

Table des Matières

1	Qu'est-ce qu'un fluide?	11
1.1	Visions microscopique et macroscopique	11
1.2	Le trio Solide-Liquide-Gaz	15
1.3	Une question de stress	16
1.4	Représentation des écoulements	17
1.5	Le fluide parfait	19
2	Formulation mathématique de l'hydrodynamique	23
2.1	Survol historique	23
2.2	Stress et pression	24
2.3	L'équilibre hydrostatique	27
2.4	Le paradoxe hydrostatique	28
2.5	La conservation de la masse	30
2.6	L'opérateur D/Dt	31
2.7	L'équation d'Euler	33
2.8	La conservation de l'énergie	34
2.9	La vorticité et sa conservation	35
	2.9.1 Vorticité et rotation	36
	2.9.2 Le théorème de Kelvin	36
2.10	Synopsis pour un fluide parfait	39
3	Écoulements incompressibles et irrotationnels	43
3.1	Le Principe de Bernoulli	43
	3.1.1 La fontaine	45
	3.1.2 La Loi de Torricelli	46
	3.1.3 Le tube de Pitot	47
	3.1.4 La seringue	48
3.2	Les écoulements potentiels	49
3.3	Écoulement autour d'un cylindre	51
3.4	Le paradoxe de D'Alembert	54
3.5	Les forces de portance et de traînée	57
4	Écoulements compressibles	63
4.1	Le nombre de Mach	63
4.2	La compressibilité	67
4.3	Le Principe de Bernoulli pour un écoulement compressible	69
4.4	L'écoulement dans une tuyère	70
4.5	Atmosphères et équilibre hydrostatique	72
	4.5.1 atmosphère isotherme	73
	4.5.2 atmosphère adiabatique	73

5	Conduction, diffusion et mélange	77
5.1	Conduction et diffusion thermique	77
5.1.1	La conduction du point de vue microscopique	77
5.1.2	La Loi de Newton	78
5.1.3	Conduction thermique et conservation de l'énergie	78
5.2	Diffusion de la chaleur	80
5.2.1	Définition du problème	80
5.2.2	Analyse dimensionnelle	80
5.2.3	Solution autosimilaire	81
5.3	Mélange hydrodynamique	82
5.3.1	Le fluide à deux composantes	83
5.3.2	La diffusion et son origine microscopique	84
5.3.3	La diffusion comme une marche aléatoire	84
5.3.4	L'équation de transport	86
5.3.5	Exemple: dispersion d'un polluant	88
5.4	Mélange dans un écoulement fermé	88
5.4.1	Formulation du problème	88
5.4.2	Solution numérique	91
6	Viscosité et couches limites	99
6.1	Origine microscopique de la viscosité	99
6.2	L'équation de Navier-Stokes	99
6.3	Le stress visqueux	102
6.3.1	Rotation de π autour de l'axe z	104
6.3.2	Rotation de π autour de l'axe x	104
6.3.3	Rotation de $\pi/2$ autour de l'axe x	104
6.3.4	Rotation de $\pi/2$ autour de l'axe z	105
6.3.5	Rotation de $\pi/4$ autour de l'axe z	105
6.4	Conditions limites pour un écoulement visqueux	107
6.5	Le Nombre de Reynolds et le principe de similarité	107
6.6	Viscosité et conservation de l'énergie	108
6.7	Viscosité et vorticité	109
6.8	La Loi de Hagen-Poiseuille	111
6.9	La Loi de Stokes	112
6.9.1	La solution de Stokes	112
6.9.2	Calcul de la force de traînée	116
6.9.3	Le coefficient de traînée	118
6.9.4	Profil de vorticité	119
6.10	Couche limite visqueuse	119
6.10.1	La théorie de Prandtl-Blasius	119
6.10.2	Solution numérique itérative	123
6.10.3	Calcul de la force de traînée	125
6.10.4	Profil de vorticité	128
6.11	Retour sur le paradoxe de D'Alembert	129
7	Écoulements géophysiques	133
7.1	La force de Coriolis en hydrodynamique	133
7.2	L'équilibre géostrophique	136
7.3	Le théorème de Taylor-Proudman	137
7.4	La couche d'Ekman océanique	140

8 Du volcan au vortex	147
8.1 Les lignes de vorticité	147
8.2 Amplification de la vorticité	151
8.3 L'analogie magnétostatique	153
8.4 Interaction des lignes de vorticité	153
8.5 L'effet Magnus	154
8.6 Les anneaux de vorticité	157
8.7 Retour à l'Etna	158
9 De la vague au tsunami	161
9.1 La vague en toute généralité	161
9.2 Vagues en eau très profonde	164
9.3 Vagues en eau moins profonde	167
9.4 Vagues en eau peu profonde	168
9.5 �nerg�tique et déferlement	168
9.6 Effet de la tension superficielle	170
9.7 Le phénomène tsunami	173
10 Instabilités hydrodynamiques	179
10.1 La notion d'instabilité	179
10.2 Analyse via la théorie des perturbations	181
10.3 Instabilité de Rayleigh-Taylor	182
10.4 Instabilité de Kelvin-Helmholtz	183
10.5 Instabilité de Taylor-Couette	188
10.5.1 Le critère de Rayleigh	188
10.5.2 Analyse perturbative: un survol	191
11 Convection thermique	195
11.1 La dilatation thermique	196
11.2 Les expériences de Bénard	197
11.3 L'approximation de Boussinesq	199
11.3.1 Le nombre de Rayleigh	200
11.3.2 Simulations numériques	201
11.4 Convection en milieu stratifié par la gravité	206
11.4.1 Le critère de Schwarzschild	206
11.4.2 La température potentielle	208
11.4.3 L'approximation anélastique	209
11.4.4 Simulations numériques	209
11.4.5 Influence de la rotation sur la convection	210
11.4.6 L'overshoot convectif	212
11.5 Stabilité hydrodynamique et écoulements naturels	213
12 Transition vers la turbulence	217
12.1 Instabilités et écoulements turbulents	217
12.1.1 Transition vers la turbulence dans un tuyau	217
12.1.2 Transition vers la turbulence autour d'un cylindre	220
12.1.3 Parenthèse I: la limite singulière $Re \rightarrow 0$	222
12.1.4 Parenthèse II: tourbillons et turbulence	222
12.2 L'approche de Landau	224
12.3 La cascade turbulente	227
12.4 Les Lois de Kolmogorov	228

13	Description statistique des écoulements turbulents	233
13.1	Forme statistique des équations de Navier-Stokes	233
13.2	Les contraintes de Reynolds	237
13.3	Le problème de la fermeture	237
13.4	Les diffusivités turbulentes	239
13.5	La longueur de mélange	240
13.6	La couche limite turbulente	241
14	Turbulence, chaos et prédictivité	245
14.1	Une variation sur le modèle de Lorenz	246
14.1.1	Modèle physique	246
14.1.2	Formulation non-dimensionnelle	249
14.2	Solutions stationnaires et stabilité	250
14.3	Solutions non-stationnaires	252
14.3.1	L'attracteur de Lorenz	252
14.3.2	Comportement chaotique	253
14.4	L'effet papillon	255
A	Systèmes de coordonnées et équations du mouvement	259
A.1	Coordonnées cylindriques (s, ϕ, z)	259
A.1.1	Conversion aux coordonnées cartésiennes	259
A.1.2	Éléments infinitésimaux	259
A.1.3	Opérateurs	259
A.1.4	Composantes du tenseur des stress visqueux	260
A.1.5	Équations du mouvement	261
A.1.6	Conservation de l'énergie	261
A.2	Coordonnées sphériques (r, θ, ϕ)	261
A.2.1	Conversion aux coordonnées cartésiennes	261
A.2.2	Éléments infinitésimaux	262
A.2.3	Opérateurs	263
A.2.4	Composantes du tenseur des stress visqueux	263
A.2.5	Équations du mouvement	264
A.2.6	Conservation de l'énergie	264
A.3	Coordonnées polaires (r, θ) en deux dimensions	264
A.4	Autres systèmes de coordonnées	265
B	Quelques formules d'analyse vectorielle	267
B.1	Identités vectorielles	267
B.2	Théorème du gradient	268
B.3	Théorème de la divergence	268
B.4	Théorème de Stokes	268
C	Quelques propriétés de quelques fluides	269
C.1	L'air (sec)	269
C.2	L'eau (H ₂ O pure)	270
C.3	Profil de température dans l'océan	271
C.4	Dépendance de la viscosité sur la température	271
D	La thermodynamique classique en cinq pages	275
D.1	La Première Loi de la thermodynamique	275
D.2	Processus/écoulement adiabatique	277
D.3	Processus/écoulement polytropique	278
D.4	La Seconde Loi de la thermodynamique	278

E	Quelques notions d'analyse numérique	281
E.1	Formules de différences finies	281
E.2	Intégration numérique	283
E.3	La méthode de la bisection	284
E.4	Solution de l'équation de Laplace	285
E.5	Maximisation d'une fonction: méthode de grimpe	286
E.6	Intégration d'équations différentielles ordinaires	287