régions bleues correspondent à l'émission au haut des nuages de haute altitude, et les régions rouges à l'émission des océans et/ou nuages de basse altitude. Source: METEOSAT/www.sciencephoto.com.

de Rayleigh (§4.4.1) atténue préférentiellement le coté bleu du spectre électromagnétique dans le visible; ce n'est pas de l'absorption à proprement parler, puisque la radiation est réémise isotropiquement dans le plan perpendiculaire à **E**, à la même longueur d'onde, et donc n'est pas perdue, énergétiquement parlant. (2) Au dela de  $\simeq 7\mu$ m, l'absorption manquante est due en bonne partie au dimère H<sub>2</sub>O + H<sub>2</sub>O, qui produit un continu d'absorption.

Dénotons par  $t_{\lambda}$  la transmissivité atmosphérique totale (en noir au bas de la Fig. 4.15) à une longueur d'onde  $\lambda$ ; la transmissivité nette dans une bande de longueur d'onde donnée peut se calculer en pondérant  $t_{\lambda}$  par le spectre corps noir évalué à cette même longueur d'onde, le tout intégré sur ladite bande de longueur d'onde. On peut ainsi calculer la transmissivité nette de l'atmosphère par rapport à l'irradiance solaire dans le visible, et par rapport au spectre thermique terrestre dans l'infrarouge:

$$\langle t \rangle_{\rm Vis} = \int_{0.3\mu \rm m}^{0.9\mu \rm m} B_{\lambda}(T = 5770) t_{\lambda} \mathrm{d}\lambda \bigg/ \int_{0.3\mu \rm m}^{0.9\mu \rm m} B_{\lambda}(T = 5770) \mathrm{d}\lambda$$
, (4.36)

$$\langle t \rangle_{\rm IR} = \int_{6\mu \rm m}^{20\mu \rm m} B_{\lambda}(T=287) t_{\lambda} \mathrm{d}\lambda / \int_{6\mu \rm m}^{20\mu \rm m} B_{\lambda}(T=287) \mathrm{d}\lambda , \qquad (4.37)$$

(4.38)

Les bornes des deux régimes spectraux correspondent aux intervalles indiqués en bleu et rouge au haut de la Fig. 4.15; pour le profil de transmissivité atmosphérique de la Fig. 4.15, on trouve



Figure 4.15: Transmissivité atmosphérique spectrale  $t_{\lambda}$  versus la longueur d'onde, de 200nm (ultraviolet) jusqu'à 50 $\mu$ m (infrarouge lointain). Les transmissivités spectrales associées aux cinq principaux absorbeurs atmosphériques dans l'infrarouge sont portées en graphique individuellement, ainsi que la transmissivité totale (en noir). Les traits et points colorés bleu/rouge le long de l'axe supérieur indiquent le pic du corps noir à  $T_{\rm eff} = 5770$  et 287 K, ainsi que la plage de longueurs d'onde correspondante où le  $B_{\lambda}(T)$  est supérieur à 50% de sa valeur maximale. Figure produite à partir de données numériques générées par le Planetary Spectrum Generator (NASA-GSFC), psg.gsfc.nasa.gov.

ainsi:

$$\langle t \rangle_{\rm Vis} = 0.84 , \qquad \langle t \rangle_{\rm IR} = 0.27 .$$
 (4.39)

Vous aurez l'occasion de vérifier en TP que les valeurs exactes des bornes d'intégration choisies ci-dessus n'influencent pas énormément le résultat final. Par exemple, si se on se limite à l'intervalle spectrale du formellement visible  $(0.3 \le \lambda \le 0, 7 \,\mu\text{m})$ , on trouve  $\langle t \rangle_{\text{Vis}} = 0.88$ .

Bref, le message important: l'atmosphère terrestre est essentiellement transparente au gros de l'irradiance solaire, mais opaque à la radiation thermique terrestre dans l'infrarouge, sauf dans une mince fenêtre spectrale allant de 8 à  $12 \,\mu$ m, ...mais centrée sur le pic d'émission thermique ! De plus, cette fenêtre étant bornée par des bandes d'absorption du méthane et du dioxyde de carbone, on peut déjà anticiper l'importance de la contribution de ces constituant atmosphériques pourtant mineurs (voir Tableau 3.1) à l'effet de serre...

# 4.8 Bilan radiatif global

Nous avons débuté ce chapitre en calculant (§4.1) la température d'équilibre  $T_{\rm eq} = 278 \,\mathrm{K}$  pour laquelle une Terre (sans atmosphère et d'albedo nul) demeure à l'équilibre thermique. Il s'agit maintenant de le clore en recalculant  $T_{\rm eq}$ , cette fois prenant en considération l'effet de l'atmosphère et des sols/océans.

Établissons un bilan énergétique planétaire en utilisant l'approche système RSPF introduite à la §2.4... et apprivoisée au premier TP! La Figure 4.16 en illustre les différentes composantes:

- Nous avons deux réservoirs thermiques: l'atmosphère et les sols/océans, caractérisés par des températures  $T_a$  et  $T_s$  respectivement;
- Le réservoir sol/océan à une source, soit l'insolation solaire  $S_0$ , qui par hypothèse traverse l'atmosphère sans atténuation, mais dont une fraction  $(1 - \alpha)$  ( $\alpha$  étant l'albedo) est réfléchie dans l'espace et donc ne contribue pas à l'insolation au sol;
- Le réservoir "atmosphère" irradie la moitié de son flux thermique  $(0.5\sigma T_a^4)$  vers l'espace, et l'autre moitié vers le bas, ce qui correspond à un flux entrant =  $0.5\sigma T_a^4$  pour le réservoir sol/océan;
- Le réservoir sol/océan transfère un flux thermique  $\sigma T_s^4$  au réservoir atmosphère.

Il ne nous reste plus qu'à écrire nos équations de bilan. On se limitera ici au régime stationnaire, où le système est globalement à l'équilibre (tous les d/dt = 0); les flux totaux entrant et sortant de chaque réservoir doivent alors être nuls:

Atmosphere : 
$$0 = \sigma T_s^4 - 2 \times \left(\frac{1}{2}\sigma T_a^4\right) \longrightarrow T_a = T_s$$
, (4.40)

Sol/Ocean : 
$$0 = \frac{(1-\alpha)S_0}{4} + \frac{1}{2}\sigma T_a^4 - \sigma T_s^4$$
. (4.41)

De ces deux expressions on tire immédiatement:

$$T_{\rm eq} = \left(\frac{(1-\alpha)S_0}{2\sigma}\right)^{1/4} = 304\,{\rm K}\,\,,\tag{4.42}$$

soit 31°C, nettement plus chaud que le -18°C obtenu à la §4.5 en ne prenant en considération que l'effet de l'albedo sur la température d'équilibre. Pas mal trop chaud, en fait, en comparaison avec la température terrestre moyenne mesurée, 14°C. C'est une manifestation de ce très fameux **effet de serre**, ici dans sa forme la plus extrême puisque *toute* la radiation thermique de la surface est supposée être absorbée dans l'atmosphère, ce qui n'est pas le cas avec l'atmosphère terrestre, bien que l'absorption y soit substantielle. Au delà de la simplicité du modèle, introduire un puit thermique supplémentaire, directement du réservoir sol/océan vers



Figure 4.16: Le système Atmosphère+Sols et océans, en représentation Réservoir+Source+Puit+Flux. On suppose que l'atmosphère est complètement transparente à l'irradiance solaire, et complètement opaque à la radiation thermique provenant de la surface. Dans une telle situation l'atmosphère envoie la moitié de sa radiation thermique vers l'espace, et l'autre moitié vers la surface (voir texte).

l'espace, peut nous ramener au  $14^\circ$ observé. Un des problèmes en fin de chapitre vous guide dans cet exercice.

### **Exercices:**

**4.1:** Considérons encore une fois l'émission électromagnétique du Soleil comme identique à celle d'un corps noir à T = 5770 K. Calculez l'irradiance attendue au haut de l'atmosphère terrestre.

**4.2:** Allez fouiner sur internet (ou ailleurs) pour trouver les distances et températures moyennes des planètes Mercure, Vénus, Mars et Jupiter; calculez leur températures d'équilibre, et comparez aux valeurs mesurées. Réfléchissez aux origines possibles des différences, le cas échéant.

**4.3:** Calculez Q (équation (4.2)) en fonction de l'heure de la journée à la latitude de Montréal le jour de l'équinoxe. Faites le calcul pour une atmosphère complètement transparente. Il pourrait être une bonne idée de commencer par reproduire la Fig. 4.4. Une forme purement sinusoidale représenterait-elle bien la variation de Q(t) entre les lever et coucher du soleil ? Si vous ajustez une forme sinusoidale à votre Q(t) correctement calculé, quelle est l'erreur relative maximale sur l'irradiance au sol et à quelle heure de la journée se produit-elle ?

**4.4:** Répétez les calculs de l'exercice précédent, mais cette fois en prenant en compte l'atténuation du flux radiatif selon la Loi de Beer (§4.3). Vous pouvez supposer une longueur d'atténuation de 10km.

**4.5:** Retournez examiner la Figure 4.9. Calculez la réflectivité moyenne d'une gouttelette d'eau sphérique de rayon r, prenant en considération la variation de l'intensité réfléchie en fonction de l'angle d'incidence. Mathématiquement, ceci sera décrit par une certaine intégrale de surface... et n'oubliez pas qu'en 3D, il y a ici axisymétrie par rapport à la direction du faisceau incident.

**4.6:** À partir de l'éq. (4.20), démontrez que le chauffage par absorption est maximal à une profondeur optique  $\tau = 1$ .

4.7: Calculez la profondeur géométrique correspondant à la profondeur optique  $\tau = 1$  d'une colonne d'eau dans l'océan, aux longueurs d'onde  $\lambda = 400, 500, 600$  et 700nm. La Figure 4.12 vous sera très utile dans ce processus.

**4.8:** On considère une atmosphère sans absorption mais avec forte dispersion (§4.4.2) due à une très force densité d'aérosols produits par des feux de forêt, par exemple. À quelle profondeur optique  $\tau_{tot}$  l'irradiance diffuse devient-elle égale à l'irradiance transmise? Faites votre calcul pour des angles zénithaux de 30, 45 et 60°. Que devient l'irradiance diffuse dans la limite  $\tau_{tot} \rightarrow \infty$ ?

**4.9:** La transmissivité de l'atmosphère dans la partie infrarouge du spectre thermique de la Terre est notoirement difficile à calculer *ab initio*, car elle dépend de manière très sensible de la composition de l'atmosphère (contenu en vapeur d'eau, en CO<sub>2</sub>, en méthane, etc.) ainsi que de la longueur d'onde (vous vérifierez ça en TP!). Aux fins de cet exercice supposons simplement qu'une fraction t ( $0 \le t \le 1$ ) du flux thermique émis au niveau de la surface s'échappe dans l'espace. Modifiez le modèle de la Figure 4.16 pour prendre en considération ce puit supplémentaire, et calculez la valeur de t qui conduit à une température d'équilibre de 14° en surface. Votre valeur de t se compare-t-elle bien à celle obtenue à la fin de la §4.7 ?

**4.10:** Calculez la température à la surface de la planète Venus, sous l'approximation d'un effet de serre total, tel que décrit par le système de la Figure 4.16. Comparez à la valeur mesurée (viz. exercice # 2).

**4.11:** Reprenez le modèle stationnaire de calcul de l'effet de serre de la §4.7, mais en y ajoutant une seconde couche atmosphérique élevée, pour représenter la stratosphère. Vous pouvez supposer la stratosphère également totalement transparente à la lumière visible, mais totalement opaque à la radiation themique infrarouge. Votre température au sol se retrouve-t-elle plus petite ou plus grande que sans cette couche stratosphérique ?

### **Bibliographie:**

Pour plus de détails (et données) sur le spectre solaire, voir par exemple:

```
sunclimate.gsfc.nasa.gov/ssi-reference-spectra
```

Sur la TSI et toutes les subtilités associées à la production du composite de la Fig. 4.2, voir:

```
http://spot.colorado.edu/~koppg/TSI
```

Bien que sujettes à plusieurs élaborations de mon cru, les §4.2 et 4.3 sont fortement inspirées de la présentation de ces sujets faites aux sections 2.7 et 3.6 de l'ouvrage de Hartmann cité en bibliographie à la fin du chapitre 1.

La section 4.4.2 s'inspire quant à elle de la §5.3.4 de Monteith & Unsworth, qui présente deux séries de mesures, en format équivalent à la Fig. 4.8, et qui s'y collent très bien. La §4.4.3 est basée en partie sur la §3.9 de Hartmann, qui présente aussi des mesures et calcul d'albedo et absorptivité pour des nuages prototypiques.

# Chapitre 5

# Processus physiques II. Matière

Nous avons vu au chapitre précédent comment la radiation transporte et redistribue l'énergie à travers les différentes "sphères" de l'environnement physique. La matière en mouvement (vents, courants marins, précipitations, évaporation, écoulements de surface ou subsurface, etc.) peut également transporter de l'énergie, en plus évidemment de la masse, et de divers "contaminants" présents dans l'air ou dans l'eau. Du point de vue environnemental les bilans de masse sont aussi pertinents que les bilans d'énergie. En plus de ce **transport** par les écoulements, ces derniers peuvent également conduire au **mélange**, autre phénomène de grande importance dans un contexte environnemental.

La dynamique des écoulements définit l'**hydrodynamique**, sujet d'un cours de troisième annnée (PHY-3140) que je vous recommande fortement si le sujet vous intéresse. Dans le cadre de PHY-2100, nous allons, la plupart du temps, considérer les écoulements comme connus (soit mesurés, soit déjà calculés), et allons nous concentrer sur leurs effets en contexte environnemental.

Ce chapitre, de longueur substantielle, débute par une présentation d'un phénomènes physiques de grande importance contrôlant la dispersion et concentration spatiale de matière dans l'environnement: la **diffusion** (§5.1); ceci est suivi d'un survol de l'hydrodynamique, avec emphase sur le transport de masse par les écoulements (5.2). On se tourne ensuite vers deux processus physiques de grande importance environnementale, soit la **sédimentation** (§5.3) et la **percolation** (§5.4). On poursuit en considérant l'influence combinée de la diffusion et des écoulements sur le transport de la chaleur (§5.5), en on termine en discutant l'impact des changements de phase, spécifiquement l'évaporation et condensation de l'eau, sur le transport de la chaleur (§5.6).

# 5.1 La diffusion

Imaginons la situation suivante: un flacon d'aftershave Brut Magnum 45 est ouvert dans le coin d'une pièce fermée. La pression partielle des molécules puantes étant initialement nulle dans l'air, celles contenues dans le flacon commenceront à s'évaporer et se disperser dans l'air, en réponse aux perpétuelles collisions dues au mouvement thermique des molécules de N<sub>2</sub> et  $O_2$  dans l'air. Après un certain temps la situation ressemblera à celle illustrée sur la Figure 5.1. Continuellement bousculées par N<sub>2</sub> et  $O_2$ , les molécules puantes effectuent une forme de marche aléatoire qui, en moyenne, les éloignent de leur source, ici située en bas à gauche. Cette situation exemplifie les processus dit de **diffusion**.

Dans cette marche aléatoire, la direction de chaque pas est déterminée par les aléas des collisions inter-particules, leur longueur par la distance interparticule moyenne, et la durée du pas par le temps moyen s'écoulant entre deux collisions successives, Mais, puisque les molécules d'air (essentiellement  $N_2$  et  $O_2$ ) sont beaucoup plus nombreuses que celles de Brut 45 Magnum (heureusement d'ailleurs), ces dernières feront des collisions presqu'uniquement avec  $O_2$  ou  $N_2$ , et presque jamais avec une autre molécule de Brut 45. Donc le mouvement de chaque molécule



Figure 5.1: Représentation schématique d'un fluide à deux composantes, ici des molécules d'air  $(80\%N_2+18\%O_2, \text{ composante 1, en gris})$  et de Brut Magnum 45 (composante 2, en rouge), vu ici à l'échelle microscopique. La source du Brut Magnum 45 est dans le coin inférieur gauche. La composante (2) agit comme un contaminant trace en autant que son nombre de particules N(2) est  $\ll N(1)$ ; dans une telle situation, les paramètres thermodynamiques du gaz (densité, température, pression, etc.) sont complètement déterminés par la composante 1, et la diffusion de la composante 2 s'apparente à une marche aléatoire où les collisions avec la composante 1 réorientent aléatoirement la direction de déplacement des constituants microscopiques de la composante 2.

de Brut est complètement découplée des autres. On dirait ici du Brut 45 Magnum qu'il est un **contaminant trace** diffusant dans l'air.

### 5.1.1 La marche aléatoire

Dans sa forme la plus simple, la marche aléatoire décrit la variation d'un déplacement  $\mathbf{D}_n$  suite à une séquence de n pas  $\mathbf{s}_n$  de longueur constante s mais orientés aléatoirement dans l'espace. Physiquement, on peut imaginer la longueur s du pas comme équivalente au libre parcours moyen  $(\ell)$  d'une particule du contaminant, tandis que le "pas de temps" associé à chaque pas de la marche correspondrait au temps inter-collision moyen  $\ell/v_{\rm th}$ , où  $v_{\rm th}$  est la vitesse thermique moyenne.

Nous considérerons une situation où la grandeur du pas est toujours fixe  $s = \sqrt{\mathbf{s} \cdot \mathbf{s}}$ , mais son orientation dans l'espace est complètement aléatoire et indépendante de l'orientation du pas précédent. On parle alors d'un **processus stochastique sans mémoire**.

Le déplacement au pas n est clairement relié au déplacement du pas précédent n-1 via:

$$\mathbf{D}_n = \mathbf{D}_{n-1} + \mathbf{s}_n$$
,  $n = 1, 2, 3...$  (5.1)

Le carré du déplacement au pas n devient:

$$D_n^2 = \mathbf{D}_n \cdot \mathbf{D}_n$$

$$= (\mathbf{D}_{n-1} + \mathbf{s}_n) \cdot (\mathbf{D}_{n-1} + \mathbf{s}_n)$$
  
$$= D_{n-1}^2 + s^2 + 2\mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n .$$
(5.2)

Considérons maintenant non pas une, mais l'ensemble de molécules de Brut 45 effectuant une telle marche aléatoire, et dénotons par des crochets  $\langle ... \rangle$  la moyenne effectuée sur l'ensemble des marcheurs; ceci s'appelle une **moyenne d'ensemble**, et est défini de manière générale selon

$$\langle x \rangle = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} x(m) , \qquad (5.3)$$

où x(m) dénote la valeur d'une mesure x pour le m-ième membre de l'ensemble, ici de taille M. Donc, par exemple,  $\langle \mathbf{D}_n \rangle$  représenterait le déplacement moyen de l'ensemble des molécules de Brut 45. Il s'agit ici d'un opérateur linéaire, satisfaisant les propriétés:

$$\langle x+y\rangle = \langle x\rangle + \langle y\rangle , \qquad \langle ax\rangle = a\langle x\rangle , \qquad (5.4)$$

où a est un coefficient numérique quelconque. Appliquons maintenant cet opérateur à l'éq. (5.2):

$$\langle D_n^2 \rangle = \langle D_{n-1}^2 + s^2 + 2\mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle , = \langle D_{n-1}^2 \rangle + \langle s^2 \rangle + \langle 2\mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle , \langle D_{n-1}^2 \rangle + s^2 + 2\langle \mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle .$$
 (5.5)

la seconde égalité suivant de la linéarité notre opérateur de moyenne d'ensemble. Si chaque marche est vraiment aléatoire, sans mémoire, et qu'aucune "communication" n'existe entre les marcheurs leur permettant de synchroniser leurs marches individuelles, alors chaque marche est statistiquement indépendante des autres; autrement dit l'angle entre  $\mathbf{D}_{n-1}$  et  $\mathbf{s}_n$  est distribué équiprobablement dans  $[0, 2\pi]$  sur l'ensemble des marcheurs. Donc on aura

$$\langle \mathbf{D}_{n-1} \cdot \mathbf{s}_n \rangle = 0 , \qquad (5.6)$$

d'où

$$\left\langle D_n^2 \right\rangle = \left\langle D_{n-1}^2 \right\rangle + s^2 \ . \tag{5.7}$$

Si l'on suppose maintenant que  $\mathbf{D}_0 = 0$ , alors on aura:

$$\left\langle D_1^2 \right\rangle = s^2 , \qquad (5.8)$$

$$\left\langle D_2^2 \right\rangle = \left\langle D_1^2 \right\rangle + s^2 = 2s^2 , \qquad (5.9)$$

$$\left\langle D_3^2 \right\rangle = \left\langle D_2^2 \right\rangle + s^2 = 3s^2 , \qquad (5.10)$$

$$... = ...$$
 (5.11)

et donc après n pas:

$$\left\langle D_n^2 \right\rangle = n \, s^2 \,, \tag{5.12}$$

et ce même si

$$\langle \mathbf{D}_n \rangle = 0 \ . \tag{5.13}$$

Maintenant, si l'on interprète le décompte n des pas comme une variable temps cette expression nous indique que le déplacement quadratique moyen augmente linéairement avec le temps, d'où:

$$\sqrt{\langle D_n^2 \rangle} = \sqrt{n} \, s. \tag{5.14}$$

Ceci s'appelle la **moyenne quadratique** du déplacement. Quelques points importants à retenir de tout ceci:

# Marche aleatoire (100 pas)



Figure 5.2: Quatre marches aléatoires de n = 100 pas, en deux dimensions spatiales. Tous les marcheurs débutent au point noir au centre, et le cercle correspond à un déplacement  $D \equiv \sqrt{\mathbf{D} \cdot \mathbf{D}} = \sqrt{n} = 10$ .

- L'hypothèse cruciale de l'analyse est l'éq. (5.6), qui n'est valide que pour un processus stochastique sans mémoire;
- À trictement parler, l'éq. (5.14) tient seulement dans la limite d'un nombre de marcheurs tendant vers l'infini; mais on verra sous peu que ça marche assez bien pour des N très loin de l'infini!
- Rien dans le développement ne dépend de la dimensionalité de l'espace dans lequel se fait la marche aléatoire; l'équation (5.14) est identique en 1D, 2D, 3D, etc.

La Figure 5.2 illustre quelques marches aléatoires en 2D, chacune de 100 pas. Le cercle tracé a un rayon égal à la taille du déplacement quadratique moyen attendu, soit ici  $R = \sqrt{\langle D_{100} \rangle} =$ 10s. La nature statistique de l'argument ressort très clairement ici; les marcheurs bleu et mauve ont atteint des rayons > 10s, tandis que pour les macheur rouge et vert la distance du point de départ est < 10s. Néanmoins, même pour un si petit ensemble de seulement 4 membres, on a ici tout de même  $R = \sqrt{\langle D_{100} \rangle} \simeq 8.8s$ . Pas si mal!

### 5.1.2 Diffusion = marche aléatoire

Considérons la variation suivante sur le thème de la marche aléatoire en une dimension spatiale: chaque marcheur, comme auparavant, fait un pas  $s = \pm 1$ , mais la marche est limitée par deux "murs" à x = 100 et x = -100, et les marcheurs frappant le mur "rebondissent" d'un pas dans la direction opposée. De plus, choisissons une condition initiale où tous les marcheurs débutent à des positions distribuées de manière aléatoire mais statistiquement uniforme dans le sous-intervalle  $-100 < x \leq 0$ , soit dans la moitiée gauche du domaine. Tous les marcheurs font leur pas de manière synchronisée dans le temps, mais sinon de manière totalement découplée l'un de l'autre.

La Figure 5.3 montre une séquence temporelle d'histogrammes décrivant la distribution des positions des marcheurs à mesure que la marche aléatoire progresse. La distribution, initialement très raide à x = 0, s'étale graduellement avec le temps, mesuré en pas de marche aléatoire. Cet étalement résulte du fait que plus de marcheurs traversent de la moitié gauche du domaine vers la moitié droite que dans le sens inverse, en raison du simple fait qu'il y a initialement beaucoup plus de marcheurs du coté gauche. Ce n'est que lorsqu'il y aura autant de marcheurs de chaque coté de x = 0 que le système pourra devenir statistiquement stationnaire.

Cet étalement graduel d'une concentration de "particules" décrivant chacune une marche aléatoire est représentatif des processus dits de **diffusion**.

Dans un contexte environnemental, il est hors de question de commencer à simuler les processus de dispersion par diffusion en calculant explicitement la dispersion des contaminants comme des marches alétoires, le nombre de "marcheurs" impliqués étant carrément astronomique (plus précisément: plusieurs fois le nombre d'Avogadro), même si on se limitait à la diffusion du Brut Magnum 45 dans une petite salle de classe. On doit donc établir une représentation mathématique du processus de diffusion sous la forme d'équations différentielles impliquant des variables globales comme la densité, la concentration, etc.

Revenons à notre marche aléatoire en 1D confinée à l'intervalle  $-100 \le x \le 100$  (Fig. 5.3). Examinons ce qui se passe à une position  $x_0$  quelconque; comme l'illustre la Figure 5.5, seules les particules situées dans l'intervalle  $x_0 - |s| < x < x_0 + |s|$  (région grise) ont une chance de traverser  $x_0$  au prochain pas de marche, mais seulement si le pas se fait dans la bonne direction  $(s = +1, \text{ en rouge, pour les particules situées dans <math>x_0 - |s| < x < x_0, \text{ et } s = -1$ , en vert, pour celles dans dans  $x_0 < x < x_0 + |s|$ ). Pour des directions équiprobables, la moitié des particules dans chaque intervalle feront ce pas dans la "bonne" direction. Donc le nombre *net*  $\delta N$  de particules traversant la position  $x_0$  vers la droite sera donné par quelque chose comme

$$\delta N(x_0) = \frac{1}{2}N(x_0 - |s|) - \frac{1}{2}N(x_0 + |s|) .$$
(5.15)

Considérons maintenant l'intervalle  $x_0 - |s| < x < x_0 + |s|$  dans son ensemble, et dénotons par  $N(x_0, t)$  le nombre de particules contenues dans cet intervalle au temps t. Le nombre au temps  $t + \Delta t$  sera donné par le nombre au temps t plus ce qui est entré du coté gauche (à  $x_0 - |s|$ ) moins ce qui est sorti du coté droit (à  $x_0 + |s|$ ). Évaluant l'éq. (5.15) à  $x_0 - |s|$  et  $x_0 + |s|$ , on arrive à:

$$N(x,t+\Delta t) = N(x,t) + \delta N(x-s) - \delta N(x+s)$$
  
=  $N(x,t) + \left[ \left( \frac{1}{2} N(x-2s) - \frac{1}{2} N(x) \right) - \left( \frac{1}{2} N(x) - \frac{1}{2} N(x+2s) \right) \right]$   
=  $N(x,t) + \frac{1}{2} \left( N(x+2s) - 2N(x) + N(x-2s) \right) ,$  (5.16)

où on largué l'indice "0" sur le x et la valeur absolue sur s afin d'alléger la notation. Divisant les membres de gauche et de droite par  $\Delta t$ , on peut réécrire cette expression sous la forme équivalente:

$$\frac{N(x,t+\Delta t) - N(x,t)}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left( \frac{(2s)^2}{\Delta t} \right) \times \left( \frac{N(x+2s) - 2N(x) + N(x-2s)}{(2s)^2} \right).$$
(5.17)

La seconde parenthèse au membre de droite ressemble à quelque chose que vous avez déjà vu en PHY-1234 (j'espère), soit une formule de différence finie centrée pour la dérivée seconde par rapport à x pour un pas spatial  $h \equiv 2s$ , tandis que le membre de gauche ressemble tout autant à une formule de différence finie avant pour la dérivée temporelle, pour un pas temporel  $h \equiv \Delta t$ . Si l'on accepte ces interprétations, l'éq. (5.17) représenterait alors une discrétisation par différences finies de l'équation différentielle suivante:

$$\frac{\partial N(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 N(x,t)}{\partial x^2} , \qquad (5.18)$$



Figure 5.3: Évolution temporelle de la distribution de 30000 marcheurs aléatoires 1D confinés à l'intervalle  $[-100 \le x \le +100]$ , et initialement tous localisés aléatoirement dans le sousintervalle  $[-100 \le x \le 0]$ . Les lignes verticales le long de l'abcisse indiquent la position moyenne des marcheurs au temps correspondant, tel que codé par la couleur du trait.



Figure 5.4: Solution numérique de l'équation de diffusion (5.18) avec les conditions initiale et limites données par les équations (5.20), avec  $\Delta x = 1$  et  $\Delta t = 0.25$ .



Figure 5.5: Pour un groupe de marcheurs aléatoires en 1D distribués aléatoirement en x, seuls ceux situés à une distance inférieure d'un pas s à une position quelconque  $x_0$  auront la possibilité de traverser  $x_0$  au prochain pas, mais seulement si ce pas est pris dans la "bonne" direction, soit vers la gauche (flèches vertes) pour les marcheurs situés dans l'intervalle  $x_0 \le x \le x_0 + s$ , ou vers la droite (flèches rouges) pour les marcheurs dans l'intervalle  $x_0 - s \le x \le x_0$ . La position verticale est arbitraire ici.

où on a défini le coefficient numérique

$$D = \frac{2s^2}{\Delta t} , \qquad (5.19)$$

La Figure 5.4 présente une solution numérique de l'éq. (5.18), avec D = 2 et conditions initiales et limites:

$$N(x,t=0) = \begin{cases} 1 & x \le 0\\ 0 & x > 0 \end{cases}, \qquad \frac{\partial N}{\partial x}\Big|_{x=-100} = \frac{\partial N}{\partial x}\Big|_{x=+100} = 0.$$
(5.20)

Comparez maintenant ceci à la Figure 5.3; La solution a été tracée aux mêmes temps équivalents, et avec le même code de couleur pour les différents traits. Il est clair que l'éq. (5.18) est une excellente représentation de la marche aléatoire en 1D, même dans la limite d'un nombre de marcheurs élevé mais encore très loin de l'infini.

En contexte environnemental, il est d'usage d'écrire l'équation (5.18) non pas en terme du nombre N de molécules de contaminant, mais plutôt de sa **concentration**, souvent définie comme le rapport de la densité contaminant ( $\rho_c$ ) par rapport à la densité totale du milieu ( $\rho$ ):

$$c = \frac{\rho_c}{\rho} , \qquad (5.21)$$

soit une quantité adimensionnelle. Mais je nai pu que constater que dans bien des ouvrages de sciences environnementales, le terme "concentration" est souvent utilisé pour caractériser la densité du contaminant ( $\rho_c$ ) comme telle, dans lequel cas la concentration (dénotée par un "C" majuscule dans tout ce qui suit) a des unités de kg m<sup>-3</sup>. C'est en fait une définition souvent plus pratique quand vient le temps de quantifier la magnitude d'une source de contaminant, et

celle adoptée dans ce qui suit. Notre équation (5.18) devient alors:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x},t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 C(\mathbf{x},t)}{\partial x^2} , \qquad (5.22)$$

qui se généralise en plus d'une dimension spatiale à:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x},t)}{\partial t} = D\nabla^2 C(\mathbf{x},t) , \qquad (5.23)$$

et est appelée **équation de diffusion**. Remarquons que puisque  $\nabla^2 C \equiv \nabla \cdot (\nabla C)$ , avec *D* constant cette expression a la forme de notre loi de conservation générique (2.55), en l'absence de sources ou puits et si l'on définit le **flux diffusif** selon

$$\mathbf{q}_D = -D\nabla C$$
,  $[\mathrm{kg} \ \mathrm{m}^{-2} \, \mathrm{s}^{-1}]$  (5.24)

ce qui est tout à fait cohérent avec le développement ayant mené à  $(5.18)^1$ . La quantité D (unités:  $m^2 s^{-1}$ ) est le **coefficient de diffusion**, et mesure le taux auquel se disperse le contaminant trace dans le milieu ambiant.

Notons bien que D caractérise la diffusion d'un contaminant spécifique dans un milieu ambiant tout aussi spécifique. Un calcul *ab initio* de D est possible via la théorie cinétique dite de Chapman-Enskog, mais c'est un exercice assez violent en physique statistique; en physique environnementale il est plutôt d'usage de mesurer D en laboratoire pour un mélange spécifique. Le Tableau 5.1 liste des coefficients de diffusion pour quelques contaminants d'intérêt, diffusant dans l'air ou l'eau.

Substance	dans l'air $(20^{\circ} \mathrm{C})$	dans l'eau $(25^{\circ}\mathrm{C})$
Ar	$1.89 \times 10^{-5}$	$2 \times 10^{-9}$
$CH_4$	$2.1 \times 10^{-5}$	$1.49 \times 10^{-9}$
CO	$2.08\times10^{-5}$	$2.03 \times 10^{-9}$
CO2	$0.16 \times 10^{-5}$	$1.92 \times 10^{-9}$
$H_2O$	$2.42 \times 10^{-5}$	
Н	$7.56  imes 10^{-5}$	
NaCl		$1.61 \times 10^{-9}$
Acetone		$1.16 \times 10^{-9}$
Benzene		$1.02 \times 10^{-9}$
Ethanol		$0.84 \times 10^{-9}$
Nominal	$10^{-5}$	$10^{-9}$

Table 5.1: Coefficients de diffusion  $D \, [\text{m}^2 \, \text{s}^{-1}]$  dans l'air et dans l'eau

Source: voir bibliographie

Revenons à la marche aléatoire, et plus spécifiquement à l'éq. (5.19); si on accepte l'équivalence  $s \equiv \ell$  et  $\Delta t \equiv \ell/v_{\text{th}}$ , alors on aurait

$$D = 2v_{\rm th}\ell \ . \tag{5.25}$$

On en concluerait qu'un gaz peu dense (plus grand libre parcour moyen) conduira à une diffusion plus rapide. De même, dans un gaz chaud les constituants microscopiques se déplacent plus rapidement, et donc  $v_{\rm th}$  est plus grand et (à densité égale) le temps inter-collisions est plus court, ce qui nous ferait prédire que D augmente avec la température. Ces deux attentes s'avèrent conformes à l'expérience. Pour l'Argon dans l'air, par exemple, D passe de  $0.167 \times 10^{-5} \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$ 

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Petit quiz: où se trouve le gradient dans l'équation (5.16)?

à  $0.289 \times 10^{-5} \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$  quand l'air réchauffe de 0° à 100° C. Mais encore ici, aux fins de ce cours, en bonne première approximation on négligera la plupart du temps cette dépendance en température.

Pour la majorité des espèces chimiques d'intérêt en physique environnementale, en bonne première approximation et sauf avis contraire, on utilisera des valeurs nominales  $D = 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  pour la diffusion dans l'air, et  $D = 10^{-9} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  pour la diffusion dans l'eau.

# 5.1.3 Le temps de diffusion

Notre équation de diffusion est une équation différentielle linéaire aux dérivées partielles (EDPs), dont la solution n'est pas exactement de la tarte, comme on le verra sous peu. On peut cependant en extraire de l'information très pertinentes sans la solutionner formellement, via l'**analyse dimensionnelle**.

Travaillons avec l'équation de diffusion pure (5.22), et supposons que l'on puisse jauger "à l'oeil" une longueur caractéristique (L) et un temps caractéristique  $\tau$  sur lesquels varie C. Dimensionnellement, on aurait alors:

$$\begin{array}{rcl} \frac{\partial C}{\partial t} & \rightarrow & \frac{C_0}{\tau} \\ D\nabla^2 C & \rightarrow & \frac{D C_0}{L^2} \end{array}, \end{array}$$

Appliquant cette procédure à notre équation de diffusion:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = D\nabla^2 C , \qquad \rightarrow \qquad \frac{C_0}{\tau} \sim D\frac{C_0}{L^2}$$
(5.26)

Les  $C_0$  se simplifient, conséquence du fait que notre équation de diffusion est linéaire en C. On a donc:

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{D}{L^2} . \tag{5.27}$$

Ceci permet d'estimer l'ordre de grandeur du temps caractéristique de la diffusion de C sur une échelle spatiale L:

$$\tau_D = \frac{L^2}{D} \ . \tag{5.28}$$

C'est le **temps de diffusion**. Ce genre d'analyse dimensionnelle permet d'obtenir assez facilement des estimés de type ordre de grandeur pour des phénomènes dont un calcul complet serait passablement plus complexe; on en fera usage à répétition au fil du cours.

Le temps de diffusion permet également d'**adimensionaliser** notre équation de diffusion. Introduisons les variables adimensionnelles suivantes:

$$x^* = x/L$$
,  $t^* = t/\tau_D$ , (5.29)

et substituons ces définitions dans l'éq. (5.22); on obtient:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x}^*, t^*)}{\partial t^*} = \frac{\partial^2 C(\mathbf{x}^*, t)^*}{\partial x^{*2}} .$$
(5.30)

Le coefficient de diffusion D a disparu de l'équation, ayant été absorbé dans le temps de diffusion qui est maintenant l'unité de temps pour la variable temporelle.

## 5.1.4 Solutions analytiques à l'équation de diffusion

En physique environnementale on s'intéressera souvent à la solution de l'équation de diffusion en présence d'une source de contaminant, dépendant potentiellement de temps et de la position. L'équation (5.23) devient alors:

$$\frac{\partial C(\mathbf{x},t)}{\partial t} = D\nabla^2 C(\mathbf{x},t) + S(\mathbf{x},t) , \qquad (5.31)$$

où la concentration C est mesurée en k<br/>g $\mathrm{m}^{-3},$  et sa source en kg $\mathrm{m}^{-3}\,\mathrm{s}^{-1}.$ 

Débutant avec Jean-Baptiste Fourier (1968–1830), faisant par la suite une passe à Pierre-Simon de Laplace (1749–1827) qui fait un punt posthume de l'autre coté de la Manche à Georges Gabriel Stokes (1819–1903; grand matheux et expert du 2-pour-1 —et même parfois 3-pour-1— dans l'application de solution mathématiques à des problèmes physique), une panoplie de méthodes mathématiques ont été développées permettant d'obtenir des solutions analytiques à l'équation de diffusion (5.31), avec ou sans terme source, dans des situations géométriquement simples mais tout de même pertinentes en physique environnementale (entre autre): transformée de Laplace, solutions autosimilaires, solutions par fonctions de Green, etc. Vous avez déjà fait connaissance avec certaines de ces méthodes dans vos cours de math, et d'autres sont couvertes en PHY-3140. On se bornera ici à simplement lister quelques solutions qui nous seront utiles plus loin<sup>2</sup>.

#### Aplanissement d'une discontinuité

On revient d'abord, mais en version continue, au petit problème introduit à la §5.1.2: l'aplanissement graduel d'une discontinuité initiale de la concentration dans un domaine spatial infini en 1D  $(-\infty \le x \le \infty)$ , en l'absence de toute source de *C* autre que la quantité présente à t = 0. On doit alors solutionner l'équation de diffusion (5.31) avec S = 0 et comme condition initiale:

$$C(x,t=0) = \begin{cases} 0 , & x < 0 \\ C_0 , & x \ge 0 \end{cases}$$
(5.32)

Notons que dans un tel problème 1D, la concentration est maintenant mesurée en kg m<sup>-1</sup>. La solution prend la forme:

$$C(x,t) = \frac{C_0}{2} \left[ 1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{4Dt}}\right) \right] .$$
(5.33)

avec  $\operatorname{erf}(\beta)$  étant la **fonction d'erreur**, définie selon:

$$\operatorname{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^\beta \exp(-x^2) \mathrm{d}x \;. \tag{5.34}$$

Pour référence future, la fonction d'erreur complémentaire est définie ainsi:

$$\operatorname{erfc}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\beta}^{\infty} \exp(-x^2) \mathrm{d}x \;.$$
 (5.35)

de telle sorte que  $\operatorname{erf}(\beta) + \operatorname{erfc}(\beta) = 1$ . Notons également que  $\operatorname{erf}(\beta) = -\operatorname{erf}(-\beta)$ , et que la définition même de la fonction d'erreur (soit l'éq. (5.36) implique que

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\beta}\mathrm{erf}(\beta) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\exp(-\beta^2) \ . \tag{5.36}$$

La solution (5.33) est portée en graphique sur la Figure 5.6A, à des temps t exprimés en unités du temps de diffusion (5.28), ce qui revient ici à poser D = 1. Notez bien que les courbes successives sont espacées de manière approximativement uniforme en  $\log(t)$ , tel qu'indiqué par le code de couleur<sup>3</sup>.

On perçoit déjà sur cette Figure (en fait déjà sur les Figs. 5.3 et 5.4) une caractéristique importante des processus diffusifs: ils opèrent très rapidement en présence de fort gradients, mais deviennent de plus en plus inefficaces à mesure que les gradients s'aplanissent. C'est

 $<sup>^2 {\</sup>rm Cette}$  sous-section est adapté pas mal directement de la Section 7.1.1 et l'Annexe C de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle cité en fin de chapitre

 $<sup>{}^{3}</sup>$ C'est aussi la solution qui a été utilisée pour produire la Figure 5.4, même si dans ce cas le domaine spatial était borné dans  $-100 \le x \le +100$ ; une petite tricherie qu'on me pardonnera j'espère...



Figure 5.6: Diverses solutions analytiques à l'équation de diffusion (5.31), discutées à la §5.1.4. (A): Aplanissement d'une discontinuité 1D; (B): Source instantanée et spatialement localisée à x = 0 en 1D; (C) source instantanée d'étendue finie en x en 1D; et (D) source temporellement continue mais spatialement localisée à r = 0 en 3D (notez l'échelle log-log pour cette dernière). Le code couleur correspond au temps t, mesuré en unité du temps de diffusion, auquel chaque solution est tracée.

76

évidemment une conséquence du fait que le flux diffusif est lui-même proportionnel au gradient de C (revoir l'éq. (5.24) au besoin). La solution stationaire asymptotique est

$$\lim_{t \to \infty} \frac{C(x,t)}{C_0} = \frac{1}{2} , \qquad (5.37)$$

soit un mélange complet de la concentration initiale dans tout le domaine spatial.

#### Source ponctuelle instantanée en 1D

On considère une situation en une dimension spatiale, où à t = 0 une masse Q (en kg) de contaminant est injectée instantanément à la position x = 0, dans un environnemment où avant l'injection C = 0 partout. Le terme source S dans (5.31) est alors  $S = 0 \forall t > 0$ , et se retrouve entièrement "contenu" dans la condition initiale:

$$C(x,t=0) = Q\delta(x) , \qquad (5.38)$$

où  $\delta(x)$  est la fonction delta de Dirac, et C est encore ici une densité linéaire (unités: kg m<sup>-1</sup>) en raison de la nature 1D du problème.

La solution de l'équation (5.31) est donnée par

$$C(x,t) = \frac{Q}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-x^2/(2\sigma^2)\right)$$
(5.39)

où on a défini

$$\sigma(t) = \sqrt{2Dt} \ . \tag{5.40}$$

L'équation (5.49) décrit une Gaussienne centrée sur x = 0 et dont la largeur croit en  $\sqrt{t}$  selon (5.40), et est illustrée sur la Figure 5.6B. Cette solution satisfait également

$$\int_{-\infty}^{\infty} C(x,t) \mathrm{d}x = Q \qquad \forall t , \qquad (5.41)$$

exprimant la conservation de la masse totale de contaminant injecté à t = 0. La diffusion ne fait que disperser le contaminant présent initialement. Ici la solution stationaire asymptotique est

$$\lim_{t \to \infty} C(x,t) = 0 , \qquad (5.42)$$

la concentration initiale se retrouvant complètement diluée dans le domaine spatial infini.

Notons finalement que cette même solution décrirait une situation en 3D où une densité surfacique (unités: kg m<sup>-2</sup>) de grandeur Q est injectée dans le plan x = 0, la solution demeurant alors invariante en y et z.

### Source étendue instantanée en 1D

La linéarité de l'équation de diffusion permet de construire des solutions pour des sources spatialement étendues comme une somme (intégrale) de solutions spatialement ponctuelles, décalées spatialement l'une par rapport à la suivante et couvrant l'étendue spatiale de la source. Considérons par un exemple une injection instantanée de contaminant en 1D, comme précédemment, mais cette fois injectée à t = 0 sur un intervalle fini  $-b/2 \le x \le b/2$ . À une position x' dans cet intervalle on peut écrire:

$$C(x', t = 0) = C_0 \delta(x - x') dx', \qquad (5.43)$$

À ce petit segment linéaire infinitésimal dx' est associé une solution:

$$C(x,t) = \frac{C_0 \mathrm{d}x'}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{2\sigma^2}\right)$$
(5.44)

comme auparavant, viz. éq. (5.49). En vertu de la linéarité de notre équation de diffusion, la solution complète pour la source étendue est alors donnée par:

$$C(x,t) = \frac{C_0}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-b/2}^{+b/2} \exp\left(-\frac{(x-x')^2}{2\sigma^2}\right) dx'$$
$$= \frac{C_0}{2} \left[ \exp\left(\frac{b/2+x}{\sigma\sqrt{2}}\right) + \exp\left(\frac{b/2-x}{\sigma\sqrt{2}}\right) \right]$$
(5.45)

où  $\sigma(t)$  est toujours donné par l'éq. (5.40), et notre fonction d'erreur est réapparue dans le portrait. Cette solution est portée en graphique à la Figure Figure 5.6C. Qualitativement, le comportement est le même qu'en (B), soit un inexorable étalement du profil initial de la concentration. La solution stationaire asymptotique est encore une fois

$$\lim_{t \to \infty} C(x,t) = 0 , \qquad (5.46)$$

soit dilution complète de la masse de contaminant injecté à t = 0.

### Source ponctuelle instantanée en 3D

Notre solution de la §5.1.4 est généralisable pour une source ponctuelle instantanée diffusant en 2D ou 3D. La concentration C est alors mesurée en kg m<sup>-n</sup>. La solution de l'équation (5.31) est alors donnée par

$$C(r,t) = \frac{Q}{(\sigma\sqrt{2\pi})^n} \exp\left(-\frac{r^2}{(2\sigma^2)}\right) , \qquad (5.47)$$

où n = 2 en 2D (géométrie cylindrique avec invariance en z), avec le rayon  $r^2 = x^2 + y^2$  pour une source linéaire sur l'axe de symétrie r = 0; et  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$  en 3D (n = 3) pour une source ponctuelle à l'origine (r = 0). L'évolution de la solution est qualitativement semblable à la Figure 5.6B.

#### Source ponctuelle continue en 3D

Dans toutes les solutions présentées jusqu'ici, le contaminant est injecté instantanément à t = 0. Toujours en vertu de la linéarité de notre équation de diffusion, il est possible de modéliser une injection continue de contaminant en superposant des solutions pour injection instantané, décalées dans le temps l'une par rapport à l'autre, chaque injection ayant une intensité qdt' On doit maintenant remplacer (5.40) par

$$\sigma(t,t') = \sqrt{2D(t-t')} , \qquad (5.48)$$

donnant la contribution au temps t de l'injection instantanée au temps t'. Il s'agit maintenant d'intégrer la solution (5.47) de 0 à t:

$$C(r,t) = \frac{q}{(8(\pi D)^{3/2}} \int_0^{t'} (t-t')^{-3/2} \exp\left(-\frac{r^2}{4D(t-t')}\right) dt'$$
(5.49)

Cette intégrale, de type convolution, a l'air un peu méchante, mais la substitution de variable

$$\beta = \frac{r}{\sqrt{4D(t-t')}}\tag{5.50}$$

nous ramène à une forme plus gentille, donc la solution est:

$$C(r,t) = \frac{q}{4\pi Dr} \operatorname{erfc}\left(\frac{r}{2\sqrt{Dt}}\right)$$
(5.51)

où  $\operatorname{erfc}(x)$  est la fonction d'erreur complémentaire. Cette solution est portée en graphique à la Figure 5.6D. La solution stationaire asymptotique prend la forme:

$$\lim_{t \to \infty} C(x,t) = \frac{q}{4\pi Dr}$$
(5.52)

Ce profil asymptotique est tel qu'en tout r, le flux diffusif intégré sur une sphère de rayon r équilibre le taux d'injection q du contaminant à r = 0.

# 5.2 Écoulements: transport et mélange

Notre étude de la diffusion s'est faite dans le cadre d'un milieu ambiant globalement au repos. Mais en contexte environnemental on devra souvent composer avec la présence de vents, de courant marins, ou d'écoulements surfaciques, allant du ruisssellement aux rivières et fleuves. Tous ces écoulements fluides peuvent avoir un fort impact sur la dispersion des contaminants (et aussi sur transport de la chaleur, sujet de la §5.5 ci-dessous), et doivent donc être pris en considération.

Le calcul d'un écoulement fluide  $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$  se développant en réponse à l'action de forces comme la gravité, la pression, la force de Coriolis, etc., est un sujet fort complexe<sup>4</sup>. Dans le cadre de ce cours on considérera  $\mathbf{u}$  comme connu (calculé ou mesuré), et on se concentrera sur ses effets environnementaux, en particulier sur le transport de "contaminant" ou d'énergie thermique dans l'atmosphere, l'océan, les écoulements de surface et les sols.

Dans bien des cas nous introduirons de surcroit une hypothèse simplificatrice qui peut paraitre plus que douteuse dans le cas du gaz atmosphérique: l'incompressibilité. Contrairement à l'eau et autres liquides, l'air est définitivement un milieu compressible. Cependant, on peut montrer<sup>5</sup> que pour des écoulements qui sont lents par rapport à la vitesse du son dans le milieu ambiant, la dynamique des écoulements compressibles s'approche de celle des écoulements incompressibles à un très bon niveau d'approximation. La mesure-clef est le **nombre de Mach**  $M = |\mathbf{u}|/c_s \ll 1$ , où  $c_s$  est la vitesse du son. Même dans un ouragan, les vents atteignent des vitesses de "seulement" quelques dizaines de m s<sup>-1</sup>, ce qui est beaucoup plus petit que la vitesse du son dans l'air à TPN, soit  $c_s = 340 \text{ m s}^{-1}$ , d'où  $M \leq 0.1$ .

### 5.2.1 L'équation de transport

Considérons la situation très simple illustrée schématiquement sur la Figure 5.7: travaillant en coordonnées cartésiennes, on s'imagine un un volume fictif  $V = \Delta x \times \Delta y \times \Delta z$  fixé dans l'espace (rectangle noir) traversé par un fluide de densité  $\rho$  se déplace horizontalement vers la droite (flèches rouges). La masse traversant les deux surfaces d'aire  $A = \Delta y \Delta z$  perpendiculaire à l'écoulement par unité de temps est donné par  $\rho u A$ ; pour vous en convaincre (au besoin...), il suffit d'examiner les unités:

$$\rho u A \equiv \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right] \times \left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right] \times \left[\mathrm{m}^2\right] = \left[\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\right] \,. \tag{5.53}$$

Durant un intervalle de temps  $\Delta t$  la variation de la masse contenue dans  $V (= \rho V)$  sera donc donnée par la différence entre la masse de fluide entrant de la gauche et sortant par la droite durant le même intervalle de temps. Dénotant par  $\Delta \rho$  la variation de la densité produite par ces flux de masse entrant et sortant de V, on a alors:

$$\Delta \rho \Delta x \Delta y \Delta z = \rho(x) u(x) \Delta t \Delta y \Delta z - \rho(x + \Delta x) u(x + \Delta x) \Delta t \Delta y \Delta z , \qquad (5.54)$$

expression que l'on peut réorganiser algébriquement sous la forme équivalente:

$$\frac{\Delta\rho}{\Delta t} = -\left(\frac{\rho(x+\Delta x)u(x+\Delta x) - \rho(x)u(x)}{\Delta x}\right) .$$
(5.55)

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Sujet par ailleurs traité en détail dans le cours PHY-3140 *Hydrodynamique*, donné par mononcle ici présent. <sup>5</sup>C'est fait en PHY-3140 *Hydrodynamique* !



Figure 5.7: Transport de masse par un écoulement u en 1D.

Dans la limite infinitésimale  $\Delta x, \Delta t \to 0$ , ceci devient une équation différentielle aux dérivées partielles:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial (\rho u)}{\partial x} . \tag{5.56}$$

La généralisation en 3D est simple une fois qu'on réalise que pour un écoulement de forme plus complexe, ce n'est que la composante de l'écoulement perpendiculaire à a surface qui contribue au transport. L'argument ci-dessus s'applique alors indépendamment dans chaque direction définie par les axes du système de coordonnées, ce qui conduit à:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\partial \rho u_x}{\partial x} - \frac{\partial \rho u_y}{\partial y} - \frac{\partial \rho u_z}{\partial z}$$
$$= -\nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) . \tag{5.57}$$

On retrouve ici encore une version spécifique de notre loi de conservation générique (2.55), en l'absence de source ou puit et un flux  $\mathbf{f} = \rho \mathbf{u}$ . Physiquement, ceci exprime la conservation de la masse de fluide transportée par l'écoulement  $\mathbf{u}$ .

Notons que dans bien des situations d'intérêt environnemental, l'écoulement effectuant le transport est **incompressible** (comme l'eau), ou se déplace suffisamment lentement (par rapport à la vitesse du son dans le milieu) pour être se comporter comme un fluide incompressible à un très bon niveau d'approximation. On a alors  $\rho$  =constante, et l'éq. (5.57) se réduit alors à:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$
. [incompressible] (5.58)

Ceci indique que le débit Q (unités:  $m^3 s^{-1}$ ) de fluide incompressible s'écoulant dans un conduit ou canal de section variable devra ajuster sa vitesse de manière à assurer un débit constant, conservation de la masse oblige: L'idée est illustrée sur la Figure 5.8. Ici la constance du débit impose:

$$u_x(x_1)S(x_1) = u_x(x_2)S(x_2) , \quad \to \quad u_x(x_2) = u_x(x_1)\frac{S(x_1)}{S(x_2)} \quad \forall x_1, x_2$$
 (5.59)

Pour un fluide compressible, en régime stationnaire  $(\partial/\partial t = 0)$ , la constance du débit imposerait plutôt:

$$\rho(x_1)u_x(x_1)S(x_1) = \rho(x_2)u_x(x_2)S(x_2)$$
(5.60)



Figure 5.8: Un "tube de flux". Un écoulement incompressible **u** voyage dans un conduit de section S(x) variant en x. La conservation de la masse impose que le débit Q, donné par le produit  $S(x)u_x(x)$ , demeure constant, le fluide doit ralentir (accélérer) quand le conduit s'élargit (rétrécit), de manière à préserver le débit Q.

Tous ces développements peuvent s'appliquer au transport d'une concentration (C(x,t)),  $\equiv$  densité) d'un contaminant dans un fluide en mouvement. Si le contaminant est présent en quantités traces, c.-à-d. sa concentration est très petite par rapport à la densité du fluide en mouvement, alors en l'absence de diffusion on n'a qu'à remplacer  $\rho$  par C dans l'équation (5.64) et (5.60).

En présence de diffusion cependant, notre loi de conservation doit maintenant inclure le flux diffusif (5.24) en plus du flux advectif, le flux total devenant alors:

$$\mathbf{q}_{\text{tot}} = \mathbf{q}_a + \mathbf{q}_D = \mathbf{u}C - D\nabla C \ . \tag{5.61}$$

Notre nouvelle loi de conservation pour la concentration C a maintenant la forme

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{u}C - D\nabla C) . \qquad (5.62)$$

Dans le cas particulier d'un écoulement incompressible, on a:

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}C) = \mathbf{u} \cdot \nabla C + C \underbrace{\nabla \cdot \mathbf{u}}_{=0}$$
(5.63)

en vertu de (5.60). Pour un coefficient de diffusion constant (ou variant sur une échelle spatiale beaucoup plus grande que celle des variations de C), l'éq. (5.62) devient alors

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = D \nabla^2 C \ . \tag{5.64}$$

C'est l'équation de transport, de grande importance en physique environnementale, comme le verra sous peu.

# 5.2.2 Le temps advectif et le nombre de Peclet

On peut de nouveau appliquer l'analyse dimensionnelle (voir §5.1.3) à notre équation de transport (5.64). Avec  $\tau$ , L et  $u_0$  comme temps, longueur, et vitesse caractéristiques, on a maintenant:

$$\begin{array}{rcl} \frac{\partial C}{\partial \tau} & \rightarrow & \frac{C_0}{\tau} \ , \\ \mathbf{u} \cdot \nabla C & \rightarrow & \frac{u_0 C_0}{L} \ , \\ D \nabla^2 C & \rightarrow & \frac{D C_0}{L^2} \end{array}$$

et donc,

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = C \nabla^2 C , \qquad \rightarrow \qquad \frac{C_0}{\tau} + \frac{u_0 C_0}{L} \sim \frac{C_0}{L^2}$$
(5.65)

Comme notre équation de transport est toujours linéaire en C,

$$\frac{1}{\tau} \sim \frac{u_0}{L} + \frac{D}{L^2} .$$
 (5.66)

Le rapport du premier terme au membre de gauche sur le second nous produit une quantité adimensionnelle, appelé **Nombre de Peclet**:

$$Pe = \frac{u_0 L}{D} . ag{5.67}$$

Le nombre de Peclet mesure l'importance relative de l'écoulement versus la diffusion dans le transport du contaminant. Dans la limite  $Pe \gg 1$ , le terme diffusif peut être considéré comme négligeable, ce qui permet alors d'obtenir un estimé d'ordre de grandeur pour le **temps** advectif, soit le temps caractéristique mesurant le transport du contaminant par l'écoulement sur une distance  $\sim L$ :

$$\tau_a = \frac{L}{u_0} \ . \tag{5.68}$$

# 5.2.3 Solutions analytiques à l'équation de transport

Pour un écoulement **u** le moindrement réaliste, même stationnaire  $(\partial/\partial t \equiv 0)$ , la solution de l'équation de transport doit être effectuée numériquement. Quelques solutions analytiques sont cependant possibles, (et utiles!) dans le cas très simple d'un écoulement constant dans le temps et l'espace.

### Source ponctuelle instantanée

On revient à la situation d'une source spatialement ponctuelle, et injectant instantanément à t = 0 une masse de contaminant Q dans un fluide se déplaçant à vitesse constante u dans la direction-x (disons). Commençons par passer à un repère se déplaçant avec le fluide, par les transformations (Galiléennes) habituelles:

$$x' = x - ut , \qquad (5.69)$$

$$y' = y , \qquad (5.70)$$

$$z' = z$$
. (5.71)

Dans ce repère, le fluide est au repos, et la solution purement diffusive obtenue à la  $\S5.1.4$  est directement applicable. On peut ainsi écrire l'éq. (5.47) dans le repère prime (en coordonnées cartésiennes), et la transformer au repère non-prime selon les éqs. (5.69)–(5.71):

$$C(x, y, z, t) = \frac{Q}{(\sigma\sqrt{2\pi})^3} \exp\left(-\frac{(x-ut)^2 + y^2 + z^2}{2\sigma^2}\right) , \qquad (5.72)$$

avec n = 3 pour une situation 3D, et comme auparavant  $\sigma = \sqrt{2Dt}$ . Cette expression décrit un profil Gaussien s'élargissant en  $\sqrt{t}$  tout en en se déplaçant à vitesse uniforme dans la direction positive de l'axe-x.

La Figure 5.9 illustre deux solutions en version adimensionnelle, pour des valeurs différentes du nombre de Peclet, qui ici fixe le rapport u/D, et le temps exprimé en unités du temps de diffusion (5.28). Le Peclet devient ainsi une mesure de la vitesse de l'écoulement. On notera déjà qu'au haut Peclet, à une distance donnée en aval du point de d'injection du contaminant, un observateur mesurera une plus haute concentration, mais moins longtemps, qu'il/elle ne le ferait à bas Peclet; au niveau de la "sécurité publique", ce genre de considération est vital à la réponse à apporter en cas de déversement de polluant toxique dans l'air ou un cours d'eau. On considérera en détail un exemple spécifique plus loin (§5.2.6). Encore ici la solution asymptotique en est une de dilution complète, i.e.,  $C(x, t \to \infty) = 0$ .



Figure 5.9: Transport et diffusion d'une masse de contaminant injectée instantanément à (x, y, z, t) = (0, 0, 0, 0) en présence d'un écoulement constant  $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$ , à des nombres de Peclet Pe = 10 et 1. Notez bien que les temps portés en graphique sont espacés linéairement sur le graphique du haut, mais logarithmiquement sur celui du bas.

### Source ponctuelle continue

Tout comme on l'avait fait dans le cas de la diffusion pure (§5.1.4), une injection continue de contaminant en un point fixe peut se modéliser comme une convolution d'injections instantanées décalées l'une par rapport à l'autre dans le temps. Utilisant ainsi notre solution (5.72), la solution est alors donnée par l'intégrale

$$C(x, y, z, t) = \frac{q}{8(\pi D)^{3/2}} \int_0^t (t - t')^{-3/2} \exp\left(-\frac{(x - u(t - t'))^2 + y^2 + z^2}{4D(t - t')}\right) dt'$$
(5.73)

La même substitution de variable que dans le cas purement diffusif,  $\beta = r/\sqrt{4D(t-t')}$ , permet de simplifier l'intégrale, mais plus au point de produire une solution analytique, sauf dans la limite asymptotique  $t \to \infty$ , dans lequel cas:

$$\lim_{t \to \infty} C(x, y, z, t) = \frac{q}{4\pi Dr} \exp\left(-\frac{u(r-x)}{2D}\right) , \qquad (5.74)$$

avec  $r^2=x^2+y^2+z^2$  comme d'habitude. Introduisons maintenant les variables a dimensionnelles suivantes:

$$x^* = \frac{u}{D}x , \qquad (5.75)$$

$$y^* = \frac{u}{D}y , \qquad (5.76)$$

$$z^* = \frac{u}{D}z , \qquad (5.77)$$

$$C^* = \frac{4\pi D^2}{q \, u} C \,. \tag{5.78}$$

Substituant ces expressions dans (5.74), on arrive à un résultat particulièrement simple:

$$\lim_{t \to \infty} C^*(x, y, z, t) = \frac{1}{r^*} \exp\left(-\frac{r^* - x^*}{2}\right) , \qquad (5.79)$$

avec  $r^*$  le pendant adimensionnel de notre r habituel. La Figure 5.10 illustre cette solution, ici dans le plan  $[x^*, y^*]$ , mais la solution est axisymétrique sur rotation par rapport à l'axex. Il faut apprécier l'avantage pratique de cette forme adimensionnelle: elle peut servir à



Figure 5.10: Distribution spatiale asymptotique  $(t \to \infty)$  de la concentration d'un contaminant injecté de manière continue à (x, y, z) = (0, 0, 0), distances et concentrations étant exprimées ici en terme des variables adimensionnelles (5.75)–(5.78). Celle solution est axisymmétrique sous rotation autour de l'axe-x.

modéliser n'importe quelle type de dispersion d'un polluant émanant à taux q constant d'une source spatialement ponctuelle, quels que soient la vitesse du vent et le coefficient de diffusion; pour revenir dans le monde physique on n'a qu'à reconvertir les  $C^*$ ,  $x^*$ , etc., en quantités dimensionnelles, via les éqs. (5.75)–(5.78).

# 5.2.4 La turbulence

La prochaine fois que l'occasion se présentera, observez l'écoulement de l'eau dans une rivière ou un fleuve ayant un débit substantiel; sous l'influence de la gravité, l'eau s'écoule clairement dans une direction spécifique, ultimement vers la mer; mais si on y regarde de près, à ce mouvement global à peu près constant se superpose toutes sortes de fluctuations produites par des tourbillons, obstacles, etc. Ces fluctuations se développent sur des échelles spatiales (et temporelles) typiquement beaucoup plus petite que l'écoulement global régulier, de l'amont vers l'aval.

Les fluctuations observées à la surface de votre cours d'eau sont une manifestation de la **turbulence** dans l'écoulement, cette turbulence résultant du développement d'une (ou plusieurs) **instabilités** du fluide. Souvent caractérisé comme le dernier grand problème non-résolu de la physique classique (i.e., non-quantique), les écoulements turbulents jouent un rôle majeur dans plusieurs contextes environnementaux. Le sujet est couvert en détail, devinez où... en PHY-3140. En PHY-2100 nous nous limiterons à une approche particulière à la modélisation de la turbulence et de ses effets, basé sur la **séparation d'échelles**; l'idée étant que si on n'est pas particulièrement intéressés à modéliser les détails de l'écoulement à l'échelle des petits tourbillons, on peut faire une moyenne sur une échelle beaucoup plus grande que ces tourbillons, et en extraire l'effet net sur l'écoulement aux grandes échelles, par exemple la quantité de contaminant transportée en aval.

Considérons un écoulement fortement turbulent, dans le sens qu'un très grand nombre de petits tourbillons sont perpétuellement en train de se former, de tourbillonner pendant un temps, puis de se dissiper, etc. Observé sur un temps comparable à la durée de vie typique  $(\tau)$  de ces petits tourbillons, un petit élément de fluide balloté par cet ensemble de tourbillons semble décrire une forme de marche aléatoire, la distance parcourue  $(\ell)$  lorsqu'entrainé par un tourbillon de vitesse caractéristique  $u_t$  devenant l'équivalent du pas de marche, et  $\tau$  mesure la durée d'un pas marche. On a alors  $\ell = u_t \times \tau$ . On a vu qu'on pouvait construire un coefficient de diffusion à partir de ces quantités (revoir l'éq. (5.19) au besoin). Invoquant la même logique, on peut définir un **coefficient de diffusivité turbulente**  $(D_T)$  pour capturer l'effet des petites échelles sur les grandes:

$$D_T = u_t \times \ell , \qquad [\mathrm{m}^2 \mathrm{s}^{-1}] \tag{5.80}$$

Tout ceci pourrait paraitre un grave abus du processus analogique, mais en contexte environnemental il est souvent possible de *mesurer*  $u_t$ ,  $\ell$  et/ou  $\tau$ , et de valider expérimentalement le  $D_T$  en résultant.

Par exemple, en océanographie il est (relativement) simple de mesurer à bonne cadence temporelle l'écoulement à une profondeur donnée sous la surface. À partir de longues séquences temporelles de telles mesures, il est alors possible de calculer un écoulement moyen  $\langle \mathbf{u} \rangle$ , et la déviation quadratique moyenne par rapport à cet écoulement moyen devient une mesure de  $u_t$ . Le temps de corrélation ces déviations par rapport à la moyenne offre ensuite une mesure de  $\tau$ , qui permet ensuite d'estimer  $\ell \sim u_t \tau$ .

Dans les couches superficielles de l'océan, on détermine ainsi  $D_T \sim 10^{-3} \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$ , soit  $\sim 10^6$ fois plus grand que le coefficient de diffusion D "microscopique" associé à l'agitation thermique (voir Tableau 5.1). Dans la troposphère, le coefficient de diffusion turbulente est estimé à  $\sim 10 \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$ , soit encore  $10^6$  fois plus que la diffusion microscopique. Ce sont ici des résultats tout-à-fait typiques: quand une turbulence bien développée est présente —et elle l'est souvent la **diffusion turbulente** dominera largement sur la diffusion microscopique, et donc contrôlera (entre autre) le taux auquel se dispersera un contaminant aux grandes échelles spatiales. On peut toujours estimer un temps caractéristique de mélange via l'éq. (5.28), mais avec  $D_T$ remplaçant D:

$$\tau_D = \frac{L^2}{D_T} \ . \tag{5.81}$$

La bonne nouvelle ici est que si on accepte cette "recette", toutes les solutions analytiques aux équation de diffusion et de transport considérées dans les sections précédentes sont encore valides, mais avec  $D \to D_T$ .

### 5.2.5 Un exemple inspirant de mélange turbulent

La troposphère terrestre est surprenamment bien mélangée, conséquence des vents horizontaux très rapides dans la haute atmosphère, et du mélange turbulent dans la verticale, associée à la convection thermique et diverses autres instabilités fluides qui sont ÉVIDEMMENT discutées en détail en PHY-3140. Un modeste vent soutenu de  $10 \text{ m s}^{-1}$  (36 km/h) fait le tour de la terre en 1 mois! Et dans la haute troposphère et basse stratosphère, le jet stream souffle presque continuellement dans la direction W-E à 3–10 fois cette vitesse (pas pour rien qu'on l'appelle "jet stream"!). Dans la direction N-S le mélange est moins efficace, en l'absence d'équivalent du jet stream; on estime néanmoins que le temps caractéristique d'échange gazeux interhémisphérique est de l'ordre de l'année.

Considérant tout ça, on peut estimer, par exemple sur la base des solutions de la Fig. 5.6, qu'une homogénéisation complète de l'ensemble de l'atmosphère demandera de l'ordre de quelques  $\sim 10^2$  temps de diffusion turbulente. On parle donc de plusieurs siècles pour *complètement* mélanger le gaz atmosphérique sous l'influence combinée des vents et de la turbulence atmosphérique.

On a vu (§3.1 et Tableau 3.1) que l'Argon est le troisième constituant atmosphérique en masse, avec  $\simeq 7 \times 10^{16}$  kg pour l'ensemble de l'atmosphère. Le poids moléculaire de l'Argon étant de  $\simeq 40$  et l'unité de masse atomique  $m = 1.66 \times 10^{-27}$  kg, on a donc un très astronomique grand total de

$$N = \frac{7 \times 10^{16}}{40m} \simeq 10^{42} \,\mathrm{Ar} \tag{5.82}$$

atomes d'Argon dans l'atmosphère. L'Argon est un gaz lourd qui tend à se concentrer naturellement dans la basse atmosphère, on considérera ici qu'il réside en totalité dans le premier h = 2.5 km de la troposphère. Le volume total correspondant est

$$V = 4\pi R_{\oplus}^2 h \simeq 10^{18} \,\mathrm{m}^3 \,\,, \tag{5.83}$$

où  $R_{\oplus} = 6371 \text{ km}$  est le rayon de la Terre. On en conclut qu'un litre ( $\equiv 10^{-3} \text{ m}^3$ ) d'air près du sol contient

$$n = \frac{10^{42}}{10^{18}} \times 10^{-3} \simeq 10^{21} \,\mathrm{Ar} \;. \tag{5.84}$$

Maintenant; à la naissance, un.e nouveau-né.e aspire environ 1 litre d'air à sa première respiration. Ce litre d'air contient donc  $n = 10^{21}$  atomes d'Argon, et l'Argon étant chimiquement inerte, ces n atomes seront renvoyés dans l'atmosphère au premier souffle expiratoire subséquent de notre nouveau-né.e. Supposons que par un processus quelconque on puisse marquer ces atomes d'Argon (en leur collant un "\*", par exemple). Durant les siècles qui suivront ces atomes marqués seront dispersés dans l'atmosphère par mélange turbulent, y devenant éventuellement distribués de manière géographiquement uniforme. On aura donc, au bout de tout ce temps, et toujours dans la basse atmosphère ( $0 \le z \le 2.5$  km):

$$n^* = \frac{10^{21}}{10^{18}} \operatorname{Ar}^* \mathrm{m}^{-3} \sim 1 \operatorname{Ar}^* \mathrm{litre}^{-1}$$
(5.85)

La suite exige d'utiliser votre imagination. Choisissez votre personnage historique préférée: Cléopâtre, Astérix, Attila le Hun, le p'tit Jésus, qui vous voulez... La seule contrainte, si on veut jouer prudent, est que le personnage en question soit né il y a plus d'un millénaire, histoire de laisser suffisamment de temps à la diffusion turbulente atmosphérique pour bien mélanger de manière homogène (fans de Jack Sparrow, Napoléon ou Galilée, je suis vraiment désolé...).

Au vu du petit calcul qui précède, on doit conclure qu'à votre première respiration comme nouveau-né.e, vous avez inspiré en toute probabilité un atome d'Ar<sup>\*</sup> qu'avait inspiré votre personnage historique préféré à sa propre naissance, il y a maintenant plus d'un millénaire. C'est ça, le mélange turbulent !

### 5.2.6 Exemple: déversement d'un contaminant

Comme si 47 morts et la destruction du petit centre-ville de Lac Mégantic n'était pas déjà assez, la catastrophe ferroviaire du 6 juillet 2013 a eu un impact environnemental important sur la rivière Chaudière, suite au déversement de ~  $10^5$  litres de pétrole s'écoulant dans la rivière des wagons endommagés ou détruits. Quantifier ce genre d'impact est un "problème" courant en physique environnementale. On en rencontrera d'ailleurs une version atmosphérique plus tard dans le cours.

On s'intéressera donc ici au déversement instantané d'une masse M de contaminant dans une rivière profondeur et largeur potentiellement variables. Le problème consiste à calculer l'évolution temporelle de la concentration de contaminant en aval du déversement.

On commence par se définir un système de coordonnées cartésiennes (x, y, z) où  $\mathbf{e}_x$  pointe dans la direction de l'écoulement,  $\mathbf{e}_z$  perpendiculairement vers le fond, et  $\mathbf{e}_y$  perpendiculairement vers la berge<sup>6</sup>. Introduisons les variables et contraintes suivantes:

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Cette représentation localement Cartésienne demeure une excellente approximation dans le cas d'une rivière sinueuse, tant que l'échelle de variation de la sinusoité demeure beaucoup plus grande que la largeur ou la profondeur de la rivière.

- largeur (direction y) de la rivière: w(x, z);
- profondeur (direction z) de la rivière: h(x, z);
- vitesse de l'écoulement:  $\mathbf{u}(x, y, z)$ , avec  $\mathbf{u} = 0$ ; aux fond (en z) et bords (en y) de la rivière;
- $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$  puisque l'eau est un fluide incompressible.

Cette dernière condition permet de poser une contrainte sur la composante-x de **u**: à quelque position x que ce soit, le **débit** d'eau  $(Q, \text{ en m}^3 \text{ s}^{-1})$  doit être le même à travers toute section x = constante de la rivière, conservation de la masse oblige:

$$Q = \int_0^{h(x,y)} \int_0^{w(x,z)} \mathbf{u} \cdot \mathbf{e}_x \mathrm{d}y \mathrm{d}z \ . \tag{5.86}$$

L'évaluation de cette intégrale exige de connaitre, en plus de  $\mathbf{u}(x, y, z)$ , la forme de la rivière, i.e., h(x, y) et w(x, z). On peut cependant définir une vitesse moyenne  $\langle u_x \rangle(x)$  et (en anticipation de la suite) une concentration linéaire moyenne:

$$\langle u_x \rangle(x) = \frac{1}{S(x)} \int_0^{h(x,y)} \int_0^{w(x,z)} u_x(x,y,z) \,\mathrm{d}y \,\mathrm{d}z \,, \qquad [\mathrm{m \ s}^{-1}]$$
(5.87)

$$\langle C \rangle(x) = \frac{1}{S(x)} \int_0^{h(x,y)} \int_0^{w(x,z)} C(x,y,z) \,\mathrm{d}y \,\mathrm{d}z , \qquad [\mathrm{kg \ m^{-3}}]$$
(5.88)

où S(x) est la section (unités: m<sup>2</sup>) de la rivière à la position x. On peut ainsi exprimer  $\langle u_x \rangle$  directement en terme du débit:

$$\langle u_x \rangle(x) = \frac{Q}{S(x)} . \tag{5.89}$$

Autrement dit, connaissant (pour l'avoir mesuré) le débit Q quelque part, et si on peut mesurer la section de la rivière en fonction de x, alors on peut directement calculer la vitesse moyenne  $\langle u_x \rangle(x)$ , ce qui nous sera fort utile dans ce qui suit! Revoir la Figure 5.8 si ceci vous semble nébuleux comme idée.

Nous disposons d'une solution analytique pour la dispersion en 3D d'une d'une source instantané et spatialement ponctuelle de la concentration d'un contaminant quelconque en présence d'un écoulement constant, soit l'éq. (5.72) de la §5.2.3. Pour une rivière approximativement rectiligne, on peut imaginer que cette solution tiendra bien la route si on approxime  $\mathbf{u} \to \langle u_x \rangle \mathbf{e}_x$ , tant que la contaminant n'atteint pas le fond ou les bords de la rivière. Ces frontières bloqueront l'étalement en y et z du contaminant, bien que le transport et l'étalement diffusif de la concentration se poursuive dans la direction-x. On peut imaginer qu'on en arrivera éventuellement à une situation, quelque part en aval, où la concentration ne dépendra plus que de la coordonnée x, le mélange diffusif ayant homogénéisé latéralement et verticalement la concentration dans chaque section S(x) de la rivière.

Sauf dans des gorges ou canyons très encaissés, les rivières sont habituellement plus larges que profondes. Utilisons comme valeurs représentatives  $h \sim 10 \text{ m}$  et  $w \sim 30 \text{ m}$ , pour une rivière s'écoulant à  $\sim 1 \text{ m} \text{ s}^{-1}$  sur  $L \sim 100 \text{ km}$ . Combien de temps est nécessaire pour compléter cette homogénéisation ? En supposant des tourbillons turbulents de vitesse et taille caractéristiques  $u_t \sim 0.3 \text{ m} \text{ s}^{-1}$  et  $\ell = 1 \text{ m}$ , on a  $D_T = 0.3 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , ce qui conduit à des temps de diffusion turbulente  $h^2/D_T = 5 \text{ minutes}$  dans la verticale, et  $w^2/D_T = 50 \text{ minutes}$  sur la largeur de la rivière. En 50 minutes, à 1 m s<sup>-1</sup>, l'écoulement aura transporté le fluide sur une distance de 3 kilomètres. On en conclut que 3 km en aval du point d'injection, la concentration ne dépend plus que de x, et sa dispersion redevient un problème 1D, décrit par l'équation de transport 1D avec  $C \equiv S(x) \langle C \rangle (x, t)$ :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \langle u_x \rangle \frac{\partial C}{\partial x} = D_T \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} , \qquad (5.90)$$

avec C étant ici devenu une densité linéaire, se mesurant donc en unités de kg m<sup>-1</sup>. Une version 1D (n = 1) de la solution analytique obtenue à la §5.2.3 est ainsi applicable directement si  $\langle u_x \rangle$  est constant:

$$\langle C \rangle(x) = \frac{M}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\langle u_x \rangle t)^2}{2\sigma^2}\right) ,$$
 (5.91)

avec  $\sigma = \sqrt{2D_T t}$ . La Figure 5.11 illustre quelques séquences temporelles de la concentration Cà des positions x en aval du point d'injection, obtenues via (5.91). On remarquera l'asymétrie des pics temporels, la montée de la concentration étant plus rapide que sa descente subséquente. Ceci est dû au fait qu'en aval de la masse de contaminant transporté, les flux advectif et diffusif agissent tous les deux dans la direction positive des x, tandis qu'en amont le flux diffusif est orienté dans la direction négative de l'axe-x.



Figure 5.11: Séquence temporelle de la concentration de contaminant à une position x de la source à (x, y, z, t) = (0, 0, 0, 0). Il s'agit ici effectivement d'une version 1D de la même solution mathématique à Pe= 10 que sur la Figure 5.9.

Si  $\langle u_x \rangle$  varie en x parce que la section S(x) n'est pas constante, la solution ci-dessus n'est plus valide. Cependant la définition du débit nous permet d'écrire  $\langle u_x \rangle = Q/S(x)$ , et de réexprimer l'éq. (5.91) sous la forme:

$$\frac{C\langle u_x \rangle}{Q} = \frac{M/Q}{\sqrt{4\pi D_T t/\langle u_x \rangle^2}} \exp\left(-\frac{(t-x/\langle u_x \rangle t)^2}{4D_T t/\langle u_x \rangle^2}\right) .$$
(5.92)

Le membre de gauche est la densité massique  $(\text{kg m}^{-3})$  de contaminant à la position x au temps t; c'est la quantité requise pour déterminer si la baignade est permise ou pas, si l'eau doit être déclarée non-potable ou pas, et si il faut anticiper devoir (ou pas) ramasser des poissons morts loin en aval.

### 5.2.7 Viscosité et couches limites

Notre modélisation de la dispersion d'un contaminant dans une rivière s'est rapidement débarrassé de la dépendance en y et z de  $u_x$  en intégrant sur la section de la rivière. Mais pourquoi s'attendrait-on à une telle dépendance ? Dans n'importe quel écoulement confiné, l'interaction (friction) du fluide avec les parois tendra à ralentir le fluide, ce qui créera des gradients de vitesse dans l'écoulement. La **viscosité** du fluide tendra à amortir ces gradients de vitesse affectant donc potentiellement tout l'écoulement.

La description mathématique de la force visqueuse est en général est plutôt complexe, mais l'idée est facile à saisir dans le cas d'un écoulement plan **cisaillé**:

$$\mathbf{u} = u_x(z)\mathbf{e}_x , \qquad u_x(z) = u_0\left(\frac{z}{L}\right) .$$
(5.93)

On peut visualiser mentalement un tel écoulement comme une empilade de minces lamelles horizontales de fluide se déplaçant horizontalement à une vitesse constante en x mais augmentant linéairement avec leur position en z dans la pile. Ce genre d'écoulement est appellé **laminaire**, par opposition aux écoulements turbulents. Le diagramme de gauche sur la Figure 5.12 illustre le concept.



Figure 5.12: Origine microscopique et conséquences de la la viscosité dans un écoulement plan cisaillé.

Descendons maintenant à l'échelle microscopique et examinons ce qui se passe à l'interface entre deux lamelles (cercles bleus). Les "particules" composant le fluide ont une vitesse qui peut être décomposée en deux contributions:

- une composante thermique orientée aléatoirement, et
- une composante non-thermique pointant ici systématiquement dans la direction positive de l'axe-x.

Typiquement la composante thermique est  $\gg$  la composante systématique, ce qui n'est pas le cas sur le diagramme de droite de la Fig. 5.12 mais bon c'est pour des raisons pédagogiques...

Considérons maintenant ce qui se produit quand les perpétuelles collisions interparticules dues à leur mouvement thermique font passer une particule de la lamelle du haut vers celle du bas; cette particule a un excès de quantité de mouvement en x ( $p_x$ ) par rapport à ses nouveaux voisins, et cet excès sera subséquemment redistribué collisionnellement aux particules de la lamelle inférieure. Similairement, une particule passant de la lamelle du bas à celle du dessus se retrouve avec un déficit de  $p_x$ , qui sera graduellement compensé par collisions, mais au dépend du  $p_x$  des particules de la lamelle du haut. Dans les deux cas, on transfère du  $p_x$  de la lamelle du haut vers celle du bas, à un taux constant déterminé par la densité des particules, leur vitsse thermique, leur libre parcours moyen, etc. À l'échelle macroscopique ceci correspond au **stress visqueux**, soit une force par unité de surface agissant *tangentiellement* à la surface de contact entre les deux lamelles de fluide. Dans la situation de la Figure 5.12 on écrirait ce stress comme:

$$\mathbf{s}_x = -\rho\nu A \frac{\partial u_x}{\partial z} \mathbf{e}_x , \qquad [\mathrm{N} \ \mathrm{m}^{-2}] , \qquad (5.94)$$

où  $\nu$  est le coefficient de **viscosité cinématique** (unités: m<sup>2</sup>s<sup>-1</sup>). Pour l'eau, on a  $\nu \simeq 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , tandis que pour l'air à TPN  $\nu \simeq 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Ce n'est *pas* un accident numérique que ces valeurs ressemblent fort à celles des valeurs nominales caractérisant nos coefficients de diffusion dans l'air et l'eau (Tableau 5.1); dans les deux cas, c'est le mouvement thermique des constituants microscopiques qui ultimement fait tout le travail.

Pour avoir une force nette en Newton, on n'a qu'à multiplier cette expression par la surface de contact A entre deux lamelles contigues:

$$\mathbf{F}_{\nu} = \mathbf{s}_x A \ . \tag{5.95}$$

L'importance de la force visqueuse par rapport à l'inertie du fluide se mesure par une quantité adimensionnelle appelée **Nombre de Reynolds** qui, en analogie à notre nombre de Peclet, s'obtient par analyse dimensionnelle de l'équation de Navier-Stokes gouvernant la dynamique des fluide; ce qui dépasse le cadre de ce cours<sup>7</sup>, mais le résultat de la manoeuvre est:

$$\operatorname{Re} = \frac{u_0 L}{\nu} \ . \tag{5.96}$$

Pour notre rivière de la §5.2.6, on avait  $u_0 = 1 \text{ m s}^{-1}$  et h = 30 m, ce qui conduit à un gigantesque Re =  $3 \times 10^7$ , suggérant que la viscosité puisse être négligée. Ceci s'avère être le cas pour le gros du fluide, mais pas près du fond ou des bords de la rivière. Aux bords d'un écoulement confiné par des parois (rigide ou à peu près), la viscosité interdit tout mouvement du fluide par rapport aux parois, et donc y doit y avoir  $\mathbf{u} = 0$ .

Quand le Re  $\gg 1$ , comme pour notre rivière, la transition de la vitesse globale  $u_0$  du fluide vers zéro aux paroi s'effectue â travers une très mince **couche limite** adjacente aux parois. La Figure 5.13 illustre l'idée, ici pour un fluide s'écoulant "librement" le long d'une surface plane. Dans le cadre de la théorie dite de Prandtl-Blasius<sup>8</sup>, on peut montrer que l'épaisseur  $\Delta$  de cette



Figure 5.13: Développement d'une couche limite visqueuse lorsqu'un fluide s'écoule le long d'une surface plane et ralentit en raison de son frottement (la viscosité) contre la surface. L'épaisseur  $\Delta(x)$  de la couche à l'intérieur de la quelle le fluide ralentit augmente en  $\sqrt{x}$  de l'amont vers l'aval (voir texte).

couche de ralentissement fluide croit à mesure que l'on se déplace de l'amont vers l'aval, selon la relation:

$$\Delta(x) = \sqrt{\frac{\nu x}{u_0}} . \tag{5.97}$$

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Mais pas celui de PHY-3140 !

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup>théorie qui est évidemment développée en détail en PHY-3140 "Hydrodynamique"...

Si on considère une situation où la couche limite se développe sur une étendue L dans la direction x, alors il est facile de calculer

$$\bar{\Delta} = \frac{1}{L} \int_0^L \sqrt{\frac{\nu x}{u_0}} dx$$
$$= \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\nu L}{u_0}} .$$
(5.98)

Le profil de  $u_x(z)$  ne peut cependant pas être exprimé analytiquement, mais doit être obtenu numériquement. Notons qu'en présence d'une force extérieure agissant horizontalement sur le fluide, comme un gradient de pression, la couche limite se stabilise à une épaisseur constate, toujours  $\propto \sqrt{\nu/u_0}$ , une fois que le stress visqueux équilibre la force extérieure.

Dans la limite opposée Re  $\ll 1$ , l'effet de la viscosité se fait sentir à travers tout le fluide, ce qui conduit à des profils d'écoulement très différents du cas Re  $\gg 1$ . Ce serait le cas, par exemple, pour l'écoulement du sang dans les capillaires ( $u_0 \simeq 0.5 \text{ mm s}^{-1}$ ,  $\nu \simeq 4 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , diamètre  $d \simeq 10 \mu \text{m}$ , conduisant à Re  $\simeq 10^{-4}$ . La Figure 5.14 illustre schématiquement le profil d'écoulement dans un conduit rectiligne à bas et haut Re.



Figure 5.14: Représentation schématique du profil d'écoulement dans un conduit rectiligne, à bas (gauche) et haut (à droite) Nombre de Reynolds. Le profil parabolique à gauche est typique des écoulements à bas Re. Dans ce second cas, la transition vers  $\mathbf{u} = 0$  près des parois se fait à travers une très mince couche limite leur étant adjacente, l'écoulement demeurant à vitesse constante partout ailleurs.

Notons finalement que si la turbulence est présente, on peut construire un coefficient de **viscosité turbulente** de la même manière que pour la diffusivité turbulente (5.80), et c'est la grandeur de cette viscosité turbulente qui contrôlera l'épaisseur des couches limites.

# 5.3 La sédimentation

Un écoulement ne fait que déplacer les gradients sur le temps advectif (5.68), tandis que la diffusion tend à aplanir les gradients dans la concentration de la quantité diffusante, sur un temps caractéristique donné par le temps de diffusion (5.28). Cependant d'autres processus physiques peuvent au contraire créer et amplifier des gradients à partir d'une distribution homogène. Un tel mécanisme, de grande importance en physique environnementale, est la

sédimentation, soit le tri gravitationnel de "particules" en suspension dans un fluide (air, eau, etc.) mais plus denses que le milieu ambiant. Comme on le déduira sous peu, la taille des particules en suspension est un paramètre déterminant dans le calcul de l'efficacité du processus de sédimentation.

Le tableau 5.2 liste (en ordre alphabétique) les intervalles de tailles typiques, mesurés en microns  $(1\mu m \equiv 10^{-6} \text{ m})$  pour diverses particules fines d'intérêt en contexte environnemental. Histoire de bien borner les ordres de grandeur ici, les extrêmes sont la molécule de O<sub>2</sub> (5 ×  $10^{-5} \mu \text{m} \equiv 0.5 \text{nm}$ ), et les plus grosses cendres volcaniques, celles-ci dépassant le millimètre.

Particule	$d \ [\mu m]$
Amiante	0.7 - 90
Bactérie	0.3 - 60
Béton (poussière)	3 - 100
Bois (combustion)	0.2 - 3
Bran de scie	30 - 600
Brume (gouttellettes)	70 - 350
Charbon (poussière)	1 - 100
Café (moulu)	5 - 400
Calcaire (poussière)	5 - 400
Cendres volcaniques	100 - 2000
Farine	10 - 300
Insecticides (poudre)	0.5 - 10
Limon	4 - 40
Moisissure	3 - 12
Moisissure (spores)	10 - 30
Oxygène (molécule)	0.0005
Pesticide/herbicide (vaporisé)	0.001
Poivre de Cayenne	15 - 1000
Pollen	10 - 1000
Poussière (domestique)	0.05 - 100
Poussière (atmosphére)	0.001 - 30
Poussière (volcanique )	1 - 100
Retombées radioactives	0.1 - 10
Sable très fin	60 - 100
Sable de plage	100 - 1000
Spores (plantes)	3 - 100
Tabac (combustion)	0.01 - 4
Talc	0.5 - 50
Virus	0.005 - 0.3

Table 5.2: Taille typique (L) de diverses "micro-particules"

Source: engineeringtoolbox.com

La présence de particules fines dans l'air peut avoir des conséquences majeures sur le biota animal, car ces particules peuvent s'introduire dans les voies respiratoires. Pour un humain respirant normalement, les particules de tailles  $\gtrsim 100\mu$ m sont filtrées et/ou capturées au niveau du nez et de la gorge, celles de taille  $\lesssim 10\mu$ m, atteignent les poumons, et celles de taille  $\lesssim 5\mu$ , atteignent les alvéoles, où elles peuvent se fixer. De plus, à l'autre bout du spectre des échelles spatiales d'intérêt en physique environnementale, la présence de particules fines dans l'atmosphère ou l'océan peut avoir un impact majeur sur l'absorption et réflexion de la radiation électromagnétique, ou encore agir comme sites de nucléation pour la condensation de la vapeur d'eau.

Il sera donc intéressant de pouvoir calculer le mouvement de telles particules sous l'action de la gravité, des vents, courants océaniques, etc. La dynamique n'est rien de plus compliqué que  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ , la complication (substantielle) venant du fait que pour des particules de petite taille (e.g., dans l'air, diamètre < 1 mm), la **viscosité** est une force devant être prise en considération.

## 5.3.1 La solution de Stokes

On considère ici une situation à prime abord très simple, soit l'écoulement d'un fluide incompressible (densité constante) arrivant à vitesse constante  $u_0$  à grande distance et s'écoulant autour d'une sphère de rayon R, en régime stationnaire (i.e.,  $\partial/\partial t \equiv 0$ ). Même dans cette situation apparamment simple, la solution mathématique des équations hydrodynamiques n'est vraiment pas de la tarte<sup>9</sup>. Mais ici une solution analytique est en fait possible. Travaillant en coordonnées sphériques polaires  $(r, \theta, \phi)$  avec  $\theta = 0$  aligné avec l'écoulement à grande distance en amont/aval et l'origine (r = 0) au centre de la sphère, la **solution de Stokes** pour l'écoulement prend la forme:

$$u_r(r,\theta) = u_0 \cos\theta \left( 1 - \frac{3R}{2r} + \frac{R^3}{2r^3} \right) , \qquad (5.99)$$

$$u_{\theta}(r,\theta) = -u_0 \sin \theta \left( 1 - \frac{3R}{4r} - \frac{R^3}{4r^3} \right) , \qquad (5.100)$$

$$u_{\phi} = 0 \tag{5.101}$$

$$p(r,\theta) = -\frac{3}{2}\mu R u_0 \frac{\cos\theta}{r^2} .$$
 (5.102)

Cette solution est illustrée à la Figure 5.15 sous la forme de vecteurs-vitesse, en rouge, ainsi que la différence de pression par rapport à l'amont lointain (loin en bas), sous forme d'isocontours. On remarque que la vitesse de l'écoulement chute à zéro à la surface de la sphère, conséquence de la friction associée à la viscosité du fluide, et qu'une surpression (dépression) est présente sur la partie de la sphère faisant face (opposée) à l'écoulement.

La solution de Stokes permet de calculer la force qu'exerce l'écoulement fluide sur la sphère, soit la **force de trainée**  $(F_D)$ , orientée par définition dans la direction de l'écoulement incident. Cette force peut être décomposée en deux contributions: (1) la pression, agissant perpendiculairement à la surface de la sphère, et (2) la force visqueuse, agissant tangentiellement à la surface de la sphère, et proportionnelle aux gradients de vitesse de l'écoulement à r = R. On doit calculer ces deux contributions en tout point à la surface de la sphère, en calculer les projections dans la direction z (verticale sur la Fig. 5.15)), et intégrer tout ça sur la surface r = R. Ce calcul, à partir des éqs. (5.99)–(5.99), nous plongerait un peu trop profondément en hydrodynamique, donc on s'en tiendra ici simplement au résultat final <sup>10</sup>:

$$F_D = 6\pi \rho_f \nu R u_0 , \qquad [N] .$$
 (5.103)

où  $\rho_f$  est la densité du fluide et  $\nu$  sa **viscosité cinématique** [unités: m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>]. C'est la **Loi de Stokes**. Pour l'air à TPN,  $\nu = 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , tandis que pour l'eau (pure) à 20°C,  $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Il peut sembler contraire à l'expérience usuelle que l'air ait une viscosité cinématique plus grande que l'eau par près d'un facteur 10, mais dynamiquement c'est le produit  $\rho_f \times \nu$  qui importe.

 $<sup>^{9}</sup>$ Ceux/celles qui choisiront de s'inscrire en PHY-3140 *Hydrodynamique* auront l'occasion de le constater!  $^{10}$ Avis aux intéressé.e.s, ce calcul est aussi fait en détail en PHY-3140 *Hydrodynamique*.



Figure 5.15: Solution de Stokes pour l'écoulement d'un fluide visqueux autour d'une sphère, telle que décrite par les éqs. (5.99) et (5.102), avec l'origine du système de coordonnées au centre de la sphère et  $\theta = 0$  pointant verticalement vers le haut. La solution est tracée dans un plan parallèle à l'écoulement et bissectant la sphère. Le vecteurs-vitesses de l'écoulement sont tracés en rouges. Les isocontours représentent la différence de la pression par rapport à celle loin en amont (bleu $\rightarrow$ jaune  $\equiv$  négatif $\rightarrow$ positif). À gauche, l'écoulement vu d'un repère où la sphère est au repos; à droite, le même écoulement, vu d'un repère se déplaçant vers le haut à vitesse  $u_0$ , i.e., un repère où le fluide loin et amont et en aval est au repos (voir texte).

### 5.3.2 La vitesse de sédimentation

La solution de Stokes de la Fig. 5.15A, telle que décrite par les éqs. (5.99)–(5.102), ainsi que la force de trainée  $F_D$  y étant associée, demeurent inchangées dans le cas d'une sphère qui se déplace vers le bas à vitesse  $u_0$  dans un fluide au repos, comme sur la Figure 5.15B; la Figure 5.15A est alors ce qui est "vu" dans un repère se déplaçant vers le bas à la même vitesse  $u_0$  que la sphère (Vive la relativité Galiléenne !).

On peut ainsi utiliser la Loi de Stokes pour calculer la vitesse terminale d'une particule sphérique chutant dans le champ gravitationnel de la Terre; cette vitesse terminale est atteinte lorsque la sphère atteint une vitesse de chute telle que la force visqueuse équilibre la force gravitationnelle nette agissant sur la sphère:

$$F_g = -(\rho - \rho_f)g \frac{4\pi R^3}{3} g \mathbf{e}_z \ . \tag{5.104}$$

Par "force gravitationnelle nette" on entend ici la force gravitationnelle habituelle agissant sur le volume V de la sphère ( $\rho_S g V$ ), de laquelle est soustraite la force de flottaison ( $\rho_f g V$ ), cette force étant donnée par le poids du volume de fluide ambiant déplacé, comme nous l'a enseigné le Sieur Archimède il y a très longtemps déjà. La sphère coule à une vitesse constante si cette force est égale en grandeur à la force de trainée (5.103):

$$6\pi\rho_f \nu R u_0 = (\rho_S - \rho_f) g \frac{4\pi R^3}{3} , \qquad (5.105)$$

d'où on obtient directement la vitesse terminale de chute:

$$u_0 = \frac{2gR^2}{9\nu} \left(\frac{\rho_S}{\rho_f} - 1\right) \ . \tag{5.106}$$

C'est la vitesse de sédimentation. Considérons maintenant la chute d'une gouttellette d'eau vers le sol dans l'atmosphère à TPN, en supposant que la gouttelette d'eau demeuse en tout temps sphérique. Il s'agit simplement d'écrire la composante-z de  $\mathbf{F}=\mathbf{ma}$ , avec les forces de gravité et de trainée contribuant à  $\mathbf{F}$ . Je vous laisse vérifier que ceci conduit à

$$\frac{\mathrm{d}^2 z}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{9\nu}{2R^2} \left(\frac{\rho_f}{\rho_S}\right) \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} - \left(1 - \frac{\rho_f}{\rho_S}\right) g , \qquad (5.107)$$

où z mesure ici l'altitude de la gouttellette. C'est une petite équation différentielle ordinaire que vous êtes tout-à-fait capables de solutionner analytiquement.

La Figure 5.16 porte en graphique la trajectoire z(t) pour trois gouttelettes d'eau ( $\rho_S = 10^3 \text{ kg m}^{-1}$  de diamètres D = 40, 80 et 200 microns ( $\mu$ m), avec comme condition initiale vitesse nulle à z = 1 m. Plutôt que les trajectoires paraboliques auxquelles on s'attendrait si seulement la gravité jouait, ici on observe des pentes constantes, égales à la vitesse de sédimentation pour chaque diamètre considéré. Ce n'est qu'au tout début de la chute (encart dans le coin supérieur droit) qu'on reconnait ladite forme parabolique. Dans la trois cas, la vitesse de sédimentation est atteinte très rapidement, et demeure constante durant la plus grande partie de la chute.

La solution de Stokes repose sur un certain nombre d'hypothèse simplificatrices, la plus importante étant que la force visqueuse domine sur l'inertie du fluide, tel que mesuré par notre Nombre de Reynolds défini précédemment (voir l'éq. (5.96)), ici avec le rayon R de notre sphère comme échelle spatial caractéristique:

$$\operatorname{Re} = \frac{u_0 R}{\nu} \,. \tag{5.108}$$

La solution de Stokes n'est donc valide que pour des Re "petits". La force de trainée (5.103) peut se reécrire en terme du nombre de Reynolds: Les mesures expérimentales (voir Figure 5.17) indiquent que la force de trainée (5.103) s'accorde vraiment très bien aux mesures expérimentales pour Re  $\leq 0.1$ , y colle encore à mieux de  $\simeq 1\%$  à Re = 1, et demeure à l'intérieur d'un facteur 2 jusqu'à Re  $\simeq 10$ ; à plus haut Re, la force de trainée devient substantiellement inférieure à ce que prédit la Loi de Stokes, devenant même approximativement indépendante de  $u_0$  (ou Re) dans l'intervalle 600  $\leq$  Re  $\leq 3000$ , résultat du développment de la turbulence dans la trainée de l'écoulemement. L'équation (5.106) permet alors de traduire la contrainte Re  $\leq 10$  en une contrainte sur le diamètre maximal ( $D_{max}$ ) sous lequel la solution de Stokes demeure valide:

$$D_{\max}^{3} = \frac{36\nu^{2}}{g} \left(\frac{\rho_{S}}{\rho_{f}} - 1\right)^{-1} , \qquad [\text{Re} = 10].$$
 (5.109)

Pour une gouttellette d'eau chutant dans l'air, on trouve  $D_{\text{max}} \simeq 100 \,\mu\text{m}$ .

## 5.3.3 Exemple: la règle du 2 mètres

Les années Covid-19 nous ont tous familiarisé (à l'écoeurement...) avec cette fameuse règle de distanciation sociale dite "du deux mètres". Pour un individu infecté, autant la respiration que la parole projettent dans l'air ambiant des microgouttelettes contenant potentiellement une charge virale. Ces gouttelettes ont des diamètres allant d'une dizaine jusqu'à quelques centaines de  $\mu m$ . À ces tailles la force de trainée associée à la viscosité joue un rôle important dans leur chute vers le sol, qui comme on vient de le voir peut différer substantiellement de la chute libre, mais peut être calculée à l'aide de notre solution de Stokes.

L'idée est la suivante: on considère une gouttelette éjectée horizontalement de la bouche d'un individu à une vitesse  $u_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$ , vitesse qui peut sembler élevée mais qui a été mesurée comme telle lors de l'expression sonore de phonèmes débutant par une consonne dite "plosive", comme b..., k..., et p... (voir le fascinant petit article par Abkarian *et al.*, cité en fin de chapitre, pour plus de détails sur ce genre de considérations phonétiques). On supposera que l'orifice buccal en question est situé à une hauteur de 1.75m du sol. On cherche à déterminer si une



Figure 5.16: Chute de gouttelettes d'eau de diamètres 40, 80 et  $200 \,\mu\text{m}$  d'une hauteur d'un mètre dans l'air à TPN. L'encart en haut à droite reproduit le premier  $10^{-1}$  s des trajectoires de chute. La vitesse de sédimentation est atteinte très rapidement dans les trois cas.



Figure 5.17: Variation mesurée de la force de trainée exercée par un fluide visqueux s'écoulant autour d'une sphère. Le trait pointillé correspond à la variation prédite par la Loi de Stokes. Le coefficient de trainée est défini comme  $C_D = 2F_D/\rho u_0^2 \pi R^2 \equiv 24/\text{Re}$  pour L = 2R dans l'éq. (5.108).

96
gouttellette ainsi projetée pourrait atteindre le torse (hauteur  $\geq 1 \text{ m}$ ) d'un second individu situé à une distance d du premier.

L'équation du mouvement pour la gouttellette n'est encore une fois rien de plus compliqué que notre bon vieux  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ . En plus d'une dimension spatiale la force de trainée par une sphère se déplaçant à vitesse  $\mathbf{u}$  dans l'air au repos se généralise simplement à

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\rho_f \nu R \mathbf{u} , \qquad (5.110)$$

où pour l'air  $\rho_f = 1.2 \text{ kg m}^{-3}$ , et  $\nu = 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ . Les composantes x et z de l'équation du mouvement sont donc séparables; celle en z (verticale) demeure inchangée, et est donnée par l'éq. (5.107) déjà solutionnée pour produire la Fig. 5.17; la composante x (horizontale) est encore plus simple:

$$\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} = -\frac{9\nu}{2R^2} \left(\frac{\rho_f}{\rho_S}\right) \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} , \qquad (5.111)$$

sa solution étant une décroissane exponentielle de la composante x de la vitesse:

$$u_x(t) = u_0 \exp\left(-\frac{9\nu}{2R^2}\frac{\rho_f}{\rho_S}t\right)$$
(5.112)

et en intégrant une seconde fois:

$$x(t) = x^* \left[ 1 - \exp\left(-\frac{9\nu}{2R^2}\frac{\rho_f}{\rho_S}t\right) \right]$$
(5.113)

avec x(t = 0) = 0 et  $u_0$  la vitesse initiale en x. La quantité  $x^* = 2R^2 u_0 \rho_S / 9\nu \rho_f$  est portée horizontale de la goutte.

Ls Figure 5.18 montre les trajectoires de trois gouttelettes, de diamètres 40, 80 et  $200\mu m$ , expulsées horizontalement à  $u_0 = 5 \text{ m s}^{-1}$  de la bouche d'un individu infecté disant "papapipi-kaka" à un second individu lui faisant face. Le mouvement horizontal de la plus petite gouttellette (en rouge) est rapidement freiné, celle-ci parcourant moins de 10cm horizontalement. Par contre la plus grosse (en bleu) franchit 1 mètre horizontalement avant d'avoir chuté à la hauteur "sécuritaire" de 1 mètre; d'où cette fameuse règle du deux mètres pour la distanciation sociale.

Au printemps 2020, des résultats d'une étude très médiatisée (dont le pdf de la prépublication, Blocken *et al.*, est accessible sur la page web du cours) ont suggéré que la distance sécuritaire lors d'une activité comme la course à pied est en fait beaucoup plus grande que deux mètres. Il s'agit maintenant de reprendre le calcul ci-dessus, cette fois en ajoutant un "vent" soufflant horizontalement à vitesse  $u_v$  dans la direction négative des x, ce qui par changement (Galiléen) de repère est équivalent à avoir l'orifice buccal du coureur se déplaçant vers la direction positive en x à vitesse  $u_v$ . On supposera un eathlète bien entrainé.e, trottant à  $u_v = 4 \text{ m s}^{-1}$  (5 minutes au kilomètre, un bon rythme marathon). Des mesures ont démontré qu'en course de fond, l'exhalation de l'air atteint une vitesse de  $2.5 \text{ m s}^{-1}$  à la sortie de la bouche (oui, deux fois plus lentement que quand on dit "papa pipi kaka", par exemple...). L'équation (5.110) devient maintenant:

$$\mathbf{F}_D = -6\pi\rho_f \nu R(\mathbf{u} - u_v \mathbf{e}_x) \ . \tag{5.114}$$

Ceci ne change pas la composante-z de l'équation du mouvement, mais celle en x décrit maintenant une décroissance exponentielle de la composante-x de la vitesse, de sa valeur initiale  $u_0$ vers  $u_x = -u_v$ . La Figure 5.19 montre les trajectoires pour nos trois maintenant familières gouttellettes de diamètres 40, 80 et 200 $\mu$ m. Cette fois c'est la plus petite gouttellette qui est la plus dangereuse: ayant une vitesse de sédimentation plus faible, elle demeure plus longtemps dans le vent avant de toucher le sol, et donc est entrainée plus loin horizontalement. Donc ici un second coureur devrait demeurer  $\simeq 40$  m derrière le premier (infecté) pour éviter de ramasser sur son torse une gouttellette potentiellement virale.



Figure 5.18: Trajectoires de gouttelettes d'eau de diamètres 40, 80 et  $200 \,\mu\text{m}$  propulsées horizontalement à  $u_0 = 5 \,\text{m s}^{-1}$  d'une hauteur initiale de  $z_0 = 1.75 \,\text{m}$ . Les points colorés donnent le temps écoulé (en secondes) jusqu'à la position correspondante. Le rapport d'aspect est 1:1 ici, donc la forme de la trajectoire est géométriquement correcte. La plus grosse gouttellette ( $200 \,\mu\text{m}$ , en bleu) est celle qui parcourt la plus grande distance en x, en raison de sa plus grande inertie.



Figure 5.19: Trajectoires de gouttelettes d'eau de diamètres 40, 80 et 200  $\mu$ m propulsées horizontalement à 2.5 m s<sup>-1</sup> d'une hauteur initiale de  $z_0 = 1.75$  m, cette fois en présence d'un vent soufflant horizontalement à vitesse constante  $u_v = 4$  m s<sup>-1</sup> dans la direction négative de l'axe-x. La plus petite gouttellette (40 $\mu$ m, en rouge) est maintenant celle qui est entrainée le plus loin par le vent, en raison de son plus long temps de chute. Rapport d'aspect x : y = 25 : 1ptp://dimension.pressure.cet. May 21, 2024

Il est remarquable que les simulations numériques hydrodynamiques très sophistiqués de Blocken *et al.*, qui incluent (entre autres) la trainée turbulente produite par un coureur, conduisent à une distance sécuritaire très comparable à celle obtenue ici. Vive le Kamarade Stokes !

Les plus petites gouttellettes se comportent ici comme des **aérosols**, soit des particules dont le temps de résidence dans l'atmosphère peut aller de la journée à plusieurs années, dépendant de leur taille, densité, et altitude d'injection. Ces aérosols sont également entrainé en bloc avec tout vent soufflant horizontalement ou verticalement. Comme on le verra plus loin, leur impacts environnementaux et même climatiques peuvent être importants.

### 5.4 La percolation

### 5.5 Transport de la chaleur

Un écoulement ne transporte pas seulement de la masse et/ou un contaminant, il transporte aussi l'énergie interne du fluide,  $e = \rho c_p T$ , le flux correspondant étant

$$\mathbf{q}_u = \rho c_p T \mathbf{u} , \qquad [W \ m^{-2} \ s^{-1}] .$$
 (5.115)

On doit aussi prendre en considération le flux diffusif de chaleur (revoir la §2.3.3 au besoin):

$$\mathbf{q}_D = -\chi \nabla T$$
,  $[W m^{-2} s^{-1}]$ . (5.116)

Notre équation de bilan a sa forme habituelle:

$$\frac{\partial e}{\partial t} = -\nabla \cdot (\mathbf{q}_u + \mathbf{q}_D) \tag{5.117}$$

où, en terme de la température et pour un fluide incompressible:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla T = -\frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot (-\chi \nabla T)$$
$$= \kappa \nabla^2 T \tag{5.118}$$

où  $\kappa = \chi/\rho c_p$  (unités: m<sup>2</sup> s<sup>-1</sup>) est le **coefficient de diffusivité thermique**, une quantité qui peut se mesurer expérimentalement ou, dans le cas de substances pas trop complexes à l'échelle microscopique, se calculer *ab initio*. La tableau 5.3 liste les coefficients de conductivité et diffusivité thermiques pour diverses substances d'intérêt.

Un survol rapide de ce tableau révèle déjà que les gaz plus légers sont de meilleurs conducteurs de la chaleur, et que du coté des solides les meilleurs conducteurs électriques —les métaux— sont également les meilleurs conducteurs thermiques, conséquence directe de la mobilité des électrons.

On remarquera que l'éq. (5.118) a exactement la même forme que notre équation de transport d'un contaminant (5.64), avec  $C \to T$  et  $D \to \kappa$ . Donc, toutes nos belles solutions analytiques des §§5.1.4 et 5.2.3 sont directement applicables au transport de la chaleur!

On peut effectuer sur notre équation du transport de la chaleur (5.118) la même analyse dimensionnelle (5.2.2) que pour l'équation de transport (5.64), ce qui conduit aux deux nouvelles expressions suivantes pour le nombre de Peclet et le temps diffusif:

$$Pe = \frac{u_0 L}{\kappa} , \qquad (5.119)$$

$$\tau_D = \frac{L^2}{\kappa} , \qquad (5.120)$$

le temps advectif  $\tau_u = L/u_0$  demeurant inchangé.

Substance	$\chi \; [{\rm W} \; {\rm m}^{-1}  {\rm K}^{-1}]$	$\kappa \; [10^{-7} \mathrm{m^2  s^{-1}}]$
Air	0.026	225
Laine minérale	0.043	32
Mousse urethane	0.026	3.6
Liège	0.039	1.8
Verre	1.4	7.5
Plâtre	0.22	1.21
Bois mou	0.12	1.71
Bois dur	0.16	1.77
Brique	0.72	4.49
Béton	1.4	6.92
Asphalte	2.0	10
Eau	0.61	1.4
Glace $(0^{\circ})$	1.8	10
Peau humaine	0.37	
Caoutchouc	0.13	0.59
Fer	80.2	228
Aluminium	237	972
Acier	52	149
Cuivre	401	1166
Sable sec	0.27	2.23
Sol moyen	0.52	0.38
Ar		220
Не		1900
Н		1600

Table 5.3: Coefficients de conductivité ( $\chi$ ) et diffusivité ( $\kappa$ ) thermiques (à T = 300 K sauf mention contraire)

Source: voir bibliographie

### 5.5.1 Exemple 1: l'asphalte brûlant

Le temps diffusif (5.120) est d'une grande utilité pour caractériser la réponse thermique d'une substance à un input de chaleur variant dans le temps sans formellement solutionner l'équation (5.118).

Considérons, par exemple, le chauffage d'une couche d'asphalte par l'insolation journalière. Le coefficient de diffusivité thermique de l'asphalte varie entre  $0.7-1.4 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ , dépendant du mélange; on utilisera simplement  $10^6 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$  dans ce qui suit. Un bel asphalte frais et noir est très opaque à la radiation dans le visible (albedo  $\alpha_a \simeq 0.05$ , voir Tableau 4.2), donc l'insolation est à toutes fins pratiques entièrement absorbée dans le premier centimètre sous la surface. cependant, la diffusion thermique transporte cette chaleur plus profondément.

Si on imagine que le chauffage débute soudainement au lever du soleil, et se termine au coucher, alors on a un temps caractéristique de variation  $\tau \simeq 12$  heures  $\simeq 4.32 \times 10^4$  s. L'équation (5.28) nous permet d'estimer la profondeur à laquelle la chaleur diffusera en 12 heures:  $L \sim \sqrt{\tau \kappa} \simeq 0.2$  m.

L'évolution de la température moyenne dans un mètre carré d'une couche d'asphalte de profondeur L = 0.2m serait décrite par

$$L \times \rho c_p \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \sim L \rho c_p \frac{\Delta T}{\tau} = (1 - \alpha_a)S \tag{5.121}$$

où  $S = 500 \,\mathrm{W \, m^{-2}}$  est une irradiance moyenne au sol, essentiellement obtenue en moyennant les

résultats de la Fig. 4.8 (courbe verte) sur l'angle zénithal, et on a remplacé la dérivée temporelle de T par rapport à t par la variation de température  $\Delta T$  divisée par le temps caractéristique  $\tau$  (= 12 heures). Avec  $\rho c_p = 2 \times 10^6$  J m<sup>-3</sup> K<sup>-1</sup> pour l'asphalte (voir Tableau 2.1), on trouve ainsi:

$$\Delta T = \frac{(1 - \alpha_s)S_0\tau}{L\rho c_p} = 55^{\circ} \text{C} .$$
 (5.122)

Ca commence à faire chaud pour les petits pieds nus... est c'est conforme à l'expérience ! Notons que le point de fusion de l'asphalte se situe dans l'intervalle  $54^{\circ} \leq T \leq 175^{\circ}$ C, la valeur exacte dépendant du mélange, ~ 90°C étant une valeur typique. Donc, lors d'une très chaude journée d'été, l'asphalte de nos rues peut sérieusement ramollir lorsqu'exposée au soleil, comme l'illustre la Figure 5.20 pour un exemple passé à la postérité.



Figure 5.20: Exemple historique de fonte de l'asphalte par le rayonnement d'un corps céleste. Source: G. Rémi (alias Hergé), L'Étoile Mystérieuse, Casterman 1947.

### 5.5.2 Exemple 2: l'isolation thermique

En guise de second exemple, examinons maintenant la question de l'isolation thermique, un problème majeur pour la survie des animaux dans des climats froids, et un élément clef de l'économie énergétique dans les sociétés industrialisées.

En l'absence d'écoulement (**u**=0), une solution stationnaire  $(\partial/\partial t = 0)$  à notre équation du transport de la chaleur revient à solutionner une équation de Laplace:

$$-\frac{1}{\rho c_p} \nabla \cdot (-\chi \nabla T) \equiv \kappa \nabla^2 T = 0$$
(5.123)

avec des conditions limites appropriées sur T. Notons qu'une première intégrale de cette expression impose que

$$-\chi\nabla T = \text{constante} . \tag{5.124}$$

Autrement dit, le flux de chaleur doit être le même partout, puisque toute variation conduirait à une divergence non-nulle du flux, et donc à un chauffage ou refroidissement local, dans lequel cas on n'aurait plus une solution stationnaire.

Considérons une situation simple en 1D, mais d'intérêt biologique immédiat: la perte de chaleur à laquelle doit composer un animal (comme nous) de température corporelle interne  $T_c$  se retrouvant dans un environnement où la température extérieure  $T_a \ll T_c$ . Le diagramme au haut de la Figure 5.21 illustre schématiquement cette situation en 1D, la direction  $\mathbf{e}_x$  étant perpendiculaire à la peau. La couche de peau (derme+épiderme) a une épaisseur  $h_p = 4$  mm,



Figure 5.21: Représentation schématique du profil de température stationnaire s'établissant entre l'intérieur du corps (température  $T_c = 37^{\circ}$ C) et le milieu extérieur ( $T_a$ ) à travers une couche de peau d'épaisseur  $h_p$ , en l'absence (en haut) ou présence (en bas) d'une couche de matériau isolant (épaisseur  $h_i$ ) entre la peau et le milieu.

et une conductivité thermique  $\chi_p = 0.37 \,\mathrm{W} \,\mathrm{m}^{-1} \,\mathrm{K}^{-1}$  (voir Tableau 5.3). En 1D l'équation de Laplace se réduit à

$$\kappa \frac{\mathrm{d}^2 T}{\mathrm{d}x^2} = 0 , \qquad T(x_c) = T_c , \qquad T(x_a) = T_a$$
(5.125)

dont la solution donne un profil linéaire de T(x)

$$T(x) = T_c + (T_a - T_c) \frac{x - x_c}{x_a - x_c} .$$
(5.126)

Remarquez que le coefficient de diffusion thermique n'apparait pas dans cette solution stationnaire; sa valeur a un impact sur le temps requis pour atteindre l'état stationnaire, mais pas sur le forme de l'état stationnaire même. Cette solution nous permet donc de calculer le flux d'énergie thermique perdue à travers la peau:

$$\mathbf{q}_T = -\chi_p \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}x} = \chi \frac{T_c - T_a}{h_p} , \qquad [\mathrm{W} \ \mathrm{m}^{-2}] .$$
 (5.127)

Pour des valeurs  $T_c = 37^{\circ}$ C,  $T_a = 0^{\circ}$ C et  $h_p \equiv x_a - x_c = 4 \text{ mm}$ , on trouve  $|\mathbf{q}_T| \simeq 3400 \text{ W}$ m<sup>-2</sup>. Approximons notre humain typique flambant nu (ni excessivement rondelet ou poilu) comme un cylindre d'eau de masse 68kg, de hauteur H = 1.5 m et diamètre d = 24 cm, pour une surface de contact avec l'air de  $A = 1.22 \text{ m}^2$ . Je vous laisse calculer que notre "humain" passif deviendra hypothermique ( $T_c \leq 35^{\circ}$ C) après un petit  $\simeq 2 \text{ minutes}^{11}$ .

 $<sup>^{11}</sup>$ En réalité le temps requis serait 5–10 fois plus long, car le corps humain dispose d'une variété de mécanismes

Que se passe-t-il maintenant si notre humain cylindrique typique lâche finalement son cell et a soudainement l'idée géniale de ne pas rester tout nu dehors, mais de se glisser dans un bon sac de couchage de calibre hivernal, en duvet de qualité supérieure et d'épaisseur moyenne  $h_i = 5$  cm. La situation est maintenant celle illustrée schématiquement au bas de la Figure 5.21 (mais pas du tout à l'échelle). Le duvet emprisonne effectivement une couche d'air épaisse de 5cm, et caractérisée par une conductivité thermique  $\chi_a = 0.026$  W m<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup>, soit  $\simeq 15$  fois plus faible que celle de la peau humaine.

Ici la solution de l'équation de Laplace est compliquée par le fait que les conductivité et diffusivité thermiques ne sont pas les mêmes pour la peau que pour l'air. Mais en régime stationnaire, le flux thermique à travers la peau doit être le même que celui traversant la couche d'air isolante. Dénotons la grandeur de ce flux par q et écrivons

$$q = -\chi_p \frac{T_p - T_c}{h_p} , \qquad \text{[peau]}$$
(5.128)

$$q = -\chi_a \frac{T_a - T_p}{h_i} . \quad \text{[air isolant]}$$
 (5.129)

Ce système de deux équations pour les deux inconnus q et  $T_p$  se solutionne facilement:

$$T_p = \frac{h_p \chi_a T_a + h_a \chi_p T_c}{h_p \chi_a + h_a \chi_p} , \qquad (5.130)$$

$$q = (T_c - T_a) \left(\frac{h_p}{\chi_p} + \frac{h_i}{\chi_a}\right)^{-1}$$
 (5.131)

Pour  $T_c = 37^{\circ}$ C et  $T_a = 0^{\circ}$ C, on trouve  $T_p = 36.8^{\circ}$ C, un minuscule 0.2°C de moins que la température corporelle interne  $T_c$ ; et un flux q = 19 W m<sup>-2</sup>, soit  $\simeq 170$  fois moins qu'en l'absence de la couche isolante; il n'y a plus de danger d'hypothermie!

C'est pourquoi la plupart des animaux dans nos contrées nordiques, qui n'ont pas le luxe des sacs de couchage en duvet, emprisonnent l'air près de leur épiderme dans des couches de poils, ou de duvet recouvert par des plumes. Des animaux comme le lynx ou le renard atteignent ainsi un niveau d'isolation thermique d'environ 2/3 de celui de l'air au repos, même quand ils sont en mouvement.

Et comme ont pu le constater tous ceux/celles qui ont eu le malheur de se faire pleuvoir dessus abondamment l'hiver à des températures avoisinnant le zéro, l'isolation thermique des vêtements chute dramatiquement lorsque l'isolant est imbibé d'eau; conséquence incontournable du fait que la conductivité thermique de l'eau est  $\simeq 24$  fois plus grande que celle de l'air (sec).

### 5.5.3 Exemple 3: les ilôts de chaleur

On passe maintenant à une situation où le transport de chaleur par un écoulement joue un rôle important dans l'équilibre thermique: les ilôts de chaleur.

Les villes combinent de grandes surfaces sans végétation et d'albedo faibles (e.g., les stationnements) et une substantielle production locale d'énergie thermique résultant de l'activité industrielle, de la climatisation, du transport automobile, etc. Nous exprimerons cette source en unités de Watt par mètre carré de surface urbaine. Cette quantité a été estimé à  $S_v = 280 \text{ W}$ m<sup>-2</sup> pour une ville "typique" dans un pays industrialisé.

Notre "ville" sera approximée par un parallépipède de base carrée  $L \times L$ , et incluant la masse d'air s'étendant verticalement au dessus de la surface jusqu'à une altitude h = 300 m. Plutôt que de tenter de solutionner formellement l'équation du transport de la chaleur, nous allons ramener dans le portrait notre bon vieux modèle RSPF. Comme l'illustre la Figure 5.22, le modèle commence à contenir pas mal d'éléments:

lui permettant de préserver sa chaleur, en réduisant l'apport sanguin à la peau, et d'en générer, en grelottant! On reviendra là-dessus quand on traitera plus spécifiquement de thermorégulation animale.

- Nous avons deux réservoirs thermiques: la masse d'air urbain, et le sol urbain, caractérisés par des températures T<sub>v</sub> et T<sub>s</sub> respectivement;
- Le réservoir "sol urbain" a une source, soit l'insolation solaire  $S_0$ , qui par hypothèse traverse l'atmosphère sans atténuation, mais dont une fraction  $(1 \alpha)$  ( $\alpha$  étant l'albedo) est réfléchie dans l'espace et donc ne contribue pas à l'insolation au sol;
- Le réservoir "air urbain" a une source (surfacique)  $S_v$ , d'origine anthropogénique;
- Comme dans le cas de l'effet de serre de la §4.8, le réservoir "air urbain" irradie une moitiée  $(0.5\sigma T_v^4)$  de son énergie thermique vers le sol, et l'autre moitié vers l'espace.
- Une fraction t (la transmissivité) du flux thermique émis par le sol s'échappe vers l'espace, et la fraction absorbée,  $(1 t)\sigma T_s^4$ , est transféré au réservoir air urbain.
- Tous les flux surfaciques et sources surfaciques doivent être multipliés par  $L^2$  pour obtenir les quantités de chaleur totale entrant ou sortant "verticalement" de nos deux réservoirs, soit notre "ville";
- Finalement, un vent horizontal soufflant à vitesse u produit un flux entrant de chaleur  $\rho c_p u T_a$ , où  $T_a$  est la température de l'air "froid" à l'extérieur de la zone urbaine, et un flux sortant  $\rho c_p u T_v$ . La quantité nette de chaleur sortant de notre ville parallépipédique est alors donnée par  $\rho c_p u (T_v T_a) \times hL$ .



Figure 5.22: Le système air+sol urbains, en représentation Réservoir+Source+Puit+Flux. On suppose ici que l'air urbain est complètement transparent à l'irradiance solaire, et transmet une fraction t (transmissivité) du rayonnement thermique du sol urbain vers les plus hautes couches de l'atmosphère. Comparez attentivement avec la Fig. 4.16.

Il ne nous reste plus qu'à écrire nos équations de bilan. On doit faire attention ici car les flux thermiques sont émis par une surface d'aire  $L \times L$ , mais le flux de chaleur transportée par le vent horizontal traverse une surface d'aire  $L \times h$ . On se limitera encore ici au régime stationnaire, où le système est globalement à l'équilibre (tous les d/dt = 0); les flux totaux entrant et sortant de chaque réservoir doivent alors équilibrer les sources internes; on aura donc:

Air Urbain : 
$$0 = (1-t)\sigma T_s^4 - \sigma T_v^4 - \frac{h}{L}\rho c_p u(T_v - T_a) + S_v$$
, (5.132)

Sol Urbain : 
$$0 = \frac{(1-\alpha)S_0}{4} + \frac{1}{2}\sigma T_v^4 - \sigma T_s^4$$
. (5.133)

où on a tout divisé par  $L^2$ , ce qui a fait apparaitre le quotient h/L dans le terme de transport de chaleur par le vent. Comparez attentivement ceci aux éqs. (4.40)–(4.41). Si on pose u = 0, on trouve

$$\sigma T_v = \left[ \left( \frac{(1-t)(1-\alpha)S_0}{4} + S_v \right) \left( \frac{1}{(t+1)\sigma} \right) \right]^{1/4}$$
(5.134)

Soit  $T_v = 355 \text{ K} = 82^{\circ}\text{C}$  pour h = 300 m, t = 0.1, et  $S_v = 280 \text{ W} \text{ m}^{-2}$ . L'éq. (5.133) nous donne ensuite  $T_s = 332 \text{ K} = 59^{\circ}\text{C}$ . Notons que la température du sol se retrouve ici inférieure à celle de l'air urbain. Mais dans les deux cas, c'est définitivement inconfortable comme températures...

Revenons au cas où un vent horizontal souffle à vitesse u. De (5.133) on tire

$$\sigma T_s^4 = \frac{(1-\alpha)S_0}{4} + \frac{1}{2}\sigma T_v^4 \tag{5.135}$$

que l'on substitue dans (5.132), ce qui conduit à un polynôme quartique en  $T_v$ :

$$\left[\frac{(t+1)\sigma}{2}\right]T_v^4 + \left[\rho c_p u \frac{h}{L}\right]T_v - \left[\frac{(1-t)(1-\alpha)S_0}{4} + \rho c_p u T_a \frac{h}{L} + S_v\right] = 0.$$
(5.136)

Un polynôme quartique a quatre racines; ceux du genre (5.136), soit sans termes cubique ou quadratique, ont deux racines qui forment une paire des conjugués complexes, et deux autres sont purement réelles, l'une négative et l'autre positive; c'est évidemment cette dernière qui doit être conservée ici. En Python, la fonction numpy.roots fonctionne bien et est facile d'utilisation.

La Figure 5.23 montre la variation de la température de l'air urbain  $(T_v)$  en fonction de la vitesse du vent, pour deux "villes" de dimensions linéaires L = 2 et 20 km. On constate



Figure 5.23: Variation de la température de l'air urbain en fonction de la vitesse du vent horizontal traversant la ville. Le trait rouge correspond à une ville de dimension linéaire L = 20 km, et le trait vert L = 2 km. Le pointillé supérieur indique la température d'équilibre en absence de vent, et celui du bas la température de l'air que le vent souffle à travers la ville. Les traits en tirets correspondent à la solution approximative donnée par l'éq. (5.138). Notez l'échelle horizontale logarithmique.

que même pour des vitesses de vent relativement faibles, l'effet de refroidissement dû au vent peut être très significatif. Il faut évidemment qu'on ait accès à un réservoir d'air frais (à température  $T_a$ ); si la Terre était complètement urbanisée, l'air soufflé par le vent serait partout uniformément à d $T_v(u=0)$  (= 82°C pour nos paramètres du modèle), et donc aucun apport d'air frais, et aucun transport horizontal net de chaleur. Il ferait vraiment très chaud, partout...

Considérons une situation limite où le vent horizontal est le seul mécanisme évacuant la chaleur produite par le chauffage anthropogénique —notre fameux terme source  $S_v$ . On doit donc avoir

$$\left[\rho c_p u(T_v - T_a)\right] \times hL \simeq \left[S_v\right] \times L^2 , \qquad (5.137)$$

d'où on peut tirer une expression approximative pour  $T_v$  dans ce cas limite:

$$T_v^* = S_v \left(\frac{L}{h}\right) \left(\frac{S_v}{\rho c_p u (T_v - T_a)}\right) .$$
(5.138)

Cette expression démontre explicitement que toute autre chose étant égale, une ville de plus grande superficie, (grand L) aura une  $T_v$  plus élevée; et pour une taille de ville donnée,  $T_v$  décroit en 1/u quand u augmente.

La solution approximative (5.138) est tracée en tirets sur la Fig.5.23, toujours pour L = 2 et 20 km. On observe divergence  $(T_v \to \infty)$  dans la limite  $u \to 0$ , mathématiquement dûe à la présence de u au dénominateur de l'expression ci-dessus; et physiquement dû au fait qu'en l'absence de rayonnement thermique, si  $u \to 0$  alors il ne reste plus rien pour contrebalancer l'apport de chaleur par le terme source  $S_v$ , conduisant alors à un surchauffage inexorable de l'air urbain.

Ce petit modèle RSPF néglige plusieurs phénomènes physiques importants qui tendraient à réduire les températures de l'air et du sol; un de ces phénomènes, l'évaporation, est en fait le prochain sur notre liste.

### 5.6 Évaporation et condensation

L'évaporation est un des principaux mécanimes utilisés par et animaux aux fins de thermorégulation, et par la plupart des plantes pour créer le déficit de pression permettant, par suction, la montée des fluides à partir des racines. Nous traiterons de ces sujets en détails au chapitre 8.

Il convient d'abord de bien distinguer la **vaporisation**, changement de phase se produiant pour l'eau (pure) à 100°C, de l'**évaporation**, qui en contexte environnemental est un phénomène opérant à une *interface* eau-air (habituellement). L'évaporation peut se produire même si l'eau n'est pas à 100°C, comme on peut facilement le constater en examinant en cuisine la vapeur émanant d'un chaudron rempli d'eau chaude.

La chaleur latente de vaporisation de l'eau est de  $\Lambda = 2260 \text{ kJ kg}^{-1}$ . Si on imagine que l'évaporation consiste à élever la température de l'eau à 100°C et ensuite la vaporiser, on en concluerait que l'input énergétique requis pour évaporer de l'eau à  $T < 100^{\circ}$  est plus élevé que  $\Lambda$ , et c'est bien le cas comme le montre la Figure 5.24 ci-dessous. Attention cependant, cette **chaleur latente d'évaporation** L est toujours plus grande que  $\Lambda$ , mais significativement plus petite que la somme  $\rho c_p(100 - T) + \Lambda$  (trait pointillé sur la Fig. 5.24). Du point de vue microscopique, la raison en est qu'à l'interface les molécules d'eau dans la queue élevée de la distribution de Maxwell-Boltzmann ont suffisamment d'énergie pour échapper aux forces intermoléculaires donnant au fluide sa cohésion.

### 5.6.1 Le cycle global de l'eau

L'évaporation est le moteur du cycle global de l'eau à l'échelle planétaire. Comme le résume le Tableau 5.4, en bonne première approximation ce cycle est dominé par l'échange vertical précipitations versus évaporation des eaux océaniques et d esurface, le transport horizontal de la vapeur d'eau dans les vents induisant un léger déficit précipitation/évaporation sur les océans, compensé par les écoulements de surface sur les continents (i.e., fleuves se déversant



Figure 5.24: Chaleur latente d'évaporation pour l'eau à pression atmosphérique. Source de données: Monteith & Unsworth, Tableau A.3. Le trait pointillé indique l'apport énergétique requis pour chauffer une masse d'eau d'une température T jusqu'à 100° et ensuite de la vaporiser entièrement (voir texte).

Composante	$10^{12} \mathrm{m^3} \mathrm{yr^{-1}}$
Précipitations continentales	108
Précipitations océaniques	410
Évapo(transpi)ration continentale	62
Évaporation océanique	456
Écoulements surfaciques	46

Source: Harte 1988

dans la mer). Ceci étant dit sans minimiser l'usage de l'eau fait par la biosphère, interceptant et emmagasinant temporairement une fraction non-négligeable de l'eau présente dans les sols, pour la retourner à l'atmosphère par **évapotranspiration**.

L'évaporation est aussi un mécanisme permettant de prendre de l'énergie au sol et de la déplacer dans l'atmosphère. Le Tableau 5.4 indique des précipitations annuelles totales de  $518 \times 10^{12} \text{ m}^3 \text{ yr}^{-1}$ . toute cette eau provient de l'évaporation d'une cette même quantité d'eau au niveau du sol et de la surface des océans. Avec une chaleur latente d'évaporation  $L = 2460 \text{ kJ} \text{ kg}^{-1}$  pour une température moyenne de surface de 14°, la quantité d'énergie requise est

$$E_{\text{evap}} = (1000 \text{kg m}^{-3}) \times (518 \times 10^{12} \text{ m}^3 \text{yr}^{-1}) \times (2460 \text{J kg}^{-1}) / (3.16 \times 10^7 \text{s yr}^{-1})$$
  
=  $4 \times 10^{16} \text{ W}$  (5.139)

soit 78 W m<sup>-2</sup> sur toute la surface de la Terre. C'est une fraction substantielle du flux radiatif d'un corps noir  $\sigma T_s^4 = 385 \,\mathrm{W} \,\mathrm{m}^{-2}$  pour une température moyenne de surface  $T_c = 297 \,\mathrm{K}$ .

Le taux d'évaporation dépend non seulement de la température, mais aussi de la pression partielle de vapeur d'eau dans l'air. Nous reviendrons sur les détails physiques du processus d'évaporation plus tard dans le cours. Pour le moment nous ne considérerons qu'un seul exemple illustrant bien l'importance de l'évaporation de l'eau au niveau du transport et bilan de la chaleur.

### 5.6.2 Exemple: Comment refroidir une centrale thermique

Dans une centrale dite thermique, la production d'électricité débute avec la vaporisation de l'eau et surchauffage de la vapeur d'eau ainsi produite afin d'en augmenter la pression (pensez à l'équation d'état du gaz parfait). Cette pression de vapeur est ensuite utilisée pour faire tourner une turbine qui actionne finalement une dynamo produisant l'électricité. Nous traiterons en détail de la physique de ce processus dynamo au chapitre 7; pour le moment nous nous limitons aux aspects thermodynamiques de l'utilisation de l'eau dans de telles centrales.

Commençons par un petit retour sur le concept de **machine thermique**, avec lequel vous avez déjà fait connaissance en PHY-2215, soit un système qui produit de l'énergie mécanique à partir d'un gradient de température, selon l'iconique concept du piston. L'idée est illustrée schématiquement sur la Figure 5.25. Un tube est séparé en deux régions par une surface mobile étanche (le fameux piston). Du coté droit du piston les pression et température sont  $p_1$  et  $T_1$ ; coté gauche on a  $p_2 > p_1$ , et  $T_2 > T_1$ . La force nette exercée sur le piston sera

$$F_x = (p_2 - p_1) \times A , \qquad (5.140)$$

où A est la surface du piston. En conséquence, ce dernier se déplacera vers la droite, disons d'une distance infinitésimale dx. Le travail mécanique produit est donc  $dW = F_x dx$ . Si le processus est adiabatique, le gaz/fluide dans la section droite réchauffera sous compression, et celui dans la section gauche refroidira, jusqu'à ce que les  $p_1 = p_2$ , signalant l'arrêt du piston. Si on désire



Figure 5.25: Représentation schématique du fonctionnement d'un piston développant un travail mécanique constant en puisant dans un réservoir thermique  $T_2$  maintenu à cette température par un apport énergétique  $Q_2$ . Pour demeurer en régime stationnaire l'augmentation de la température  $T_1$ , qui résulterait normalement de la compression adiabatique, doit être éliminée en extrayant une quantité d'énergie  $Q_1$  du système (voir texte).

développer un travail mécanique W soutenu (pas d'arrêt du piston), on doit continuellement déposer une quantité d'énergie  $Q_2$  dans la section gauche, et en extraire une quantité  $Q_1$  de la section de droite (flèches rouges sur la Fig. 5.25), de manière à préserver la différence de température  $T_2 - T_1$  qui produit la différence de pression  $p_2 - p_1$ ; Par conservation de l'énergie, on doit avoir:

$$Q_1 = Q_2 - W . (5.141)$$

Ces deux processus, agissant conjointement, ne peuvent cependant pas diminuer l'entropie totale du système:

$$\Delta S = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_1}{T_1} = -\frac{Q_2}{T_2} + \frac{Q_2 - W}{T_1} \ge 0 , \qquad (5.142)$$

d'où:

$$W \le Q_2 \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \tag{5.143}$$

On définit l'efficacité thermique  $\eta$  de notre machine comme le rapport entre le travail mécanique produit et l'input énergétique au système:

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_2} = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) \ . \tag{5.144}$$

Cette expression donne l'efficacité théorique maximale, applicable à une situation où tous les processus impliqués sont parfaitement réversibles; en pratique il y aura toujours des pertes de chaleur quelque part, et l'efficacité réelle sera  $\eta_{\text{eff}} < \eta$ .

Revenons à notre centrale thermique;  $Q_2$  devient l'énergie produite par le processus de combustion utilisé pour vaporiser l'eau (combustion de gaz ou de charbon, fission nucléaire, etc.). Le piston est remplacé par les pales de la turbine. Pour une production continue d'énergie mécanique, il est essentiel qu'en aval de la turbine on maintienne la température à  $T_1$  afin de préserver la différence de pression  $p_2 - p_1$  produisant ultimement le travail mécanique. On doit donc refroidir la vapeur en aval, i.e. extraire de l'énergie (le  $Q_1$  sur la Figure 5.25).

Dans une centrale thermique, l'eau produite par la recondensation de la vapeur en aval des turbine est refroidie et recirculée dans le système. C'est le circuit primaire de circulation, qui (en l'absence de fuites) opère à un volume d'eau constant. Dans une centrale thermique "moderne" opérant par la combustion du charbon, en produisant 1000 MW de puissance électrique, on a typiquement  $T_2 = 800$ K,  $T_1 = 300$ K, et donc  $\eta = 0.625$ ; en pratique, on a plutôt  $\eta_{\text{eff}} = 0.4$ . Donc on doit injecter dans le système  $Q_2 = 1000/\eta_{\text{eff}} = 2500$  W. Le 60% de ce 2500MW, soit 1500MW, qui n'est pas converti en énergie mécanique —et ultimement, en courant électrique doit donc être évacué de la centrale, sinon l'efficacité thermodynamique va chuter à zéro (et éventuellement tout finira par fondre!). Les gaz chauds résultant de la combustion sortant par les cheminées aident un peu, en emportant environ 15% du 1500MW en excès libérée par la combustion. Le reste doit alors être évacué par un système de refroidissement, utilisant habituellement l'eau en raison de sa grande capacité thermique.

La Figure 5.26 résume schématiquement la situation:

- On cherche à produire 1000 MW d'électricité en régime continu;
- Avec une efficacité  $\eta_{\text{eff}} = 0.4$ , on doit donc générer 2500 MW en chaleur;
- Avec 15% de perte de chaleur via les cheminées, il reste donc  $0.85 \times 1500 = 1275$  MW à évacuer via le système de refroidissement, quel qu'il soit, afin de maintenir  $T_1$  à 300K.

La première option est de puiser dans une source d'eau (lac, fleuve) près de la centrale, et de laisser circuler cette eau dans un échangeur de chaleur avec le circuit primaire pour en extraire la chaleur. Disons que cette source d'eau environnementale est à  $T_0 = 290$  K; la capacité thermique de l'eau étant  $c_p = 4182$  J kg<sup>-1</sup> K<sup>-1</sup> (voir Tableau 2.1), pour extraire 1275 MW du circuit primaire à 300K en refroidissant de 10K on a besoin d'un débit Q donné par:

$$Q = \frac{1275 \times 10^6 \,\mathrm{W}}{c_p \times 10 \mathrm{K}} \equiv 30500 \,\mathrm{litres \, s^{-1}} \,, \tag{5.145}$$

soit  $\equiv 10^{12}$  kg (ou litres) par année. C'est beaucoup d'eau ! Cette eau est retournée à l'environnement, mais peut générer une pollution thermique importante en aval de la centrale: 10K de réchauffement, dans un lac, fleuve ou ou rivière, c'est beaucoup; en on ne parle



Figure 5.26: Représentation schématique du fonctionnement d'une centrale thermique produisant 1000MW d'électricité avec une efficacité thermodynamique  $\eta_{\text{eff}} = 0.4$  (voir texte).

même pas de tous les petits poissons et invertébrés qui se feront cuire en purée lorsque pompés dans l'échangeur de chaleur.

Une seconde option est la **tour d'évaporation** (voir Figure 5.27). Ici l'eau du circuit primaire circule dans une série de tuyau où lamelles, sur la surface desquels on vaporise (pas dans le sens d'un changement de phase) de l'eau provenant d'une source environnementale, encore une fois lac, fleuve ou rivière.

La chaleur latente de vaporisation pour l'eau à 290K est L = 2459 kJ/kg, donc pour extraire 1275 MW par évaporation on a besoin d'un débit:

$$Q = \frac{1275 \times 10^6 \text{W}}{2459 \times 10^3 \,\text{J kg}^{-1}} \equiv 518.5 \text{litres s}^{-1} , \qquad (5.146)$$

soit  $1.6 \times 10^{10}$  kg (ou litres) par année; c'est 62 fois moins que l'option 1. Ici l'eau n'est pas retournée à l'environnement local, mais finit éventuellement en précipitations en aval des vents dominants. La condensation en gouttellettes relâchera la chaleur latente dans l'environnement, mais de manière moins géographiquement localisée et donc moins dommageable pour les écosystèmes, du point de vue de la pollution thermique; mais possiblement dommageable via l'assèchement local de la source d'eau utilisée.

Mentionnons finalement que pour ces deux options distinctes de refroidissement, la même quantité de  $CO_2$  est émise par la combustion du charbon.

#### Exercices:

5.1: Calculez la vitesse terminale de chute d'une balle de pingpong dans l'air, versus une balle du même rayon mais faite d'irridium ( $\rho = 22420 \text{ kg m}^{-3}$ ). Estimez le nombre de Reynolds (Re) dans les deux cas. Répéter les mêmes calculs, mais dans l'eau.

**5.2:** Obtenez l'éq. (5.107) à partir de  $\mathbf{F} = m\mathbf{a}$ , en incluant la force de trainée dans  $\mathbf{F}$ ; ensuite, solutionnez cette expression (analytiquement ou numériquement) pour reproduire la Figure 5.16.

**5.3:** Démontrez que l'équation (5.118) résulte bien de la substitution de (5.115)–(5.116) dans (5.118).



Figure 5.27: Centrale nucléaire de Hope Creek (New Jersey, É.-U.). Les deux réacteurs situés les plus à gauche, plus anciens, utilisent notre option 1, soit siphonner de l'eau de la rivière Delaware pour refroidir le circuit primaire des réacteurs, tandis que le troisième, plus récent, utilise notre option 2, soit refroidir son circuit primaire via la tour d'évaporation au centre de l'image. Le panache blanc émis par la tour est de la vapeur d'eau. Source: blog.ucsusa.org.

**5.4:** Vérifiez, par substitution directe, que l'équation (5.49) est bien une solution valide de l'équation de diffusion (5.31) avec S = 0.

**5.5:** De son propre aveu, le Fonderie Horne à Rouyn-Noranda a émis en 2022 une moyenne annuelle de 73.1 nanogrammes (ng) d'arsenic par mètre cube de ses cheminées. En présence d'un vent constant soufflant à 1 m s<sup>-1</sup>, et un taux constant d'émission correspondant à cette moyenne annuelle, calculez à quelle distances de la fonderie (en amont, aval, et latérale) on retombe sous la norme provinciale officielle de 3 ng m<sup>-3</sup>.

**5.6:** Suivant la procédure développée à la  $\S5.5.1$ , calculez jusqu'à quelle profondeur un sol de porosité p et saturé d'eau réagira aux variations saisonnières de la température de surface. Pensez bien à la manière de prendre en compte l'hétérogénéité du milieu.

**5.7:** Il s'agit ici de reformuler le calcul du réchauffement de l'asphalte de la §5.5.1 en terme du modèle RSPF.

- 1. Tracez un diagramme RSPF (genre Fig. 2.6) pour ce nouveau modèle
- 2. Écrivez les équations différentielles décrivant le comportment du modèle.
- 3. Solutionnez ces équations pour une variation journalière de l'irradiance au sol à latitude 45.5° au solstice d'été. À quelle heure de la journée la température de l'asphalte est-elle maximale ?
- 4. Incluez maintenant les pertes radiatives (flux  $\propto \sigma T^4),$  et examinez-en l'impact sur votre température maximale.

**5.8:** Il s'agit ici d'approfondir les calculs d'isolation thermique de la §5.5.2;

- 1. Calculez le temps de refroidissement vers l'hypothermie pour notre humain tout nu dans l'air à 0°C.
- 2. Calculez maintenant la perte de chaleur (en W) que subit notre humain dans son sac de couchage, si le sac est complètement détrempé, et s'aplatissant à une épaisseur de 2cm.

**5.9:** On vous engage pour améliorer l'efficacité énergétique d'une centrale thermique du genre considérée à la §5.6.2; deux options sont à votre disposition: doubler la température de la vapeur sortant de la fournaise  $(T_2)$ , ou diminuer d'un facteur deux la température de l'eau dans le circuit primaire  $(T_1)$ . Laquelle de ce sdeux options est la plus avantageuse du point de vue de la production d'électricité ? et de la consommation en eau, selon nos deux options ? Que recommanderiez-vous dans votre rapport final ?

#### **Bibliographie**:

Les donnés numériques des tableaux 5.1, 5.2, et 5.3, proviennent respectivement des sources suivantes:

engineeringtoolbox.com/air-diffusion-coefficient-gas-mixture-temperature-d\_2010.html

engineeringtoolbox.com/particle-sizes-d\_934.html

engineersedge.com/heat-transfer/thermal\_diffusivity\_table\_13953.htm

avec dans le dernier cas des ajouts provenant de l'ouvrage de Boeker et van Grondelle cité en bibliographie du chapitre 1. Les solutions numériques des §§5.1.4 et 5.2.3 sont également tirées et adaptées de cet ouvrage.

Sur la projection des gouttelettes de salive lors du parler, voir

Abkarian, M., Mendez, S., Xue, N., Yang, F., Stone, H.A., *PNAS* **117**(41), 25237–25245 (2020)

L'exemple de la dispersion de l'Argon dans l'atmosphère terrestre (5.2.5) est originellement dû à l'astrophysicien Georges Gamov, mais a été repris et très efficacement popularisé par le biologiste/environnementaliste David Suzuki, dont les ouvrages valent définitivement la lecture. Si ça vous intéresse je recommanderais:

Suzuki, D., The Sacred Balance, 4<sup>eme</sup> éd., Greystones Books, 2022.

Sur l'incroyable gamme de mécanismes et trucs utilisés par les animaux pour survivre au froid hivernal, voir

Heinrich, B., Winter World, HarperCollins, 2003.

## Chapitre 6

# Activité humaine I. Énergie

Ce chapitre se concentre sur a production et utilisation de l'énergie par l'humanité, et principaement sur la production d'électricité. On débute (§6.1) par examiner la transformation de l'énergie mécanique en électricité par effet dynamo. On se tourne ensuite vers les sources d,énergie dites renouvelables, soit l'énergie éolienne (6.2), l'énergie hydroélectrique (6.3), l'énergie marémotrice (6.4), et bien sur l'énergie solaire (6.5). On considère finalement les sources d'énergie non-renouvelables, principalement les combustible fossiles, pour terminer avec l'énergie nucléaire. Dans tous les cas on examine autant les aspects physiques de ces divers modes de production énergétique que leurs impacts environnementaux.

### 6.1 L'effet dynamo

L'effet dynamo réfère à la conversion de l'énergie mécanique en courant électrique. Découvert en 1831 par Michael Faraday (1791–1867) sur une base purement expérimentale, on peut dire sans aucune exaggération que Faraday a ainsi posé les bases de notre civilisation technoénergétique. Honnêtement là, pouvez-vous imaginez un monde sans prises électriques pour recharger son cell?

Michael Faraday était un véritable génie, tout à fait à la hauteur de James Clerk Maxwell, mais d'un tout autre style. Sans aucune formation mathématique, sur une base purement expérimentale il a introduit en physique les notions de **champs** et de **lignes de force**, inventant au passage ce qu'on appelle aujourd'hui le champ magnétique. Ce faisant, il a effectivement évacué de la physique du dix-neuvième siècle la notion d'**action à distance** qui demeurait la base conceptuelle de la dynamique depuis Newton.

Notre point de départ est la Loi de Faraday, une de nos quatre équations de Maxwell:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \ . \tag{6.1}$$

Considérons une surface S délimitée par un contour  $\gamma$ , et traversée par un champ magnétique **B**. On projette l'équation (6.1) sur la normale  $\hat{\mathbf{n}}$  à S et on intègre sur toute la surface:

$$\int_{S} (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot \hat{\mathbf{n}} \mathrm{d}S = -\int_{S} \left(\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}\right) \cdot \hat{\mathbf{n}} \mathrm{d}S , \qquad (6.2)$$

$$\oint_{\gamma} \mathbf{E} \cdot d\boldsymbol{\ell} = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{S} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS .$$
(6.3)

Le passage de (6.2) à (6.3) provient de l'utilisation du théorème de Stokes au membre de gauche, et de l'interchange des opérateurs de dérivé temporelle et intégrale de surface au membre de droite, légal si la seule variation temporelle est celle de **B**, autrement dit la surface d'intégration est fixe dans l'espace. Vous avez certainement déjà fait tout ça —mais en sens inverse!— en PHY-1441. On définit maintenant la force électromotrice  $\mathcal{E}$  et le flux magnétique  $\Phi$ :

$$\mathcal{E} = \oint_{\gamma} \mathbf{E} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\ell} \tag{6.4}$$

$$\Phi = \int_{S} \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} \mathrm{d}S \tag{6.5}$$

de telle sorte que (6.3) devient:

$$\mathcal{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} \ . \tag{6.6}$$

Bien que Faraday ne l'ait lui-même jamais exprimé sous cette forme, cette expression résume mathématiquement les conclusions d'une gamme d'expériences de laboratoire absolument révolutionaires qu'il a effectuées en 1831, sur une période de seulement 10 jours: une variation du flux magnétique traversant la surface (le *S* ci-dessus) délimitée par une boucle conductrice (le  $\gamma$  cidessus) induit dans celle-ci une force électromotrice  $\mathcal{E}$ . De là à utiliser cette force électromotrice pour propulser un courant électrique *I* dans un circuit de résistance *R* selon la Loi d'Ohm  $\mathcal{E} = RI$ , il n'y a qu'un pas... mais il fallait y penser!

#### 6.1.1 Le générateur homopolaire

Parmi les innombrables inventions pratiques de Michael Faraday (1791–1867), on compte un générateur électrique DC basé sur la rotation d'un disque métallique conducteur traversé par un champ magnétique. La Figure 6.1(A) en illustre schématiquement le design: un disque circulaire de rayon *a* monté sur un essieu également conducteur tourne à vitesse angulaire  $\omega$  via un forçage mécanique externe, e.g., Faraday qui tourne une manivelle. Un champ magnétique vertical (en rouge) est appliqué perpendiculairement au disque. Les porteurs de charges électriques libres dans le disque ressentiront conséquemment une force de Lorentz  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  où, initialement du moins,  $\mathbf{v}$  est entièrement dû à la rotation du disque. Travaillant en coordonnées cylindriques  $(s, \phi, z)$  on peut donc écrire:

$$\mathbf{v} = (\omega s)\mathbf{e}_{\phi} , \qquad \mathbf{B} = B_0\mathbf{e}_z , \qquad (6.7)$$

d'où

$$\mathbf{F} = (q\omega s B_0) \mathbf{e}_s \ . \tag{6.8}$$

Cette force causera une séparation spatiale des charges électriques présentes dans le disque, les "+" s'accumulant au bord extérieur du disque, et les "-" sur l'essieu, jusqu'à ce que la force électrostatique associée au champ électrique en résultant soit devenu assez élevée pour équilibrer la force magnétique.

Considérons maintenant le circuit électrique formé en connectant le bord du disque à l'essieu, à l'aide de contacts sans friction, afin de ne pas freiner la rotation (en bleu sur la Fig. 6.1). Si le contact sur l'essieu est à l'extérieur de la région sous influence du champ magnétique, dans tout le circuit la force magnétique ne joue que dans le disque, où on produit donc une force électromotrice:

$$\mathcal{E} = \oint_{\text{circuit}} \left(\frac{\mathbf{F}}{q}\right) \cdot d\boldsymbol{\ell}$$
(6.9)

$$\equiv \int_0^u \omega B_0 s \, \mathrm{d}s \tag{6.10}$$

$$= \frac{\omega B_0 a^2}{2} . (6.11)$$

Négligeant l'autoinductance du circuit, le courant s'y écoulant est alors simplement donné par la Loi d'Ohm:  $I = \mathcal{E}/R$ . Ce dispositif est appelé **générateur homopolaire**.



Figure 6.1: Le générateur homopolaire de Michael Faraday. Un champ magnétique externe B (rouge) traverse un disque conducteur en rotation, produisant ainsi une force électromotrice qui propulse un courant électrique radial dans le plan du disque si le bord de ce dernier est connecté à son axe à l'aide d'un fil et de contacts lubrifiés, formant ainsi un circuit fermé de résistance R (bleu).

Mais d'où vient l'énergie associée au courant électrique ici ? Dénotons par u la vitesse radiale des charges se déplaçant dans le disque métallique. La vitesse totale de ces charges est maintenant donnée par:

$$\mathbf{v} = (\omega s)\mathbf{e}_{\phi} + u\mathbf{e}_s , \qquad (6.12)$$

à laquelle correspond une densité de courant:

$$\mathbf{J} = n \, q \, \mathbf{v} \,, \qquad [\text{Amp m}^{-2}] \tag{6.13}$$

où *n* est la densité de porteurs de charge (densité de particules  $\times m^{-3}$ ). Maintenant que la vitesse des charges n'est plus exactement dans la direction- $\phi$ , la force de Lorentz par unité de volume agissant sur les charges a une composante dans la direction- $\phi$ :

$$F_{\phi}\mathbf{e}_{\phi} = n \, q(u\mathbf{e}_s) \times (B_0\mathbf{e}_z) = -n \, q \, u \, B_0\mathbf{e}_{\phi} \, . \tag{6.14}$$

Imaginons une section cylindrique de rayon s "taillée" de notre disque. La surface correspondante sera  $2\pi sh$ , où h est l'épaisseur du disque (voir Fig. 6.1). Le courant électrique traversant cette surface est:

$$I = \int_{S} \mathbf{J} \cdot \hat{\mathbf{n}} \mathrm{d}S \tag{6.15}$$

$$= (n q u) \times (2\pi s h) , \qquad [Amp] \qquad (6.16)$$

ce qui permet de réécrire (6.14) comme:

$$F_{\phi}(s) = -\frac{I B_0}{2\pi s h} .$$
 [N m<sup>-3</sup>] (6.17)

Le travail par unité de temps que doit exercer la rotation du disque pour maintenir la composante- $\phi$  de la vitesse des charges dans un élement de volume  $dV = sdsd\phi dz$  à la position s dans le disque est donc donné par:

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}t} = F_{\phi} \times v_{\phi} \mathrm{d}V \tag{6.18}$$

$$= F_{\phi}\omega s \mathrm{d}V \tag{6.19}$$

$$= F_{\phi}\omega s^2 \mathrm{d}s \,\mathrm{d}z \,\mathrm{d}\phi \tag{6.20}$$

Et donc le travail total par unité de temps requis d'un agent externe tourant la manivelle à fréquence  $\omega$  est donné en intégrant sur le volume du disque:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}t} = \int_0^{2\pi} \int_0^h \int_0^a F_\phi \omega s^2 \mathrm{d}s \mathrm{d}z \mathrm{d}\phi$$
(6.21)

$$= 2\pi h \int_0^a \frac{I B_0}{2\pi h} \omega \, \mathrm{sd}s \tag{6.22}$$

$$= I B_0 \omega \int_0^a s \mathrm{d}s \tag{6.23}$$

$$= \frac{I B_0 \omega a^2}{2} \tag{6.24}$$

$$= I \mathcal{E} , \qquad [Watt] \tag{6.25}$$

où la seconde égalité résulte de l'utilisation de (6.17), et la dernière de la substitution de (6.9) pour la force électromotrice  $\mathcal{E}$ . Invoquant encore une fois la Loi d'Ohm  $\mathcal{E} = RI$ , on trouve bien que le travail mécanique fourni est égal à la puissance dissipée dans le circuit,  $P = I^2 R$ .

### 6.1.2 Le générateur AC

A la même époque Michael Faraday a également mis au point un générateur de courant alternatif. L'idée est très simple, et est illustrée sur la Figure 6.2. Une boucle conductrice délimitant une aire  $A = H \times L$  tourne à vitesse angulaire  $\omega$  autour d'un axe (trait vertical pointillé) perpendiculaire à un champ magnétique fixe (pointant ici dans le plan de la page, it indiqué par les  $\odot$  rouges).

Cette fois il est plus rapide de débuter directement avec l'équation (6.6), exprimant la loi de Faraday sous forme intégrale. Ici, comme la boucle tourne à vitesse angulaire  $\omega$ , la normale tourne aussi à cette même vitesse angulaire. Avec **B** de magnitude  $B_0$  et orienté dans la direction -x (par exemple), on a maintenant:

$$\mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} = B_0 \cos(\omega t) , \qquad (6.26)$$

Le flux magnétique (6.5 est alors donné par:

$$\Phi(t) = \int_{S} B_0 \cos(\omega t) dy dz$$
  
=  $SB_0 \cos(\omega t)$ , (6.27)

S étant la surface de la boucle; d'où

$$\mathcal{E}(t) = -\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

$$= S B_0 \omega \sin(\omega t)$$
(6.28)

Si la boucle est connectée à un circuit de résistance R (en bleu sur la Figure 6.2), on produit un courant alternatif  $I(t) = \mathcal{E}(t)/R$ , toujours selon notre bonne vieille Loi d'Ohm.

Mettons quelques chiffres dans tout ça: un champ magnétique respectable de  $B_0 = 0.1 \text{ T}$ traversant une boucle de surface  $S = 1 \text{ m}^2$  tournant à  $\omega = 120 \text{ rpm} \equiv 4\pi \text{ rad s}^{-1}$ ; on obtient



Figure 6.2: Le générateur de courant alternatif de Michael Faraday. Un champ magnétique externe B traverse une boucle conductrice carré de hauteur H et largeur L tournant à vitesse angulaire  $\omega$  par rapport à un axe de symétrie perpendiculaire au champ magnétique, produisant ainsi une force électromotrice qui propulse un courant électrique dans la boucle (voir texte).

alors un courant alternatif piquant à un voltage de  $\mathcal{E} \simeq \pm 1 \text{ V}$ ; pas terrible... Mais considérons ce qui se passe si notre simple boucle est remplacée par un bobinage de N = 100 tours et de section carrée définissant une même surface S; la différence de potentiel produite est de 1V par tour, pour un total de 100V, ce qui est déjà plus respectable.

Les vrais générateurs AC installées dans les centrales hydroélectriques et thermique généralisent cette idée, avec la différence (triviale du point de vue de l'éq. (6.8)) que c'est l'aimant qui tourne, plutôt que la boucle conductrice. La configuration générale est cylindrique, avec l'axe de rotation dans la direction-z et l'axe magnétique de l'aimant tournant dans le plan perpendiculaire à cet axe de rotation (le "rotor"). Un assemblage de bobines rectangulaires contigues et fixes (le "stator") est positionné verticalement autour du rotor, en configuration cylindrique. À la centrale Manic-5, par exemple, l'aimant rotatif est en fait un assemblage de 40 électroaimants, le tout pesant  $\simeq 370$  tonnes et tournant à  $\sim 150$  rpm.

### 6.1.3 Le flux d'énergie cinétique dans un écoulement

L'effet dynamo convertit donc une énergie mécanique en courant électrique, soit une forme d'énergie électromagnétique. Notre prochaine étape est donc de calculer le contenu énergétique d'un écoulement.

L'énergie cinétique par unité de volume pour un fluide en mouvement à vitesse  ${\bf u}$  est donné par:

$$e_u = \frac{1}{2}\rho u^2$$
, [J m<sup>-3</sup>] (6.29)

où  $u^2 \equiv \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ . Le flux d'énergie cinétique  $(\mathbf{q}_u)$  traversant une surface quelconque dont la

normale  $\hat{\mathbf{n}}$  est orienté dans une direction arbitraire par rapport à  $\mathbf{u}$  s'écrit donc:

$$\mathbf{q}_u = \left(\frac{1}{2}\rho u^2\right)\mathbf{u} , \qquad [W \text{ m}^{-2}]$$
(6.30)

Pour un écoulement dans la direction  $\mathbf{e}_x$  (par exemple), le flux à travers une surface dans le plan perpendiculaire YZ,  $\mathbf{u} = u\mathbf{e}_x$ , et on aura donc:

$$\mathbf{q}_u = \frac{1}{2}\rho u^3 \mathbf{e}_x , \qquad [W m^{-2}] .$$
 (6.31)

Assurez vous de bien comprendre pourquoi le *flux* d'énergie est proportionnel à  $u^3$ , plutôt que  $u^2$ ! Cette exposant trois mène loin; un mètre cube d'eau en mouvement à 1 m s<sup>-1</sup> produit un flux énergétique de 500 W m<sup>-2</sup>; mais à 10 m s<sup>-1</sup>, on monte déjà à 500 kW m<sup>-2</sup>.

Il est d'usage d'exprimer la puissance totale en terme du débit de fluide Q (m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>):

$$P = \frac{Q}{2}\rho u^2 , \qquad [W] . \qquad (6.32)$$

Comprenez bien pourquoi on est revenu à  $\propto u^2$  ici; le *u* manquant est maintenant caché dans le débit *Q*.

### 6.2 Énergie éolienne

L'énergie cinétique de l'air en mouvement —les vents— est une source d'énergie intéressante pour la prodution électrique, et connait un fort développement partout au monde, et en particulier au Québec.

La densité de l'air est  $\simeq 1000$  fois plus petite que celle de l'eau, ce qui est clairement désavantageux d'après notre éq. (6.31); mais les vents peuvent souffler à plusieurs dizaines de kilomètre/heure, donc la dépendance en  $u^3$  de  $\mathbf{q}_{\mathbf{u}}$  compense la densité plus basse: un mètre cube d'air se déplaçant à 10 m s<sup>-1</sup> ( $\equiv 36$  km/h) représente le même flux d'énergie cinétique qu'un mètre cube d'eau se déplaçant à 1 m s<sup>-1</sup>.

### 6.2.1 La limite de Betz

La Figure 6.3 illustre schématiquement l'écoulement de l'air à travers une éolienne prototypique. Le mouvement de rotation produit par l'écoulement de l'air autour des pales est celui utilisé pour propulser l'effet dynamo (§6.1), et l'énergie associée à ce mouvement de rotation provient de l'énergie cinétique de l'écoulement. Notons déjà qu'il est impossible de siphonner toute cette énergie cinétique; si on le faisait, l'air en aval de l'éolienne se retrouverait au repos, ce qui n'est pas possible en régime stationnaire car on doit conserver la masse. Si l'écoulement en aval de l'éolienne est plus lent qu'en amont, alors il doit y avoir divergence des lignes d'écoulement, comme l'illustre la Figure 6.3.

On a vu que pour un fluide incompressible<sup>1</sup>, la conservation de la masse impose que le débit massique dans le "tube" d'air traversant l'éolienne demeure constant:

$$Q = \rho u(x)S(x) = \text{constante} \quad \rightarrow \quad u(x) \propto 1/S(x) \;.$$
 (6.33)

Mettant à profit notre équation (6.32) obtenue précédemment, la perte d'énergie cinétique par unité de temps est donnée par:

$$\frac{E_2 - E_1}{\Delta t} = \frac{Q}{2} (u_2^2 - u_1^2) \equiv -P \tag{6.34}$$

 $<sup>^{1}</sup>$ L'air n'est pas incompressible, mais pour des écoulements beaucoup plus lents que la vitesse du son et non contraints par des parois, l'hypothèse d'incompressibilité demeure excellente.



Figure 6.3: Écoulement de l'air (lignes d'écoulement en rouge) à travers une turbine éolienne dont les pales balaient un cercle de surface A. Le ralentissement du vent, inévitable si un travail mécanique a été fait contre les pales de l'éolienne, implique par conservation de la masse un élargissement de la trainée du vent en aval (voir texte).

avec  $u_2 \equiv u(x_2)$ , etc, pour alléger la notation. Ceci correspond à la puissance (P, en Watt) transférée à l'éolienne. La perte d'impulsion du vent en traversant l'éolienne est donnée par:

$$\frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = Q(u_2 - u_1) \equiv F .$$
(6.35)

Ceci correspond à la force (F) exercée par l'air sur la turbine via les pales. Le travail correspondant est

$$W = \int \mathbf{F} \cdot d\mathbf{x} \equiv -F u \Delta t \tag{6.36}$$

puisque  $u \equiv \Delta x / \Delta t$ . Comme  $P = -W / \Delta t$ , on peut combiner les trois équations ci-dessus:

$$Fu\Delta t = Q(u_1 - u_2)u\Delta t = \frac{Q}{2}\Delta t(u_1^2 - u_2^2) , \qquad (6.37)$$

d'où

$$u = (u_1 + u_2)/2 . (6.38)$$

Écrivons maintenant

$$u = u_1(1-a)$$
,  $0 \le a \le 1$ . (6.39)

Ce qui implique alors  $u_2 = u_1(1 - 2a)$  en raison de (6.38). Ce paramètre *a* capture l'effet de divergence de l'écoulement en amont de l'éolienne, ultimement un résultat de l'hydrodynamique de l'interaction entre l'air et les pales; en pratique, c'est une quantité qui dépend du design aérodynamique de l'éolienne même, ainsi que de la vitesse du vent, et est très complexe à calculer *a priori*.

Dénotons par A la section balayée par les pales de l'éolienne; on a alors Q = uA par conservation de la masse (éq. (6.33)), et on peut alors réexprimer (6.34) sous la forme:

$$P = 2\rho A u_1^3 a (1-a)^2 . ag{6.40}$$

On définit le **coefficient de performance** (COP) comme le rapport entre la puissance produite et le flux d'énergie en entrée au système; donc ici:

$$COP \equiv \frac{P}{\rho A u_1^3/2} = 4a(1-a^2) .$$
 (6.41)

Dérivant cette expression par rapport à a, on trouve facilement que la performance sera maximisée pour a = 1/3, et on déduit de (6.38)–(6.39) que dans ce cas optimal  $u_2 = u_1/3$ , et le  $COP = 16/27 \simeq 0.59$ . Cette performance optimale est connue comme la **limite de Betz**, qui notons le, s'applique aussi aux turbines marémotrices discutées à la §6.4 plus loin.

Les "moulins à vent" de style classique, que combattait Don Quichote, du genre de ceux sur la Figure 6.4, ont  $\text{COP} \simeq 0.17$ , tandis que les éoliennes modernes atteignent  $\text{COP} \simeq 0.45$  dans des conditions de vent optimales.



Figure 6.4: Moulins à vent, icônes du paysage des Pays-Bas. Ces moulins développaient une puissance typique de 30kW, et ont été utilisés depuis le 13<sup>e</sup> siècle principalement pour drainer les polders (terres sous le niveau de la mer), mais aussi pour moudre la farine, etc. Source: ancientengrtech.wisc.edu/the-netherlands-windmill/

### 6.2.2 Impacts biosphériques

Les impacts biosphériques de la production électrique via turbines éoliennes est souvent considérée comme un mode de production d'électricité ayant peu d'impact sur l'environnement et la biosphère. Clairement on n'inonde pas de milliers de kilomètres carrés de territoire, on ne produit pas de CO<sub>2</sub>, etc. Certains impacts demeurent néanmoins significatifs.

Contrairement à ce qu'on pourrait penser, très peu d'oiseaux se font trancher en rondelles par les turbines éoliennes. C'est en partie en raison du fait qu'en mode production (i.e., quand les pales tournent), une pollution sonore significative est produite. Ceci tend à éloigner les oiseaux des turbines, mais représente un stress sonore impactant les animaux de manière générale. Par contre les trainées turbulentes s'étendant parfois jusqu'à quelques kilomètres en aval des éoliennes peuvent être problématiques pour le vol des oiseaux, chauve-souris, papillons, etc.

La construction des éoliennes implique aussi un niveau de déforestation significatif, car on doit aménager des chemins d'accès très larges et bien aplanis, afin de faciliter le transport des composantes lors de la construction et/ou de l'entretien subséquent<sup>2</sup>. Ceci peut aussi avoir des effets indirects plus insidieux; par exemple, en Haute-Gaspésie, les chemins d'accès aux éoliennes (voir Fig. 6.5), sont souvent utilisés par l'industrie forestière pour raser des pans de forêts qui serait autrement trop difficiles (i.e., coûteux) d'accès <sup>3</sup>. Ces chemins quadrillant la forêt facilitent également le déplacement des prédateurs comme le loup ou le coyote, aidant ainsi à la traque de leurs proies, chevreuils, orignaux et même les quelques caribous survivant encore de peine et de misère dans la région.

Finalement, les parcs éoliens ont un impact visuel important. Jusqu'à un certain point, c'est une question de goût personnel à savoir si la vue de plusieurs douzaines d'éoliennes réduit

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Allez voir, sur GoogleEarth, l'état des collines entre les villages de Mont St-Pierre et Grande Vallée, en Haute Gaspésie (rive Sud du St-Laurent).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup>Hydro-Québec autorise souvent l'accès gratuit à ses parcs Éoliens aux compagnies forestières locales, avec la bénédiction de Nos Bons Gouvernements, parce que c'est Bon pour l'Économie...



Figure 6.5: Une éolienne contemporaine, ici en Haute-Gaspésie. De tels engins développent typiquement  $\simeq 5 \,\text{MW}$  de puissance en continu... tant que le vent souffle. Source: Hydro-Québec.

(ou augmente!) l'attrait visuel d'un territoire. Ce genre de considération esthétique est particulièrement difficile à chiffrer par les comptables du BAPE qui essaient de quantifier en dollars les "coûts environnementaux" de tel ou tel projet. La question mérite néanmoins une réflexion collective.

### 6.3 Énergie hydroélectrique

Le terme énergie hydroélectrique est utilisé en référence à toute production d'électricité puisant son énergie par effet dynamo, dans le mouvement de l'eau; en plus de "l'hydroélectricité" du vernaculaire (soit les barrages, §6.3.1), on inclut ici l'énergie marémotrice (§6.4 plus loin) et l'énergie extraite du mouvement des vagues.

### 6.3.1 Barrages hydroélectriques

Il y a toute sorte de raisons pour construire un barrage, mais de nos jours c'est le plus souvent pour produire une puissance soutenue en électricité. La motivation derrière la construction de barrages les plus hauts possibles, comme par exemple Manic-5 sur la Figure 6.6, est de produire des vitesses d'écoulement proportionnellement plus grandes, par simple conversion d'énergie potentielle gravitationnelle en énergie cinétique.

Pour de l'eau s'écoulant librement d'une hauteur h (la hauteur de chute) sous l'influence de la gravité (constante à  $g = 9.8 \text{ m s}^{-2}$ ), en égalisant les énergies cinétique et potentielle on obtient immédiatement:

$$u = \sqrt{2gh} . \tag{6.42}$$

L'équation (6.32) devient ainsi

$$P = \rho \, Q \, g \, h, \qquad [W] . \tag{6.43}$$

On voit que la puissance est proportionnelle au débit volumique Q ainsi qu'à la hauteur de chute h, ce qui est intuitivement satisfaisant.

La Figure 6.7 illustre schématiquement le fonctionnement d'un barrage hydroélectrique "typique". On notera que l'entrée d'eau vers la turbine n'est jamais au haut du barrage, mais plus



Figure 6.6: Le barrage de la centrale dite Manic-5 (officiellement centrale Daniel-Johnson), sur la rivière Manicouagan (côte Nord). La hauteur de chute est h = 150 m, et le lac-réservoir a un volume  $V = 136 \times 10^9$  m<sup>3</sup> lorsque pleinement rempli, couvrant une superficie de 1973 km<sup>2</sup>.

typiquement à sa base<sup>4</sup>. Qu'en est-il de l'énergie potentielle gravitationnelle dans laquelle on veut puiser ? Dans une configuration du genre de la Figure 6.7, l'eau est accélérée horizon-talement vers la turbine par la différence de pression entre la base du barrage, et la pression effectivement atmosphérique à la sortie de la turbine. On se rappellera que la pression a des unités de force par unité de surface (N m<sup>-2</sup>), mais on pourrait tout aussi bien lui assigner des unités d'énergie par unité de volume (J m<sup>-3</sup>). Ceci capture le fait qu'on fluide hautement pressurisé puisse faire un travail mécanique quand cette pression est relâchée.

Pour un fluide incompressible comme l'eau, notre équation de l'équilibre hydrostatique (voir §3.1.1) indique que la pression augmente avec la profondeur dans le réservoir selon

$$p(z) = p_A + \rho g (h - z) , \qquad (6.44)$$

où  $p_A$  est la pression atmosphérique, h est toujours la hauteur de chute, z = 0 est la hauteur de l'entrée d'eau à la base du barrage. Donc, on peut assigner à un élément de fluide à la base du barrage (z = 0) une densité volumique d'énergie =  $\rho g h$ : soit la même chose que l'énergie potentielle gravitationnelle pour un élément de fluide positionné en surface z = h! Le flux d'énergie associé à un débit Q est alors encore donné par l'équation (6.43).

La Figure 6.7 illustre aussi comment une turbine hydroélectrique peut contourner la limite de Betz: l'eau actionnant la turbine peut y transférer toute son impulsion horizontale, et ensuite retomber sous l'influence de la gravité dans la décharge. Celle-ci se retrouve donc un peu plus bas que la turbine, ce qu'on pourrait voir comme une perte énergétique puisque la hauteur de chute n'est pas tout à fait aussi grande qu'elle aurait pu l'être, mais en contournant ainsi la limite de Betz le gain s'en retrouve beaucoup plus grand.

On peut encore définir un coefficient de performance comme le rapport de la puissance électrique produite sur la puissance énergétique mécanique en entrée au système. Dans le cas de la centrale La Grande-2 (Baie James; officiellement centrale Robert-Bourassa depuis 1996), la documentation d'Hydro-Québec indique une hauteur de chute de h = 137 m un débit volumique  $Q = 4300 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ , et une puissance électrique de 5616 MW quand le réservoir est complètement rempli (volume de 61.4 km<sup>3</sup>, couvrant une surperficie de 2835 km<sup>2</sup>); ce qui conduit à

$$COP = \frac{5616 \text{ MW}}{\rho Q g h} = 0.97 . \qquad (6.45)$$

C'est un chiffre spectaculairement près de l'unité ! des valeurs  $COP \simeq 0.9$  sont plus typiques,

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup>Pouvez-vous anticiper le problème potentiel d'avoir l'entrée d'eau au haut du barrage?



Figure 6.7: Représentation schématique du fonctionnement d'un barrage hydroélectrique. L'eau accumulée dans le réservoir fait tourner une turbine, puis retombe par gravité dans la décharge du barrage. Les flèches bleues indiquent l'écoulement de l'eau. La hauteur de chute h est un peu plus petite que la différence entre la hauteur du réservoir et celle de la décharge, ce qui s'avère essentiel pour assurer une extraction d'énergie mécanique maximale par la turbine (voir texte).

en bonne partie en raison du fait que les réservoirs ne sont jamais plein toute l'année. Ceci dit, un COP de  $\simeq 0.9$  est de loin la plus grande valeur qu'on croisera dans ce chapitre.

### 6.3.2 Impacts biosphériques

Tout comme l'énergie éolienne, l'énergie hydroélectrique est considérée renouvelable et "propre", dans le sens qu'elle ne produit pas de CO<sub>2</sub>. Mais quand on y regarde de plus près, la réalité environnementale est beaucoup plus complexe.

L'impact le plus marqué de la construction de barrages hydroélectrique est évidemment la perturbation majeure (voir destruction) des écosystèmes riverains, et la destruction de grandes superficies de forêt se retrouvant remplacée par d'immense réservoirs d'eau douce; le réservoir de Manic-5 fait 1973 km<sup>2</sup> en superficie, et contient un volume d'eau de  $V = 136 \text{ km}^3$ . Celui du barrage La Grande-2 couvre  $S = 2835 \text{ km}^2$ , et contient  $V = 61.4 \text{ km}^3$  d'eau. Cette destruction des fôrets implique une réduction de la capture du CO<sub>2</sub> par photosynthèse, et la décomposition de la biomasse terrestre engloutie sous les eaux libère une quantité substantielle de méthane, un autre gaz à effet de serre important (revoir la §4.8 au besoin).

On pourrait néanmoins penser qu'un certain nombre d'années après le remplissage du réservoir complété, on se retrouve avec un nouvel écosystème aquatique qui, bien que de nature évidemment très différente, équivaut plus ou moins à l'écosystème forestier qu'il a remplacé, et donc qu'en bout de ligne c'est kif-kif. Déjà, le le tableau 3.4 nous informe qu'en simple termes de productivité biosphérique ce n'est pas le cas: la biomasse des lacs génère 0.23 kg(C)  $m^{-2} yr^{-1}$ , soit seulement la moitié de la productivité d'une forêt tempérée et deux tiers d'une forêt boréale. De plus, plusieurs études ont démontré que même si les réservoirs redeviennent des écosystèmes en bonne et due forme après quelques dizaines d'années (dépendant de la taille du réservoir), typiquement la biomasse et la productivité biomassique y sont significativement plus faibles, et, surtout, la biodiversité y est fortement réduite.

Les impacts écosystémiques s'étendent aussi loin en aval des barrages. On reconnait depuis

longtemps l'impact dévastateur de la construction de barrages sur les espèces migratoires comme le saumon, qui remontent toujours la rivière qui les a vu naitre pour y retourner frayer. Un grand barrage hydroélectrique élimine aussi les crues printanières dont bénéficient plusieurs espèces végétales pour la dispersion des graines. De plus, les substantielles variations du niveau de l'eau, souvent irrégulières et hors-phase par rapport aux cycles saisonniers normaux, sont particulièrement dommageables aux espèces riveraines, autant animales que végétales.

Les impacts à plus grande échelle sur le cycle de l'eau peuvent aussi être substantiels. Un complexe hydroélectrique comme celui bâti sur la Grande-Rivière génère un débit d'eau douce dans la Baie James qui demeure approximativement constant sur les les douze mois de l'année, atteignant parfois même un pic en hiver, plutôt que le pic printannier et creux automnal et hivernal qui caractérisait la rivière avant la construction des barrages. Cet important débit d'eau non-salée en automne et hiver affecte la formation de la glace dans la Baie James et même dans le sud de la Baie d'Hudson, ce qui a un impact important sur ces écosystèmes sub-arctiques et arctiques. Un réservoir couvrant plusieurs milliers de kilomètres carrés, comme celui de LG-2, peut même avoir un impact climatique local, particulièrement au niveau des précipitations, en raison de la plus grande évaporation qu'il génère.

Au delà de l'environnement, de la biodiversité, ou de l'esthétique des milieux naturels, de manière plus générale la disparition d'une rivière peut avoir des impacts sociaux énormes sur les populations humaines locales, qui typiquement ne consomment qu'une infime fraction de l'énergie hydroélectrique produite. Ce genre d'impacts représente un "coût" pratiquement impossible à chiffrer réalistement dans le cadre des analyses économiques et environnementales effectuées dans la planification de grands projets hydroélectriques.

### 6.4 L'énergie marémotrice

L'écoulement périodique de l'eau propulsé par la marée lunaire est utilisé depuis des dizaines de milliers de lunes pour produire un travail mécanique. L'idée est très simple et facile à appliquer aux petites échelles: on laisse la marée montante remplir un réservoir (naturel ou artificiel), on ferme les vannes à marée haute, et à marée descendante on utilise l'écoulement de l'eau du réservoir pour activer une turbine (ou roue à aubes). La Figure 6.8 en montre un joli exemple historique datant de en 1633, mais les plus anciens connus et bien documentés se retrouvent sur les rives de la Tamise, et remontent à l'occupation de l'Angleterre par Astérix et Obélix.

De nos jours l'intérêt est surtout pour la production d'électricité, l'énergie marémotrice n'étant finalement qu'une autre forme de production hydroélectrique. Un avantage certain est que les marées sont d'une régularité astronomique, et n'arrètent jamais. En fait de prédictivité de la puissance produite, on ne peut faire guère mieux. L'équation (6.32) est toujours valide ici; la puissance disponible est donnée par le produit du débit volumique et de l'énergie cinétique par unité de volume:

$$P = Q \times \left(\frac{1}{2}\rho u^2\right) , \qquad [W] . \tag{6.46}$$

L'écoulement dû aux marées varie périodiquement, avec période de P = 12 heures entre deux marées hautes successives. Cette variation est sinusoidale en bonne première approximation, donc pour un débit maximal  $Q_0$  aux phases  $\pi/4$ ,  $3\pi/4$ , etc de l'orbite journalière apparente de la lune, le débit moyen sur un cycle de marée de P = 12 heures est donc égal à

$$\langle Q \rangle = \frac{Q_0}{P} \int_0^P \sin\left(\frac{2\pi t}{P}\right) dt = \frac{2}{\pi} Q_0 . \qquad (6.47)$$

Des variations significatives sont produites par la topographie des baies et estuaires; les bassins orientés dans la direction E-W et s'étirant sur une grande distance dans cette même direction offrent les conditions optimales pour des marées de grande amplitude.

Un des sites les plus prometteurs sur la planète, combinant des vitesses d'écoulement de plusieurs mètres par seconde à un très fort débit, est la Baie de Fundy, séparant le sud du Nouveau-Brunswick de la Nouvelle-Écosse. Un site particulier est présentement favorisé et est



Figure 6.8: Le moulin à marée du Birlot, sur l'ile de Bréhat (Bretagne, France). Construit entre 1633 et 1638, il est demeuré en opération comme moulin à farine jusque'en 1920, ensuite abandonné, puis restaurée en 1994. Source: fr.wikipedia.org/wiki/Moulin\_à\_marée\_du\_Birlot.

utilisé pour le développemnt de diverses options technologiques: Le Détroit des Mines<sup>5</sup>, tout au fond de la Baie de Fundy, coté Nouvelle-Écosse. Ce détroit encaissé, large de  $\simeq 5$  km, forme un goulot d'étranglement vers la Baie des Mines, d'une superficie de  $\simeq 1000$  km<sup>2</sup>. À mi-chemin entre les marées hautes et basses, l'eau de mer s'y écoule à  $u \simeq 5.5$  m s<sup>-1</sup> en surface, avec un débit volumique de Q = 4 km<sup>3</sup> par heure, soit  $\simeq 10^6$  m<sup>3</sup> s<sup>-1</sup>. De la marée basse à la marée haute,  $14 \times 10^{12}$  kg d'eau de mer entre dans le Bassin des Mines en traversant le détroit des Mines, un poids suffisant pour produire une déformation de la croûte terrestre mesurable séismiquement. Quand la marée montante remplit le bassin des Mines, la Nouvelle-Écosse s'incline littéralement vers le Nord!

#### 6.4.1 Couche limite turbulente

À marée basse, la profondeur de la Baie des Mines ne dépasse pas 25m, avec une profondeur moyenne de 14.5 m, à laquelle vient s'ajouter un 16m supplémentaire au pic de la marée haute. Pour des dimensions horizontales de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres, l'écoulement de l'eau sur le fond marin s'apparente ainsi à l'écoulement d'une couche "mince" de fluide, dans lequel cas on s'attend à ce que l'interaction avec le fond affecte la couche fluide sur toute son épaisseur. Utilisant cette profondeur moyenne comme longueur caractéristique et  $u \sim 5 \text{ m s}^{-1}$ , on arrive à un Nombre de Reynolds  $\simeq 10^7$ , ce qui suggère que l'interaction de l'écoulement avec le fond produira une turbulence bien développée. Pour une mince couche de fluide, le profil vertical de la vitesse moyenne horizontale correspond â celui d'une **couche limite turbulente**, dont la théorie a été développée originellement par Ludwig Prandtl et Theodore von Kármán en contexte aérodynamique<sup>6</sup>. Si la profondeur du bassin varie sur des longueurs caractéristiques beaucoup plus grandes que l'épaisseur de la couche fluide, alors ce profil est bien décrit l'équation différentielle

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = \frac{u_*}{k z} , \qquad (6.48)$$

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup>Son nom Acadien, qui a été anglicisé à "Minas" depuis la déportation de 1755–1763, mais je m'en tiens à l'original dans ce qui suit; tout comme Google Earth, à ma grande surprise d'ailleurs.

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup>Théorie évidemment couverte en PHY-3140 *Hydrodynamique*!

où  $k \simeq 0.4$  est la constante de von Kármán, z = 0 correspond au fond, et  $u_*$  est une vitesse horizontale caractéristique dans la couche limite visqueuse, estimable par analyse dimensionnelle:

$$u_* = \sqrt{\frac{s_x}{\rho}} \sim \sqrt{\frac{\nu_T}{H}} , \qquad (6.49)$$

où  $s_x$  est la grandeur du stress de cisaillement vertical (voir éq. (5.94), H l'épaisseur de la couche de fluide, et  $\nu_T$  un coefficient de viscosité turbulente. L'équation (6.48) s'intègre facilement:

$$u(z) = \frac{u_*}{k} \log z + B , \qquad (6.50)$$

où B est une constante d'intégration. Si on pose  $u = u_0$  à z = H, on obtient

$$u(z) = u_0 + \frac{u_*}{k} \log\left(\frac{z}{H}\right) , \qquad z > 0 .$$
 (6.51)

Le point important ici est que pour  $0 < z \leq H$ , u est maximal en surface<sup>7</sup>. Ceci motive donc le design de turbines marémotrices opérant en surface, plutôt que dans le style d'une éolienne sous-marine ancrée au fond marin.

### 6.4.2 Turbines marémotrices

La Figure 6.9 montre deux designs de turbines marémotrices de surface présentement en développement pour usage dans le détroit des Mines de la Baie de Fundy. Les designs testés font face à plusieurs défis techniques, incluant en particulier:

- Le maintien en place de la turbine;
- Le renversement de la direction de l'écoulement tous les 12 heures;
- La stabilité en présence de vagues et/ou vents fort;
- La connexion électrique par câbles sous-marins aux réseaux de distribution terrestres.

Malgré ces défis, le potentiel hydroélectrique demeure substantiel. L'équation (6.46) nous informe qu'un mètre cube d'eau de surface se déplaçant à 5.5 m s<sup>-1</sup> transporte un flux énergétique de 15kW. Pour le débit Q cité précédemment pour la Baie des Mines, on parle donc d'une puissance potentielle maximale de  $P = 15 \text{ kW m}^{-3} \times 10^6 \text{ m}^3 = 15000 \text{ MW}$  au pic, et  $\simeq 7500 \text{ MW}$  moyenné sur un cycle de marée. Il est évidemment impossible en pratique d'harnacher tout ce débit, mais les projets présentement en développement visent à produire 300MW. Voir l'intéressant site web cité en bibliographie pour plus de détails.

Notons finalement que contrairement aux vents ou aux précipitations, la marée est régulière et n'arrête jamais, donc la production marémotrice d'électricité se retrouve à être une source énergétique très fiable et complètement prévisible en principe, modulo les bris mécaniques, erreurs humaines, etc.

### 6.4.3 Impacts biosphériques

Certains impacts biosphériques de l'hydroélectricité marémotrice sont assez évident. Les poissons, et en particulier les mammifères marins qui passent beaucoup de temps près de la surface, ressortiraient en mauvais état d'un passage dans une turbines marémotrice (viz. la Fig. 6.9!).

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup>Les plus attentif.ve.s auront remarqué que (6.51) diverge dans la limite  $z \to 0$ , i.e., quand on approche du fond, là où pourtant on devrait avoir  $u \to 0$ . Mathématiquement, ceci résulte directement de la présence de z au dénominateur du membre de droite de (6.48). Physiquement, on se débarasse de cette divergence en "collant" une couche limite purement visqueuse (revoir la §5.2.7 au besoin) entre le fond et la base de la couche limite turbulente, afin d'assurer u = 0 au fond; la procédure est décrite en détail... en oui, en PHY-3140 Hydrodynamique, yéé...



Figure 6.9: Deux designs de turbines marémotrices de surface présentement en phase de développement/test dans la Baie de Fundy. Celle du haut est une turbine monolithique, d'un diamètre de  $\simeq 15$  mètre; cette du bas est composée de six hélices individuelles à trois pales, genre éolienne la tête en bas. Source: https://fundyforce.ca/.



Figure 6.10: Cliff Palace, Parc National de Mesa Verde, au sud-ouest du Colorado. L'un des plus grands parmi la dizaine de villages à flanc de falaise que l'on retrouve à Mesa Verde, elle compte 217 salles, 23 kivas, et logeait entre 200 et 250 habitants. Comme la plupart des grandes habitations de Mesa Verde, Cliff Palace fut soudainement abandonné en 1276.

Il est avantageux d'installer les turbines marémotrices dans des sites de faibles profondeur, pour assurer une vitesse d'écoulement de surface qui soit la plus grande possible. En conséquence, les trainées turbulentes en aval des turbines peuvent produire un fort brassage du fond marin, avec des conséquence majeures pour la faune et flore benthique, et une augmentation significative de la charge en sédiments. Ces impacts biosphériques sont aussi à l'étude dans le cadre du projet de la Baie des Mines.

### 6.5 Énergie solaire

On a déjà vu (§4.2) qu'à l'orbite de la Terre, l'intégrale de l'irradiance sur la surface d'interception  $\pi R_{\oplus}^2$  donne un flux énergétique total de  $\equiv 1.735 \times 10^{17}$  W, soit 173500 TW !! Même si on prend en compte l'albédo et l'absorption atmosphérique, celà demeure un flux d'énergie absolument gargantuesque.

L'utilisation passive de l'irradiance solaire pour le chauffage des bâtiments (et des serres) remonte loin dans l'histoire de l'humanité. La Figure 6.10 montre un exemple qui m'est cher, soit le village Anassazi maintenant appelé Cliff Palace. Anassazi. Contrairement à la majorité des sociétés autochtones d'Amérique du Nord, les Anassazis étaient r'esolument sédentaires et vivaient principalement d'agriculture, dans la région dite des "Four Corners", au point de rencontre des états du Colorado, Utah, Arizona et Nouveau-Mexique. Les imposantes ruines qu'on y retrouve encore à fond et à flanc de canyon témoignent de la grandeur de cette civilisation disparue il y a maintenant un peu plus de huit siècles.

Dans environnement semi-déserique à ~ 2000 m d'altitude, le climat est rude à Mesa Verde: la température y varie entre  $-40^{\circ}$  et  $+40^{\circ}$ C, avec des variations journalières atteignant 35°C. Les villages tels que Cliff Palace étaient souvent construits dans de profondes alcôves à flanc de falaises faisant approximativement face au sud. L'hiver, quand le soleil demeure bas sur l'horizon, tout le village bénéficie de l'irradiance du soleil, plus que bienvenue à ces altitudes en hiver. L'été, le soleil étant beaucoup plus haut dans le ciel, l'alcôve laisse la majorité du village dans la fraicheur de l'ombre, tout aussi bienvenue dans ce climat semi-désertique en été.

Actuellement, la grande a majorité de la production d'électricité via l'irradiance solaire est basée sur l'**effet photovoltaique**. On se penchera donc d'abord sur la physique sous-jacente au photovoltaisme, pour ensuite considérer l'efficacité et les impacts biosphériques de ce mode de production d'énergie<sup>8</sup>. Il est aussi possible d'utiliser des miroirs paraboliques pour concentrer spatialement l'irradiance solaire, au point de pouvoir vaporiser l'eau pour propulser les turbines d'une centrale thermique, mais à l'heure actuelle les puissances électriques produites demeurent très modestes.

### 6.5.1 Les semiconducteurs

Dans une substance électriquement conductrice, la proximité des atomes conduit à un chevauchement des fonctions d'ondes associées aux diverses orbitales électroniques, ce qui permet aux électrons de valence de se déplacer plus ou moins librement dans le réseau cristallin. Dans un **semiconducteur**, la situation devient plus complexe.

Considérons par exemple un "cristal" de silicium pur. Les atomes de silicium (4 électrons de valence dans le niveau n = 3) se regroupent en configuration tétrahédrique, avec deux liens covalents entre chaque Si. La Figure 6.11A illustre (schématiquement) le diagramme de niveaux/bandes d'énergie d'une telle configuration. Le chevauchement des niveau électroniques des atomes individuels conduit à l'apparition d'une **bande de valence**, où tous les électrons sont assignés aux liens covalents, et une **bande de conduction**, dans laquelle un électron libre suffisamment énergétique peut se déplacer sans être recapturé par un Si déficitaire en électron. Ces deux bandes sont séparées par une bande énergétique interdite, le "gap", dans laquelle un électron ne peut résider. Pour un cristal de silicium pur, la largeur de cette bande est de  $E_q = 1.12 \,\mathrm{eV}^9$ .



Figure 6.11: Diagrammes énergétique des bandes électroniques de (A) un cristal de silicium pur, et du silicium contenant (B) des impurités ayant un excès d'électrons de valence par rapport au Si (type-n), et (C) un déficit d'électrons de valence d'électrons (type-p).

À température T = 0, tous les électrons de tous les atomes de Si sont dans la bande de valence, et la bande de conduction est vide. À température finie T > 0 cependant, la probabilité

129

 $<sup>^{8}</sup>$ Cette section suit de vraiment très près la section 5.1.3 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle cité en bibliographie du chapitre 1.

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup>L'électron-Volt (abbrévié "eV" et  $\equiv 1.60218 \times 10^{-19}$  J) est l'unité énergétique de prédilection en physique atomique. C'est littéralement l'énergie potentielle électrostatique d'un électron sujet à une différence de potentiel de 1 Volt.

de trouver un électron à énergie E est donnée par la distribution de Fermi:

$$f(E) = \frac{1}{\exp\left[(E - \mu)/kT\right] + 1} , \qquad (6.52)$$

où  $\mu$  est l'énergie de Fermi, correspondant à une probabilité d'occupation de 1/2. Dans le silicium pur,  $\mu$  se retrouve dans la bande interdite. À TPN,  $kT \simeq 0.025 \,\text{eV} \ll E_g$ , et on peut donc approximer (6.52) par:

$$f(E) \simeq \exp\left[-\frac{(E-\mu)}{kT}\right]$$
, (6.53)

soit la queue de Boltzmann de la distribution de Fermi. Si la base de la bande de conduction est à  $E - \mu = E_g/2$  (disons), la probabilité qu'un électron se retrouve dans la bande de conduction est donc  $(E_c) \simeq 10^{-10}$ , ce qui est très petit; à TPN, un cristal de Si compte  $\simeq 1.5 \times 10^{16}$ électrons par mètre cube.

Imaginons maintenant remplacer un atome de Si par un autre métalloide comme As ou Sb (1 colonne à droite de Si dans le tableau périodique), donc avec 5 électrons de valence plutôt que 4. L'électron surnuméraire, très peu lié au cristal, se retrouvera à un niveau d'énergie situé dans la bande interdite du Si pur, très près ( $\simeq 0.02-0.04 \,\mathrm{eV}$ , typiquement) de la base de la bande de conduction (niveau pointillé vert sur la Fig. 6.11B). Une énergie thermique  $kT \simeq 0.025 \,\mathrm{eV}$  pourra ainsi exciter une grande fraction de ces électrons dans la bande de conduction (points gris). Dans le jargon du domaine, on parle ici d'un **semiconducteur de type-***n*.

A l'inverse, si on remplace un Si par un atome n'ayant que trois électrons de valence, comme Al ou Ga (1 colonne à gauche de Si dans le tableau périodique), alors on se retrouve avec un **trou**, qu'on peut traiter comme une charge positive puisque d'autres électrons peuvent combler le trou, mais ce faisant en génèrent un autre à leur position antérieure. Un trou peut ainsi être traité comme une charge positive se déplaçant dans le cristal de Si. Comme ces trous (points gris pâle sur la Fig. 6.11C) sont aussi très faiblement liés au cristal de Si, on leur associe un niveau d'énergie (pointillé rouge) légèrement supérieur au haut de la bande de valence. On parle ici d'un **semiconducteur de type-**p.

On produit donc ces superconducteurs à partir de silicium le plus pur possible (rapport impuretés:silicium 1 : 10<sup>9</sup>). On contamine ensuite délibérément le cristal avec des impuretés (atomes spécifiques), à soit 3 ou 5 électron de valence, dépendant de type de semiconducteur désiré. Dans les semiconducteurs de type-n, on peut ainsi ajouter  $\simeq 10^{25}$  m<sup>-3</sup> électrons dans la bande de conduction, soit beaucoup plus que les  $\sim 10^{16}$  associés à la queue de Boltzmann à TPN. Dans un semiconducteur de type-p, on peut atteindre une densité de trous  $\simeq 10^{22}$  m<sup>-3</sup>, soit encore beaucoup plus que les électrons thermiques dans la bande de conduction.

#### 6.5.2 La jonction np

Considérons maintenant ce qui se passe si on mets en contact un semiconducteur de type-n et un de type-p, comme sur le diagramme de gauche de la Fig. 6.12. Le semiconducteur-n contient une grande quantité d'électrons dans la bande de conduction, et donc libres de se déplacer dans le cristal de Si; de même, le semiconducteur-p contient un grand nombre de trous dans sa bande de valence, également libres de se déplacer. Par simple diffusion, des électrons de conduction dans le premier peuvent vont traverser l'interface (la **jonction**) et remplir les trous du second, et vice-versa, tel qu'indiqué en bleu entre (A) et (B). Il s'agit ici d'un processus de diffusion: on a une grande concentration d'électrons d'un coté de la jonction, et zéro de l'autre, donc les collisons dues au mouvement thermique produiront un flux net d'électron  $n \to p$ ; et la même chose pour les trous, qui diffuseront de  $p \to n$ , dans les deux cas, ceci correspond à un **courant de diffusion**  $(J_0)$  dirigé ici de p vers n.

Le flux diffusif des électrons et trous à travers la jonction et leur recombinaison subséquente laisse donc, près de l'interface, une densité charge (Fig. 6.12B) positive nette dans le cristal de type-n, et négative dans celui de type-p (en (B)). Ceci génère un champ électrique pointant ici vers le bas, de n vers p (en orange), donc une différence de potentiel  $\Delta \varphi$  à travers la



Figure 6.12: (A) Une jonction n - p, soit une interface (conductrice) entre un superconducteur de type n (en vert) et un de type-p (en rouge). La diffusion des électrons et trous à travers la jonction conduit à l'apparition d'une densité de charge de signe opposé de chaque coté de la jonction, produisant un champ électrique (orange) pointant de n vers p (voir texte).

jonction, qui à son tour produira un courant d'électrons et trou (densité de courant  $J_E$ ) dans le sens opposé au courant de diffusion. Ce courant perdurera jusqu'à ce que l'énergie potentielle électrostatique  $e\Delta\varphi$  devienne comparable à l'énergie thermique ( $\simeq kT$ ) propulsant la diffusion. On atteint donc un état d'équilibre, où les deux courants ( $\pm J_0$ ) s'annullent. À ce stade seuls les électrons/trous ayant des énergies  $\gtrsim kT$ , soit ceux dans la queue de Boltzmann, pourront encore contribuer au courant de diffusion résiduel (densité  $J_0$ , en Amp m<sup>-2</sup>) dans cet état d'équilibre; on s'attend donc à ce que

$$J_0 \simeq \exp(-e\Delta\varphi/kT) . \tag{6.54}$$

Maintenant, imaginons appliquer une différence de potentiel V à travers la jonction, tel qu'indiqué en gris sur la Fig. 6.12A, soit opposé à la différence de potentiel  $\Delta \varphi$  produite par le courant de diffusion. Comme le courant propulsé par le champ électrique demeure à sa valeur d'équilibre  $-J_0$  Le courant total devient alors

$$J = \exp[-e(\Delta \varphi - V)/kT] - J_0 ,$$
  
= 
$$\exp[-e\Delta \varphi/kT] \exp[eV/kT] - J_0 ,$$
  
= 
$$J_0 \left(\exp[eV/kT] - 1\right) .$$
(6.55)

#### 6.5.3 L'effet photovoltaique

L'idée de la cellule photovoltaique est de déposer une mince couche  $(h \sim 1 \,\mu\text{m})$  de semiconducteur de type-n sur une couche plus épaisse  $(h \sim 100 \,\mu\text{m})$  d'un semiconducteur de type-p(voir Figure 6.12). La couche supérieure doit être suffisamment mince et translucide pour qu'un photon incident sur le haut de la couche puisse atteindre la jonction np entre les deux couches semiconductrices. Les photons incidents ayant  $h\nu \geq E_g$  excitent des électrons de valence vers la bande de conduction, produisant aussi un trou dans le semiconducteur-n. Sous l'influence du champ électrique d'équilibre, l'électron demeurera dans le superconducteur-n, mais le trou sera entrainé à travers la jonction dans le semiconducteur-p, soit dans la direction contraire au courant de diffusion. À ce transport de charges à travers la jonction correspond une densité de courant électrique  $-J_S$ , qui bâtira une différence de potentiel V entre les deux semi-conducteurs. Mathématiquement, c'est la même différence de potentiel que produirait la batterie sur la Figure 6.12A, sauf que maintenant c'est le transport de charges par la densité de courant  $J_S$  produite par l'absorption des photons qui *cause* la différence de potentiel V. Le courant total, donné auparavant par l'éq. (6.55), prend maintenant la forme:

$$J = J_0 \left( \exp(eV/kT) - 1 \right) - J_S . \tag{6.56}$$

La production d'une paire électron-trou par un photon d'origine solaire produit donc à la fois un courant à travers la jonction *et* une différence de potentiel entre les deux semiconducteurs.

Il s'agit maintenant de calculer ce fameux courant  $J_S$ ; on supposera que chaque photon dans le spectre solaire ayant une énergie plus grande que la largeur  $E_g$  de la bande interdite (voir Fig. 6.11) produit une paire électron-trou à la jonction, et que cette paire contribue instantanément au courant  $J_S$  traversant la jonction. Un petit exercice en fin de chapitre vous conduit à calculer la densité de courant correspondante comme étant  $J_S = 400 \text{ A m}^{-1}$  pour une irradiance au sol  $S = 1000 \text{ W m}^{-2}$ .

La Figure 6.13A porte en graphique la relation voltage-courant décrite par l'éq. (6.56), pour eV = 0.025 eV et  $J_S = 400 \text{ Amp m}^{-2}$ ; tant que  $eV \ll kT$ , le courant est dominé par  $J_S$ , mais la forme exponentielle dans (6.56) croit rapidement une fois que  $eV \sim kT$ , conduisant à une chute rapide du courant. Il est facile de montrer, à partir de (6.56), que le courant net J sera



Figure 6.13: Une cellule photovoltaique au silicium "typique". En (A), l'efficacité de conversion de l'irradiance solaire incidente en puissance électrique (voir éq. (6.58); en (B), la courbe V-J à kT = 0.025eV, telle que produite via l'éq. (6.56) avec  $J_s = -400$  A m<sup>-2</sup>. Pour un point donné le long de cette courbe, l'efficacité de conversion correspond à l'aire du rectangle gris.

nul lorsque le voltage atteint une valeur

$$V_c = \frac{kT}{e} \ln\left(\frac{J_s}{J_0} + 1\right). \tag{6.57}$$

La puissance électrique (en W m<sup>-2</sup>) produite à la jonction est donnée simplement par le produit  $V \times J$ , effectivement l'aire du rectangle gris sur la Figure 6.13A. La puissance produite chute
à zéro dans les deux limites  $V \to 0$  et  $V \to V_c$ , atteignant donc un pic quelque part entre les deux. L'efficacité de la cellule  $(\eta)$ , équivalente au coefficient de performance introduit précédemment, est donnée par le rapport entre la puissance électrique produite et la puissance radiative incidente:

$$\eta = \frac{VJ}{S} , \qquad [\equiv \text{COP}] . \tag{6.58}$$

Ceci est porté en graphique sur la Figure 6.13B, toujours pour une irradiance solaire au sol de  $S = 1000 \text{ W m}^{-2}$ . Pour les paramètres considérés ici  $(kT = 0.025 \text{ eV} \text{ et } J_S = -400 \text{ A m}^{-2})$ , l'efficacité est maximale à un voltage de 0.5 V, pour une production de 190 W m<sup>-2</sup>, et donc  $\eta \simeq 0.19$ . Le spectre solaire est en fait plus piqué aux courtes longueurs d'onde du visible que ne l'est un corps noir à 5770K (voir Fig. 4.1), ce qui fait qu'une cellule photovoltaique au Si, comme considérée ici, peut en fait atteindre une efficacité  $\eta \simeq 0.25$  en conditions optimales; mais moins, évidemment, pour une irradiance au sol plus faible.

## 6.5.4 Les panneaux solaires

Avec une production électrique de  $\sim 200 \text{ W m}^{-2}$  en conditions optimales pour notre cellule photovoltaique au silicium, il est clair qu'une très grande surface collectrice, de l'ordre de quelques kilomètres carrés, est nécessaire pour atteindre des puissances comparables aux centrales thermiques ou hydroélectriques de tailles moyennes, ou même à une ferme de turbines éoliennes. La Figure 6.14 montre une vue aérienne (image du haut) d'un site de production d'électricité par panneaux solaires, essentiellement des assemblages en série de cellules photovoltaiques. Avec une surface collectrice totale de quelques kilomètres carrés, et la nécessité d'espacer les rangés de panneaux pour permettre la circulation des véhicules pour entretien, la surface totale couverte par le site est de plusieurs kilomètres carrés. Comme il est plus facile d'installer ces sites en terrains plats, ils sont parfois perçus comme faisant compétition aux utilisations agricoles de ces mêmes terres. Cependant est possible de conserver un usage agricole au site, utilisant l'espace comme pâturage (image du bas) où même pour la culture maraichère. Dans certains environnements très ensoleillé et chauds, en mi-journée l'ombre offerte par les panneaux solaires peut être bénéfique aux animaux et/ou végétaux!

Un impacts biosphérique indirect mais important de la production photovoltaique d'électricité est la production des cellules photovoltaique même, donc les semiconducteurs requièrent des minéraux parfois rares, donc une exploitation minière qui (trop) souvent peut être très dommageable pour l'environnement.

## 6.5.5 Bioénergie et photosynthèse artificielle

Ça sera pour l'année prochaine...

# 6.6 Énergie renouvelable versus non-renouvelable

Les diverses formes de production d'électricité considérées jusqu'ici puisent dans des sources d'énergie dites **renouvelables**. À l'exception de l'énergie marémotrice, qui ultimement puise dans l'énergie orbitale de la Lune, autant l'hydroélectricité classique que l'énergie éolienne puisent dans l'irradiance solaire; c'est en effet cette irradiance qui cause l'évaporation qui, suite à transport par les vents, précipitation, ruissellement, finit par remplir les réservoirs des barrages. De même, l'inhomogénéité de cette irradiance en fonction de la latitude et des propriétés surfaciques, est le moteur primaire des vents atmosphériques.

#### 6.6.1 Combustibles fossiles

Les sources d'énergie non-renouvelables sont le plus souvent utilisées pour la production de chaleur par combustion (ou fission nucléaire), chaleur ensuite convertie en énergie mécanique, utilisée autant pour la production d'électricité dans les centrales thermiques (revoir 5.6.2) que



Figure 6.14: En haut: un site de production électrique via panneaux solaires près de Drumheller (Alberta). La perte de terres cultivables peut être évitée en conservant un espacement cultivable entre les rangées de panneaux, et même, dans certains environnements chauds, utiliser l'ombre des panneaux pour protéger les végétaux (ou animaux) du soleil de midi; par exemple en bas: site "agrovoltaique" près de Ithaca (NY, É.-U.). Source: cbc.ca/news/science/solar-farms-1.7025482.

pour les autres usages (chauffage domestique, transport, etc.). Comme le compile le Tableau 6.1, les contenus énergétiques des combustibles varient de 15 MJ/kg pour le bois, à 48 MJ/kg pour l'essence et autres distillats raffinés du pétrole. Le contenu énergétique d'un mètre cube de gaz naturel ( $\simeq 1 \text{ kg}$  à TPN) est comparable à celui d'un litre de pétrole non-raffiné. Les

Table 6.1: Contenus énergétique de divers combustibles

Substance	Contenu énergétique $[10^6 \mathrm{J \ kg^{-1}}]$
Essence	48
Pétrole	43
Gras animal	38
Charbon	29.3
Charbon de bois	29
Bois	15
Gaz Naturel	$39 \times 10^6 \mathrm{J} \mathrm{\ m}^{-3} \mathrm{\ (TPN)}$

Source: Harte

combustible biomassiques non-fossiles se classent aussi assez bien, le contenu énergétique du gras animal dépassant celui du charbon et approchant celui du pétrole non-raffiné, et celui du bois atteignant 50% du charbon.

Comme on peut le constater au Tableau 6.2), la production mondiale d'énergie par l'humanité demeure aujourd'hui dominée par les énergies non-renouvelables. Exception faite de la fission nucléaire, on parle ici de **combustibles fossiles**: pétrole, gaz naturel, et charbon, le résultat collectif d'un demi-milliard d'années de décomposition de matières organiques. La biomasse (bois, bouses de bétail, etc.) demeure une source majeure d'énergie dans les pays industriellement moins développés. Les réserves en énergie non-renouvelable sont dominées, de loin, par par le charbon.

Substance	Réserves $[10^{21} J]$	Prod. mondiale $[10^{18} \mathrm{J} \mathrm{yr}^{-1}]$	Canada $[10^{18} \mathrm{J} \mathrm{yr}^{-1}]$
Pétrole	10	182	4.12
Gas Naturel	10	146	5.06
Charbon	50	168	0.29
Uranium	20	30.6	0.95
Solaire+éolien	N/A	16.8	0.16
Hydroélectricité	N/A	15.5	1.44
Biomasse	N/A	58.5	0.52
D+Li (eau de mer)	$10^{10}$	0	0

Table 6.2: Réserves et production énergétique mondiales (2021)

Source: iea.org/world

La dernière ligne du Tableau 6.2 correspond au contenu énergétique du Deuterium et Lithium présents dans l'eau de mer qui pourrait être extrait par fusion nucléaire; on comprend immédiatement pourquoi cette source d'énergie est vue comme la panacée miraculeuse qui pourrait régler tous nos problèmes de production énergétique!

Le Tableau 6.2 compile la production énergétique; plusieurs pays produisent plus d'énergie

qu'ils en utilisent. C'est le cas du Canada, qui exporte l'électricité d'origine hydroélectrique ainsi que près de 90% de sa production pétrolière. La *consommation* énergétique est une autre histoire, que vous aurez l'occasion d'explorer en TP. Mentionnons simplement qu'en 2021, le Canada se plaçait en septième place dans la liste des plus grands consommateurs (317820 MJ/année/habitant, soit 10.1kW/habitant), nez-à-nez avec Gibraltar (!), et pire que les É.-U. (9e place); en tête de file, on retrouve des pays comme le Qatar (1), l'Islande (2), Trinidad and Tobago (3 !!), et les Émirats Arabes Unis (4). Le site web de l'International Energy Agency (voir bibliographie en fin de chapitre) est une véritable mine d'or pour ce genre de statistiques.

#### 6.6.2 Centrales thermiques, bis

On a vu à la §5.6.2 que les centrales thermiques puissent thermodynamiquement dans la différences entre deux bains de chaleur pour effectuer un travail mécanique (i.e., faire tourner une turbine). L'efficacité de ce processus est fondamentalement limitée par les Lois de la thermodynamique: pour une machine thermique opérant via le transfert de chaleur d'un bain thermique de température  $T_2$  vers un bain thermique à  $T_1$  ( $< T_2$ ), l'efficacité est donné par:

$$\eta \equiv \frac{W}{Q_2} = \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) , \qquad [\equiv \text{COP}] . \tag{6.59}$$

Pour maximiser l'efficacité, il s'agit donc de minimiser le rapport  $T_1/T_2$ . La température  $T_1$  est au mieux égale à celle du réservoir environnemental auquel on transfère l'excès de chaleur, soit de l'ordre de  $\simeq 300$  K. En principe on peut opérer une centrale thermique à un très haut  $T_2$ , tant qu'on n'approche pas trop du point de fusion des alliages utilisés dans les tuyaux des systèmes de refroidissement, pales des turbines, etc. Le point de fusion de l'acier varie entre 1205 et 1370°C, dépendant de l'alliage. Les centrales thermiques dépassent rarement  $T_2 = 800$ °C, certains types de réacteurs nucléaires atteignant  $T_2 \simeq 950$ °C. Même un tel système, utilisant l'eau de mer profonde pour son refroidissement (donc  $T_1 \sim 275^\circ$ ), n'atteint qu'une efficacité maximale théorique de  $\eta = 0.71$ , et en pratique rarement plus que  $\eta \simeq 0.5$ ; et pour la majorité des centrales thermiques utilisant les combustibles fossiles, on dépasse rarement  $\eta \simeq 0.4$ .

Pour produire 1000MW d'électricité dans une centrale themique opérant à efficacité  $\eta = 0.4$ , on doit générer 1000MW/ $\eta = 2500$  MW en chaleur. À partir des donnés du Tableau 6.1, on peut calculer qu'il faut alors brûler, chaque seconde, soit 85 kg de charbon, 58 litres de mazout, ou 64 m<sup>3</sup> de gaz naturel.

#### 6.6.3 Impacts biosphériques

Typiquement, une réaction de combustion (dans le jargon: une réaction chimique exothermique) va extraire un atome de carbone du combustible, et le combiner avec de l'oxygène pour produire une molécule de  $CO_2$ . Dans le cas de la combustion des hydrocarbures en présence d'oxygène moléculaire, une ou plusieurs molécules de  $H_2O$  sont aussi produites. La combustion du méthate, le plus simple des hydrocarbures, offre un exemple particulièrement simple:

$$CH_4 + 2O_2 \rightarrow CO_2 + 2H_2O + 891 \text{ kJ/mole } CH_4$$

$$(6.60)$$

Comparez ceci à notre réaction chimique générique pour la photosynthèse (Éq. (3.10) de la  $\S3.4$ ). C'est essentiellement l'inverse!

Excluant la vapeur d'eau, le  $CO_2$  est donc de loin le principal produit de la combustion des carburants fossiles. Autant pour le mazout, le charbon ou le gaz naturel, en mode de combustion optimale, 99% (en masse) ou plus du contenu en carbone des hydrocarbures se retrouve sous la forme de  $CO_2$ ; la combustion d'un litre d'essence libère 2.3kg en  $CO_2$ , et celle d'un litre de diesel en libère 2.7kg. Le  $CO_2$  étant un important gaz à effet de serre, à ce jour l'augmentation de sa concentration atmosphérique ( $\simeq 35\%$  entre 1920 et 2020; revoir la Fig. 3.10) continue de propulser le réchauffement global de la planète, et l'acidification des océans.

La combustion des hydrocarbures fossiles émet aussi des quantités significatives d'autres gaz ayant des impacts environnementaux importants, comme le  $SO_2$  (responsable des pluies acides), le  $N_2O$  (un gaz à effet de serre), des cendres et autres aérosols, des composés organiques et des métaux lourds. La combustion d'hydrocarbures complexes produit aussi du méthane, un autre puissant gaz à effet de serre. Tout un cocktail! De plus, en cas de combustion incomplète (due, e.g., à un manque de  $O_2$ ), on peut aussi produire du monoxyde de carbone, un gaz physiologiquement très toxique. Finalement, la combustion du charbon et du pétrole sous ses formes les moins raffinées (mazout, diesel) produit une vaste gamme d'aérosols, dont plusieurs sont biologiquement toxiques.

L'exploitation minière du charbon et les forages pétroliers ont aussi des impacts environnementaux allant d'importants à extrêmes (e.g., l'exploitation des sables bitumineux). Le transport de grandes quantités de pétrole, que ce soit par bateaux ou oléoducs, vient aussi avec son lot de risques de déversements.

# 6.7 Énergie nucléaire

De nos jours la production d'électrité dans des centrales thermiques utilisant l'énergie nucléaire n'est pas vue très positivement, pour un bon nombre de raisons tout à fait légitimes (tel que discuté plus bas). Il n'en demeure pas moins que c'est là un mode de production électrique à zéro émission en CO<sub>2</sub>, dont l'utilisation pourrait permettre une transition graduelle vers des sources renouvelables moins problématiques.

Cette section débute par un très bref survol de quelques notions fondamentales en physique nucléaire<sup>10</sup>, pour passer ensuite à la physique sous-jacente au fonctionnement des réacteurs nucléaires utilisant l'isotope <sup>235</sup>U de l'uranium. L'épineuse gestion des déchets nucléaires est ensuite discutée, pour finir avec un exemple de ce qui peut arriver quand quelque chose foire; plus spécifiquement l'accident nucléaire de Tchernobyl en avril 1986.

## 6.7.1 Structure et désintégration nucléaires

La radioactivité naturelle a été découverte accidentellement en 1896 par Henri Becquerel (1852-1908), qui remarqua le noircissement d'une plaque photographique par un sel d'uranium (voir Figure 6.15). Le sujet attira rapidement l'attention de ses collègues Pierre Curie (1859–1906) et Marie Sklodowska-Curie (1867-1934), le trio consacrant la décennie suivante à l'étude de ce phénomène, récoltant au passage le Prix Nobel de Physique en 1903.

Les premières études expérimentales systématiques identifièrent trois modes de désintégration, en fonction de la déviation des faisceaux de particules émises par les noyaux radioactifs durant leur passage dans un champ électrique ou magnétique. Ces trois modes sont:

1. Désintégration- $\alpha$ : émission d'un noyau de <sup>4</sup>He. Cette désintégration est associée à la force nucléaire forte, et se fait par effet tunnel à travers la barrière de potentiel nucléaire:

$$(A, Z) \rightarrow (A - 4, Z - 2) + {}^{4}\text{He},$$
 (6.61)

2. Désintégration- $\beta$ : il existe trois formes communes de cette désintégration, contrôlée par la force nucléaire faible:

$$(A,Z) \to (A,Z+1) + e^- + \bar{\nu},$$
 (6.62)

$$(A,Z) \to (A,Z-1) + e^+ + \nu$$
, (6.63)

$$(A,Z) + e^{-} \rightarrow (A,Z-1) + \nu , \qquad (6.64)$$

soit, respectivement, l'émission d'un électron, d'un positron, ou encore la capture d'un électron atomique. Ces trois formes de désintégration- $\beta$  exigent l'émission d'un neutrino ou antineutrino afin de conserver le nombre leptonique.

<sup>&</sup>lt;sup>10</sup>On ne remercie jamais assez ses professeurs... J'en profite donc ici pour remercier un trio de profs qui m'ont donné la piqure durable pour la physique nucléaire: Brian Logan (U. Ottawa) au B.Sc., et Paul Taras et Michael Pearson (UdeM) en maitrise.



Figure 6.15: Noircissement d'une plaque photographique de Becquerel par deux échantillons de sels d'uranium déposés sur la plaque. Celui du bas avait été déposé sur une croix de Malte métallique ayant protégé partiellement la plaque, produisant une ombre (en négatif) clairement visible ici. Image en domaine public tirée de la page Wikipedia sur Henri Becquerel: https://en.wikipedia.org/wiki/Henri\_Becquerel.

3. La désintégration- $\gamma$ , soit l'émission d'un photon très énergétique suite à la désexcitation spontanée d'un noyau s'étant retrouvé dans un état métastable, habituellement suite à une désintégration antérieure de type  $\alpha$  ou  $\beta$ :

$$(A,Z)^* \rightarrow (A,Z) + \gamma$$
, (6.65)

Le spectre de ces rayons  $\gamma$  nous donne accès à la structure quantique des orbitales nucléaires, tout comme la spectroscopie classique nous renseigne sur la structure des orbitales électroniques dans l'atome.

La Figure 6.16 illustre la répartition des différents isotopes nucléaires connus dans le plan [Z, N], où sur ce diagramme Z est le nombre de protons et N le nombre de neutrons, donc le nombre nucléonique A = N + Z. Le mode primaire de désintégration des isotopes instables est indiqué par le code couleur. On notera que les isotopes stables (en noir) contiennent plus de neutrons que de protons, dès que Z > 12.

Du point de vue empirique la désintégration nucléaire est simple: quel que soit son mode de désintégration spontanée, un noyau instable donné a une probabilité fixe de se désintégrer, et cette probabilité est indépendante de la présence d'autres noyaux dans les environs, et des conditions physiques du milieu<sup>11</sup>. Même dans l'environnement extrême d'une explosion supernova, le <sup>56</sup>Ni se désintègre au même taux que celui mesuré en laboratoire. Dans le cas d'un seul canal de désintégration, le taux de variations du nombre N de noyaux radioactifs d'un isotope donné est décrit par

$$\frac{\mathrm{d}N(t)}{\mathrm{d}t} = -\lambda N , \qquad (6.66)$$

 $<sup>^{11}</sup>$ Cet énoncé n'est plus vrai en régime relativiste; autant la dilatation du temps en relativité restreinte, que la dilatation gravitationnelle du temps en relativité générale, allonge la demie-vie des isotopes radioactifs.



Figure 6.16: Les isotopes nucléaires et leurs modes de désintégration primaire. Ici le mode codé  $\beta^-$  inclut les deux modes  $Z \to Z - 1$  dans les éqs. (6.62), soit l'émission d'un positron et la capture électronique. Image en domaine public tirée de la page Wikipedia sur la désintégration radioactive: https://en.wikipedia.org/wiki/Radioactive\_decay.

où le taux de désintégration  $\lambda$  est inversement proportionnel à la **demie-vie** de l'isotope:  $\lambda = \ln(2)/\tau_{1/2}$ . C'est Ernest Rutherford (1871-1937) qui a le premier établi expérimentalement l'universalité de cette loi de désintégration, qui conduit à une décroissance exponentielle de la concentration d'un isotope radioactif.

Ces modes de désintégration spontanée résultent de la tendance qu'on les noyaux atomiques à se reconfigurer en un état minimisant leur énergie interne. Tout comme "assembler" un atome demande de remplir successivement ses niveaux d'énergie électroniques, "assembler" un noyau atomique demande de remplir en parallèle deux séquences de niveaux d'énergie, un pour les protons, l'autre pour les neutrons. Comme les premiers sont sujets à répulsion électrostatique mais pas les seconds, l'espacement en énergie des niveaux protoniques est plus grand que celui des niveaux neutroniques. C'est pourquoi, au delà d'une masse atomique A = 12, il devient énergétiquement plus avantageux pour un noyau d'être composé d'un nombre plus grand de neutrons que de protons; et donc, sur la Figure 6.16, les isotopes stables (en noir) forment une séquence qui dévie de la diagonale N = Z à mesure que la masse atomique A = N + Zaugmente; en cas de trop-plein de protons ou neutrons, les désintégrations  $\alpha$  et/ou  $\beta$  ramènent le noyau vers la "courbe" des isotopes stables.

#### 6.7.2 Fission et fusion

Une fois la structure nucléaire connue, on peut en déduire l'énergie de liaison du noyau, soit l'énergie requise pour le "désassembler" en un tas de protons et neutrons libres. La Figure 6.17 montre comment varie cette énergie de liaison, mesurée par nucléon, en fonction du nombre de nucléons A, pour les isotopes les plus communs des éléments chimiques jusqu'à l'uranium.



Figure 6.17: Énergie de liaison par nucléon, pour les isotopes les plus communs de tous les éléments chimiques jusqu'à l'uranium (isotopes <sup>235</sup>U et <sup>238</sup>U). Source: Wikipedia Commons, commons.wikimedia.org/wiwk/File:Binding\_energy\_curve\_-\_common\_isotopes.svg.

La forme de la courbe d'énergie de liaison est très particulière; les atomes légers sont les moins liés, l'énergie de liaison par nucléon augmentant très rapidement jusqu'au <sup>12</sup>C, puis de plus en plus graduellement avec A jusqu'au Fer, pour ensuite redescendre graduellement à mesure que A continue d'augmenter. Ceci indique qu'il y a deux manières distinctes de puiser dans l'énergie de liaison d'un noyau atomique:

- La fusion de noyaux légers (A < 56) en un noyau plus lourd;
- La fission de noyaux lourds (A > 56) en fragments plus légers  $(A \gtrsim 30)$

La majorité des étoiles, incluant le soleil, brillent par fusion de l'hydrogène en Hélium. La quasi-totalité des réacteurs nucléaires utilisés pour la production électrique sont basés sur la fission de l'uranium, spécifiquement l'isotope <sup>235</sup>U, qui compte pour  $\simeq 0.7\%$  de l'Uranium présent dans la croûte terrestre, le reste étant l'isotope <sup>238</sup>U, qui est non-fissile. Contrairement aux modes de désintégration spontanés  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$ , la fission de <sup>235</sup>U est *induite* par l'absorption d'un neutron dit "lent", soit un neutron (n) ayant une énergie de l'ordre de  $\sim 1 \text{ eV}$  ou moins:

$$^{235}$$
U + n(lent)  $\rightarrow$  X + Y[+Z] +  $\nu$  n (rapides) +  $\simeq 200$  MeV (6.67)

La fission produit deux fragments X et Y (et plus rarement un troisième, Z), ainsi qu'un nombre  $\nu$  de neutrons dits rapides, soit des neutrons ayant des énergies de l'ordre du MeV. Une vaste gamme de canaux de fission sont possibles, et déterminent la nature des X, Y et Z et la quantité exacte d'énergie libérée (mais toujours d'environ  $\simeq 200$  MeV). Sous conditions normales d'opération d'un un réacteur utilisant l'eau (H<sub>2</sub>O) comme modérateur (voir plus bas), les deux canaux de fission les plus probables sont:

$$n + {}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{131}\text{Te} + {}^{xxx}\text{Zn} + \nu n$$
  
 $n + {}^{235}\text{U} \rightarrow {}^{131}\text{Sb} + {}^{xxx}\text{Nb} + \nu n$ 

les isosopes spécifiques du Zn et Nb produits déterminant le nombre de neutrons rapides; en moyenne, on a  $\nu \simeq 2.43$ . L'idée est d'utiliser un de ces neutrons pour produire une seconde réaction de fission, émettant d'autres neutrons dont un seul est utilisé pour produire une troisième fission, et ainsi de suite: on parle d'une **réaction en chaine controlée**<sup>12</sup>. Le contrôle de la chaine de réaction implique donc deux processus:

- Ralentir (thermaliser) les  $\nu$  neutrons rapides produits par la fission;
- Absorber autrement que par fission 1.43 neutrons en moyenne (lents ou rapides), de manière à finir avec 1 neutron thermalisé pour fission.

Dans les réacteurs commerciaux, la substance utilisée (le **modérateur**) est aussi le fluide utilisé pour extraire la chaleur du réacteur, soit l'eau (H<sub>2</sub>O), ou l'eau lourde (D<sub>2</sub>O, D étant le deutérium) dans le cas réacteurs de type CANDU. L'eau standard est très efficace pour thermaliser les neutrons rapides, mais ce faisant tend aussi à absorber une fraction significative des neutrons pour produire du Deutérium; à un point tel que pour assurer le maintien de la réaction en chaine, l'uranium (sous sa forme d'oxyde UO<sub>2</sub> utilisé comme carburant) doit être enrichi en  $^{235}$ U, de sa valeur naturelle 0.7% à 2.6%. Le deutérium, par contre, n'absorbe pratiquement pas de neutron tout en les thermalisant très efficacement, ce qui fait que les réacteurs de type CANDU peuvent fonctionner sans enrichissement en  $^{235}$ U; un avantage substantiel, amorti cependant par le besoin d'avoir pas trop loin une usine pouvant produire une quantité substantielle d'eau lourde. No free lunch!

Tout est donc une question de saine gestion des neutrons... Quatre principaux processus physiques doivent être pris en considération, et se retrouvent à définir un regroupement de quatre coefficients numériques qui, conjointement, mesurent le contrôle de la chaine de fission; auxquels s'ajoutent deux autres paramètres reliés à la taille du réacteur et au design de ses barres de combustibles.

 Ce ne se pas tous les neutrons lents qui produiront une fission de <sup>235</sup>U: certains seront absorbé sans fission, d'autres seront absorbé (sans fission) par l'isotope dominant <sup>238</sup>U. Le paramètre η (< ν) mesure ainsi le nombre véritable de neutrons rapides produits par neutron lent produisant une fission.

 $<sup>^{12}</sup>$ Si tous les neutrons émis par la fission d'un  $^{235}$ U produisent une autre fission de  $^{235}$ U, alors on se retrouve potentiellement avec une réaction en chaine incontrôlée, soit quelque chose ressemblant plus à la tristement célèbre bombe atomique qui a anéanti Hiroshima et sa population.

- Certains neutron rapides produiront des réactions de fission sur <sup>235</sup>U et <sup>238</sup>U, produisant ainsi un excès  $\varepsilon$  ( $\gtrsim 1$ ) de neutron rapides; en mode normal d'opération  $\varepsilon \simeq 1$  à cause des très faibles sections efficaces d'absorption des neutrons rapides.
- Durant le processus de thermalisation, un certain nombre de neutrons seront absorbés par <sup>238</sup>U. On dénotera par 1 p ( $0 \le p \le 1$ ) la probabilité que ceci se produise, ce qui réduit le nombre de neutron lents thermalisé par un facteur p;
- Une fraction  $l_f$  ( $0 \le l_f \le 1$ ) des neutrons rapides seront absorbés (ou parfois traverseront) les parois du réacteurs, réduisant ainsi ultimement le nombre de neutrons lents par un facteur  $(1 - l_f)$ ; de même, une fraction  $l_s$  ( $0 \le l_s \le 1$ ) des neutrons lents seront absorbés dans les parois du réacteurs; ceci réduit encore plus le nombre de neutron lents disponibles pour fission du <sup>235</sup>U par un facteur  $(1 - l_s)$ .
- Une fraction 1 f ( $0 \le f \le 1$ ) des neutrons lents seront absorbés soit par le modérateur, soit dans l'enveloppe métallique des barres de carburant; le nombre de neutron lents disponible pour fission sera ainsi réduit d'un facteur f

On combine finalement tous ces paramètres en un facteur de multiplication (k) tel que

$$kn = \eta \varepsilon p f (1 - l_f)(1 - l_s)n \tag{6.68}$$

Cette expression est appelée "four-factor formula" dans le jarbon technique anglophone; je traduis ici librement par "formule à 4 facteurs". Les valeurs numérique des divers coefficents au coté droit de cette expression dépendent en pratique du design du réacteur et de ses barres de carburant (c'est le cas des paramètres  $l_f, l_s, f$ ), du modérateur utilisé (f), du rapport <sup>235</sup>U/<sup>238</sup>U du carburant utilisé  $(\eta, \varepsilon)$ , et du rapport des densité particulaires (unités: m<sup>-3</sup>) de modérateur versus carburant  $(N_{\rm mod}/N_{\rm U})$  dans l'ensemble du coeur du réacteur (paramètres p et f). Le but est évidemment de se retrouver avec k = 1, afin d'avoir une réaction en chaine contrôlée.

La Figure 6.18 montre la variation de nos quatre paramètres physiques versus le rapport modérateur/carburant, pour un réacteur "idéal" ayant  $l_s = l_f = 0$  et  $\varepsilon = 1$ . Il s'agit ici d'une représentation **schématique** appropriée à un réacteur utilisant l'eau lourde comme modérateur et un carburant composé d'Uranium non-enrichi, dans lequel cas  $\eta = 1.33$  indépendamment du rapport modérateur/carburant. La courbe en rouge montre la variation (typique) de k versus le rapport modérateur/carburant. La forme non-monotone résulte des variations opposées des paramètres p et f avec ce même rapport. Le paramètre p augmente vers la droite simplement parce que la probabilité d'absorption par <sup>238</sup>U durant la thermalisation des neutrons rapide diminue quand la quantité de carburant diminue; mais la probabilité d'absorption (p) des neutrons lents par le modérateur augmente avec la quantité de modérateur.

On se retrouve ainsi avec un intervalle en  $N_{\rm mod}/N_{\rm U}$  ou k > 1, aux frontière duquel k = 1 (indiqué par A et B sur la Fig. 6.18). Ce sont là les deux points d'opération possibles pour une chaine de fission contrôlée. La première (A) est habituellement choisie, pour des raisons de stabilité: si la température T du coeur venait à augmenter, un modérateur liquide comme D<sub>2</sub>O subirait une dilatation thermique, réduisant  $N_{\rm mod}$ , et donc le rapport  $N_{\rm mod}/N_{\rm U}$ , ce qui pousserait le système en régime k < 1, ce qui diminuerait le taux de fission et donc la température du coeur, ramenant éventuellement le système au point A. C'est un régime d'opération qui est inhéremment stable, sans besoin d'intervention extérieure. Inversement, au point B une augmentation de la température du coeur et diminution du rapport  $N_{\rm mod}/N_{\rm U}$  aurait l'effet de pousser le système encore plus haut dans le régime k > 1, une situation instable (et potentiellement dangereuse!). Quel que soit le design du réacteur, un mode d'opération sécuritaire devra donc être caractérisé par:

$$\frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}T} < 1 \ , \tag{6.69}$$



Figure 6.18: Représentation schématique de la "formule à 4 facteurs" (soit l'Éq. (6.68)). Dans le cas spécifique représenté ici, le modérateur est l'eau lourde, ce qui conduit à un paramètre  $\eta$ ne dépendant pas du rapport modérateur/fuel dans le coeur du réacteur. Adaptation libre de la Figure 6.4 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà maintes fois cité.

#### 6.7.3 Déchets nucléaires

La gestion des déchets nucléaires est l'aspect le plus complexe (et souvent controversé) de la production électrique par énergie nucléaire. En mode d'opération normale on peut distinguer trois types de "déchets":

- La fraction (typiquement  $\simeq 1/3$ ) de l'isotope fissile <sup>235</sup>U encore présent dans les barres de combustible quand elles sont retirées du réacteur;
- Les produits de fission du <sup>235</sup>U, une vaste fourchette d'isotopes dont plusieurs sont euxmêmes radioactifs;
- Les isotopes lourds (A > 238, Z > 89) produit par l'absorption des neutrons par l'isotope <sup>238</sup>U, et aussi par <sup>235</sup>U quand cette absorption ne conduit pas à la fission.

Lors du retrait des barres de carburant d'un réacteur nucléaire, il est avantageux de récupérer le précieux <sup>235</sup>U non brulé pour l'incorporer dans de nouvelles barres de carburant, donc en pratique ce "déchet" est directement recyclé.

Le isotopes résultant de la fission ainsi que les transuraniques (voir ci-dessous) demeurent dans les barres de carburant, qu'on laisse d'abord "refroidir" (thermodynamiquement et radioactivement!) dans un environnement sécurisé et contrôlé, avant de les séparer chimiquement en divers groupes qui seront entreposés en fonction de leur niveau de radioactivité et de leur demie-vie.

La Figure 6.19 illustre, dans le plan [A, Z], les premières étapes de la chaine primaire de transmutation de <sup>238</sup>U par absorption de neutrons lents ou rapides. Ce sont les éléments chimiques dits **transuraniques**, qui composent la série des **actinides** dans le tableau périodique. La séquence se poursuit beaucoup plus loin que le Berkelium, et résulte d'une combinaison



Figure 6.19: Séquence de transmutation par captures successives de neutrons par l'isotope  $^{238}$ U. En conditions typiques d'opération d'un réacteur nucléaire, la séquence peut couvrir les actinides jusqu'au Fermium (Z = 100, A > 254), mais les quantités produites diminuent à mesure qu'on progresse dans la séquence. Une séquence secondaire bifurque par désintégration- $\beta$  de l'isotope  $^{241}$ Pu. L'Isotope  $^{239}$ Pu du plutonium est problématique à deux points de vue: il est fissile, et a une demie-vie de 24100 années (voir texte). Inspiré par la Figure 6.14 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà maintes fois cité.

d'absorption de neutrons  $(A \to A + 1 \text{ à } Z \text{ fixe}, \text{flèches bleues})$  et de conversion d'un neutron et proton par désintégration- $\beta$   $(Z \to Z + 1 \text{ à } A \text{ fixe}, \text{flèches rouges})$ . Diverses séquence secondaires originent de certains isotopes, la plus importante à partir de l'isotope <sup>241</sup>Pu quand ce dernier subit une désintégration- $\beta$  avant absorption d'un neutron. De manière générale, la quantité d'isotopes transuraniques produits ainsi décroit à mesure que l'on avance le long de la séquence. Une séquence parallèle origine de l'isotope <sup>235</sup>U quand ce dernier absorbe un neutron sans fission, mais la productivité d'éléments transuraniques y étant associée est beaucoup plus faible que pour la séquence originant de <sup>238</sup>U.

Un isotope transuranique du plutonium particulièrement problématique est le <sup>239</sup>Pu. C'est un isotope fissile, utilisable pour la fabrication de bombes atomiques (comme la bombe de Nagasaki), qui de surcroit a une très longue demie-vie de 24110 années.

La Figure 6.20 présente une série de mesures de radioactivité pour une ensemble "typique" de déchets produit par un an d'opération d'un réacteur lui-même "typique" produisant 1000MW d'électricité. Les mesures à t = 0.01 correspondent au moment du retrait des barres de carburant usé. La radioactivité est mesurée ici en becquerel (Bq), qui est l'unité de mesure primaire de la radioactivité dans le système SI<sup>13</sup>, Un Bq représente une désintégration par seconde, donc dimensionnellement le Bq  $\equiv s^{-1}$ . Notez bien que cette mesure ne prend pas en considération le mode de désintégration ( $\alpha$ ,  $\beta$  ou  $\gamma$ ), ni l'énergie de la radiation émise. Le Tableau 6.3 ci-dessous permet de placer les données de la Figure 6.20 en perspective. En particulier, on estime que la bombe atomique d'Hiroshima a libéré  $\sim 10^{16}$  Bq, indiqué par un trait pointillé sur la Fig. 6.20; l'accident de Tchernobyl, discuté plus en détail ci-dessous, aurait libéré  $\sim 5 \times 10^{18}$  Bq. Il n'y donc aucun doute que les déchets nucléaires génèrent un niveau potentiellement dangereux de radioactivité, même après un siècle, d'où la nécessité d'un entreposage sécurisé, contrôlé, hydrologiquement isolé, et géologiquement stable. Le  $\simeq 2 \times 10^{16}$  Bq de

<sup>&</sup>lt;sup>13</sup>Le becquerel a maintenant remplacé le curie (Ci), longtemps d'usage, qui était défini comme le nombre de désintégrations produites par un gramme de Radium-226 par seconde; d'où 1 Ci  $\equiv 3.7 \times 10^{10}$  Bq.



Figure 6.20: Radioactivité associés aux déchets retirés annuellement du coeur d'un réacteur nucléaire "typique" produisant 1000MW d'électricité. On a regroupé les déchets en deux classes: les produits de fission, et les produits de la transmutation de l'uranium par capture de neutrons (viz. Fig. 6.19). Notez bien les échelles logarithmiques, et les unités en 10<sup>16</sup> Bq pour l'axe vertical. Inspiré par la Figure 6.14 de l'ouvrage de Boeker & van Grondelle déjà maintes fois cité.

radioactivité à  $t \gtrsim 100$  ans est principalement dû au isotopes transuraniques <sup>239</sup>Pu (demie-vie 24110 yr) et <sup>240</sup>Pu (demie-vie 6564 yr). Toujours pour mettre un peu de perspective sur ces chiffres, les plus vieux bâtiments majeurs construits par l'humanité et ayant survécu jusqu'à aujourd'hui sont les grandes pyramides d'Égypte, construites il y a  $\simeq 4600$  ans.

Au delà de l'entreposage sécuritaire des déchets radioactifs, on doit aussi anticiper la possibilité d'émission de substances radioactives suite à un accident, sabotage délibéré, ou attaque militaire sur une centrale nucléaire. Le nombre de ces événements se compte heureusement encore sur les doigts d'une main: Harrisburg (1979), Tchernobyl (1986), Fukushima (2011), Zaporilla (2022-présent, sans conséquences graves dans ce dernier cas; du moins à date).

# 6.7.4 Accidents: l'exemple de Tchernobyl

Vers 1:25 du matin le 26 avril 1986, le réacteur numéro 4 de la centrale nucléaire de Tchernobyl, en Ukraine, s'emballe. Dans les secondes qui suivent une explosion (non-nucléaire), causée par l'hydrolyse et la vaporisation de l'eau du système de refroidissement du coeur, détruit le réacteur, suite à quoi le graphite des barres de contrôle s'enflamme au contact de l'air. La chaleur ainsi libérée produit une plume thermique s'élevant jusqu'à plus de 4 kilomètres d'altitude dans l'atmosphère, un peu comme le panache d'un volcan, y injectant ainsi la radioactivité sur cet intervalle d'altitude, et ce jusqu'à ce que l'incendie soit finalement éteint, plusieurs jours tard.

Cet accident nucléaire, le pire à date, libérera un total de  $\sim 5 \times 10^{18}$  Bq de radioactivité sur quelques semaines, quelques centaines de fois plus que la tristement fameuse bombe atomique d'Hiroshima. L'accident de 2011 à la centrale de Fukushima, deuxième dans la liste de ce

Substance	Radioactivité [Bq]
Croûte terrestre	$1400 \ {\rm kg}^{-1}$
$^{40}$ K dans le corps humain	4400
$^{241}\mathrm{Am}$ dans un détecteur de fumée	$3.7  imes 10^4$
Radon dans l'atmosphère	$5 - 15 \text{ Bq m}^{-3}$
Radon dans les bâtiments	$10 - 10^4 \text{ Bq m}^{-3}$
Bombe-A Hiroshima	$\sim 10^{16}$
Accident Tchernobyl 1986	$\simeq 5\times 10^{18}$

Table 6.3: Sources de radioactivité naturelle et artificielle

genre de désastres, en comparaison, en a libéré cinq fois moins, soit  $\simeq 9.4 \times 10^{17} \,\mathrm{Bq^{14}}$ . Triste ironie, l'accident de Tchernobyl s'est produit durant la phase finale d'une série de tests visant à améliorer la procédure d'arrêt d'urgence du réacteur.

Comme discuté plus haut, le carburant des réacteurs nucléaires refroidis à l'eau légère, comme ceux de Tchernobyl, utilisent comme combustible un isotope de l'Uranium, <sup>235</sup>U, dont les deux principaux canaux de fission produisent préférentiellement les isotopes <sup>131</sup>Te et <sup>131</sup>Sb (voir éq. (6.68)). Ces deux isotopes se désintègrent rapidement en Iode-131 par chaine de désintégration- $\beta$ :

 $\begin{array}{cccc} & & & & & \\ {}^{131}\mathrm{Te} & \stackrel{25\mathrm{min}}{\longrightarrow} & {}^{131}\mathrm{I} \\ & & & & & \\ {}^{23\mathrm{min}} & & & & & \\ {}^{131}\mathrm{Sb} & \stackrel{\longrightarrow}{\longrightarrow} & {}^{131}\mathrm{Te} & \stackrel{\longrightarrow}{\longrightarrow} & {}^{131}\mathrm{I} \end{array}$ 

L'iode-131 de désintègre finalement (toujours par désintégration  $\beta$ ) avec une demie-vie passablement plus longue, soit 8.02 jours. En cas d'accident, c'est donc un des isotopes radioactifs les plus dangereux, d'autant plus que la glande thyroide tends à l'emmagasiner une fois absorbé par le corps, que ce soit par les voies digestive ou respiratoire.

Un des premiers efforts de calcul de l'évolution du nuage radioactif dans l'hémisphère Nord fut effectuée à Environnement Canada à Dorval par Janusz Pudykiewicz. Utilisant un modèle à deux couches verticales de l'atmosphère et les données météo pour les vents aux deux altitudes correspondantes, entre le 26 avril et le 15 mai 1986 Pudykiewicz a effectué une série de simulations en mode "urgence" afin de prédire les quantités de radioactivité reçues, et à venir, dans l'hémisphère Nord. Ces simulations impliquaient la solution, à chacune des deux altitudes considérées, d'une équation d'advection-diffusion en deux dimensions spatiales (latitude-longitude), incluant une paramétrisation du couplage vertical entre les deux couches. La Figure 6.21 montre deux exemples de ses résultats de simulations. La distribution spatiale de la concentration d'Iode-131 y est présenté en projection polaire 8 (haut) et 16 (bas) jours après l'accident. L'impact planétaire d'un tel accident ne pourrait être mieux illustré.

# 6.7.5 Impacts biosphériques

Au delà de la question l'émission dans l'environnement de substances radioactives, les impacts biosphériques de la production électrique dans une centrale nucléaire incluent —comme toute centrale thermique— la pollution thermique et utilisation de l'eau pour le refroidissement. L'extraction minière et l'enrichissement de l'Uranium comptent leur lot d'impacts environnenmentaux, tout comme la production d'eau lourde si celle-ci est utilisée comme modérateur.

<sup>&</sup>lt;sup>14</sup>Ces estimés proviennent de la World Nuclear Association: www.world-nuclear.org. Il s'agit d'une organisation internationale regroupant principalement les grands acteurs de l'industrie nucléaire civile, mais, dans la mesure où je peux en juger, les informations présentées sur leurs pages web me semblent factuelles et relativement peu biaisées.



Figure 6.21: Simulation numérique de la dispersion de l'Iode-131 suite à l'accident de Tchernobyl. Les deux projections polaires montrent la distribution spatiale de la concentration de <sup>131</sup>I à une altitude fixe (850 mb, soit 1500m environ), 192 (haut) et 383 (bas) heures suivant l'accident. L'échelle de couleur est logarithmique, et couvre de  $10^{-3}$  à  $10^3$  Bq m<sup>-3</sup>. Images gracieuseté de Janusz Pudykiewicz, Environnement Canada (Dorval, Qc).

Un autre type d'impact est la prolifération des armes nucléaires, un réacteur "civil" pouvant facilement être modifié pour maximiser la production d'isotopes fissiles, comme le <sup>239</sup>Pu. Ces isotopes sont utilisables dans la construction de bombes atomiques, ou simplement de bombes conventionnelles dites "sales", dont le but principal est de disperser des substances radioactives dangereuses sur le site de l'explosion.

# 6.8 L'éléphant dans la pièce

Vous aviez l'occasion de calculer, au problème 3.4, que la productivité biosphérique actuelle de la planète pouvait, en principe, assurer les besoins métaboliques de base de plusieurs centaines de milliards d'humains. C'est évidemment un chiffre ridicule, puisque notre consommation énergétique dépasse largement le métabolisme: 10.1kW versus 116W au Canada... C'est en partie parce que le Canada (et le Québec) sont des exportateurs d'énergie, principalement sous forme pétrole et hydroélectricité, mais la disparité demeure énorme.

Globalement, c'est à dire à l'échelle planétaire, la production et la consommation énergétique est directement proportionnelle à la population humaine, et donc les impacts biosphériques directs et indirects le sont aussi; et autant la production/consommation que ses impacts croissent plus rapidement que la population, à mesure que les pays se "développent". Même si, par exemple, l'humanité réussissait à réduire de 50% son empreinte carbone globale dans le prochain quart de siècle via des "solutions technologiques", si pendant ce temps la population planétaire double, alors il n'y a aucun progrès accompli, et le réchauffement global (par exemple) se poursuivera au même rythme. C'est tout simplement mathématique.

La stabilisation (voire même réduction) de la population mondiale devrait ainsi être l'objectif primaire. Malheureusement, stabiliser ou réduire la population mondiale, ce n'est pas bon pour la sacro-sainte économie, qui carbure sur la croissance continue. Ce dogme socioéconomique est bien capturé par le mot favori d'un de nos politiciens actuel: "créer de la richesse". Le problème fondamental est évidemment que créer de la richesse se fait toujours sur le dos de quelqu'un ou quelque chose quelque part<sup>15</sup>; encore aujourd'hui, ça se fait (1) sur le dos des pays dits "en voie de développement", (2) et sur le dos de la biosphère et de l'environnement. La première option est pratiquement et éthiquement insoutenable; la seconde est désastreuse pour les générations futures.

#### Exercices:

**7.1:** Il s'agit ici de vous faire calculer la densité de courant induite à une jonction np par l'absorption de photons solaire (voir §6.5.3).

- 1. Commencez par calculer le flux de photons (nombre de photons par unité d esurface par unité de temps) émis par le soleil qui ont des énergies plus grandes que la largeur  $E_q = 1.12 \,\mathrm{eV}$  du gap du Si.
- 2. Calculez le flux correspondant à la surface de la Terre, pour une irradiance au sol de 1000 W m^{-2}.
- 3. En supposant que chaque trou migre instantanément à travers la jonction, calculez la densité de courant  $J_S$  qui doit être ajoutée au membre de droite de l'éq. (6.56).

#### 7.2:

#### **Bibliographie**:

 $<sup>^{15}</sup>$ Et de surcroit, dans beaucoup de pays aujourd'hui —Canada/Québec inclus,— cette richesse nouvellement créée ne va pas aux plus démunis, mais contribue surtout à amplifier l'écart entre les plus riches et les plus pauvres.

Les sections 6.2.1, 6.5, et à un degré moindre 6.7, puisent en grande partie dans l'excellent ouvrage:

Boeker, E., & van Grondelle, R., Environmental Physics, 3<sup>e</sup> éd., Wiley (2011).

L'International Energy Agency compile, année après année et pays par pays, tout ce que vous pouvez imaginer vouloir consulter comme informations relative à la prodution et consommation énergétique par l'humanité. Leur site Web est une ressource incroyable:

https://iea.org/

Finalement, mon collègue Normand Mousseau a écrit plusieurs ouvrages de type "grand public" sur diverses considérations énergétiques. Bien que non-techniques, les livres suivants offrent un complément intéressant à plusieurs sujets couverts dans ce chapitre:

Mousseau, N., Au bout du pétrole, Éditions Multimondes, 2008, Mousseau, N., L'indépendance énergétique, Éditions Multimondes, 2009.