

PHY 6756
FLUIDES ASTROPHYSIQUES
PROBLÈMES: SÉRIE 2

Distribué le: 8 octobre 2022

Chapitres couverts: 3, 4 et 5

Problème 12

Ce problème vise à vous faire construire un modèle de couronne hydrostatique énergétiquement plus réaliste que le modèle polytropique considéré à la §3.1. Le point de départ est l'hypothèse que la conduction thermique domine l'énergétique de la couronne. Pour une couronne en équilibre hydrostatique et énergétiquement stationnaire ($\partial/\partial t \equiv 0$), l'équation de l'énergie se réduit à:

$$\nabla \cdot (\chi \nabla T) = 0 ,$$

où χ est le coefficient de conductivité thermique. Dans un plasma d'Hydrogène complètement ionisé et de basse densité (mais toujours collisionnel), χ varie avec la température selon la relation

$$\chi(T) = \chi_0 T^{5/2} ,$$

où $\chi_0 \simeq 8 \times 10^{-13} \text{ J m}^{-1} \text{ s}^{-1} \text{ K}^{-7/2}$. Travaillant en coordonnées sphériques polaires et supposant symétrie sphérique, comme à la §3.1, la démarche est la suivante:

- (a) Obtenez des solutions pour $T(r)$, $\rho(r)$, and $p(r)$, et portez les en graphiques pour quelques valeurs de T_0 dans l'intervalle $10^6 \leq T_0 \leq 5 \times 10^6 \text{ K}$.
 - (b) Obtenez maintenant des expressions asymptotiques ($r \rightarrow \infty$) pour $T(r)$, $\rho(r)$ et $p(r)$, et calculez les valeurs numériques correspondantes pour vos solutions obtenues en (a).
 - (c) Comparez vos valeurs obtenues en (b) à celles caractérisant les couronnes polytropiques de la section 3.1.
 - (d) Dans ce modèle, l'énergie est injectées à la base de la couronne et transportée par la conduction. Calculez l'apport d'énergie (en $\text{J m}^2 \text{s}^{-1}$) requis pour maintenir vos couronnes conductives dans leur état stationnaire. Pouvez vous imaginer d'autres pertes énergétiques affectant la couronne, qui devraient également être comptabilisées ?
-

Problème 13

Codez la procédure de solution décrite à la section 3.3.3, et calculez une solution polytropique complète. Validez votre code en comparant à la solution portée en graphique à la Figure 3.6 des notes de cours. Ensuite, fixant l'indice polytropique à $\alpha = 1.1$, examinez comment varient avec la température basale T_0 les quantités suivantes: (1) la vitesse du vent à la base de l'écoulement, (2) la vitesse et densité du vent à 1 UA, (3) la position du point sonique. Explorez l'intervalle de température basale $10^6 \leq T_0 \leq 4 \times 10^6 \text{ K}$. Langage de programmation au choix, mais incluez un listing de votre code.

Problème 14

(Un peu la suite du précédent) Utilisant la procédure décrite à la section 3.3.3, construisez une solution de vent subsonique, soit une solution de classe III sur la Figure 3.5 des notes de cours. Tenez vous-en aux valeurs de paramètres $\alpha = 1.1$ et $T_0 = 1.5 \times 10^5$ K. Portez en graphique la vitesse du vent, la densité et la température en fonction de r . Examinez ensuite le comportement asymptotique ($r \rightarrow \infty$) de votre solution, et discutez brièvement sa pertinence physique.

Problème 15

Ce problème vise à vous faire construire un modèle de vent coronal *isotherme*. Ce n'est pas simplement une question de poser $\alpha = 1$ dans les expressions obtenues à la §3.3.2, il faut vraiment repartir de l'équation du mouvement. Allez-y comme suit:

- Faisant bon usage de la définition de la vitesse isotherme du son $a^2 = p/\rho$, obtenez les équivalents isothermes des éqs. (3.17) et (3.21).
 - Obtenez l'équivalent isotherme de l'éq. (3.18), vous permettant d'exprimer la position du point sonique en fonction de la vitesse isotherme du son et autres paramètres physiques du modèle.
 - Construisez une solution transsonique pour $T_0 = 1.5 \times 10^6$ K; Comparez sa vitesse basale, sa position du point sonique, et ses vitesse et densité à l'orbite terrestre, aux valeurs correspondantes pour la solution polytropique construite à la section 3.3.
 - Obtenez une expression asymptotique pour la vitesse du vent à très grandes distances, soit l'équivalent isotherme de l'éq. (3.30). Comment expliquez vous votre résultat ?
-

Problème 16

Calculez une spirale de Parker (§3.3.4) pour des lignes de champ magnétiques ancrées des latitudes de 30, 45, 60 et 75°. Afin de simplifier le calcul, vous pouvez supposer, comme à la §3.3.4, que le vent est purement radial et souffle à une vitesse constante de 350 km s⁻¹. À partir de vos solutions spirales, calculez *a posteriori* la composante latitudinale de la force de Lorentz en fonction de la distance et de la latitude. Quel serait son effet sur le vent ?

Problème 17

En supposant que le taux de perte de masse du soleil n'a pas changé depuis son arrivée sur la séquence principale, calculez de combien a varié le rayon moyen de l'orbite terrestre (l'Unité Astronomique) dans les derniers 4.5 milliard d'années.

Problème 18

Suivant la procédure décrite à la section 4.3.4, calculez le spectre d'émission d'un disque d'accrétion autour d'une étoile à neutron "typique". Je vous laisse le soin de trouver les valeurs de paramètres les plus appropriées à cette situation astrophysique. Ensuite,

- Dans quel domaine de longueur d'onde l'émission radiative est elle maximale ?

- (b) Quelle est la valeur de viscosité (turbulente) requise pour conduite à un taux d'accrétion raisonnable pour une étoile à neutron ?
 - (c) L'instabilité de Balbus-Hawley peut-elle opérer ici ?
-

Problème 19

Appliquez la procédure de séparation d'échelles introduite à la section 1.5.4 à l'équation de Navier-Stokes incluant la force de Lorentz, et démontrez que le tenseur des stress associé aux petites échelles de l'écoulement est bien donné par l'éq. (4.64).

Problème 20

Vérifiez que le développement en série du potentiel (4.81) conduit bien à (4.82) si on conserve les termes jusqu'à l'ordre 2 dans le développement en série du dénominateur du second terme dans les parenthèses carrées de (4.81).

Problème 21

Dans le contexte de la dynamo mécanique décrite à la section 5.2, calculez

- (a) Le couple de torsion devant être appliqué pour maintenir une vitesse angulaire constante;
 - (b) Le travail par unité de temps devant être effectué par ce couple de torsion;
 - (c) Comparez le travail calculé en (b) à la puissance dissipée par la résistance.
-

Problème 22

Vérifiez que la procédure de séparation d'échelles introduite à la section 5.4.1 appliquée à l'équation d'induction conduit bien aux équations (5.20) et (5.21).
