

# Simulations magnétohydrodynamiques des cycles d'activité solaire/stellaire

Paul Charbonneau

Département de Physique, Université de Montréal

1. Le cycle de l'activité solaire
2. Simulations 3D MHD du cycle solaire
3. Cycles stellaires: observations et simulations
4. La suite...



Université   
de Montréal

Collaborateurs: Piotr Smolarkiewicz (NCAR), Mihai Ghizaru, Étienne Racine (CSA), Jean-François Cossette, Patrice Beaudoin, Nicolas Lawson, Amélie Bouchat, Corinne Simard, Caroline Dubé, Antoine Strugarek, Dario Passos

# Les équations de la magnétohydrodynamique

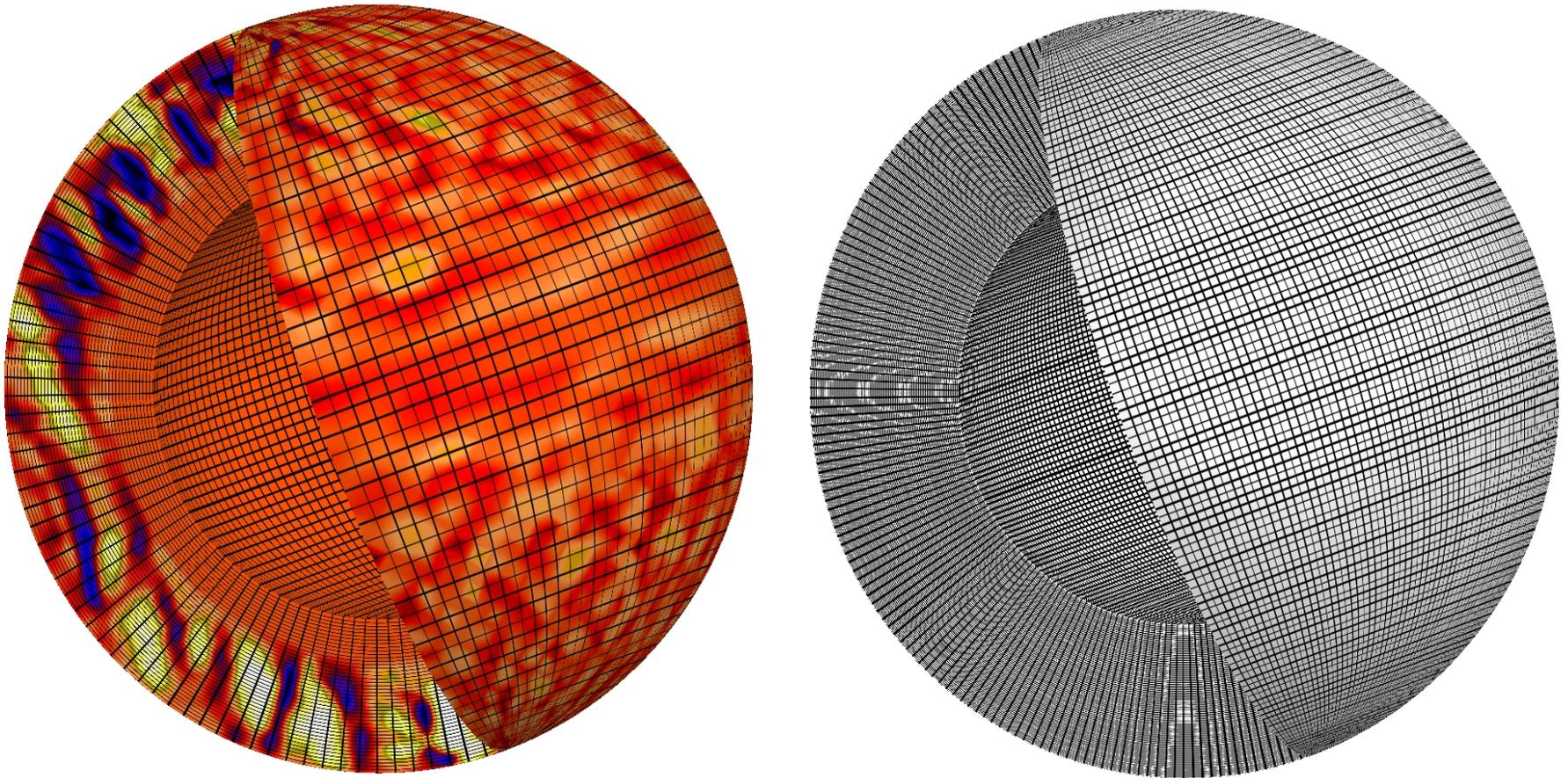
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 ,$$

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \frac{1}{\mu_0 \rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} ,$$

$$\frac{De}{Dt} + (\gamma - 1)e \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{1}{\rho} \left[ \nabla \cdot \left( (\chi + \chi_r) \nabla T \right) + \phi_\nu + \phi_B \right] ,$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}) .$$

# Discrétisation (1)



Le maillage utilisé (dont la taille est souvent contrainte par la mémoire vive disponible) limite l'échelle des gradients pouvant être capturés par la simulation; ceci résulte en une troncation des échelles spatiales.

# Discrétisation (2)

Systeme d'equations aux derivees partielles ( $\mathbf{x}, t$ )

Discrétisation spatiale

Systeme d'equations differentielles ordinaires ( $t$ )

Discrétisation temporelle

Systeme d'equations algebriques lineaires ( $t_n$ )

Le pas de temps utilisé (dont la grandeur est souvent contrainte par le nombre de CPU-heures allouées au projet) limite les taux de variation pouvant être capturés par la simulation.

# Un long cheminement...

**Gilman 1983:** Simulations Boussinesq MHD produisant un champ aux grandes échelles spatiales, renversant sa polarité sur 1-2 ans; mais évolution spatiotemporelle non-solaire.

**Glatzmaier 1984, 1985:** Simulations anélastiques incluant stratification, champs aux grandes échelles renversant polarité sur ~5 ans; tendances à la migration équatoriale, rotation différentielle interne constante sur cylindres co-axiaux à l'axe de rotation.

**Miesch et al. 2000:** Simulations HD fortement turbulentes, produisant un profil de rotation différentielle interne ressemblant aux observations.

**Brun et al. 2004:** Simulations MHD fortement turbulentes, produisant beaucoup de champ magnétique aux petites échelles, mais pas aux grandes.

**Browning et al. 2006:** Démontrent l'importance que joue la couche stable de fluide sous la zone convective dans la production d'un champ toroidal aux grandes échelles spatiales.

**Brown et al. 2009, 2010:** Obtiennent des inversions de polarité très irrégulières dans une simulation MHD fortement turbulente, tournant à 3X solaire.

## MAGNETIC CYCLES IN GLOBAL LARGE-EDDY SIMULATIONS OF SOLAR CONVECTION

MIHAI GHIZARU<sup>1</sup>, PAUL CHARBONNEAU<sup>1</sup>, AND PIOTR K. SMOLARKIEWICZ<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128 Succ. Centre-ville, Montréal, Qc, H3C-3J7, Canada

<sup>2</sup> National Center for Atmospheric Research, Boulder, CO 80307, USA

*Received 2010 February 21; accepted 2010 April 28; published 2010 May 11*

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, 733:1 (22pp), 2011 ???

doi:10.1088/0004-637X/733/1/1

© 2011. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in the U.S.A.

## ON THE MODE OF DYNAMO ACTION IN A GLOBAL LARGE-EDDY SIMULATION OF SOLAR CONVECTION

ÉTIENNE RACINE<sup>1</sup>, PAUL CHARBONNEAU<sup>2</sup>, MIHAI GHIZARU<sup>2</sup>, AMÉLIE BOUCHAT<sup>2</sup>, AND PIOTR K. SMOLARKIEWICZ<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Canadian Space Agency, St-Hubert, Qc, Canada

<sup>2</sup> Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128 Succ. Centre-ville, Montréal, Qc H3C-3J7, Canada

<sup>3</sup> National Center for Atmospheric Research, Boulder, CO 80307, USA

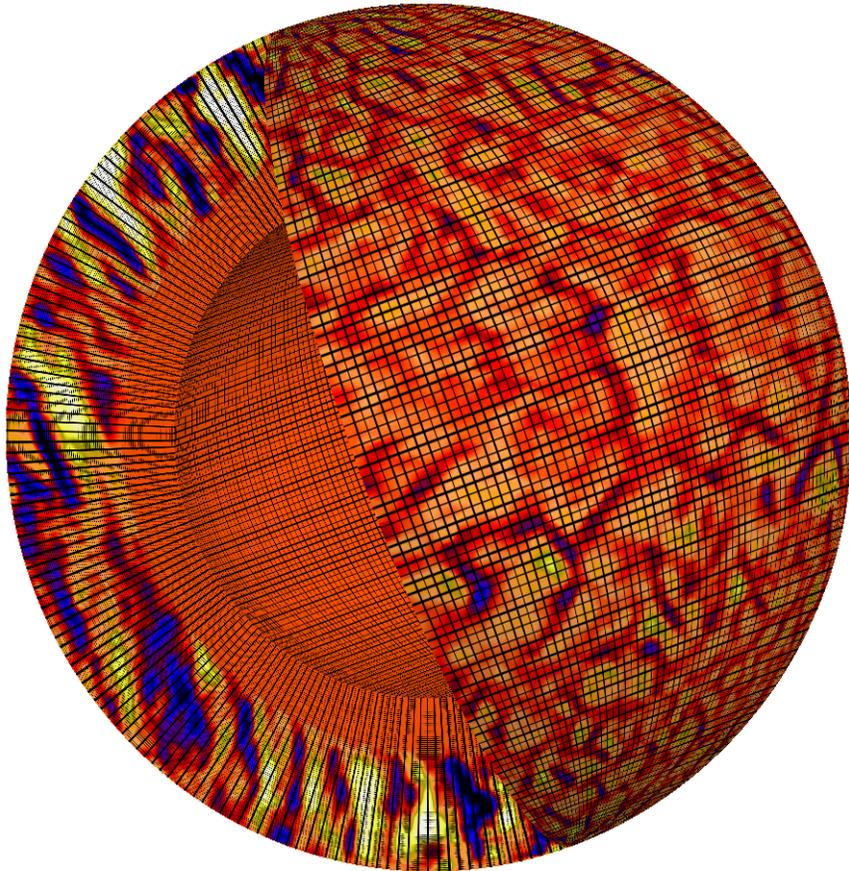
*Received 2010 October 25; accepted 2011 March 28; published 2011 ???*



Voir aussi page Web GRPS: <http://www.astro.umontreal.ca/~paulchar/grps>

# Simulation design: EULAG-MHD

[ Smolarkiewicz & Charbonneau, *J. Comput. Phys.* **236**, 608-623 (2013) ]



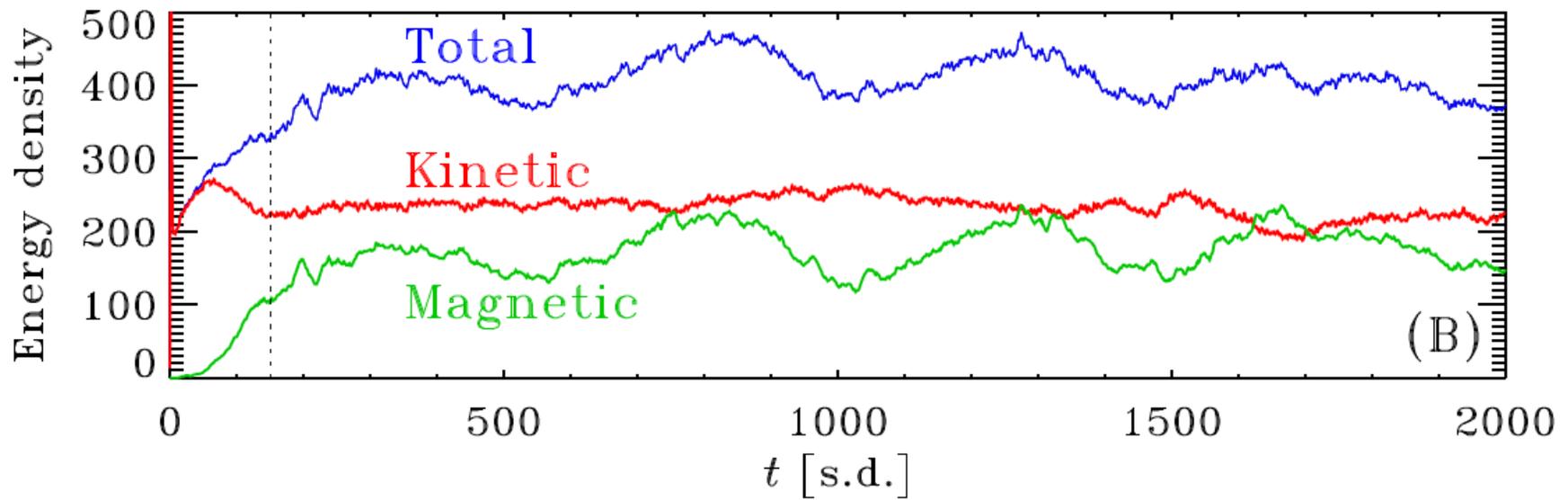
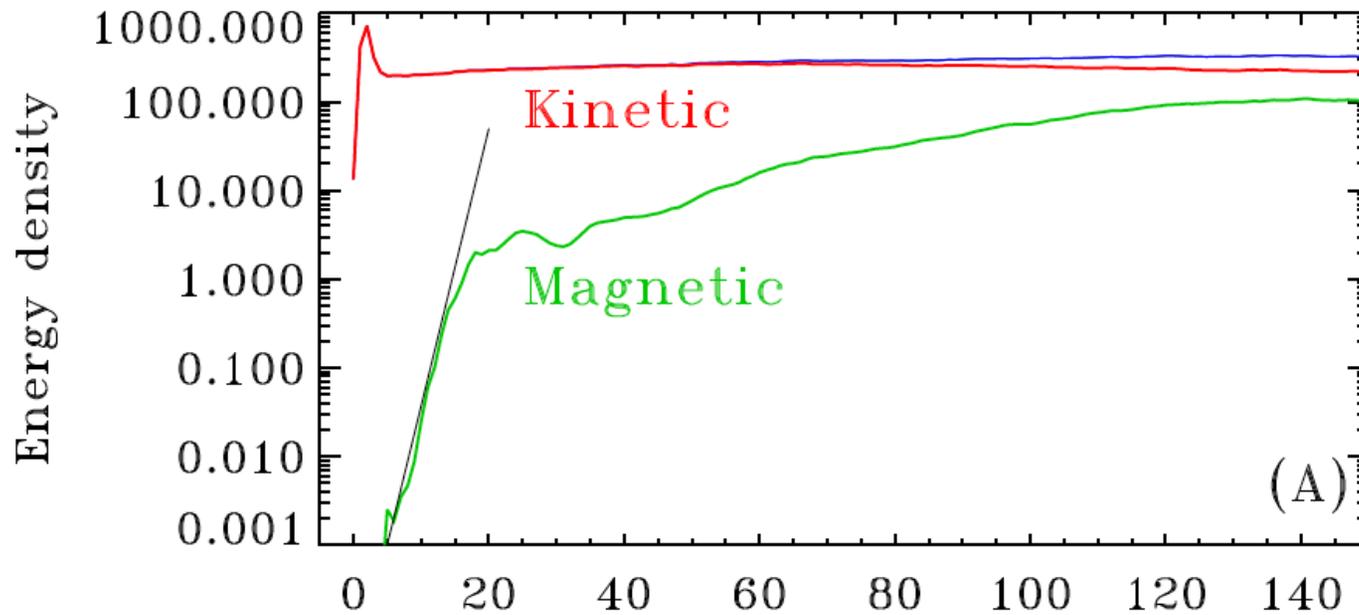
Simulate anelastic convection in thick, **rotating** and unstably **stratified** fluid shell of electrically conducting fluid, overlaying a stably stratified fluid shell.

Recent such simulations manage to reach  $Re, Rm \sim 10^2-10^3$ ; a long way from the solar/stellar parameter regime ( $10^8-10^{10}$ ).

Throughout the bulk of the convecting layers, **convection is influenced by rotation** ( $Ro < 1$ ), leading to alignment of convective cells parallel to the rotation axis.

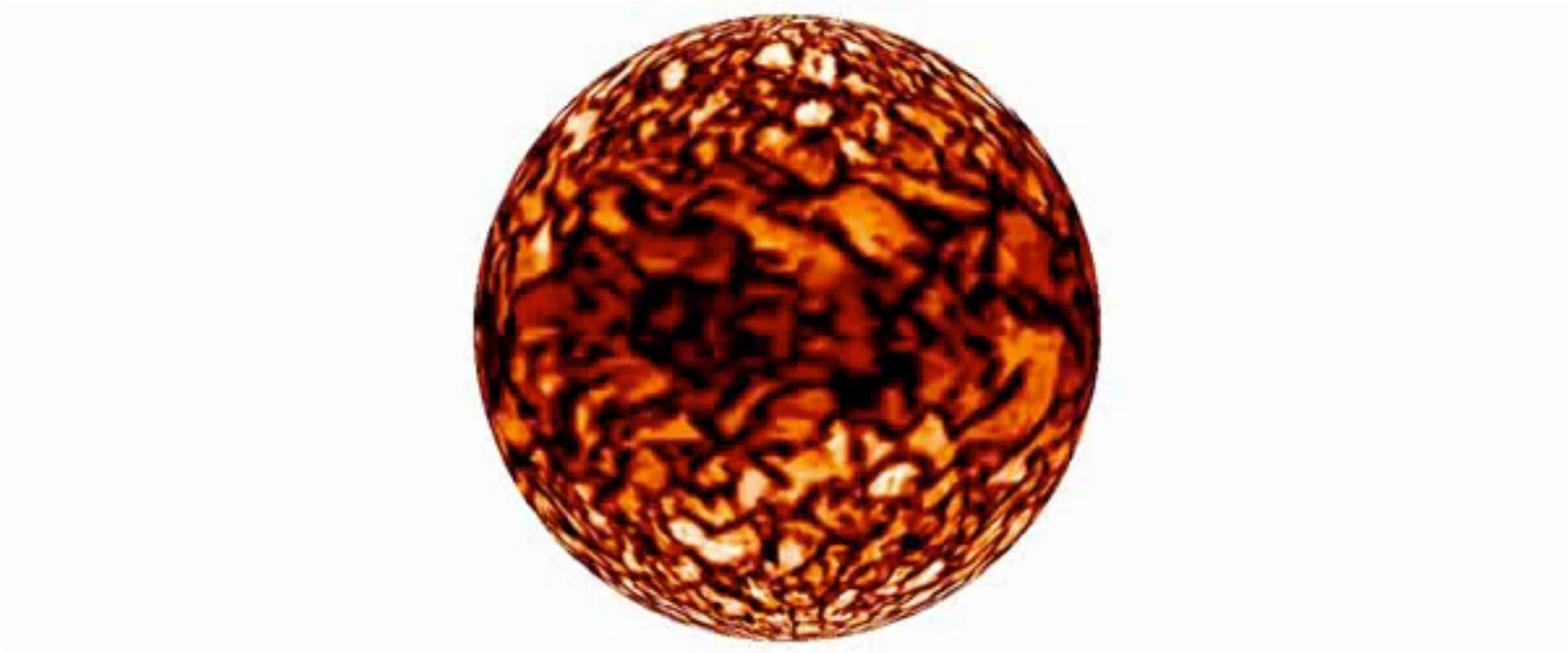
Run EULAG-MHD in **ILES mode** with **volumetric thermal forcing** driving convection, and absorbers at base of stable fluid layer

# Énergies cinétique et magnétique



# Simulation numérique dynamo

[ Ghizaru et al. 2010, ApJL, 715, L133 ]

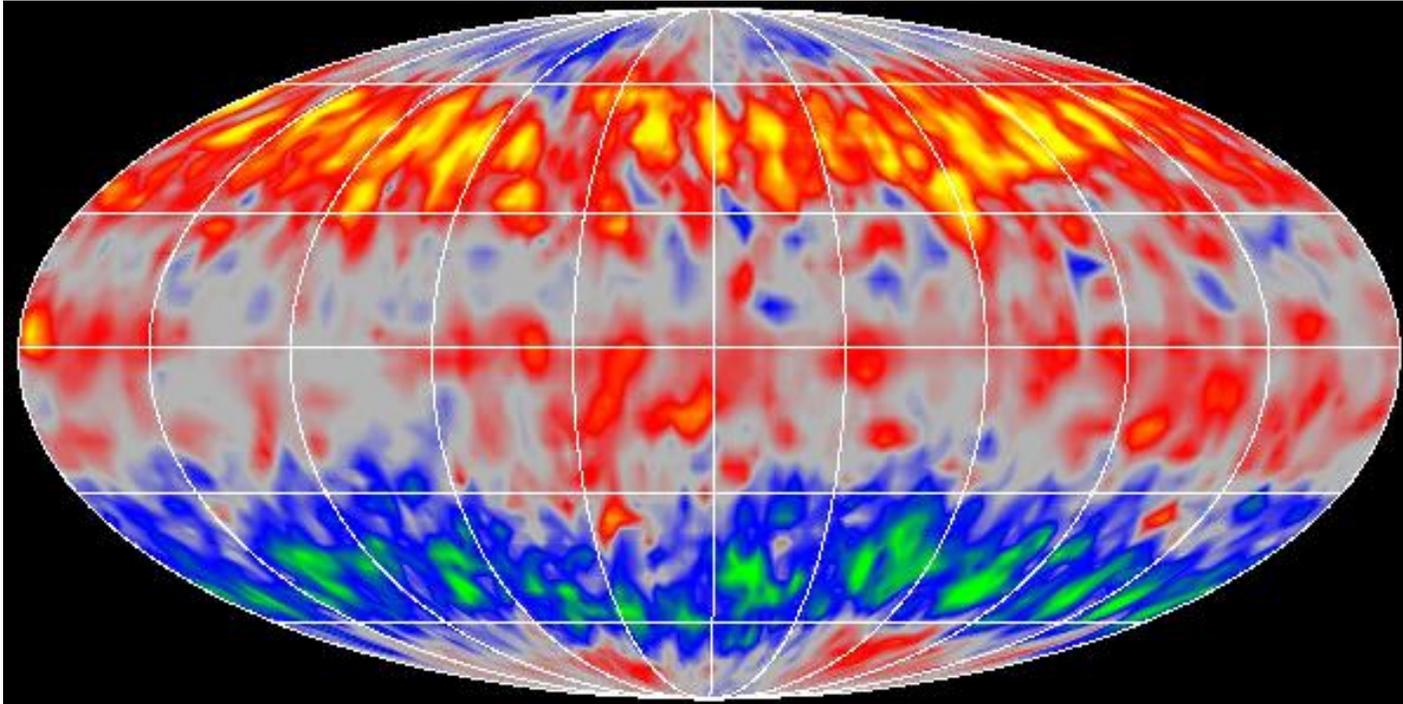


<http://www.astro.umontreal.ca/~paulchar/grps> > Que faisons nous > Simulations MHD

L'induction par les écoulements internes est le moteur du cycle magnétique solaire. Le défi est de produire un champ magnétique bien structuré sur des échelles temporelles et spatiales beaucoup plus grandes que celles associées à la convection même; c'est le problème de **l'auto-organisation**.

# Le champ magnétique aux grandes échelles

Composante toroidale du champ magnétique sous l'interface coeur-enveloppe

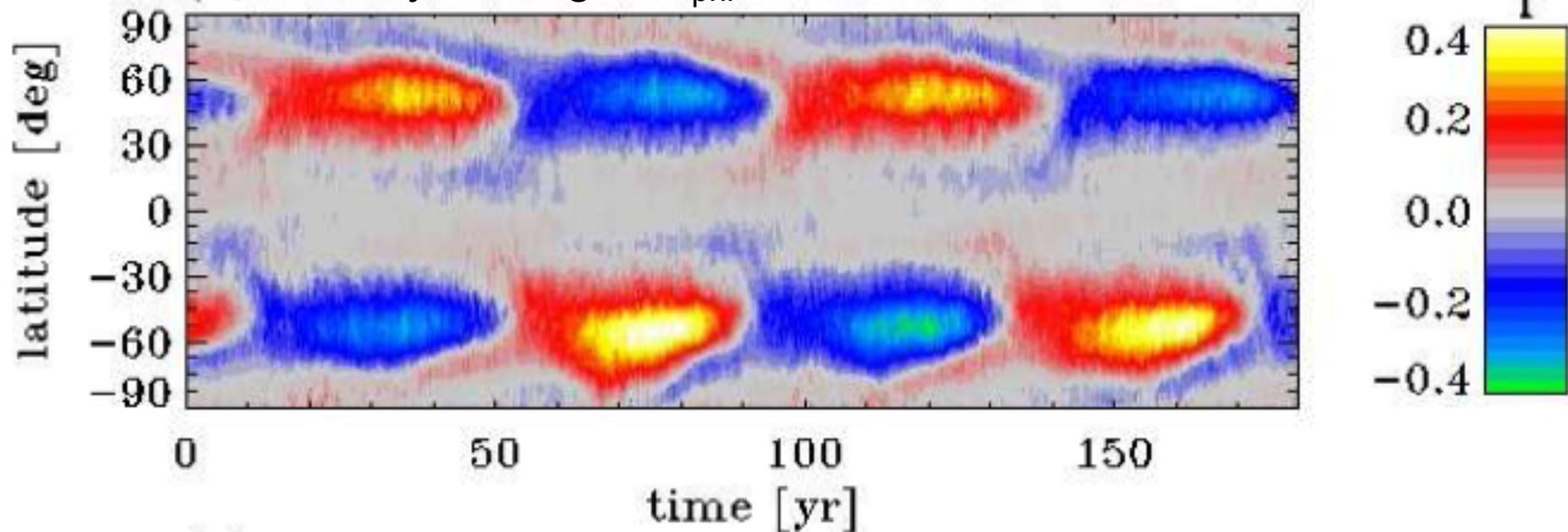


Le champ est très « turbulent », en raison de l'overshoot convectif;

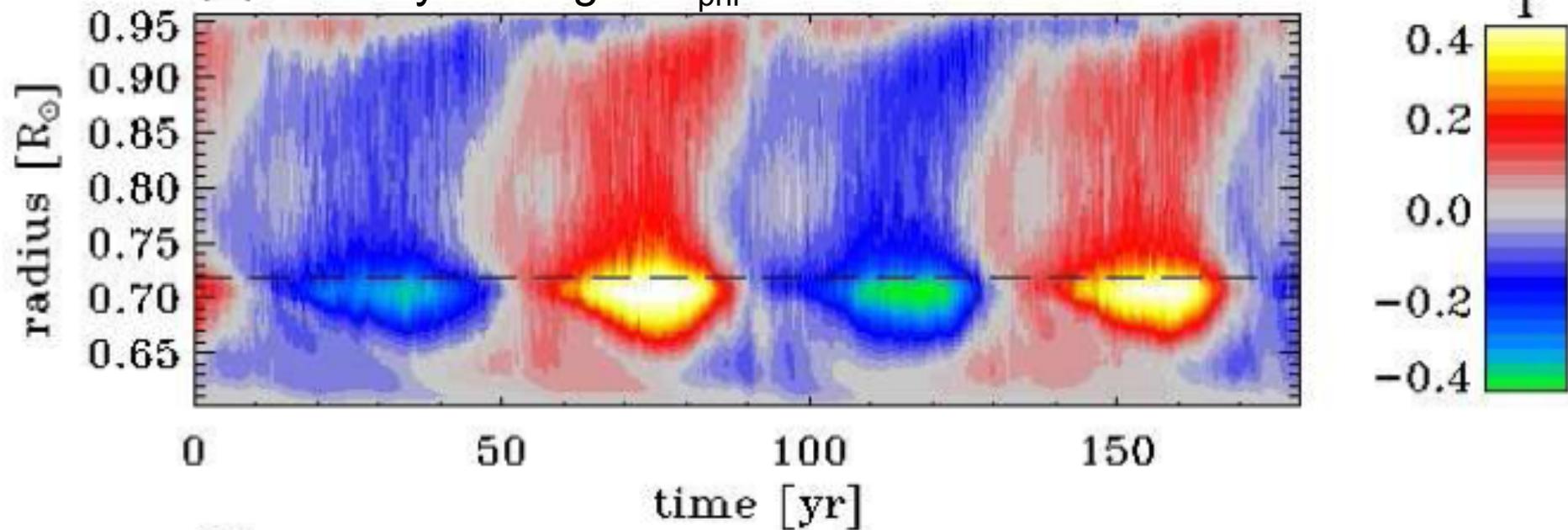
Composante axisymétrique assez bien définie, antisymétrique par rapport au plan équatorial;

Inversions de polarité synchrones dans les deux hémisphères, sur une échelle temporelle  $\sim 30-40$  yr.

(A) Zonally-averaged  $B_{\text{phi}}$  at  $r/R = 0.718$

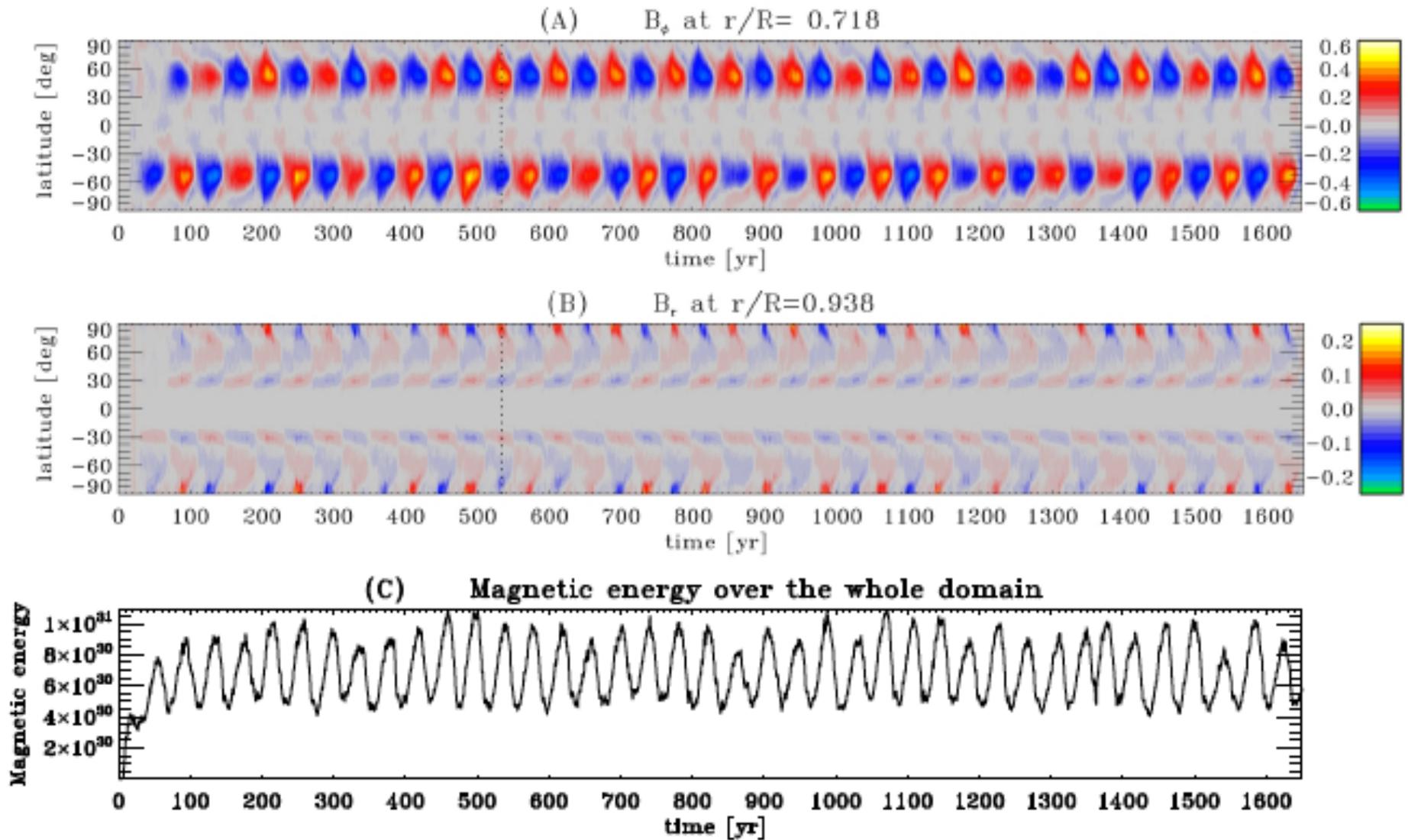


(B) Zonally-averaged  $B_{\text{phi}}$  at -58o latitude



# La simulation « millenium »

[ Passos & Charbonneau 2014, *Astron. & Ap.*, 568, 113 ]



# Plusieurs caractéristiques intéressantes

Rotation différentielle interne de type solaire: accélération équatoriale, zone de cisaillement radial à l'interface coeur-enveloppe.

Oscillations torsionnelles originant aux latitudes moyennes et se Propageant vers l'équateur, avec chevauchement sur deux cycles.

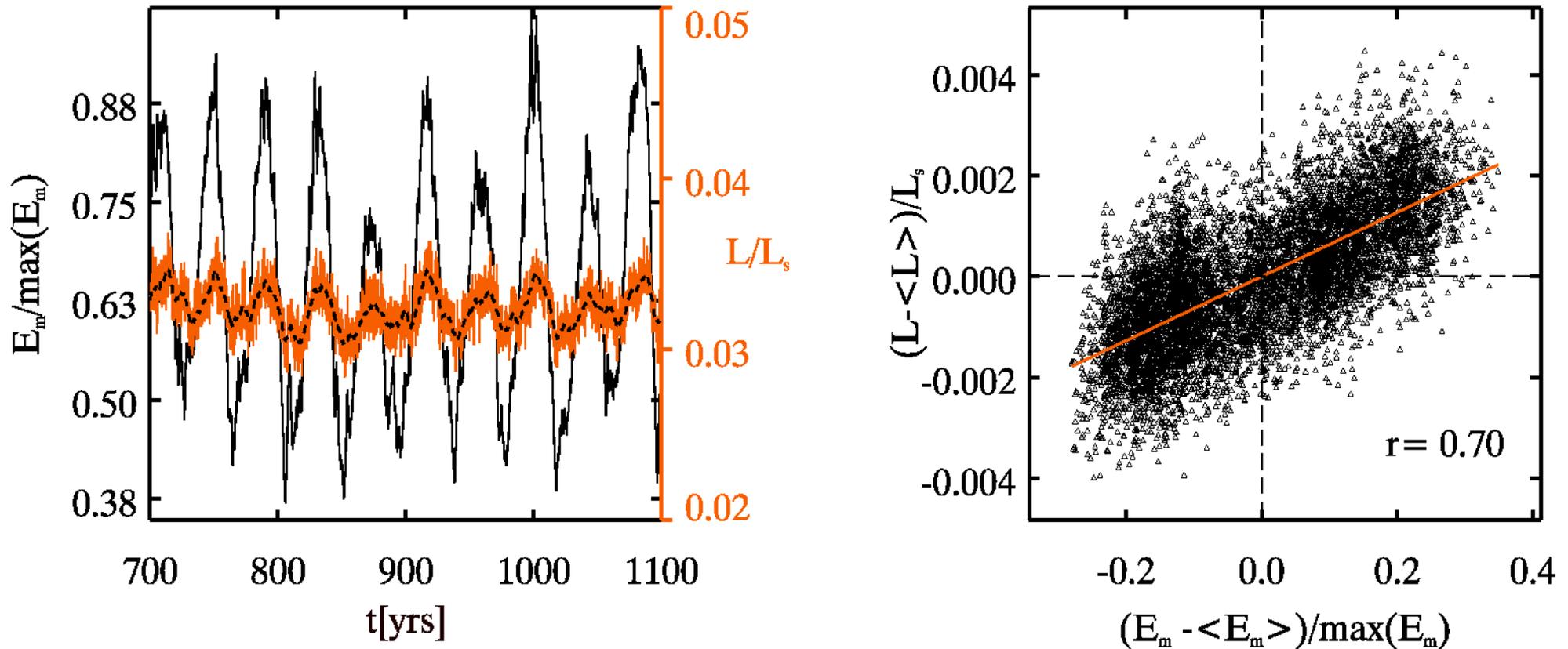
Modulation des écoulements moyens dans les plans méridiens de la zone convective par le cycle magnétique.

Force électromotrice turbulente produisant une composante magnétique poloidale aux grandes échelles spatiales.

Modulation du transport convectif de l'énergie par le cycle magnétique.

**SIMULATION = SOLEIL ? NON !!**

# Modulation magnétique du transport convectif de l'énergie



La simulation est plus « lumineuse » au maximum du cycle magnétique, à un niveau comparable au soleil !

# électrodynamique en champs moyens

Considérant l'évolution spatiotemporelle du champ magnétique aux grandes échelles, un opérateur de moyenne « naturel » est

La **moyenne zonale**:

$$\langle \mathbf{B} \rangle(r, \theta, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mathbf{B}(r, \theta, \phi, t) d\phi$$

Ceci permet de **définir** la composante aux petites échelles:

$$\mathbf{u}'(r, \theta, \phi, t) = \mathbf{u}(r, \theta, \phi, t) - \langle \mathbf{u} \rangle(r, \theta, t) ,$$

$$\mathbf{B}'(r, \theta, \phi, t) = \mathbf{B}(r, \theta, \phi, t) - \langle \mathbf{B} \rangle(r, \theta, t) .$$

Ce qui permet le **calcul** de la force électromotrice turbulente moyenne à partir de la simulation:

$$\mathcal{E} = \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{B}' \rangle$$

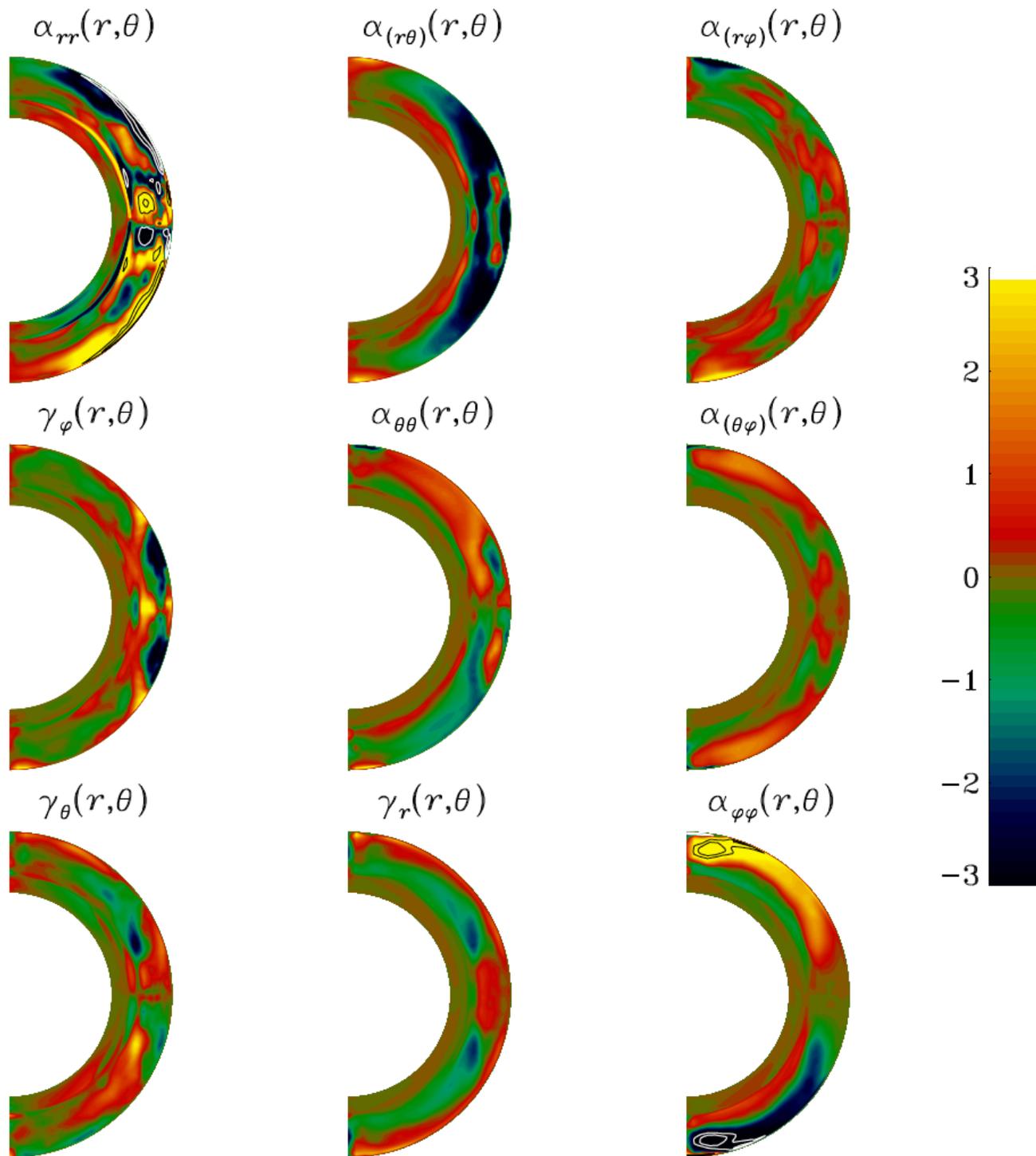
# Extraction du tenseur alpha

Premier terme du développement tensoriel de l'EMF:

$$\mathcal{E}_i(t, r, \theta) = \alpha_{ij}(r, \theta) \langle B_j \rangle(t, r, \theta)$$

Avec les composantes de l'EMF et du champ magnétique moyen extraits de la simulation, on peut formuler l'extraction comme un problème de minimisation des moindres carrés où les « variables » sont les composantes du tenseur alpha à chaque point du plan méridien. La minimisation est faite par SVD, mais d'autres méthodes sont possibles, par exemple la méthode dite des « test-fields ».

# MHD: le tenseur alpha



# Électrodynamique en champs moyens

NON

NON Pour une turbulence MHD stratifié et en rotation, homogène et isotrope mais n'étant pas symétrique sous réflexion, et peu affectée par le champ magnétique, le tenseur alpha devient diagonal, et ses composantes proportionnelles à l'hélicité cinétique:

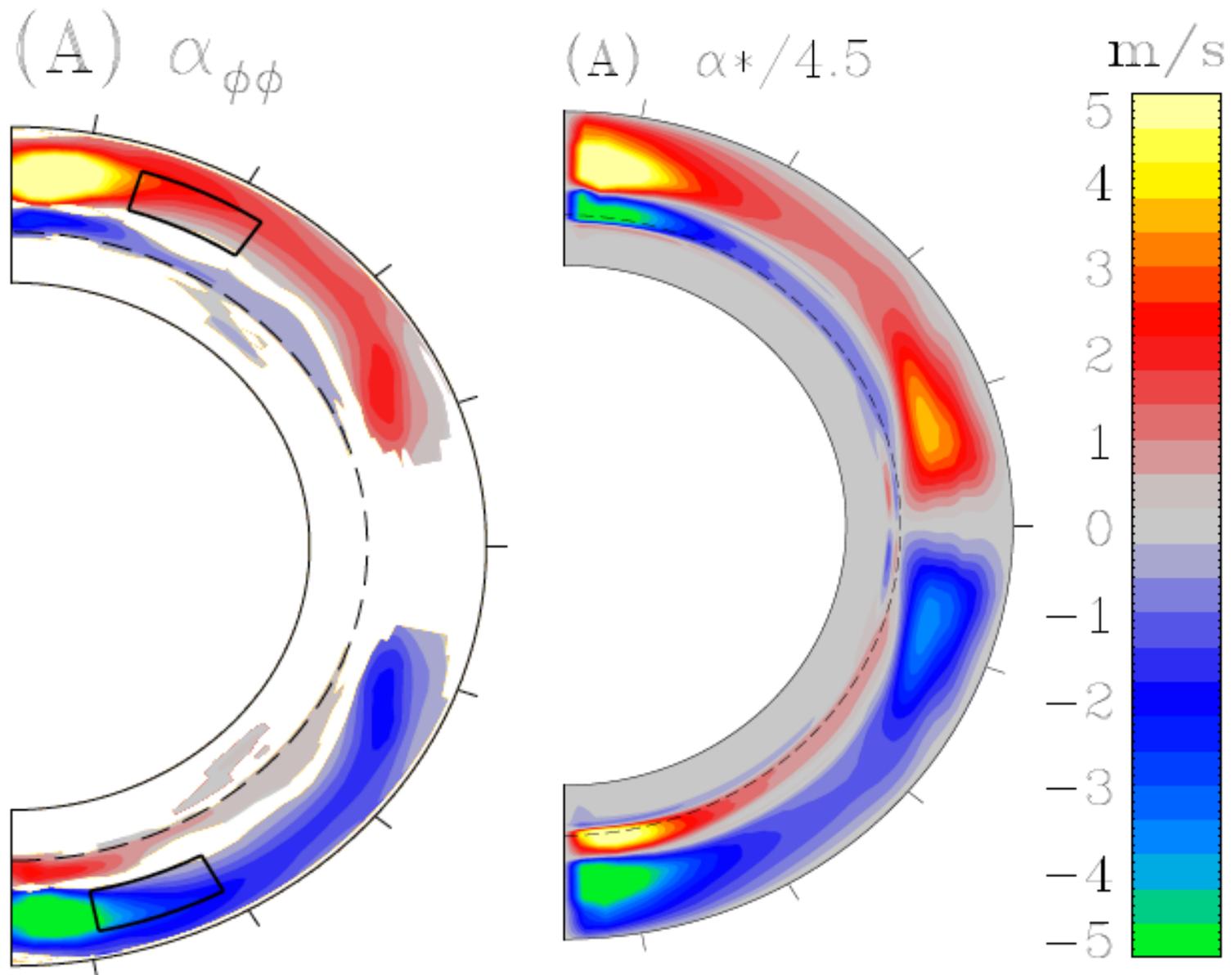
$$\alpha = -\frac{\tau_c}{3} h_v, \quad h_v = \langle \mathbf{u}' \cdot \nabla \times \mathbf{u}' \rangle .$$

où  $\tau_c$  est le temps de corrélation de la turbulence.

C'est ne quantité très difficile à extraire d'une simulation; ici on présume qu'elle est égale au temps de retournement des tourbillons convectifs, évalué via la théorie de la longueur de mélange.

# MHD: alpha vs hélicité cinétique

[ Simard et al., Adv. Sp. Res. 58, 1522 (2016) ]



# La diffusivité turbulente

Passons au second terme dans le développement de l'EMF:

$$\mathcal{E}_i^{(2)} = \beta_{ijk} \partial_k \langle B \rangle_j$$

Si  $\mathbf{u}$  est isotrope, alors,  $\beta_{ijk} = \beta \epsilon_{ijk}$  et donc:

$$\nabla \times \mathcal{E}^{(2)} = \nabla \times (-\beta \nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle) = \beta \nabla^2 \langle \mathbf{B} \rangle.$$

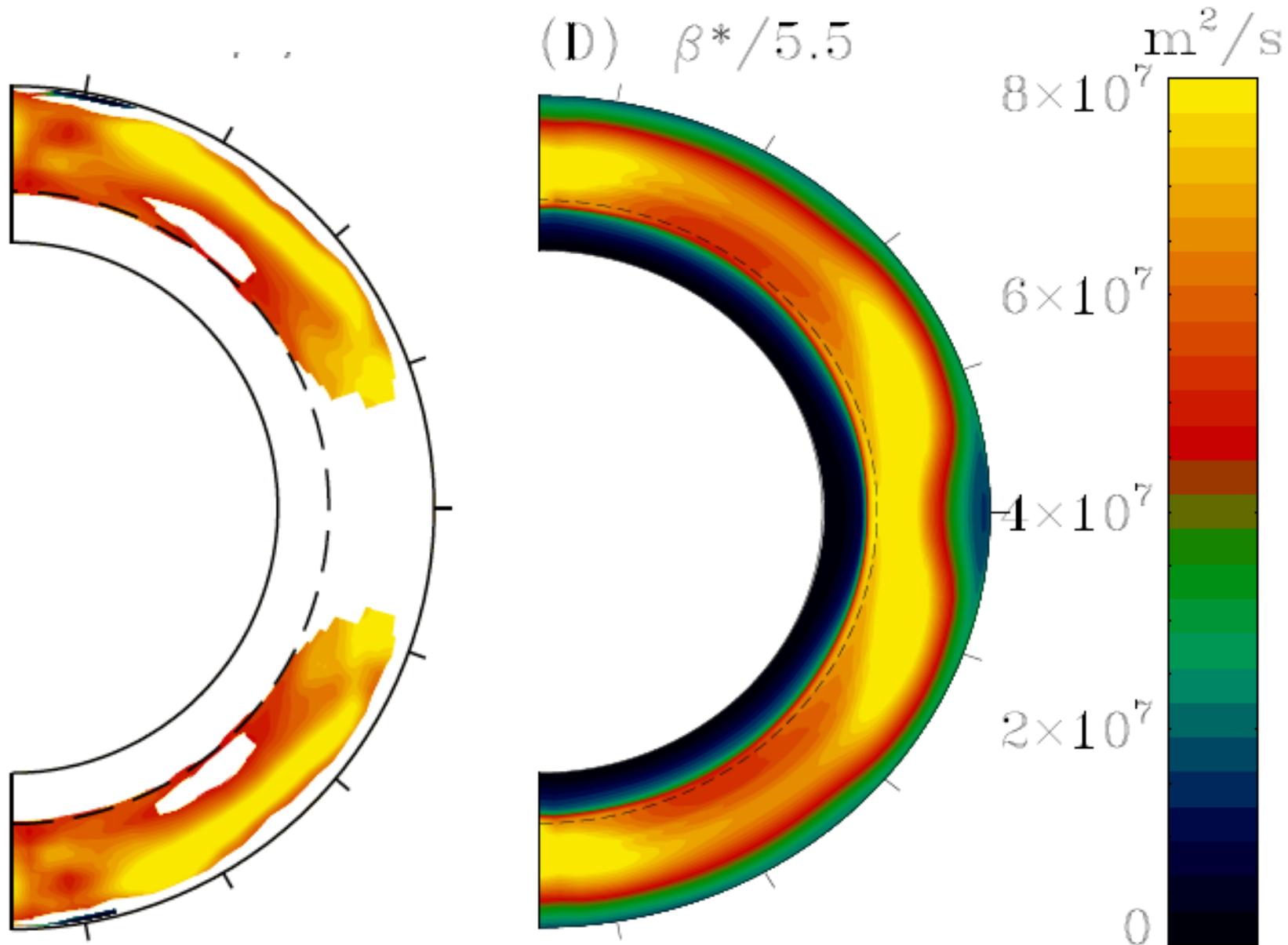
La forme mathématique de cette expression suggère que  $\beta$  peut être interprété comme une **diffusivité turbulente** du champ aux grandes échelles. Pour une turbulence homogène et isotrope ayant un temps de cohérence  $\tau_c$ , on peut montrer (!) que:

$$\beta = \frac{1}{3} \tau_c \langle \mathbf{u}^2 \rangle, \quad [\text{m}^2 \text{s}^{-1}]$$

Ce résultat devrait aussi tenir la route pour une turbulence légèrement inhomogène et/ou légèrement anisotrope. En général on s'attend à ce que  $\beta \gg \eta$

# MHD: beta vs intensité turbulente

[ Simard et al., Adv. Sp. Res. 58, 1522 (2016) ]



## Une turbulence à faible temps de cohérence?

$$\alpha^* = -\frac{\tau_c}{3} \langle \mathbf{u}' \cdot \nabla \times \mathbf{u}' \rangle , \quad ( / 4.5 )$$

$$\beta^* = \frac{\tau_c}{3} \langle (\mathbf{u}')^2 \rangle , \quad ( / 5.5 )$$

Simulations et théorie (SOCA) son en accord mais avec une erreur d'amplitude d'un facteur  $\sim 5$ ; qui peut être « expliqué/justifié » si le temps de cohérence de la turbulence est plus court que le temps de retournement pas le même facteur.

**Conjecture:** la dissipation implicite dépendant de l'échelle spatiale, telle qu'introduite par EULAG/MPDATA, conduit à une telle turbulence dans le régime de nos simulations.

# Pompage turbulent

Le pompage turbulent est un « morceau » de la force électromotrice turbulence, qui apparaît quand la turbulence est inhomogène et anisotrope; mathématiquement, ce pompage est « contenu » dans la partie antisymétrique du tenseur alpha :

$$\mathcal{E}_i(t, r, \theta) = \alpha_{ij}(r, \theta) \langle B_j \rangle(t, r, \theta)$$

Séparant les parties symétriques et antisymétriques:

$$\mathcal{E}_i = \alpha_{(ij)} \langle B_j \rangle + \left( \gamma \times \langle \mathbf{B} \rangle \right)_i,$$

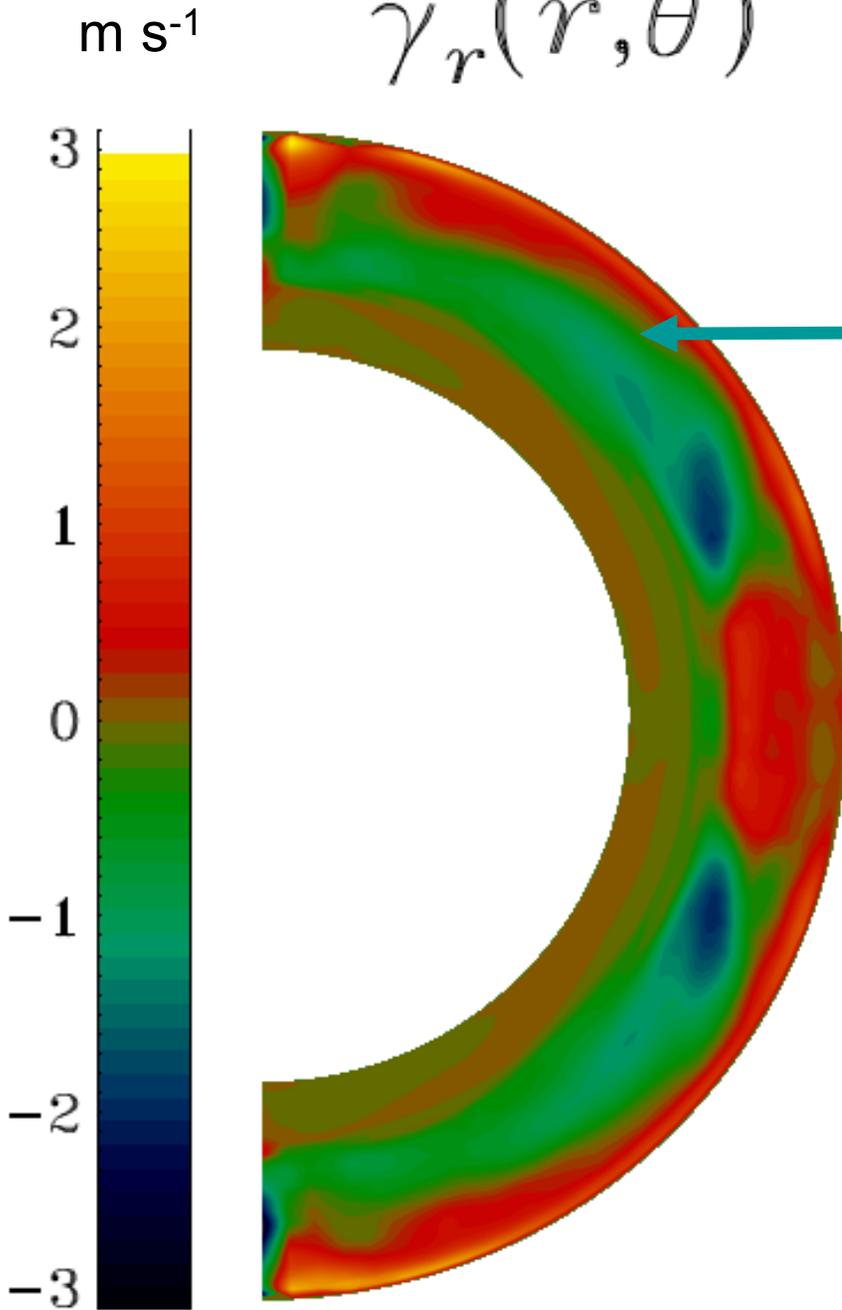
où

$$\gamma_i = -\frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \alpha_{jk}$$

agit comme une pseudo-vitesse sur le champ magnétique moyen

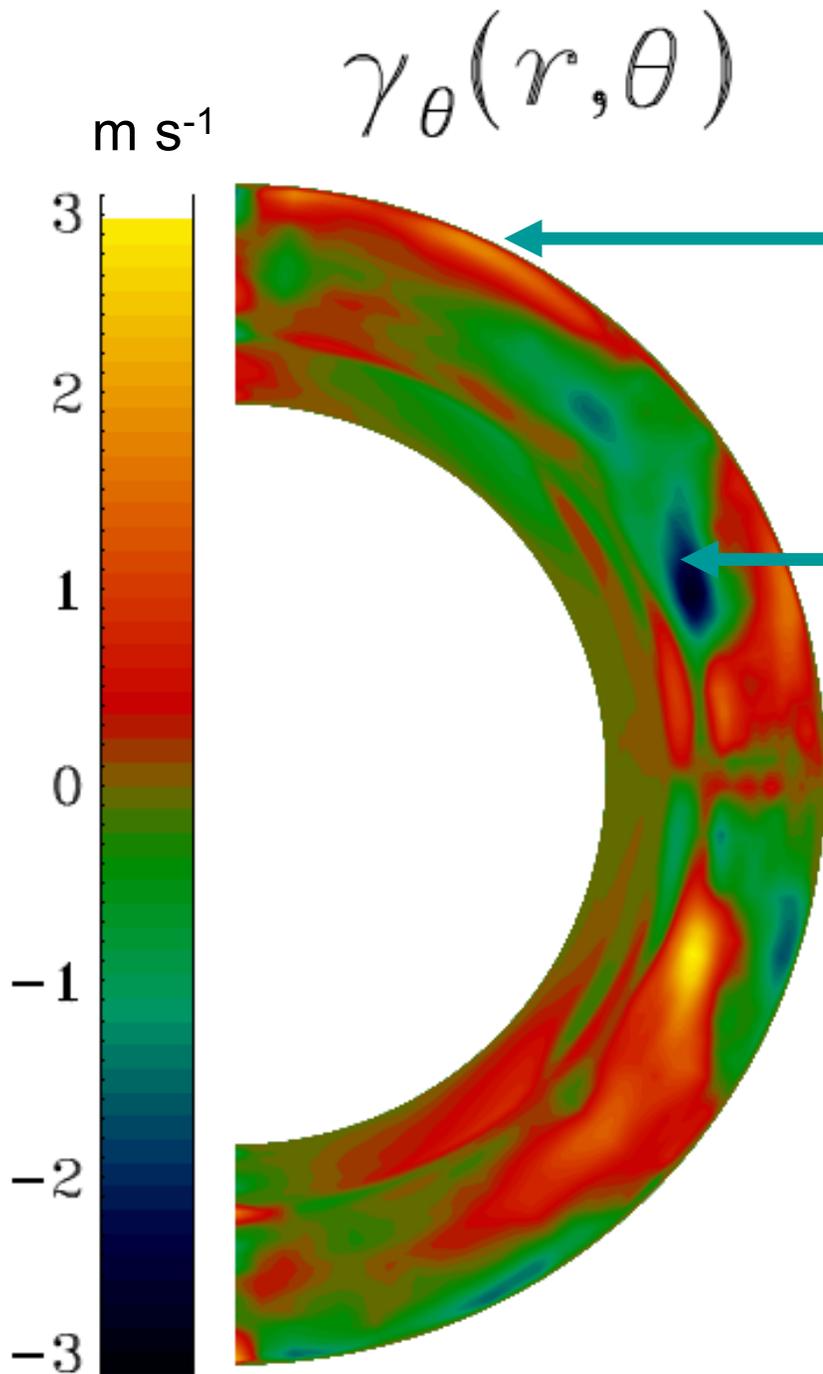
# Pompage turbulent

$$\gamma_r(r, \theta)$$



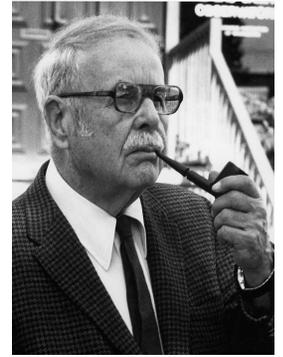
Transport vers le bas dans le gros de la zone convective et jusqu'à sa base ;  
Vitesses dépassant  $1 \text{ m s}^{-1}$  sous les latitudes  $\pm 60^\circ$ .

# Pompage turbulent



Transport du champ de surface vers  
Les pôles à des vitesses de l'ordre de  
1-3 m s<sup>-1</sup> en haut des latitudes +/- 45°.

Aux basses latitudes, transport du  
champ profond vers l'équateur, aussi  
à des vitesses ~1-3 m s<sup>-1</sup>

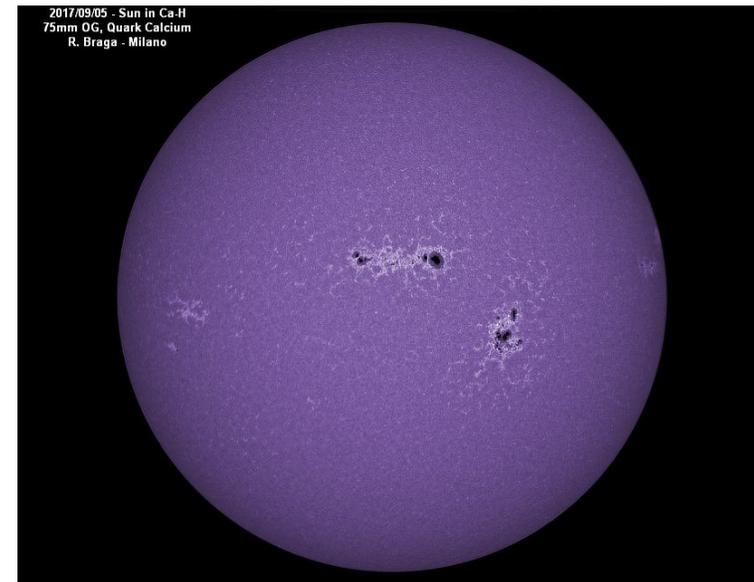
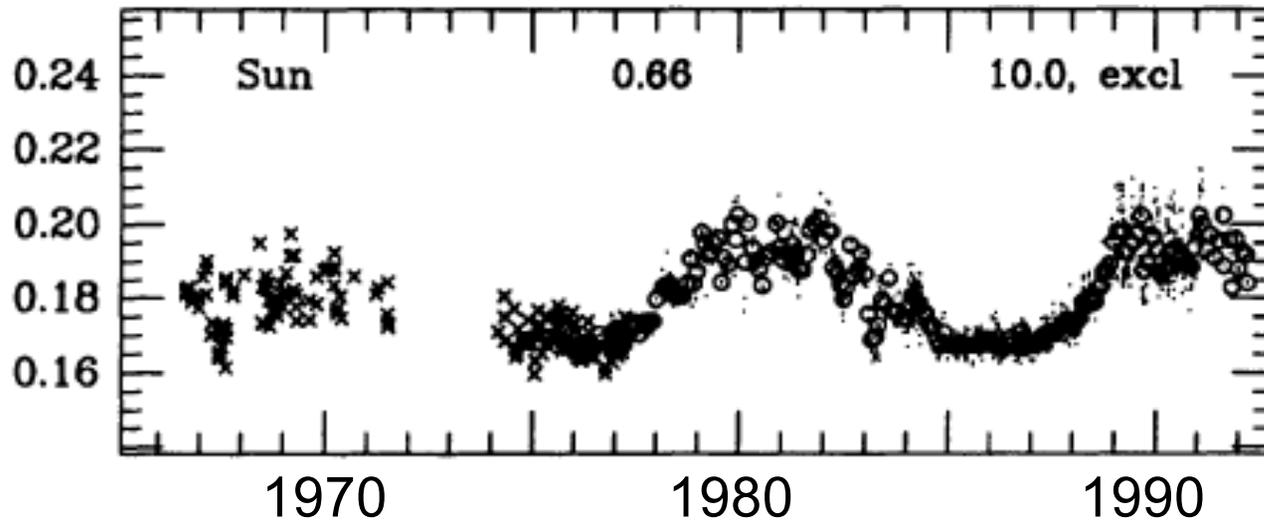


CHROMOSPHERIC VARIATIONS IN MAIN-SEQUENCE STARS. II.<sup>1</sup>

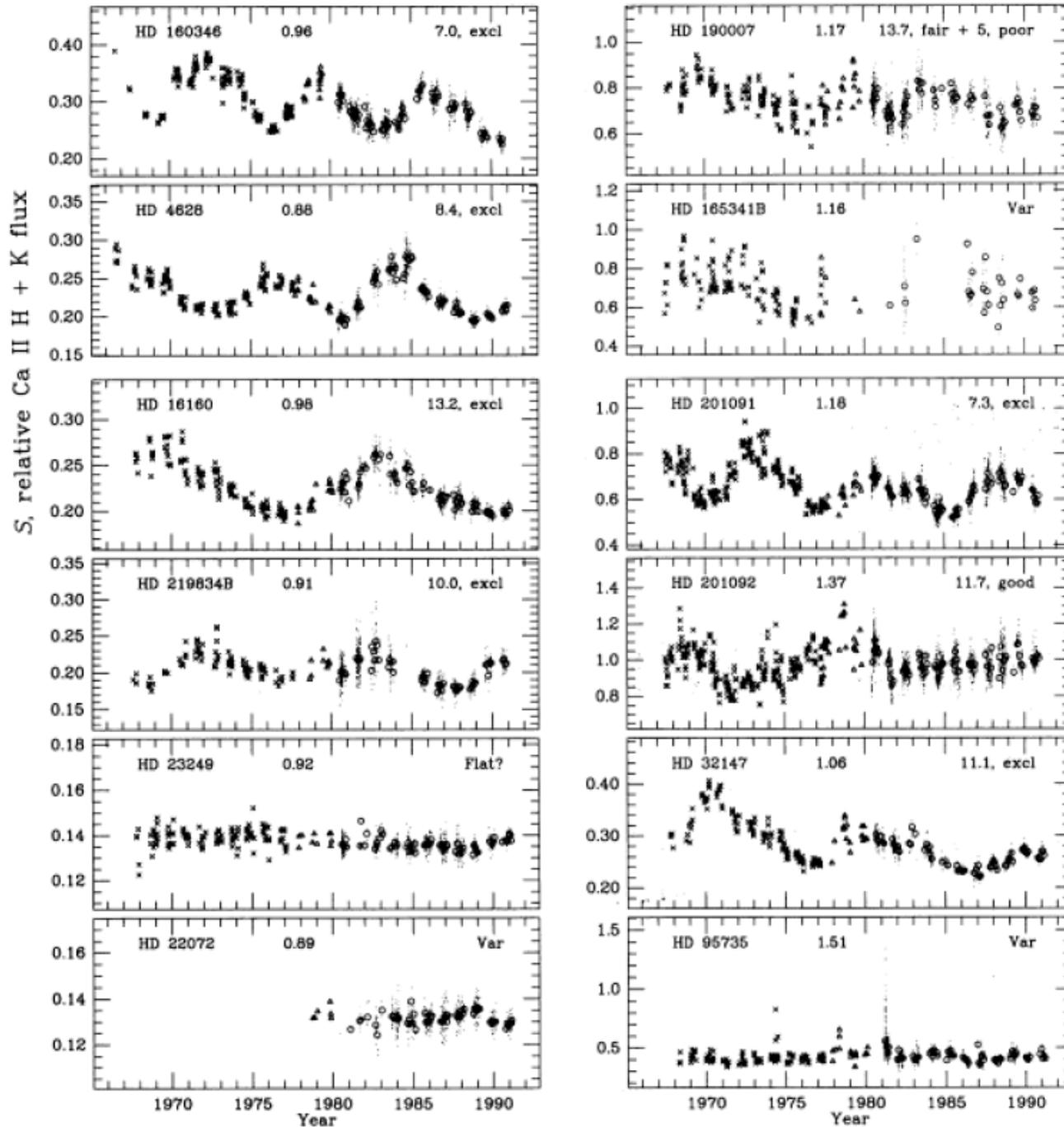
S. L. BALIUNAS,<sup>2,3,4</sup> R. A. DONAHUE,<sup>2</sup> W. H. SOON,<sup>2</sup> J. H. HORNE,<sup>5</sup> J. FRAZER,<sup>6</sup> L. WOODARD-EKLUND,<sup>7,8</sup>  
M. BRADFORD,<sup>6</sup> L. M. RAO,<sup>9,13</sup> O. C. WILSON,<sup>6,10</sup> Q. ZHANG,<sup>2</sup> W. BENNETT,<sup>6</sup> J. BRIGGS,<sup>8,11</sup>  
S. M. CARROLL,<sup>12,13</sup> D. K. DUNCAN,<sup>14</sup> D. FIGUEROA,<sup>6</sup> H. H. LANNING,<sup>8,15</sup> A. MISCH,<sup>8,16</sup>  
J. MUELLER,<sup>8,17</sup> R. W. NOYES,<sup>2</sup> D. POPPE,<sup>6</sup> A. C. PORTER,<sup>10,13,18</sup> C. R. ROBINSON,<sup>13,19</sup>  
J. RUSSELL,<sup>6</sup> J. C. SHELTON,<sup>6</sup> T. SOYUMER,<sup>6</sup>  
A. H. VAUGHAN,<sup>8,20</sup> AND J. H. WHITNEY,<sup>13,21</sup>

*Received 1994 May 5; accepted 1994 July 5*

## Mesures de l'émission au cœur des raies H+K du Calcium



Échantillon de  
111 étoiles de types  
spectraux F2 à M2



On observe une activité magnétique sur **toutes** les étoiles observées !

51 cycliques  
29 variables  
31 « flatliners »

Grande **diversité** de comportements

Cycles réguliers plus communs dans étoiles de type solaire (G)



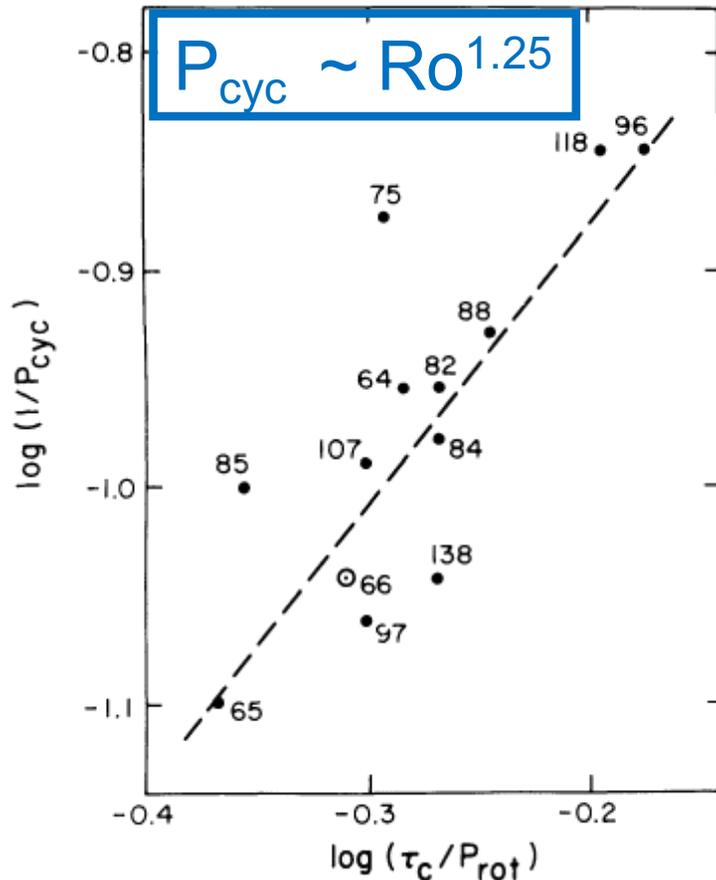
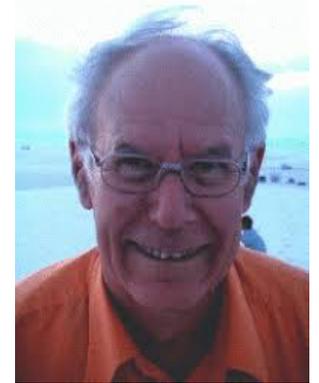
THE RELATION BETWEEN STELLAR ROTATION RATE AND ACTIVITY CYCLE PERIODS

ROBERT W. NOYES AND NIGEL O. WEISS  
 Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics

AND

ARTHUR H. VAUGHAN

Mount Wilson and Las Campanas Observatories of the Carnegie Institution of Washington; and the Perkin-Elmer Corporation  
 Received 1984 February 28; accepted 1984 June 28



Paramètre-clef: le **Nombre de Rossby**:

$$Ro = U L / \Omega = P_{rot} / t_c$$

Une mesure de l'influence de la rotation sur la convection; et donc de l'efficacité de la dynamo.

Basé sur: théorie de la longueur de mélange, modèles dynamo en champs moyens opérant en régime alpha-Omega:

TIME EVOLUTION OF THE MAGNETIC ACTIVITY CYCLE PERIOD. II. RESULTS FOR AN EXPANDED  
 STELLAR SAMPLE

STEVEN H. SAAR

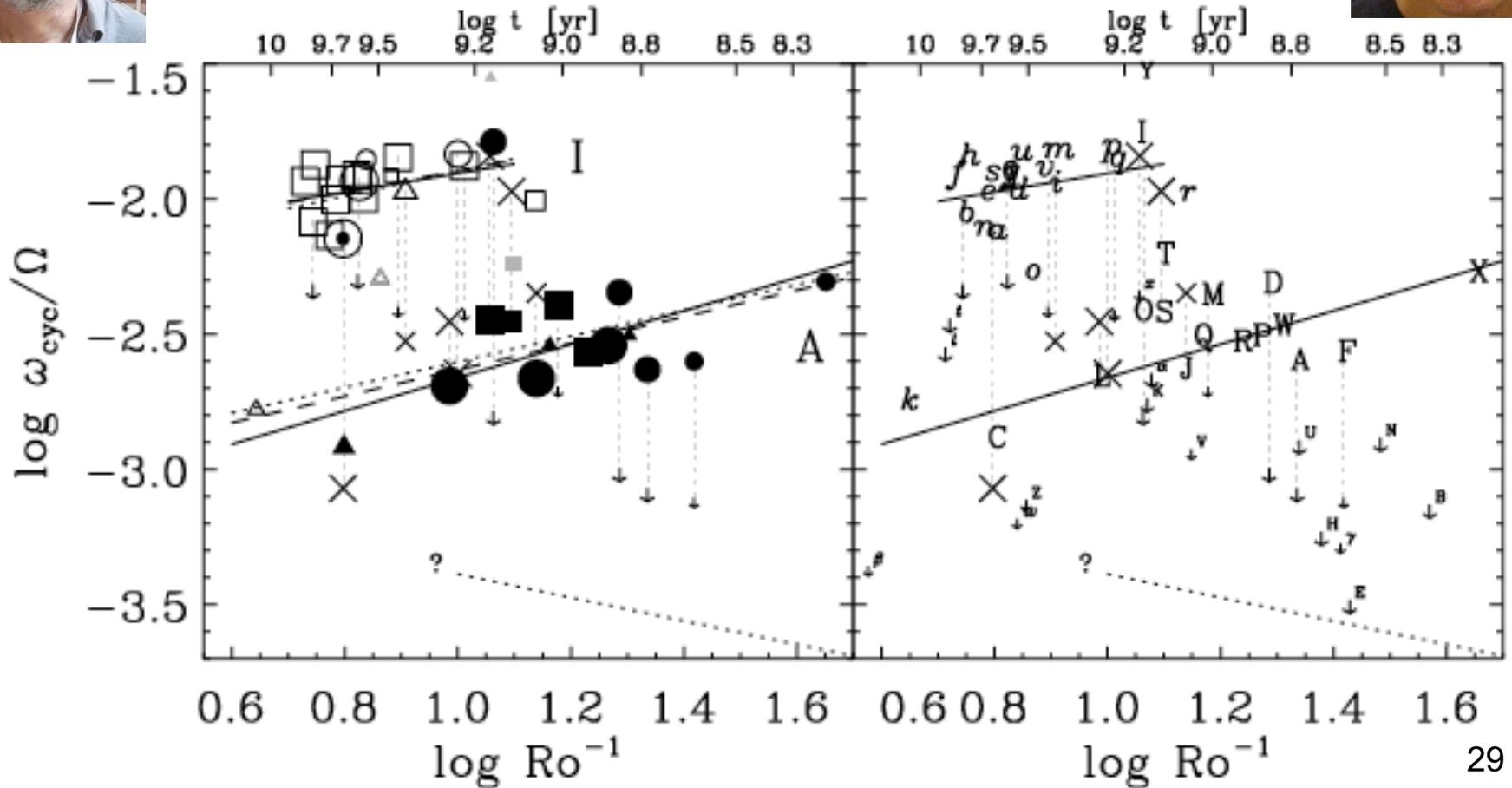
Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics, MS-58, 60 Garden Street, Cambridge, MA 02138; saar@cfa.harvard.edu

AND

AXEL BRANDENBURG

Department of Mathematics, University of Newcastle upon Tyne, NE1 7RU, United Kingdom; Axel.Brandenburg@newcastle.ac.uk

Received 1998 November 18; accepted 1999 May 11

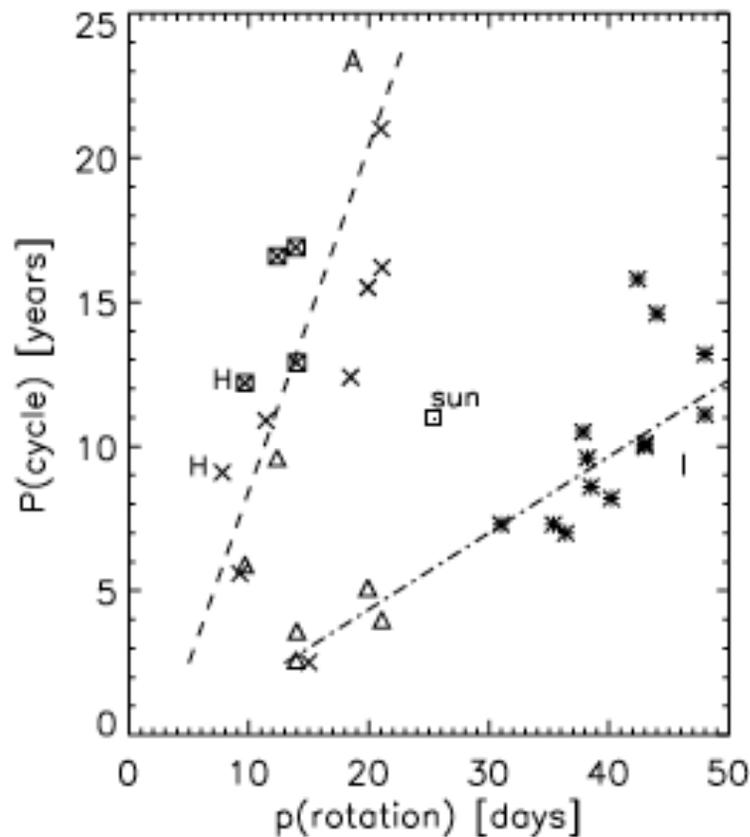
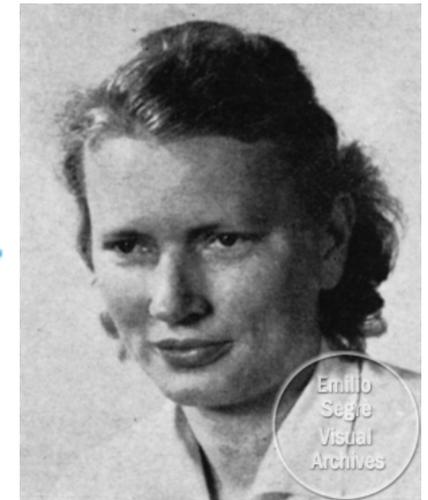


## CHROMOSPHERIC ACTIVITY IN G AND K MAIN-SEQUENCE STARS, AND WHAT IT TELLS US ABOUT STELLAR DYNAMOS

ERIKA BÖHM-VITENSE

Astronomy Department, University of Washington, Seattle, WA

Received 2006 September 7; accepted 2006 October 29



Les deux branches reflètent  
deux modes dynamo distincts

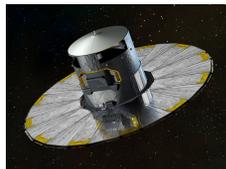
Le soleil se retrouve dans le  
« no man's land » entre les deux  
branches d'activité; et c'est la  
« meilleure » donnée (barres  
d'erreur  $<$  taille du symbole !)

# Les possibilités:

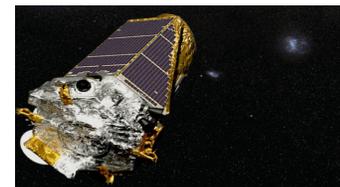
1. Le Soleil est vraiment une exception
2. Le Soleil est maintenant au milieu de sa transition
3. La relation  $P_{cyc}$  vs  $R_o$  de Noyes et al. (1984) ne tient pas la route
4. La séquence évolutive de l'activité magnétique en fonction du temps est plus complexe que suggérée par Saar & Brandenburg (1999)

# Les nouveautés:

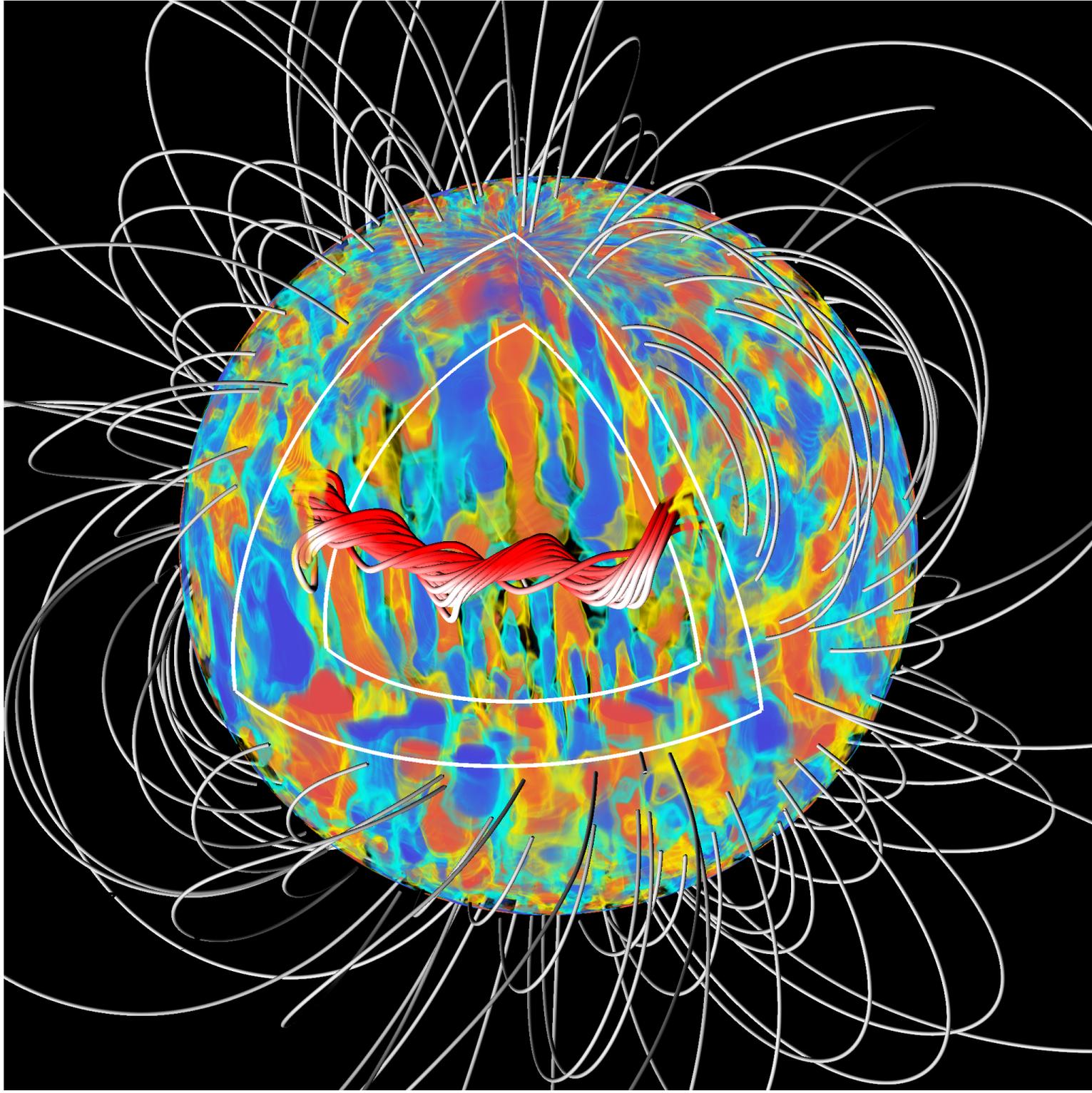
1. Plus longues séquences temporelles des cycles en Ca H+K, plus d'étoiles (Lowell Obs.)
2. Parallaxes de Hipparcos et GAIA: distances et luminosités beaucoup plus précises;
3. Photométrie KEPLER: période de rotation, astérosismologie permet détermination assez précises des âges et masses de plusieurs étoiles du champ, incluant plus vieilles que le Soleil;
4. Simulations MHD de la convection et dynamo produisant des cycles magnétiques



PHY-6756



# EULAG-MHD simulation of solar convection



<sup>33</sup>Strugarek et al. 2017, *Science*, July 14 issue

## STELLAR ACTIVITY

# Reconciling solar and stellar magnetic cycles with nonlinear dynamo simulations



A. Strugarek,<sup>1,2\*</sup> P. Beaudoin,<sup>1</sup> P. Charbonneau,<sup>1</sup> A. S. Brun,<sup>2</sup> J.-D. do Nascimento Jr.<sup>3,4</sup>

The magnetic fields of solar-type stars are observed to cycle over decadal periods—11 years in the case of the Sun. The fields originate in the turbulent convective layers of stars and have a complex dependency upon stellar rotation rate. We have performed a set of turbulent global simulations that exhibit magnetic cycles varying systematically with stellar rotation and luminosity. We find that the magnetic cycle period is inversely proportional to the Rossby number, which quantifies the influence of rotation on turbulent convection. The trend relies on a fundamentally nonlinear dynamo process and is compatible with the Sun's cycle and those of other solar-type stars.



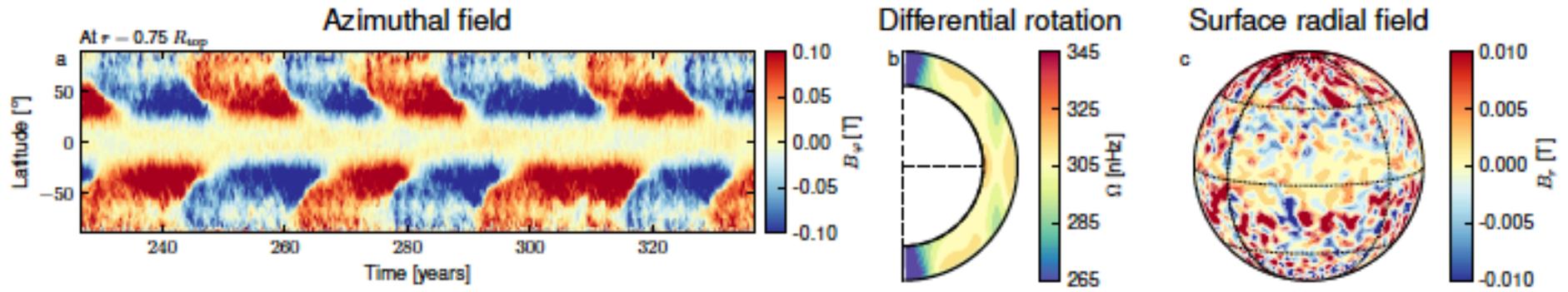
$$P_{\text{cyc}} \sim 1 / Ro^{1.6}$$

PHY-6756

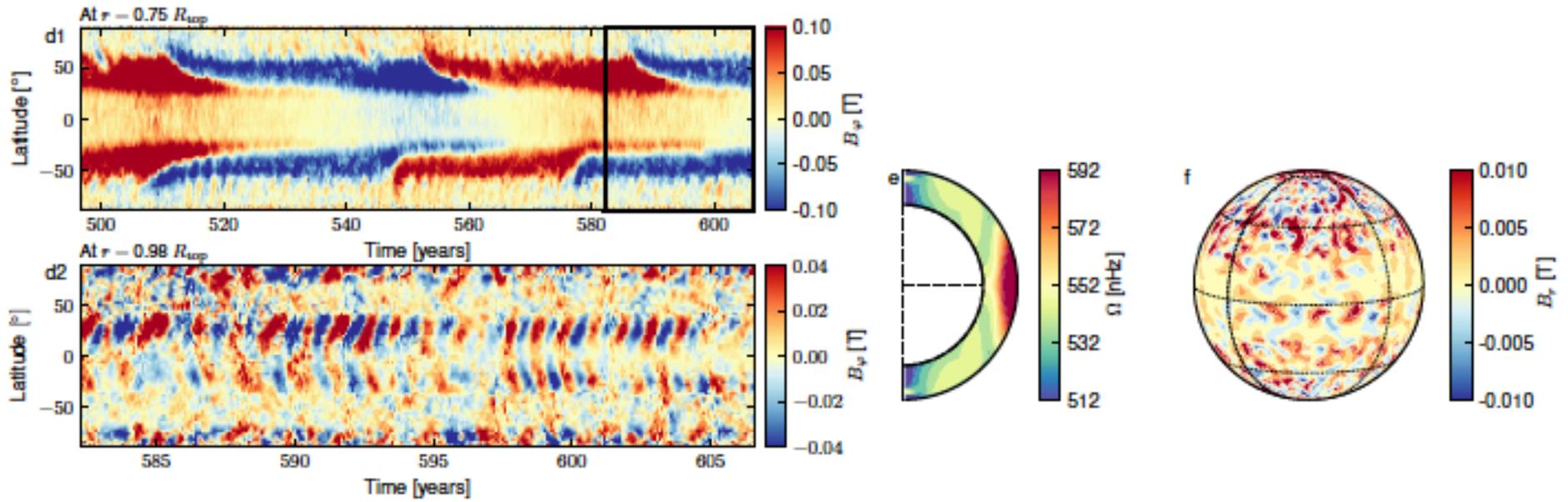


34

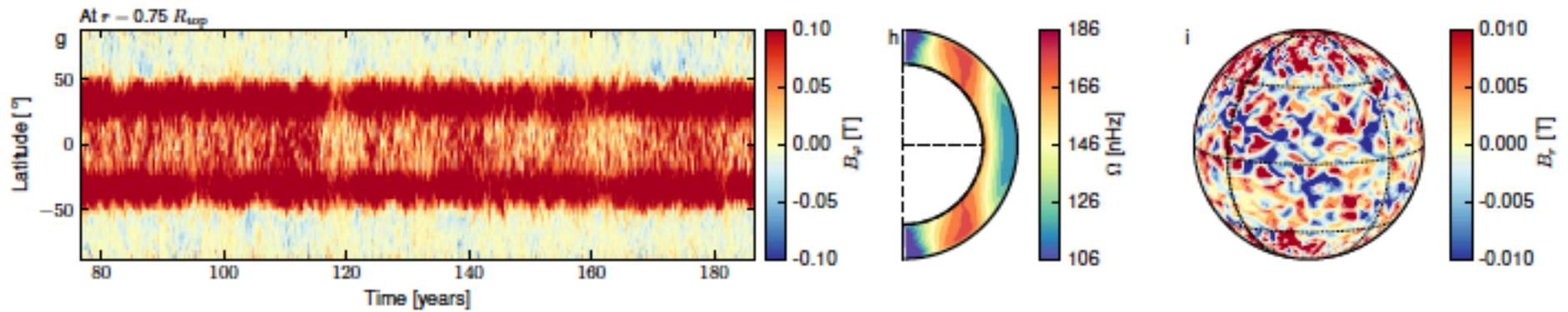
O2



O6

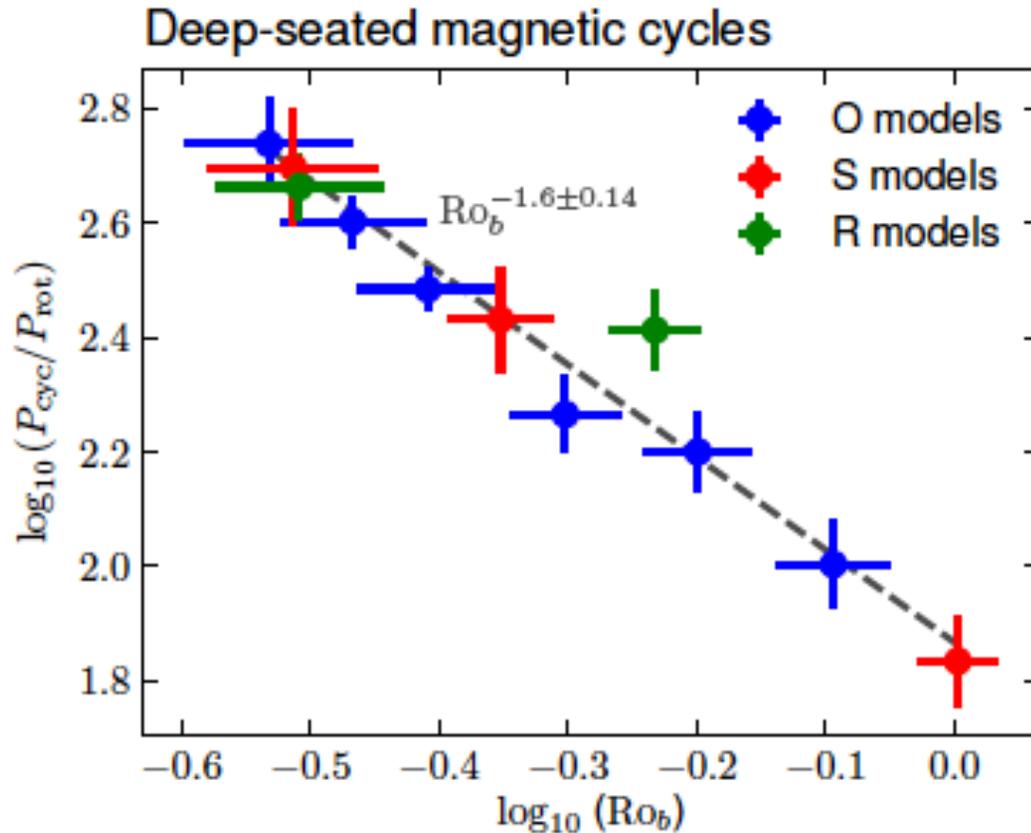


sO1





# Cycles magnétiques stellaires (2)



Strugarek et al. 2018

La variation du rapport  $P_{\text{cyc}}/P_{\text{rot}}$  versus Rossby mesurée dans les simulations:

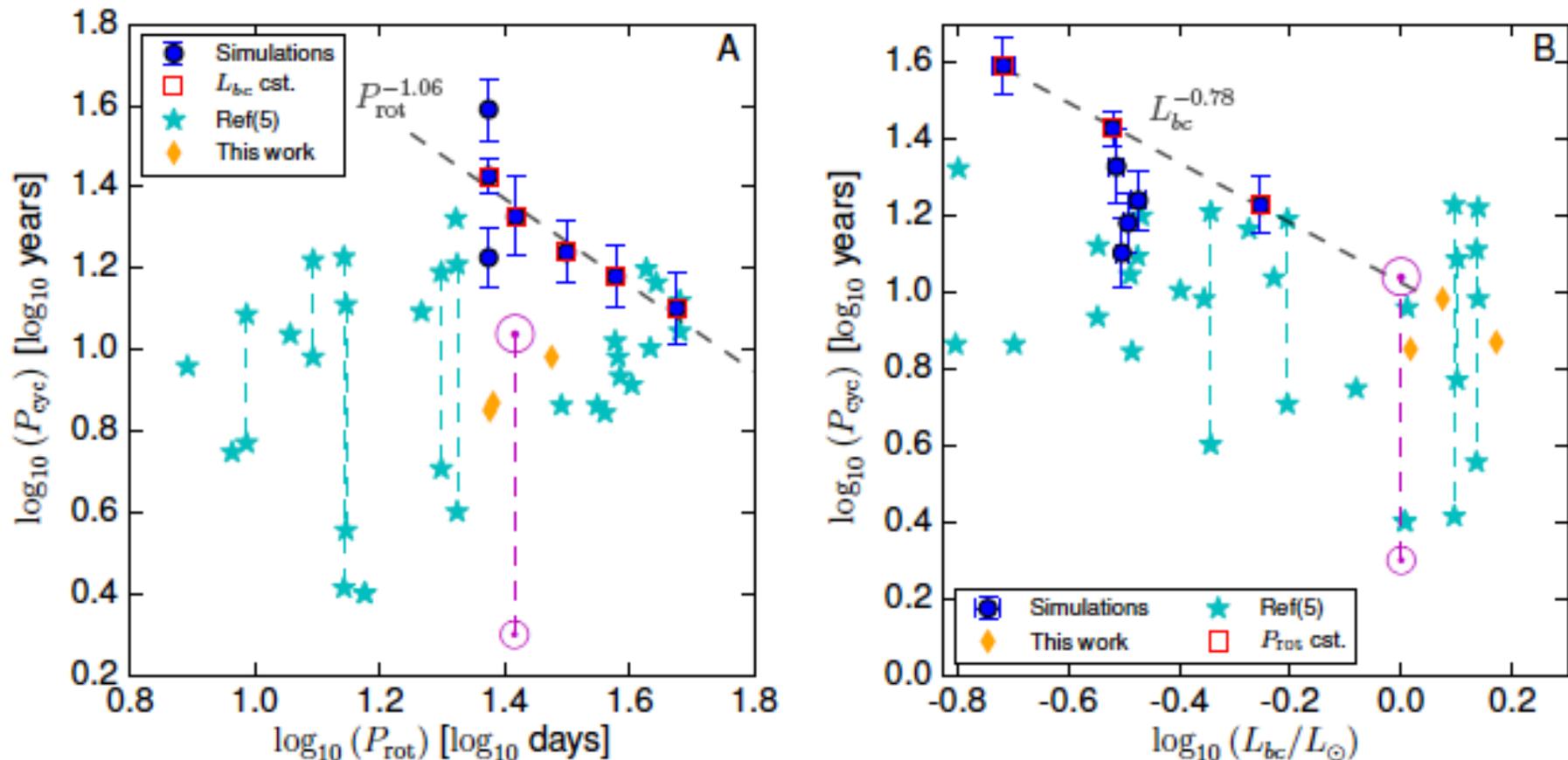
$$P_{\text{cyc}}/P_{\text{rot}} \sim Ro^{-1.6}$$

va dans le sens inverse de celle initialement proposée par Noyes & Weiss:

$$P_{\text{cyc}}/P_{\text{rot}} \sim Ro^{+0.25}$$

# Cycles magnétiques stellaires (3)

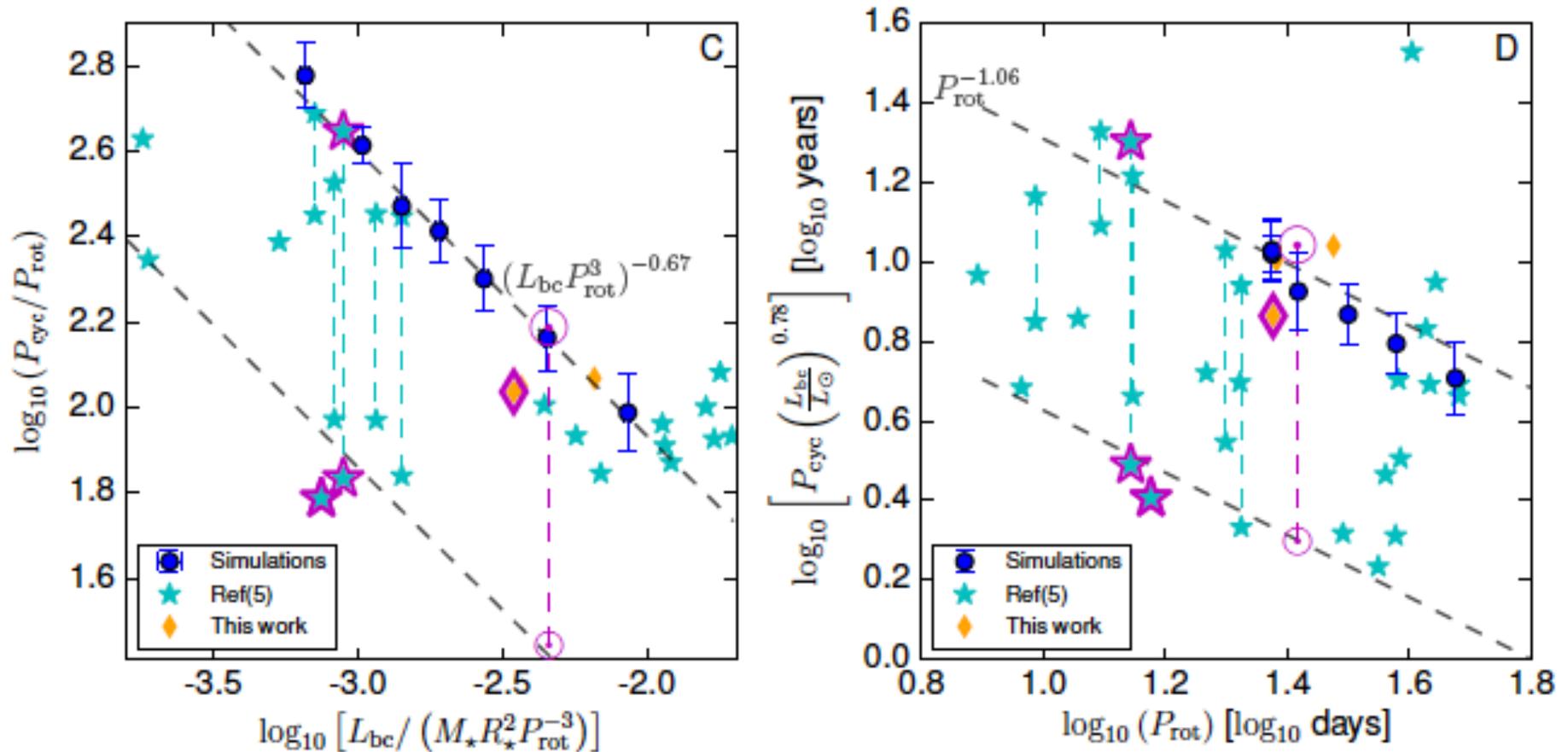
La période du cycle magnétique dépend de la rotation et de la luminosité de la simulation/étoile



Strugarek et al. 2017, *Science*, **357**, 185-87

# Cycles magnétiques stellaires (4)

En corrigeant pour la dépendance sur la rotation ou la luminosité, soleil, étoiles et simulations sont ramenés sur une séquence unique !



**Le soleil est bel et bien une étoile de type solaire !!**

## En chantier... à suivre !

Étudier dépendance de  $P_{\text{cyc}}$  sur les paramètres de structure stellaire (masse,  $T_{\text{eff}}$ , métallicité)

Étudier les transitions dynamos cycliques vers non-cycliques quand  $Ro$  augmente (rotation diminue)

Étudier la transition des cycles longs vers les cycles courts

La diversité des cycles stellaires observés reflète la dépendance complexe de l'effet dynamo sur la rotation et la turbulence convective.

Peut-on vraiment tout ramener au nombre de Rossby ?