

Table des Matières

1	La physique numérique	7
1.1	La modélisation	7
1.2	Représentations numériques	8
1.3	Les algorithmes	9
1.4	La programmation	10
1.5	Pourquoi le C?	13
1.6	L'analyse numérique	13
1.7	La physique numérique	13
2	Dérivées, interpolation et intégration	17
2.1	Le développement en série de Taylor	17
2.2	Dérivées d'une fonction	20
2.2.1	Discretisations d'une fonction	20
2.2.2	Les différences finies	21
2.2.3	Exemple: dérivée numérique de $\sin \theta$	23
2.2.4	Précision, troncation et double précision	24
2.3	Interpolation	24
2.3.1	Interpolation linéaire	27
2.3.2	Interpolation d'ordre plus élevé	29
2.3.3	Interpolation versus extrapolation	32
2.4	Intégration	34
2.4.1	La méthode du trapèze	35
2.4.2	Les règles de Simpson	37
2.4.3	Intégration de Romberg	37
2.5	Coda, en plus qu'une variable	38
2.5.1	Discretisation	38
2.5.2	Dérivées partielles et différences finies	38
2.5.3	Interpolation multidimensionnelle	40
2.5.4	Intégrales multidimensionnelles	40
3	Équations différentielles ordinaires	45
3.1	Repenser $F = ma$	45
3.2	La méthode d'Euler	46
3.2.1	Euler explicite	46
3.2.2	Euler explicite avec extrapolation linéaire	48
3.2.3	Euler pour équations nonlinéaires	50
3.3	Le pendule linéaire	50
3.3.1	Solution analytique	51
3.3.2	Reformulation en deux équations d'ordre 1	52
3.3.3	Euler explicite, bis	53
3.3.4	Euler explicite avec extrapolation linéaire, bis	56
3.4	Le pendule nonlinéaire	56

3.5	Au delà d'Euler	58
4	Nonlinéarité et chaos	63
4.1	Encore le pendule...	63
4.2	L'espace de phase	63
4.3	Le pendule amorti	65
4.4	Le pendule forcé	66
4.5	Le pendule forcé et amorti	69
4.6	Bifurcations	71
4.7	Le chaos	72
4.8	Chaos \neq aléatoire	77
5	Monte Carlo	79
5.1	Nombres aléatoires	79
5.2	Fonctions de distributions	83
5.3	Distributions non-uniformes	87
5.3.1	Distributions exponentielles	87
5.3.2	Distributions gaussiennes	88
5.4	Évaluation d'intégrales par Monte Carlo	89
5.5	L'approche à l'équilibre	92
5.5.1	Formulation en équation différentielle	93
5.5.2	Formulation Monte Carlo	95
5.6	Réalisme physique et irréversibilité	95
5.6.1	Comment choisir les alternatives en modélisation?	95
5.6.2	L'irréversibilité	98
6	Racines et optimisation	101
6.1	La diffraction	102
6.2	La bisection	104
6.3	La méthode de Newton	107
6.4	Maximisation (et minimisation)	109
6.5	Méthodes de grimpe	110
6.6	La grimpe stochastique	117
7	Marche aléatoire et diffusion	121
7.1	Les processus stochastiques	121
7.2	Marche aléatoire	121
7.3	Diffusion = marche aléatoire	127
7.4	Marche aléatoire sur réseau	134
7.5	Agrégation	135
7.6	L'invariance d'échelle	138
7.7	Les fractales et leur mesure	139
7.8	La dimension fractale	144
8	Criticalité	153
8.1	La percolation	153
8.2	Percolation en 1D	155
8.3	Percolation en 2D	157
8.4	Invariance d'échelle et universalité	164
8.5	Systèmes critiques en physique	171

9	Complexité	173
9.1	La complexité	173
9.2	Le modèle Tas-De-Sable	174
9.3	La criticalité auto-réglée	178
9.4	Le modèle Feu-de-Forêt	180
9.5	Retour sur l'invariance d'échelle	188
9.6	Le modèle embouteillage	189
9.7	Complexité \neq Stochasticité \neq chaos	196
9.8	Complexité et émergence	198
10	Calcul évolutif	203
10.1	Retour sur la modélisation	203
10.2	La puissance de la sélection cumulative	203
10.3	Un algorithme évolutif de base	205
10.3.1	L'algorithme	206
10.3.2	Initialisation	207
10.3.3	Évaluation	207
10.3.4	Classement	207
10.3.5	Sélection	208
10.3.6	Reproduction	208
10.3.7	Remplacement	209
10.3.8	Test de convergence	209
10.4	La diffraction 2D, troisième tour...	209
10.5	Les algorithmes génétiques	211