Chapitre 4

Les disques d'accrétion

La formation des étoiles se produit par effondrement gravitationnel de nuages moléculaires très diffus. Parce que ces nuages sont souvent dans un état turbulent, la portion de nuage qui deviendra ultimement une étoile présente habituellement un très faible mouvement de rotation par rapport à un axe orienté arbitrairement dans l'espace. Cette rotation sera grandement amplifiée durant le processus d'effondrement, ce qui conduira à la formation d'un disque autour de l'objet central, et c'est via ce disque que la matière s'y accrétera. La formation d'un disque d'accrétion est également attendue dans les systèmes binaires serrés dont l'une des composantes déborde de son lobe de Roche. Finalement, à une échelle véritablement cosmologique, les trous noir supermassifs au centre des galaxies actives doivent ultimement leur émission d'énergie au chauffage extrême auquel est sujet le disque d'accrétion via lequel ils avalent le gaz et les étoiles de leur galaxie-hôte¹.

Dans ce chapitre nous examinerons un modèle simple de disque d'accrétion, soit le modèle du disque Keplérien dit mince (§4.2 et 4.3). Ceci nous conduira à examiner les différentes instabilités hydrodynamiques (§4.4) et magnétohydrodynamiques (§4.5) pouvant produire la turbulence qui s'avère requise pour produire un disque d'accrétion astronomiquement crédible. La §4.5 offre également un survol du couplage magnétique pouvant exister entre une étoile (magnétisée) et son disque d'accrétion, et des conséquence d'un tel couplage sur la structure du disque ainsi que sur l'évolution rotationnelle de l'étoile centrale. Le chapitre se clot (§4.6) par une brève discussion de l'accrétion.

4.1 L'accrétion et la formation des étoiles

Sous sa forme quantitative exprimée en terme de la mécanique Newtonienne, l'hypothèse nébulaire, soit l'idée de la formation du système solaire par l'effondrement gravitationnel, remonte aux travaux de Pierre Simon de Laplace, à la toute fin du dix-huitième siècle. Laplace avait bien compris que si le nuage est imbu d'un mouvement de rotation même très faible, la conservation du moment cinétique implique qu'un effondrement initialement radial perdrait rapidement cette symétrie, en raison de la barrière centrifuge associée à l'accélération rotationnelle du nuage en contraction. Ce concept est illustré très schématiquement à la Figure 4.1. L'effondrement se retrouve ralenti dans les directions perpendiculaires à l'axe de rotation du système (ici horizontalement), mais pas dans les directions parallèles à cet axe (ici vertical). Ceci conduit naturellement à la production d'une structure en forme de disque perpendiculaire à l'axe de rotation. Ce concept permettait d'expliquer, uniquement par l'action de la gravité, plusieurs caractéristiques déjà connues du système solaire, dont le fait que toutes les planètes

¹Dans le cas de trous noirs supermassifs en rotation rapide, il est possible d'extraire de l'énergie rotationnelle de ce trou noir via des écoulements et/ou champ magnétique pénétrant son ergosphère; ceci représente vraisemblablement une source d'énergie importante dans la propulsion des gigantesques jets émanant des coeurs des galaxies actives.



Figure 4.1: Représentation très très schématique des phases initiales de l'effondrement d'un nuage moléculaire pour former un disque d'accrétion. La force centrifuge ralentit l'effondrement dans les directions perpendiculaires à l'axe de rotation du système, mais pas dans les directions lui étant parallèle.

ont des axes orbitaux (1) presque parallèles, (2) alignés de près à l'axe de rotation du soleil, et (3) que presque toutes les planètes (Vénus et Uranus étant les exceptions) ont des axes de rotation qui sont approximativement alignés à leur axe orbital.

Il convient de distinguer (au moins) trois phases au processus d'accrétion conduisant à la formation d'une étoile entourée d'un disque:

- 1. La phases initiales de l'effondrement, quand le système accumule la masse verticalement dans son plan équatorial, comme illustré schématiquement à la Fig. 4.1;
- 2. La phase principale d'accrétion, où l'accumulation de masse par l'objet central se produit principalement via le flux radial de masse dans le disque;
- 3. La phase finale, où le plasma du disque a été en quasi-totalité accrété, ne laissant qu'un *disque protoplanétaire* de débris orbitant l'étoile centrale.

C'est la seconde de ces phases qui nous occupera principalement au travers ce chapitre. La Figure 4.2 montre un exemple de disque autour d'une étoile jeune de type TTauri, prise par Hubble. Ici le disque est vu par la tranche et éclipse l'étoile centrale, permettant ainsi de voir le disque, principalement via la réflexion de la luminosité de l'étoile sur le disque. On aperçoit également un jet très bien collimaté le long de l'axe de rotation du système, caractéristique typique de bien d'autres types de disques d'accrétion. On verra dans ce qui suit que les disques d'accrétion autour des étoiles jeunes émettent principalement dans l'infrarouge. Dans la phase du disque protoplanétaire, les observations radios à haute résolution permettent de visualiser ces disques beaucoup plus froids. La bibliographie en fin de chapitre liste quelques références récentes donnant des points d'entrée vers l'immense littérature sur les observations des disques d'accrétion.



Figure 4.2: Objet Herbig-Haro HH-30 dans la constellation du Taureau. Il s'agit ici d'une étoile en formation, entourée d'un disque d'accrétion et émettant deux jets le long de son axe de rotation. Le système est vu par la tranche, et le disque cache l'étoile centrale. Le disque même est pratiquement invisible, mais les deux structures concaves brillantes sont causées par la réflexion de la lumière émise par l'étoile centrale sur la surface du disque. La partie visible du disque a ici un diamètre d'un peu plus de 300 Unités Astronomiques. Image prise par Hubble/NASA, en domaine public.

Il est bien dommage de devoir composer avec la conservation du moment cinétique, car si ce n'était pas le cas, on aurait pu clore ce chapitre en une page. Retournez examiner la solution de vent coronal polytropique construite à la §3.3.2. Ses deux équations maitresses, soit (3.17) et (3.21), sont invariantes sous la transformation $u_r \to -u_r$. Sous cette transformation, ce que nous avions nommé la solution transsonique déccélérante de la Figure 3.5 est donc une solution tout à fait acceptable pour une accrétion transsonique en symétrie sphérique! On doit cependant rajouter un choc près de la surface de l'étoile, pour faire passer la vitesse de supersonique à subsonique, ce choc devant connecter à la branche accélérante (qui a le même E, vous vous rappelez j'espère...) afin de satisfaire aux relations de Rankine-Hugoniot (§1.3.3). Mais bon, ça aurait été trop facile...

4.2 Le disque Keplérien

On se limite pour commencer aux disques inviscides et non-magnétisés, et on considère la situation dite du "disque froid", pour laquelle la pression du plasma n'influence pas la dynamique —une situation très différente de l'équilibre hydrostatique qui était à la base de nos modèles de couronnes! On suppose que le disque est très mince et réside dans le plan équatorial du système, tel que défini par l'axe de rotation de l'étoile centrale, et que la masse (M_*) de cette dernière est beaucoup plus grande que celle du disque, et donc que le champ gravitationnel $\propto GM_*/r^2$. Pour un système étoile TTauri+disque typique, on a $M_* \simeq M_{\odot}$ et la masse du disque $\sim 10^{-2} M_{\odot}$, donc l'approximation est justifiable. Cette configuration géométrique est illustrée à la Figure 4.3, qui montre le système étoile+disque vu par la tranche.



Figure 4.3: Géometrie du disque Keplérien, vu ici par la tranche. L'étoile centrale de rayon R_* et masse M_* tourne à vitesse angulaire Ω_* . Un disque d'épaisseur h occupe le plan équatorial, la vitesse de rotation du plasma étant déterminée par l'équilibre entre la gravité et la force centrifuge (voir texte). Si la masse du disque est beaucoup plus petite que celle de l'objet central, la vitesse angulaire dans le disque varie en $s^{-3/2}$ (voir encart). Au rayon de co-rotation r_c , la vitesse angulaire du disque est égale à celle de l'étoile (traits rouges).

En supposant une configuration stationnaire $(\partial/\partial t = 0)$ et travaillant en coordonnées cylindriques (s, ϕ, z) avec l'axe-z aligné à l'axe de rotation, on suppose que les éléments de fluide orbitent sur des trajectoires circulaires, i.e.,

$$\mathbf{u} = u_{\phi}(s, z)\hat{\mathbf{e}}_{\phi} \ . \tag{4.1}$$

Si le disque est très mince (dans le sens que son épaisseur $h \ll R_*$), on peut formuler la dynamique uniquement dans le plan équatorial en supposant invariance en z dans le disque même, ce qui fait que u_{ϕ} ne dépend plus que de s, et $\partial/\partial z = 0$. Dans une telle situation la dynamique se limite à la composante-s de l'équation d'Euler, qui en l'absence de composante radiale à l'écoulement se réduit à une expression d'équilibre entre gravité et la force centrifuge:²

$$\frac{GM_*}{s^2} = \frac{u_\phi^2}{s} \equiv \Omega^2 s , \qquad (4.2)$$

d'où on tire immédiatement la variation de la vitesse angulaire en fonction du rayon cylindrique

 $^{^{2}}$ Que le disque soit mince ou non, l'invariance en z peut paraitre absurde, puisque le disque est clairement délimité par deux surfaces planes perpendiculaire à l'axe-z. On reviendra sur ce paradoxe apparent plus loin.

s:

$$\Omega(s) = \left(\frac{GM_*}{s^3}\right)^{1/2} , \qquad [\text{rad s}^{-1}] .$$
(4.3)

Ce profil est tracé sur le graphique en encart sur la Fig. 4.3. La dépendance en $s^{-3/2}$ est évidemment celle caractérisant les orbites Keplériennes, en conséquence de quoi un disque obéissant à l'éq. (4.3) est appelé *disque Keplérien*. Un concept qui deviendra important plus loin est celui du *rayon de co-rotation*, soit le rayon (r_c) pour lequel la vitesse angulaire de rotation du disque est égale à celle de l'étoile centrale:

$$\Omega(r_c) = \Omega_* \qquad \to \qquad r_c = \left(\frac{GM_*}{\Omega_*^2}\right)^{1/3} . \tag{4.4}$$

La position de ce rayon de corotation est indiqué en rouge sur la Fig. 4.3. La vitesse angulaire du disque est $\Omega > \Omega_*$ pour $s < r_c$, et inversement $\Omega < \Omega_*$ pour $s > r_c$. En général, l'étoile centrale tourne beaucoup plus lentement que le bord du disque avec lequel elle fait contact, et le rayon de co-rotation se retrouve donc à plusieurs R_* de l'étoile.

Dans un disque froid et de faible densité, on peut légitimement s'attendre à ce que la viscosité dynamique $\mu = \varrho \nu$ soit très petite. Durant les phases initiales de la formation du disque, il parait donc raisonnable de supposer que la force visqueuse y est effectivement nulle; mais ce n'est plus nécessairement le cas pour les disques plus denses, comme par exemple durant la phase TTauri précédant l'arrivée sur la séquence principale. Pour qu'un tel disque demeure en régime stationnaire, il faut donc absolument trouver un autre mécanisme qui puisse équilibrer la force visqueuse dans la dynamique zonale. En effet, le disque Keplérien est caractérisé par un cisaillement rotationnel donné par:

$$\frac{\partial\Omega}{\partial s} = -\frac{3}{2} \left(\frac{GM_*}{s^5}\right)^{1/2} \,. \tag{4.5}$$

Ceci implique que la composante $\tau_{s\phi}$ du tenseur des stress visqueux:

$$\tau_{s\phi} = \mu s \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{u_{\phi}}{s} \right) = \mu s \frac{\partial \Omega}{\partial s} \tag{4.6}$$

sera non-nulle si $\mu \neq 0$. Ici, comme $\Omega(s)$ décroit rapidement avec le rayon s, la viscosité tendra à déccélérer la partie intérieure (s petit) du disque au profit de sa partie éloignée (s grand). Autrement dit, la force visqueuse transporte du moment cinétique vers la périphérie du disque, et donc le profil Keplérien devrait "s'aplatir". Second problème, un disque Keplérien avec $u_s = 0$ n'accrète rien, ce qui n'est pas très "winner" pour un disque d'accrétion... Il s'avère que ces deux problèmes sont intimement reliés, comme on l'examinera maintenant dans le contexte du modèle dit du disque mince.

4.3 Le modèle du disque mince

4.3.1 Définition du modèle

On s'en tient pour le moment à la même configuration géométrique et physique qu'introduite dans notre construction du disque Keplérien (voir Fig. 4.3): un disque mince, non-magnétisé, et froid (i.e., pression gazeuse négligeable dans la dynamique radiale) où les éléments de fluide du disque décrivent des orbites (quasi-)circulaires autour d'une étoile centrale de masse M_* . Encore une fois nous considérons que la masse du disque est négligeable par rapport à celle de l'étoile centrale, cette dernière fournissant donc la seule contribution à la gravité. Cependant la force visqueuse est maintenant ramenée dans le portrait. Nous travaillons toujours en coordonnées cylindriques (s, ϕ, z) sous l'hypothèse d'axisymétrie des écoulements et de la structure du disque: $\partial/\partial \phi = 0$. Considérant toujours le disque invariant en z, on écrit maintenant l'écoulement sous la forme:

$$\mathbf{u} = u_s(s)\hat{\mathbf{e}}_s + u_\phi(s)\hat{\mathbf{e}}_\phi \ . \tag{4.7}$$

Sous cette configuration, les seules composantes non-nulles du tenseur des stress visqueux sont τ_{ss} et $\tau_{s\phi}$. Conservant pour le moment les dépendances temporelles, les composantes s et ϕ de l'équation de Navier–Stokes se réduisent à:

$$\varrho \left(\frac{\partial u_s}{\partial t} + u_s \frac{\partial u_s}{\partial s} - \frac{u_\phi^2}{s} \right) = -\frac{\partial p}{\partial s} - \varrho \frac{GM}{s^2} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s\tau_{ss} \right) ,$$
(4.8)

$$\varrho\left(\frac{\partial u_{\phi}}{\partial t} + u_s\frac{\partial u_{\phi}}{\partial s} + \frac{u_{\phi}u_s}{s}\right) = \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(s\tau_{s\phi}\right) + \frac{\tau_{s\phi}}{s} , \qquad (4.9)$$

tandis que l'équation de continuité prend la forme:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} + \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \varrho u_s \right) = 0 .$$
(4.10)

On s'intéresse ici à un disque quasi-Keplérien, dans le sens que $u_s \ll u_{\phi}$ partout dans le disque; de plus, pour un profil de densité sans discontinuité on s'attend à ce que $\partial u_s/\partial s$ soit très petit, la seule exception résiduelle étant le point de contact du disque avec l'étoile centrale, où u_s doit présumément passer à zéro sur une très petite distance. Néanmoins, partout ailleurs dans le disque, on peut approximer l'éq. (4.8) par

$$\varrho \left(\frac{\partial u_s}{\partial t} - \frac{u_\phi^2}{s}\right) \simeq -\varrho \frac{GM}{s^2}$$
(4.11)

ayant encore supposé un disque froid, où la pression gazeuse est négligeable dans la dynamique radiale. Cette expression indique que l'écoulement radial ne peut résulter que d'un (léger) déséquilibre entre la gravité et la force centrifuge.

Passons maintenant à la composante- ϕ . On commence par la réexprimer en fonction de la vitesse angulaire $\Omega = u_{\phi}/s$:

$$\rho\left(\frac{\partial(\Omega s)}{\partial t} + u_s \frac{\partial(\Omega s)}{\partial s} + \Omega u_s\right) = \frac{1}{s^2} \frac{\partial}{\partial s} \left(s^2 \tau_{s\phi}\right) , \qquad (4.12)$$

où on a également fait bon usage de la dérivée en chaine pour regrouper les deux termes de la force viqueuse sous une seule dérivée. La suite implique un peu d'algèbre conceptuellement simple mais un tantinet fastidieuse; écrivons d'abord

$$\frac{\partial(\varrho\Omega s^2)}{\partial t} = \Omega s^2 \frac{\partial\varrho}{\partial t} + \varrho \frac{\partial(\Omega s^2)}{\partial t} .$$
(4.13)

Sous utilisation de l'équation de continuité (4.10) pour remplacer le $\partial \varrho / \partial t$ dans le premier terme au membre de droite de cette expression, on peut "rentrer" la densité sous la dérivée temporelle. Le terme en $\partial / \partial s$ résultant de cette substitution peut se combiner aux deux autres termes au membre de droite, conduisant à:

$$\frac{\partial(\varrho\Omega s^2)}{\partial t} + \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(\varrho u_s s^3\Omega\right) = \frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left(\mu s^3\frac{\partial\Omega}{\partial s}\right) \tag{4.14}$$

Comme $\Omega s \equiv u_{\phi}$ dans le plan équatorial, la quantité $\rho \Omega s^2$ correspond au moment cinétique par unité de volume; le second terme au membre de gauche correspond à la divergence du flux de cette quantité associé à la composante radiale de l'écoulement; tandis que le terme au membre de droite représente l'action de la force visqueuse. Passons maintenant au cas d'un disque d'accrétion stationnaire, dans le sens que tous les $\partial/\partial t = 0$. Les équations (4.10) et (4.14) deviennent alors:

$$\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left[s\varrho u_s\right] = 0 , \qquad (4.15)$$

$$\frac{1}{s}\frac{\partial}{\partial s}\left[\varrho u_s s^3\Omega - \mu s^3\frac{\partial\Omega}{\partial s}\right] = 0.$$
(4.16)

Dans les deux cas on en conclut que les quantités entre parenthèses carrées sont des constantes, correspondant respectivement au flux de masse et de moment cinétique. L'équation (4.16) indique donc que pour que le disque soit stationnaire, le transport de moment cinétique vers l'étoile par l'écoulement radial doit être partout équilibré par le transport vers la périphérie du disque produit par la force visqueuse. Nous avons donc réglé deux problèmes d'un coup: maintenant notre disque accrète, et de plus il peut demeurer en régime stationnaire.

4.3.2 Un disque mince peut-il être froid ?

Avant d'aller plus loin il importe d'ouvrir une petite parenthèse relative à la structure verticale du disque (mince). Même si on suppose que u_s et u_{ϕ} ne dépendent pas de la hauteur zdans le disque (à un s donné), une structure verticale doit exister puisque toutes les variables du problème chutent à zéro à l'extérieur du disque. Si on suppose de surcroit que $u_z = 0$, alors la composante-z de l'équation d'Euler se réduit à un équilibre hydrostatique, cette fois entre le gradient vertical (en z) de pression, et la composante dans la direction z de la force gravitationnelle:

$$\frac{1}{\varrho}\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{GM_*}{r^2}\frac{z}{r} = \frac{GM_*z}{(s^2 + z^2)^{3/2}} , \qquad (4.17)$$

où le terme z/r représente la projection de la force gravitationnelle dans la direction z, et la seconde égalité résulte du fait que $r^2 = s^2 + z^2$. La Figure 4.4 illustre cette géometrie. Si le disque est géométriquement mince, dans le sens $h \ll s$ jusqu'au point de contact avec la surface de l'étoile centrale, alors on peut approximer le gradient de pression par $\partial p/\partial z \simeq p/h$, où h est l'épaisseur du disque. L'expression ci-dessus devient

$$\frac{p}{\varrho h} \simeq \frac{GM_*z}{s^3} , \qquad (4.18)$$

où on a approximé $s^2 + z^2 \simeq s^2$ puisque $z \le h \ll s$. En posant $z \simeq h$ on obtient:

$$\left(\frac{h}{s}\right)^2 = \frac{sp}{GM_*\varrho} \ll 1 , \qquad (4.19)$$

l'inégalité résultant du fait qu'on considère ici un disque géométriquement mince. Revenons maintenant à la composante-s de l'équation de Navier–Stokes (éq. (4.8) ci-dessus), et calculons le rapport dimensionnel des deux premiers termes au membre de droite:

$$\frac{[\varrho^{-1}\partial p/\partial s]}{[GM/s^2]} \equiv \frac{sp}{GM_*\varrho} , \qquad (4.20)$$

ce qui est identique au membre de droite de l'éq. (4.19)! On en conclut que si un disque est géométriquement mince, dans l'équation de la dynamique radiale on peut légitimement négliger le terme en gradient de pression, puisque ce dernier est plus petit que le terme gravitationnel par un facteur $h^2/s^2 \ll 1$. Autrement dit, non seulement un disque mince peut être dynamiquement "froid", en fait il *doit* être froid. Tout colle... c'est bôôô...

Fin de la parenthèse, revenons à nos moutons...



Figure 4.4: Géométrie du disque mince, qui ici n'est pas particulièrement mince afin de pouvoir bien illustrer cette géométrie. Les rayons cylindrique s et sphérique r d'un élément de fluide situé à une hauteur z dans le disque soustendent un angle $\theta = \arcsin(z/r) \simeq z/r$ puisque $z/r \ll 1$ par rapport au centre du système.

4.3.3 Le taux d'accrétion

Dans le contexte d'un disque mince, il est possible d'intégrer la densité sur la hauteur du disque, et exprimer les équations fluides en terme de la *densité surfacique* (σ):

$$\sigma = \int_{-h/2}^{+h/2} \rho \mathrm{d}z \ , \qquad [\mathrm{kg \ m^{-2}}] \ . \tag{4.21}$$

mais ça ne change vraiment pas grand chose à la formulation du modèle, puisque pour une densité constante dans le disque on aurait $\sigma = \rho h$, et la distribution verticale de la masse dans le disque n'affecte en rien le moment d'inertie d'un anneau de fluide par rapport à son axe de symétrie.

Similairement, notre solution de la section précédente pour **u** est invariante en z (sur l'épaisseur du disque) et axisymétrique; donc on peut intégrer la quantité entre parenthèses carrées dans les éqs. (4.15) et (4.16) de z = -h/2 à +h/2 et de 0 à 2π en ϕ ; ceci fera donc apparaître un facteur $2\pi h$, et on aura alors:

$$2\pi sh\varrho u_s = -\dot{M} , \qquad (4.22)$$

$$2\pi sh\left(\varrho u_s s^2 \Omega - \mu s^2 \frac{\partial \Omega}{\partial s}\right) = -\dot{J} , \qquad (4.23)$$

les deux constantes au coté droit étant maintenant les taux d'accrétion de masse (\dot{M}) et de moment cinétique (\dot{J}) sur l'étoile centrale. Les deux signes "–" aux cotés droits de ces expressions sont ajoutés "à bras" afin que les taux d'accrétion soient positifs quand u_s est négatif. Au point de contact du disque avec l'étoile, la vitesse angulaire du plasma doit passer de sa valeur au bord interne du disque à celle de la photosphère. Pour un disque Keplérien la première sera beaucoup plus grande que la seconde, donc il doit exister un point, $s \simeq R_*$, où $\partial\Omega/\partial s = 0$; mais comme \dot{J} est une quantité conservée dans le disque, l'évaluation de l'éq. (4.24) là où $\partial\Omega/\partial s = 0$ nous donne immédiatement la valeur de \dot{J} :

$$-\dot{J} = 2\pi h \varrho u_s R_*^3 \Omega(R_*) , \qquad (4.24)$$

où on a supposé que la transition du profil Képlérien à la surface de l'étoile se produit effectivement à la surface de cette dernière. Substituant ceci dans l'éq. (4.24), et utilisant encore une fois (4.22) pour exprimer ρu_s en terme de \dot{M} , on obtient:

$$-\dot{M}s^2\Omega - 2\pi h\mu s^3 \frac{\partial\Omega}{\partial s} = -\dot{M}R_*^2\Omega(R_*) , \qquad (4.25)$$

Il s'agit maintenant de substituer le profil Keplérien pour la vitesse angulaire (éq. (4.3)), ce qui après un peu d'algèbre (faites-le!) conduit éventuellement à

$$\mu h = \frac{\dot{M}}{3\pi} \left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{s}} \right)$$
(4.26)

Ceci est un résultat remarquable à bien des points de vues; non le moindre étant le fait que le taux d'accrétion \dot{M} ne dépend *pas* de la masse de l'étoile centrale! Le taux d'accrétion de masse se retrouve en fait entièrement déterminé par la viscosité du disque; en y réfléchissant un peu, c'est en fait normal. On a déjà vu que dans un disque Keplérien, la gravité est équilibrée par la force centrifuge. Donc, si la viscosité ralentit un peu un anneau de fluide, cet équilibre est rompu, la gravité l'emporte, et l'anneau se contracte donc vers l'étoile centrale, i.e., un écoulement radial est produit. La vitesse de cet écoulement vers l'étoile est donc entièrement contrôlée par le taux auquel la viscosité peut transporter le moment cinétique vers la périphérie du disque.

4.3.4 Énergétique et Rayonnement

Les disques d'accrétion représentent donc un de ces rares exemples en astrophysique où la viscosité joue un rôle essentiel. Ce rôle ne se limite pas à la dynamique zonale; l'énergie dissipée par la viscosité dans le disque est sa principale source d'énergie thermique, et ultimement détermine donc la luminosité radiative du disque. Un petit tour à l'Annexe B révèle qu'en coordonnées cylindriques avec l'écoulement dominé par sa composante ϕ , i.e., $\mathbf{u} \simeq s\Omega(s)\hat{\mathbf{e}}_{\phi}$, la fonction de dissipation visqueuse prend la forme:

$$\Phi_{\nu} = \mu s^2 \left(\frac{\partial\Omega}{\partial s}\right)^2. \tag{4.27}$$

Dans un état stationnaire l'énergie émise par unité de surface du disque doit correspondre à l'intégrale de Φ_{ν} sur l'épaisseur du disque:

$$-\dot{E} = \int \mu s^2 \left(\frac{\partial\Omega}{\partial s}\right)^2 dz = \mu h s^2 \left(\frac{\partial\Omega}{\partial s}\right)^2 .$$
(4.28)

où le signe "-" est encore une fois introduit à bras pour indiquer que le disque perd ici de l'énergie même si le membre de droite est positif. Pour un profil Keplérien, le cisaillement zonal est donné par l'éq. (4.6); substituant ceci dans l'expression ci-dessus, et utilisant l'éq. (4.26) pour remplacer μh , on obtient

$$-\dot{E} = \frac{3GM_*\dot{M}}{4\pi s^3} \left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{s}}\right) .$$
 (4.29)

La luminosité totale du dique d'accrétion est finalement obtenue en intégrant cette expression sur la surface du disque:

$$L = \int_0^{2\pi} \int_{R_*}^{R_d} (-\dot{E}) s ds d\phi = \frac{3GM_* \dot{M}}{2} \left[-\left(\frac{1}{R_d} - \frac{1}{R_*}\right) + \frac{2R_*^{1/2}}{3} \left(\frac{1}{R_d^{3/2}} - \frac{1}{R_*^{3/2}}\right) \right] , \quad (4.30)$$

phy6756.tex, September 10, 2018

où l'on a supposé que le disque s'étend jusqu'à une distance radiale R_d ; dans une situation (astrophysiquement très raisonnable) où $R_d \gg R_*$, cette expression se réduit à:

$$L = \frac{GM_*\dot{M}}{2R_*} \ . \tag{4.31}$$

Ceci est encore une fois un résultat absolument remarquable. La quantité $-GM_*/R_*$ est l'énergie potentielle gravitationnelle à la surface de l'étoile centrale, soit l'énergie potentielle "finale" du gaz accrété; l'éq. (4.31) indique que la moitié de cette énergie est effectivement dissipée dans le disque. Il peut paraitre surprenant à prime abord que cette expression ne dépende ni de l'épaisseur du disque, ni de son profil de densité $\rho(s)$, ni même de sa viscosité, qui est pourtant l'agent ultimement responsable de la luminosité; il faut cependant ne pas perdre de vue que ces quantités sont effectivement incorporées dans le taux d'accrétion \dot{M} , via l'éq. (4.26).

L'autre moitié de l'énergie potentielle gravitationnelle libérée sert à accélérer la vitesse zonale du plasma, selon l'orbite Keplérienne. Cette énergie cinétique est ultimement dissipée, encore une fois par la viscosité, au point de contact entre le disque et l'étoile, marquant la finale du processus d'accrétion depuis l'infini. Pour un disque Keplérien s'étendant jusqu'à la surface de l'étoile centrale, on aura un très fort cisaillement rotationnel à $s \simeq R_*$, et donc un taux de dissipation visqueuse très élevé (en vertu de l'éq. (4.27)), concentré en un anneau très mince en latitude et coincidant avec l'équateur. On s'attend donc à ce que ce chauffage spatialement très localisé conduise à une émission radiative importante aux courtes longueurs d'onde.

Mais l'important dans tout ça, c'est que l'équation (4.31) permette de déterminer le taux d'accrétion d'un disque en fonction de sa luminosité, cette dernière quantité étant en principe mesurable. "En principe", car il faut s'assurer de pouvoir bien soustraire la luminosité de l'étoile centrale, son absorption/re-émission à la surface du disque, et l'émission associée au chauffage dans la couche limite où le disque se connecte à l'étoile, le cas échéant (on verra plus loin ce qui pourrait être échéant...)

Supposons que toute l'énergie dissipée par la viscosité est ultimement émise à la surface du disque sous la forme d'un rayonnement de type corps noir; on peut alors définir une température effective $T_{\rm eff}$ telle que

$$2\sigma T_{\rm eff}^4 = \int \Phi_{\nu} dz = \mu h s^2 \left(\frac{\partial \Omega}{\partial s}\right)^2 . \qquad (4.32)$$

où le facteur 2 au membre de gauche capture le fait que le disque irradie de ses deux surfaces, à $z = \pm h/2$ (voir Fig. 4.3). Notez bien, ceci revient à dire que le disque est optiquement épais, même dans sa dimension verticale, où le disque est pourtant géométriquement "mince"! Substituant le profil Keplérien au membre de droite de l'expression ci-dessus, on arrive à:

$$T_{\rm eff}^4(s) = \frac{9\mu h G M_*}{8\sigma s^3} .$$
 (4.33)

Sous substitution de l'éq. (4.26), ceci devient:

$$T_{\rm eff}^4(s) = \frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma s^3} \left(1 - \sqrt{\frac{R_*}{s}}\right) \,. \tag{4.34}$$

Cette expression indique que la température de surface du disque est entièrement déterminée par le taux d'accrétion de masse. La Figure 4.5 montre le profil de température effective prédit par l'éq. (4.34) dans le cas d'une étoile de pré-séquence "typique" de la variété TTauri, ayant $M_*/M_{\odot} = 1$, $R_*/R_{\odot} = 3$, et un taux d'accrétion $\dot{M} = 10^{-8} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$. Je vous laisse vérifier que la température maximale du disque est

$$T_{\rm max} = 0.488 \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma R_*^3}\right)^{1/4} , \qquad (4.35)$$



Figure 4.5: Variation de la température de surface dans un disque Keplérien, tel que décrit par l'éq. (4.34). On a supposé ici des valeurs de paramètres correspondant à une étoile TTauri "classique", soit $M_*/M_{\odot} = 1$, $R_*/R_{\odot} = 3$, et $\dot{M} = 10^{-8}M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$. Si l'étoile est de type spectral K7 ($T_{\text{eff}} \simeq 3900 \text{ K}$, typique des TTauri), la température du disque demeure supérieure à celle de l'étoile jusqu'à plusieurs dizaines de rayons stellaires.

à un rayon $s/R_* = 1.36$, tel qu'indiqué par le segment pointillé sur la Figure 4.5. La température dans les régions rapprochées du disque peuvent dépasser 10^4 K ici, ce qui suggère que la luminosité observée du disque puisse dépasser celle de l'étoile centrale, à moins que le système soit observé par la tranche, ou pas loin. La chute rapide de la température vers zéro tout près de la surface de l'étoile $(s/R_* \rightarrow 1)$ résulte d'une petite incohérence dans la démarche suivie pour arriver à l'éq. (4.34); on a en effet utilisé l'éq. (4.26) pour remplacer la viscosité par le taux de perte de masse, cette dernière expression résultant d'une évaluation du taux de perte de moment cinétique \dot{J} , soit l'éq. (4.24), qui suppose que le profil de rotation varie de manière discontinue exactement à $s = R_*$, ce qui n'est pas physiquement réaliste.

Malgré tout, ceci indique donc que la température de surface est maximale près du bord intérieur du disque, et décroit par la suite avec la distance, ce qui est raisonnable car le cisaillement, et donc la dissipation visqueuse, décroit également avec la distance (cf. éq. 4.6). Loin dans le disque, soit $s \gg R_*$, l'éq. (4.34) se réduit à

$$T_{\rm eff}(s) = \left(\frac{3GM_*\dot{M}}{8\pi\sigma}\right)^{1/4} s^{-3/4} .$$
 (4.36)

L'énergie irradiée par
par un anneau circulaire de rayon s et épaisseur radiale
ds dans le disque est alors donnée par

$$L_{\nu}d\nu \propto T_{\text{eff}}^4 s \mathrm{d}s \propto \frac{\mathrm{d}s}{s^2} , \qquad [\mathrm{J} \ \mathrm{s}^{-1}].$$

$$(4.37)$$

où ν est la fréquence de la radiation électromagnétique émise. On suppose maintenant que toute l'énergie irradiée est émise sous la forme de photons au pic du spectre du corps noir; la

Loi de Wien nous informe que $\nu \propto T_{\rm eff}$, et on a alors $s \propto \nu^{-4/3}$ selon l'éq. (4.33), et donc $s^{-2} ds \propto \nu^{1/3}$; d'où:

$$\nu L_{\nu} \propto \nu^{4/3} , \qquad (4.38)$$

soit un spectre en loi de puissance. Cette expression diverge (i.e, $\rightarrow \infty$) dans la limite des très hautes fréquences, mais on ne s'attend pas à ce que l'éq. (4.38) tienne jusque là de toute façon, car en plus du fait que l'approximation $s \gg R_*$ nous lâche, il faut aussi prendre en considération que:

- 1. le disque atteint sa température maximale à $s/R_* = 1.36$ (cf. éq. (4.35), ce qui impose une coupure à hautes fréquences;
- 2. près de l'étoile centrale le flux radiatif de cette dernière peut chauffer la partie intérieure du disque, affectant son spectre;
- 3. à $s = R_*$, on s'attend à un chauffage localisé intense suite à l'action de la dissipation visqueuse au point de contact entre le disque et l'étoile.
- 4. le disque, étant optiquement épais, peut éclipser l'étoile en partie ou même en totalité, dépendant de son inclinaison par rapport à la ligne de visée. Dans un tel cas il faut aussi considérer la réflexion du spectre de l'étoile sur le disque (comme sur la Fig. 4.2).

Gardant donc bien en tête tous ces bémols, la Figure 4.6 montre un tel spectre (trait en tirets), avec celui d'un corp noir à $T_{\rm eff} = 3900 \,\mathrm{K}$ correspondant à l'émission radiative d'une étoile centrale de type spectral K7 (trait plein). Cette température, et la luminosité du disque, sont caractéristiques des étoiles TTauri de la pré-séquence principale. Ici le continu stellaire domine dans le visible, mais déjà dans l'infrarouge rapproché le disque apporte une contribution significative, et domine le spectre pour les longueurs d'onde $\lambda \gtrsim 5000 \,\mathrm{nm}$. Rappelez-vous que le spectre d'un corp noir est donné par

$$B_{\lambda}(T_{\text{eff}}) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp(hc/kT_{\text{eff}}\lambda) - 1} ; \qquad (4.39)$$

dans la limite $h/(\lambda kT_{\text{eff}}) \ll 1$, ce spectre chute en $1/\lambda^4$, ce qui est beaucoup plus rapide que la chute en $1/\lambda^{4/3}$ du spectre du disque, rendant inévitable la dominance du spectre du disque aux grandes longueur d'onde.

Les spectres d'étoile TTauri ressemblent rarement à la Fig. 4.6, pour toutes sortes de raisons, dont celles déjà énumérées précédemment; mais un excès infrarouge est pratiquement toujours présent, et de manière plus générale est maintenant considéré comme l'indicateur le plus fiable de la présence d'un disque d'accrétion (ou protoplanétaire) autour des étoiles jeunes. La Figure 4.7 en montre quelques exemples pour des étoiles TTauri. Il a été suggéré que l'excès de luminosité dans le visible et ultraviolet, comme ici pour BP Tau et CY Tau, est associé à l'émission provenant de l'anneau équatorial où le disque prend contact avec l'étoile. Sa surface émettrice est très petite, mais une grande quantité d'énergie y est libérée, ~ $GM_*\dot{M}/2R_*$ comme on l'a vu précédemment; on peut donc s'attendre à de très hautes températures, et donc une contribution spectrale aux courtes longueurs d'onde. Dans bien des TTauri, comme celles sur la Figure 4.7, la pente du spectre infrarouge devient un peu plus faible que -4/3 dans l'infrarouge moyen, et se raidit ensuite notablement dans l'infrarouge lointain. Cette dernière tendance est attribuée au passage au régime optiquement mince, tandis que la première est probablement causée par une variation systématique de la viscosité en fonction de la structure du disque. N'empêche qu'en bout de ligne, tout ça ressemble pas mal à la Figure 4.6!

4.4 Instabilités hydrodynamiques

Le modèle du disque mince semble finalement être un assez bon modèle, compte tenu du grand nombre de simplifications et hypothèses plus ou moins douteuses introduites au fil de la §4.3.



Figure 4.6: Rayonnement corp noir pour un système étoile+disque avec des paramètres typiques d'une étoile TTauri. L'étoile est représentée par un corps noir de $T_{\rm eff} = 3900 \,\mathrm{K}$ (trait plein), tandis que l'émission en $\lambda^{-4/3}$ du disque est indiquée par le trait en tiret. L'émission du disque domine largement dans l'infrarouge moyen et lointain, et apporte une contribution significative même dans l'infrarouge rapproché.

Mais en fait, caché dans tout ça il y a un problème majeur. Il existe bien des types de disques d'accrétion autour de bien des types d'objets astrophysiques, et il est rarement facile de mesurer (ou calculer) de manière fiable les conditions physiques (densité, température, etc.) dans ces disques. Cependant, quelle que soit la nature de ces déterminations, la viscosité se retrouve toujours à un niveau qui conduit à des taux d'accrétion absolument minuscules par rapport aux taux déterminés observationnellement.

Si on estime la viscosité microscopique par le produit du libre parcours moyen et de la vitesse thermique du plasma on trouve des coefficient de viscosité cinématique du genre $\nu \sim 10^2 \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$. Le temps de dissipation visqueuse, qui contrôle le temps d'établissement du profil Keplérien, est de l'ordre de $\tau_{\nu} \sim R_*^2/\nu \sim 10^{22} \,\mathrm{s} \sim 3 \times 10^{14} \,\mathrm{yr}$, pas mal plus long que l'âge de l'univers, et un solide 7–8 ordres de grandeur plus long que le temps de vie observé chez les disques autour d'étoiles de la pré-séquence principale. De plus, pour un disque TTauri "typique" d'épaisseur $h \sim 10^8 \,\mathrm{m}$ et $\varrho \sim 10^{-4} \,\mathrm{kg \, m^{-3}}$ à quelques R_* de l'étoile centrale, l'équation (4.26) donne $\dot{M} \sim 10^6 \,\mathrm{kg \, s^{-1}} \sim 10^{-17} M_{\odot} \,\mathrm{yr^{-1}}$, ce qui est minuscule en comparaison aux taux d'accrétion $\dot{M} \sim 10^{-9} - 10^{-6} M_{\odot} \,\mathrm{yr^{-1}}$ estimés via la luminosité des disques TTauri. Et si l'on répète l'exercice pour un disque d'accrétion autour d'un trou noir supermassif, on se retrouve plus de dix ordres de grandeur sous les luminosités des noyaux de galaxie actives.

4.4.1 L'hypothèse de Shakura-Sunyaev

Une solution "facile" est d'invoquer l'existence de turbulence au niveau du disque, produisant des coefficients de dissipation turbulente beaucoup plus élevés que les valeurs microscopiques, et conduisant ainsi à des taux d'accrétion plus raisonnables. Il est toujours "facile" de tirer de son chapeau des vitesse et longueur caractéristiques, u_T et ℓ , et de construire un coefficient de



Figure 4.7: Observations infrarouge (points noirs) de trois étoiles TTauri dans la constellation du Taureau. Le trait plein représente la distribution de flux observée pour une "jumelle" de type spectral K7-M0 (plus spécifiquement, la WTTS LkCa7), qui ne montre aucun signe d'accrétion. La droite en tirets est une loi de puissance en $\lambda^{-4/3}$. Figure produite à partir des données présentées dans Kenyon & Hartmann, ApJS **101**, 117–171 (1995), et très fortement inspirée de la Fig. 6.2 du bouquin de Lee Hartmann cité en bibliographie en fin de chapitre.

viscosité turbulente selon la recette classique discutée à la §1.5.6:

$$\nu_T = \ell \times u_T \; ; \tag{4.40}$$

La théorie de Kolmogorov indique que les plus grands tourbillons contribuent le plus au transport, donc il serait tentant —et justifiable— d'utiliser l'épaisseur h du disque comme valeur de ℓ ; le calcul de u_T est vraiment le noeud du problème ici. Le modèle dit de Shakura-Sunyaev suppose que la turbulence dans le disque est subsonique, et introduit une simple relation linéaire entre la vitesse turbulence et la vitesse du son:

$$u_T = \alpha c_s , \qquad \alpha < 1 . \tag{4.41}$$

Avec l'hypothèse additionnelle $\ell = h$ et un modèle pour la structure thermodynamique du disque, on obtient directement ν_T , et en principe on peut alors bâtir un modèle complet du disque.

Pour un disque à $T \sim 10^4$ K dans ses régions interne (voir Fig. 4.5), on a $c_s \sim 10$ km s⁻¹; pour un disque d'épaisseur $\sim 10^8$ m, soit $\sim 1\%$ du rayon $R_* \sim 2R_{\odot}$ pour une TTauri typique, les éqs. (4.42)—(4.41) conduisent alors à

$$\nu_T \sim 10^{10} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$$
 (4.42)

avec $\alpha = 10^{-2}$, valeur tirée du chapeau de Shakura par Sunyaev (ou le contraire). Il s'agit ici d'une valeur de viscosité turbulente qui, tout en étant définitivement substantielle, n'en est pas pour autant ridiculement élevée au point de ne pas en être physiquement crédible; et qui, via l'éq. (4.26), nous ramène à des taux d'accrétion $\sim 10^{-9} M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$, ce qui commence à ressembler beaucoup plus à ceux déterminés dans les étoiles TTauri.

Le problème est donc repoussé d'un autre cran, et consiste maintenant à identifier le mécanisme physique causant cette turbulence, et en évaluer au moins certaines propriétés statistiques —plus spécifiquement la grandeur de la vitesse turbulente moyenne u_T . Nous devons donc nous tourner vers les diverses instabilités hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques pouvant potentiellement déstabiliser le disque Keplérien et produire cette turbulence, afin de mieux quantifier tout ça. Il s'avère qu'un très grand nombre de ces instabilités sont de bons candidats potentiels; on en examine quelques-unes des plus prometteuses dans ce qui suit.

4.4.2 Le critère de Rayleigh

L'énergie cinétique associée au mouvement orbital dans le disque Keplérien offre, potentiellement, un réservoir phénoménal d'énergie pouvant servir à nourrir la turbulence, et il est donc naturel de regarder de ce coté là pour commencer.

Revenons au disque Keplérien pur, qui est caractérisé par un équilibre entre la gravité $(\propto 1/s^2)$ et la force centrifuge $(\propto \Omega^2 s)$. Considérons maintenant, comme le montre la Fig. 4.8, un mince tore de fluide de rayon s_1 quelquepart dans le disque, et dénotons sa vitesse angulaire par $\Omega(s_1)$. Ce tore est supposé avoir une section beaucoup plus petite que l'épaisseur du disque. Oubliant pour l'instant le théorème de Taylor-Proudman, étirons ce tore radialement, augmentant ainsi son rayon de s_1 à une valeur $s_2 > s_1$, tout en conservant le moment cinétique du tore de fluide. La vitesse angulaire du tore devra donc chuter à une valeur

$$\Omega'(s_2) = \Omega(s_1) \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^2 . \tag{4.43}$$

Partout ailleurs dans le fluide, l'équilibre radial est caractérisé par une gravité chutant en $1/s^2$ et pointant vers l'intérieur du disque, compensée par la force centrifuge qui pointe dans la direction opposée. On en déduit que si la force centrifuge agissant sur le tore déplacé est plus grande que celle caractérisant le fluide à rayon s_2 , on aura une force nette pointant vers l'extérieur, ce qui tendra à amplifier l'étirement du tore. On aura donc instabilité si

$$(\Omega'(s_2))^2 > (\Omega(s_2))^2 , \qquad \text{[instable]}$$

$$(4.44)$$



Figure 4.8: Interchange de deux petits tores axisymétriques de fluide initialement situés à des rayons cylindriques s_1 et $s_2 > s_1$. On suppose que les deux tores demeurent axisymétriques et conservent leur moment cinétique durant leur contraction/expansion respectives.

ou encore, faisant bon usage de l'éq. (4.43),

$$\Omega^2(s_1) \left(\frac{s_1}{s_2}\right)^4 > \Omega^2(s_2) . \tag{4.45}$$

Notons que la conservation de la masse implique qu'un autre petit tore de fluide initialement à s_2 doit se déplacer à un rayon s_1 pour compenser l'arrivée du tore initialement à s_1 . Cette fois le déplacement intérieur de ce second tore sera instable si sa force centrifuge à sa nouvelle position est plus petite que la force centrifuge du fluide à s_1 :

$$(\Omega'(s_1))^2 = \Omega^2(s_2) \left(\frac{s_2}{s_1}\right)^4 < \Omega^2(s_1) .$$
(4.46)

Ce qui est effectivement identique à l'éq. (4.45). En écrivant $s_1 \rightarrow s$ et $s_2 \rightarrow s_1 + ds$, ces expressions peuvent être exprimées sous la forme équivalente

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} \left(\Omega^2 s^4 \right) < 0 \qquad [\text{ instable} - \mathrm{Rayleigh}] \qquad (4.47)$$

C'est le critère de Rayleigh. Il nous indique clairement que tout écoulement où le profil de vitesse angulaire augmente avec le rayon cylindrique est inconditionnellement stable, et que seuls les écoulement dont la vitesse angulaire chute plus rapidement que $1/s^2$ peuvent être instables. Dans le cas de notre désormais familier profil Keplérien, on a $\Omega = (GM_*/s^3)^{1/2}$, et donc

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\Omega^2 s^4\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(GM_*s\right) = GM_* > 0 , \qquad (4.48)$$

indiquant que notre disque Keplérien est stable par rapport au critère de Rayleigh. C'est bien dommage, car la rotation aurait été un réservoir d'énergie pratiquement inépuisable pour nourrir la turbulence.

4.4.3 La convection

Notre disque mince est caractérisé par une substantielle décroissance de sa température avec le rayon cylindrique (viz. Fig. 4.5), soit dans la direction opposée à la gravité (de l'étoile centrale). Tout modèle semi-raisonnable d'un disque d'accrétion est également caractérisé par une décroissance de la densité avec s, sauf possiblement très près du point de contact avec l'étoile. Ce genre de situation est potentiellement sujet à l'instabilité convective.

De plus, les pertes radiatives à la surface du disque conduiront à un très fort gradient de température dans la direction-z puisque que le disque est supposé très mince. Cette chute de température se fait encore une fois dans la direction opposée à la projection en z de l'accélération gravitationnelle causée par la masse de l'étoile centrale (voir Fig. 4.4). Ceci est donc également sujet à l'instabilité convective, et ce même si cette projection est de très faible amplitude, car le gradient vertical de température est très grand.

Cependant, et malheureusement pour nous ici, dans presque tous les cas étudiés quantitativement l'application du critère de Schwarzschild à des modèles détaillés indique que le disque d'accrétion est convectivement stable, même si le disque mince est optiquement épais. Il faut chercher autre chose.

4.4.4 Instabilité de Kelvin-Helmholtz

Un disque Keplérien est caractérisé par de forts cisaillements rotationnels, qui sont potentiellement sujets au développement de l'instabilité dite de Kelvin-Hemlholtz. La dynamique de cette instabilité hydrodynamique est illustrée schématiquement à la Figure 4.9. On y a représenté une petite partie du disque, vu du dessus, sous la forme de trajectoires (arcs de cercle) d'éléments de fluide en rotation Keplérienne, ici dans le sens antihoraire. L'étoile centrale est quelquepart loin à gauche, et les flèches indiquent la grandeur de la vitesse zonale $u_{\phi}(s) = s\Omega(s)\hat{\mathbf{e}}_{\phi} \propto s^{-1/2}$.

Considérons deux éléments de fluides contigus situés respectivement à s et s + ds, et ayant des vitesses zonales u et u + du. L'énergie cinétique par unité de masse de ces deux éléments est:

$$e = \frac{1}{2} \left((u + du)^2 + u^2 \right) .$$
(4.49)

Imaginons maintenant qu'un processus quelconque (mais non-dissipatif) puisse équilibrer la vitesse zonale des deux éléments à une valeur égale à leur moyenne, soit u + (du/2). L'énergie cinétique dans cette nouvelle configuration sera alors:

$$e^* = 2 \times \frac{1}{2} \left(u + \frac{\mathrm{d}u}{2} \right)^2 \,.$$
 (4.50)

Je vous laisse calculer (c'est facile!) que la différence $(\Delta e)_K$ entre la configuration initiale et la configuration "homogénéisée" est

$$(\Delta e)_K \equiv e - e^* = \frac{1}{4} (\mathrm{d}u)^2 > 0 .$$
 (4.51)

Autrement dit, peu importe le signe du cisaillement la configuration initiale contient plus d'énergie cinétique que la configuration finale, et on a donc ici un puit d'énergie pouvant potentiellement propulser une instabilité. Il s'agit maintenant d'identifier un processus dynamique permettant de puiser dans ce réservoir d'énergie.

Plaçons nous dans un repère en co-rotation avec la trajectoire Képlérienne de l'anneau de fluide indiqué par un trait plein épais sur le diagramme au haut de la Fig. 4.9. Ceci conduit aux vitesse zonales indiquées sur le diagramme du centre. Dans ce repère, tous les éléments de fluide sur la trajectoire utilisée pour cette transformation se retrouvent donc au repos, i.e., $u'_{\phi} = 0$. Maintenant un suppose qu'un agent perturbateur induit un déplacement radial de cette trajectoire, avec une dépendance zonale harmonique, i.e., $\propto \sin(2m\pi\phi)$, où m est un entier $\gg 1$.



Figure 4.9: Représentation schématique du fonctionnement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Chaque panneau représente une petite partie du disque d'accrétion, vu du dessus et avec l'étoile centrale loin vers la gauche. Les arcs de cercles indiquent les trajectoires circulaires d'éléments de fluide situés à des rayons s augmentant de la gauche vers la droite. Les flèches indiquent la grandeur de la vitesse zonale u_{ϕ} , et les signes "+" et "-" les fluctuations en pression associées à une perturbation harmonique de la trajectoire centrale.

On suppose que l'écoulement perturbé demeure stationnaire, dans le sens que $\partial/\partial t = 0$ dans notre repère en co-rotation.

Imaginons maintenant que les trajectoires tracées sur la Figure agissent comme des murs qui canalisent l'écoulement du plasma dans la direction zonale. Dans le cas des deux canaux délimités par les trois traits plein, la section n'est pas constante en ϕ suite à la déformation de la trajectoire centrale. Pour un écoulement subsonique, la conservation de la masse exige qu'il y ait accélération là où la section diminue, et ralentissement là où elle augmente. Comme la configuration est stationnaire, on peut appliquer le principe de Bernoulli (voir la §1.2.5), qui nous informe que la pression devra augmenter là où la vitesse diminue, et baisser là où elle augmente. Ces variations sont indiquées par des signes "+" et "-" sur le diagramme au bas de la Figure 4.9. Ces variations locales de la pression de chaque coté de la trajectoire déformée conduisent à l'établissement d'un gradient de pression perpendiculaire à cette surface, pointant des "+" vers les "-", donc dans une direction qui tendra à augmenter la déformation de la surface. On a donc ici une situation dynamiquement instable, dont le développement nonlinéaire peut conduire à la turbulence.

Le mécanisme décrit ci-dessus correspond à l'explication conventionnelle de l'instabilité de Kelvin-Hemlholtz. Sa nature même semble indiquer que son apparition est assurée dans n'importe quel écoulement cisaillé, mais ce serait sans compter les mécanismes qui peuvent contrer le développement de l'instabilité. Dans le cas du disque Keplérien, on doit composer avec le fait que le fluide déplacé extérieurement se retrouve dans un milieu de plus basse densité, et inversement pour le fluide déplacé intérieurement. La force de flottaison tendra donc à s'opposer au déplacement. L'énergie $(\Delta e)_B$ requise pour déplacer l'élément de fluide est égale au travail effectué contre la force de flottaison lors d'un déplacement ds:

$$(\Delta e)_B = -g \left(\Delta \varrho\right) \mathrm{d}s \tag{4.52}$$

où $\Delta \rho$ est la différence de densité entre la position finale et initiale de l'élément déplacé. Le signe "-" ici apparait car la gravité pointe ici dans la direction $-\hat{\mathbf{e}}_s$. Si on ignore pour l'instant les effets associés à la compressibilité du milieu, on a simplement $\Delta \rho = (\partial \rho / \partial s) ds$, d'où

$$(\Delta e)_B = -g\left(\frac{\partial \varrho}{\partial z}\right) (\mathrm{d}s)^2 \tag{4.53}$$

L'instabilité pourra se développer si cette quantité est inférieure à l'énergie cinétique libérée, tel que calculée plus haut, i.e., $(\Delta e)_B < (\Delta e)_K$, ce qui conduit au *critère de Richardson*:

$$-g\frac{(\partial \varrho/\partial s)}{(\partial u/\partial s)^2} < \frac{1}{4} \qquad [\text{ instable} - \text{Kelvin} - \text{Helmholtz}]$$
(4.54)

La quantité au membre de gauche s'appelle le Nombre de Richardson, et mesure le rapport de l'influence stabilisatrice (pour $\partial \rho/\partial s < 0$) de la force de flottaison au numérateur, versus l'influence toujours déstabilisatrice du gradient de vitesse au dénominateur.

Si on prend en considération la variation (adiabatique) de densité associée à la compression/dilatation requise pour équilibrer la pression du milieu dans lequel l'élément est déplacé, comme dans la dérivation classique du critère de Schwarzschild, on arrive a un critère semblable, mais en terme du Nombre de Richardson modifié:

$$-\frac{gT}{c_P}\frac{(\partial \varrho/\partial T)_P}{(\partial u/\partial s)^2} < \frac{1}{4} \qquad [\text{ instable }]$$
(4.55)

Dans le cas spécifique de notre disque Keplérien, on doit de plus composer avec une autre force de rappel s'opposant au développement de l'instabilité: la force centrifuge, qui comme on l'a vu précédemment a une influence stabilisatrice pour un profil de rotation Keplérien. Une analyse de stabilité formelle (costaude!) produit une relation de dispersion qui dépend du détail de la structure supposée pour le disque, plus spécifiquement des profils radiaux de densité, viscosité et température. Cependant, sous des hypothèses raisonnables les influences stabilisatrices des forces de flottaison et surtout centrifuge se retrouvent à empêcher le développement de l'instabilité de Kelvin-Helmholtz. Il faut trouver autre chose.

4.5 Les disques magnétisés

Bon, ça va vraiment mal, pas moyen de trouver une instabilité hydrodynamique convaincante pour justifier un transport turbulent du moment cinétique dans notre modèle de disque d'accrétion. Il s'agit donc maintenant d'adopter une approche trop longtemps classique en astrophysique: quand toutes les autres options possibles ne marchent pas, on invoque la présence d'un champ magnétique... Ici l'hypothèse est loin d'être gratuite, car la conservation du flux magnétique indique qu'une étoile formée par la contraction d'un nuage même très faiblement magnétisé devrait se retrouver avec un champ magnétique des plus substantiels, et ce déjà sur la pré-sequence principale (cf. §2.7).

Déjà à quelques rayons stellaires de l'étoile, on s'attendrait (un peu naivement) à ce que la composante dipolaire du champ magnétique domine, et raison de la décroissance très rapide ($\propto l^{-(n+1)}$) des multipoles d'ordres l (et m) plus élevés. Aux fins de ce qui suit, on suppose que le champ magnétique stellaire peut être décrit comme un pur dipôle, de surcroit aligné à l'axe de rotation de l'étoile centrale, comme on l'observe dans le soleil. La Figure 4.10 illustre une telle configuration, pour laquelle les lignes de champ magnétique se retrouvent à traverser perpendiculairement le disque d'accrétion. Autrement dit, dans le disque (mince!) on peut écrire:

$$\mathbf{B} \simeq -B_* \left(\frac{R_*}{s}\right)^3 \hat{\mathbf{e}}_z \ . \tag{4.56}$$

où B_* est une mesure de l'intensité du champ magnétique à la surface de l'étoile. On a déjà vu que la dissipation visqueuse peut conduire à des températures substantielles dans le disque d'accrétion (viz. Fig. 4.5). On en concluerait que la fraction d'ionisation doit y demeurer significative facilement jusqu'à ~ $10^2 R_*$, et donc que la conductivité électrique demeurera tout aussi significative. On peut donc s'attendre à ce que le théorème d'Alfvén s'applique, et que les lignes de champ soient effectivement gelées dans le plasma.

La présence d'un champ magnétique traversant le disque a de nombreuses conséquences dynamiquement importantes, non la moindre étant qu'il peut déstabiliser un profil de rotation Keplérien autrement stable selon le critère de Rayleigh de la §4.4.2. Examinons de plus près cette instabilité magnétorotationnelle.

4.5.1 L'instabilité magnétorotationnelle, dite "de Balbus-Hawley"

L'instabilité magnétorotationnelle dont il est question ici a été identifiée il y a déja plus d'un demi-siècle par Chandrasekhar dans son tôme traitant d'instabilités hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques (cité en bibliographie à la fin de ce chapitre). Ce sont cependant les travaux beaucoup plus récents de Steve Balbus et John Hawley qui ont établi son importance dans le contexte des disques d'accrétion, d'où l'appelation "instabilité de Balbus-Hawley" qui lui est maintenant communément attachée.

Le fonctionnement de cette instabilité est illustré de manière schématique à la Figure 4.11. La colonne de gauche montre une séquence temporelle (du haut vers le bas) d'une petite portion du disque vu par la tranche, tandis que la colonne de droite montre la même séquence vue du dessus. Dans les deux cas l'étoile centrale est quelquepart loin à gauche.

La première paire de schémas au haut de la Figure montre deux petits éléments de fluide, identifiés par A et B, situés sur la même ligne de champ magnétique traversant verticalement le fluide (sur le schéma de droite les deux éléments de fluides sont indistingables car superposés). Supposons maintenant que les deux éléments sont déplacés à des rayons légèrement plus grand (élément A) et petit (B) que leur positions initiales, comme le montre la paire centrale de schémas. Le champ magnétique subira une déformation verticale, comme l'illustre le schéma de gauche, mais sera aussi étiré dans la direction longitudinale en raison du fait que l'élément B à plus faible s est maintenant entrainé à une vitesse angulaire plus grande que l'élément A, puisque dans un profil Keplérien la vitesse angulaire décroit en $s^{-3/2}$ avec le rayon cylindrique. Cependant, la force de tension magnétique agit comme un "élastique" qui tendra à ralentir B



Figure 4.10: Couplage magnétique entre une étoile et son disque circumstellaire. On suppose que le champ magnétique stellaire a la forme d'un dipôle aligné à l'axe de rotation. Pour un disque mince, dans le sens $h \ll R_*$, les lignes de champ magnétique traversent le disque perpendiculairement à son plan. Les lignes de champ magnétique en bleu le font à l'intérieur du rayon de co-rotation (traits rouges), tandis que celles en vert le traversent au delà de ce rayon. La région extérieure au disque et à l'étoile centrale est souvent appelée magnétosphère.

et accélérer A; le premier se retrouvera donc à tourner plus lentement que le reste du fluide dans son anneau, et inversement pour le second. L'élément A ressentira donc un excès de force centrifuge (par rapport au profil Képlérien), et B un déficit, et se retrouveront donc en déséquilibre vis-à-vis la force gravitationnelle. Par conséquent, A tendra à se déplacer à un rayon encore plus grand, et B vers un rayon encore plus petit, comme l'illustre la paire de schémas du bas. Mais ces déplacements déforment encore plus la ligne de champ, conduisant à une augmentation de la force de tension magnétique, qui tendra maintenant encore plus à déccélérer B et accélérer A. On se retrouve ici clairement en présence d'une situation instable, où une petite perturbation tend à être amplifiée par la réaction dynamique du système.

Existe-t-il d'autres forces de rappel qui pourraient stabiliser ce système? La déstabilisation est associée à la composante ϕ de la tension magnétique, mais en y réfléchissant un peu on réalise rapidement que la tension magnétique tend aussi à résister à la déformation dans la direction-s, tout comme elle le fait dans la direction ϕ . La tension magnétique est donc déstabilisatrice dans la dynamique zonale, mais stabilisatrice dans la dynamique radiale. Lequel des deux l'emportera? La réponse dépend de l'intensité du champ magnétique initial: dans un disque fortement magnétisé, la tension magnétique empêche tout déplacement radial, et donc étouffe



Figure 4.11: Représentation schématique du fonctionnement de l'instabilité magnétorotationnelle, dite de Balbus-Hawley. La colonne de droite montre une petite portion du disque vu par la tranche, celle de gauche du dessus, l'étoile centrale étant loin vers la gauche dans les deux cas. Les trois rangées montrent le déplacement instable de deux petits éléments de fluide, A et B, situés sur la même ligne de champ magnétique traversant le disque initialement verticalement. Les traits pointillés indiquent des surfaces s =constante, et le trait épais la projection d'une ligne de champ magnétique dans le plan [s, z] (colonne de droite) et $[s, \phi]$ (colonne de gauche).

l'instabilité avant même qu'elle ne puisse se mette en branle. Pour un champ de faible magnitude, par contre, une forte composante zonale peut être induite sans que la composante s de la tension devienne importante. Ce sont donc les champs magnétiques *faibles* qui peuvent être sujets à cette instabilité.

La valeur critique de ce champ peut être estimée très grossièrement de la manière suivante. Dans la direction radiale, l'action de la composante radiale de la tension magnétique conduit à une forme d'onde d'Alfvén se propageant verticalement dans le disque. On estimera donc le temps de réaction de la dynamique radiale par le temps d'Alfvén basé sur l'épaisseur h du disque:

$$\tau_A \simeq \frac{h}{u_A} = h \frac{\sqrt{\mu_0 \varrho}}{B_z} ; \qquad (4.57)$$

Le temps caractéristique pour la dynamique zonale, lui, est directement relié à l'étirement de la ligne de champ magnétique par le cisaillement rotationnel, soit le même processus étudié dans un contexte stellaire à la §2.4. Un temps caractéristique τ_{Ω} associé à un cisaillement $\partial\Omega/\partial s$ à une distance s de l'axe du disque peut être construit selon:

$$\tau_{\Omega} \simeq \left(s\frac{\partial\Omega}{\partial s}\right)^{-1} \simeq \Omega^{-1} \tag{4.58}$$

où la dernière égalité approximative tient pour un disque de type Keplérien. On aura donc instabilité si ce temps est plus court que le temps d'Alfvén défini ci-dessus:

$$\frac{\tau_{\Omega}}{\tau_A} = \frac{B_z}{\Omega h \sqrt{\mu_0 \varrho}} < 1 .$$
(4.59)

ce qui conduit à une condition sur l'intensité critique du champ magnétique sous laquelle on peut avoir instabilité:

$$B_z < B_c = \Omega h \sqrt{\mu_0 \varrho} . \tag{4.60}$$

Il faut maintenant évaluer le membre de droite de cette expression. Je vous laisse vérifier que pour une étoile de masse ~ M_{\odot} et rayon ~ $2R_{\odot}$, à quelques rayons stellaires dans le disque on a $\Omega^{-1} \sim 0.1$ yr. Reprenons aussi nos valeurs introduites précédemment pour un disque TTauri "typique": $h \sim 10^8$ m et $\rho \sim 10^{-4}$ kg m⁻³ à quelques R_* de l'étoile. On trouve en bout de ligne $B_c \simeq 10^{-3}$ T, ce qui est un chiffre intéressant. En effet, un champ dipolaire en surface de 0.1 T, typique des TTauri, se voit dilué par un facteur $(R_*/s)^3 \sim 10^3$, conduisant à un champ de ~ 10^{-4} T à $10 R_*$, ce qui satisfait facilement à la condition (4.60). Nonobstant la nature très "ordre-de-grandeur" du raisonnement ci-dessus, on en concluerait que l'instabilité peut probablement opérer dans un disque magnétisé typique des étoiles TTauri.

Il est possible de faire mieux, soit d'effectuer une analyse locale de stabilité à partir des formes linéarisées des équations magnétohydrodynamiques, un peu comme on l'avait fait dans notre étude des ondes MHD (§2.8), mais exprimées cette fois en coordonnées cylindriques dans le plan équatorial et en supposant axisymétrie, pour un profil quelconque de vitesse angulaire $\Omega(s)$ et un champ magnétique vertical de faible intensité (i.e., satisfaisant à l'éq. (4.60)). L'analyse est ardue, mais conduit finalement à un critère particulièrement simple:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s} \left(\Omega^2\right) < 0 \qquad [\text{ instable} - \mathrm{Balbus} - \mathrm{Hawley}] \qquad (4.61)$$

Ce qui ressemble au critère de Rayleigh (cf. éq. 4.47), sauf que le facteur s^4 a disparu. Substituant là-dedans notre profil Keplérien habituel:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\Omega^{2}\right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}s}\left(\frac{GM_{*}}{s^{3}}\right) = -\frac{3GM_{*}}{s^{4}} < 0 \ \forall s \ . \tag{4.62}$$

BANZAI !! On a finalement trouvé quelque chose de crédible pour déstabiliser notre profil Keplérien !

Bon nombre de simulations numériques MHD ont maintenant démontré que l'instabilité magnétorotationnelle de Balbus-Hawley est en toute probabilité active dans divers types de disques d'accrétion, c'est à dire pas seulement dans le cas des étoiles jeunes. Les intéressé(e)s peuvent consulter les références fournies en fin de chapitre. L'instabilité de Balbus-Hawley illustre encore une fois le caractère paradoxal d'une limite singulière: cette instabilité opère sans problème dans la limite $B_0 \rightarrow 0$, mais n'existe pas à $B_0 = 0$!

La prochaine étape est de se calculer un ν_T capturant le transport de moment cinétique associé au développement et saturation nonlinéaire de l'instabilité de Balbus-Hawley, ce qui n'est pas exactement de la tarte. On a vu à la §1.5.4 que si une bonne séparation d'échelle existe entre la turbulence et l'écoulement moyen, l'impact de la turbulence sur ce dernier est capturé par le stress de Reynolds $\langle u'_i u'_j \rangle$; dans le contexte du disque d'accrétion on s'intéresse à la composante $s\phi$ de ce tenseur; Définissons

$$\pi_{s\phi} = -\varrho \langle u_s u_\phi \rangle , \qquad [\text{ HD }]. \tag{4.63}$$

Dans un contexte de turbulence MHD, tel que produite par l'instabilité de Balbus-Hawley, on doit également prendre en compte la composante magnétique au stress; si on répète la dérivation de la §1.5.4 en incluant la force de Lorentz au membre de droite dans l'équation de Navier–Stokes, l'équation pour la vitesse moyenne hérite d'une seconde contribution, magnétique cellelà, aux stress turbulent:

$$\pi_{s\phi} = -\varrho \langle u_s u_\phi \rangle + \frac{1}{\mu_0} \langle b'_s b'_\phi \rangle , \qquad [\text{ MHD }].$$
(4.64)

où les b' représentent les composantes à petites échelles du champ magnétique "turbulent". Il est possible de calculer les quantités au membre de droite en moyennant des sorties de simulations numériques MHD. À la surprise générale, ces calculs ont démontré que l'équation (4.41) introduite précédemment en offre une représentation tolérable si l'on pose $\alpha \sim 10^{-2}$. C'est presque trop beau pour être vrai...

4.5.2 Couplage magnétique étoile-disque

Un champ magnétique du type représenté à la Fig. 4.10 peut aussi affecter le transport du moment cinétique dans le disque directement aux grandes échelles spatiales. Le cisaillement rotationnel du disque Keplérien peut étirer le champ poloidal dans la direction zonale, tout comme dans l'exemple déjà considéré à la §2.4. Le champ sera étiré dans la direction positive en ϕ dans la partie du disque située en decà du rayon de co-rotation r_c (voir l'éq. (4.4)), et dans la direction négative en ϕ pour $s > r_c$. Ce processus est décrit par la composante- ϕ de notre équation d'induction magnétohydrodynamique (2.9) en coordonnées cylindriques.

Exprimée en terme de la vitesse angulaire Ω plutôt que de la vitesse zonale u_{ϕ} , et posant pour le moment $u_s = u_z = 0$ et $B_s = 0$ dans le plan équatorial, la composante- ϕ de l'équation d'induction prend la forme:

$$\frac{\partial B_{\phi}}{\partial t} = sB_z \frac{\partial \Omega}{\partial z} + \eta \left[\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{\partial B_{\phi}}{\partial s} \right) + \frac{\partial^2 B_{\phi}}{\partial z^2} - \frac{B_{\phi}}{s^2} \right] , \qquad (4.65)$$

où on a aussi supposé que B_z dans le disque (mince!) ne dépend que de s, et axisymétrie, $\partial/\partial\phi = 0$, comme auparavant. Bien qu'on ait supposé invariance en z dans notre disque mince, il est clair que la vitesse angulaire associée au profil Keplérien tombe de manière discontinue à zéro aux bords du disque, $z \pm h/2$, ce qui correspond à un très fort cisaillement vertical qui induira une composante ϕ très intense, initialement localisée à la surface du disque, dans le genre $B_{\phi} \propto \delta(z \pm h/2)$. Un tel champ diffusera à la fois dans la magnetosphère à l'extérieur du disque, ainsi que vers l'intérieur du disque, et assez rapidement si le disque est turbulent et la diffusivité effective η y assume une valeur élevée.



Figure 4.12: Cisaillement du champ (poloidal) stellaire traversant un disque en rotation Keplérienne. On voit une section $s = \text{constante} < r_c$ du disque, le long d'une ligne de visée pointant vers l'étoile centrale. Le diagramme est tracé dans un repère en co-rotation avec l'étoile et sa magnétosphère. Le champ magnétique vertical ($B_z < 0$, cf. Fig. 4.10) est entrainé par la rotation dans le disque, ce qui induit à sa surface une composante toroidale qui diffuse vers le centre du disque. Une densité de courant (en rouge) pointant dans la direction-s est produite par ce processus de forçage mécanique/diffusif du champ magnétique (voir texte).

La Figure 4.12 illustre schématiquement ce processus d'étirement du champ initialement vertical dans la direction- ϕ et la diffusion dans la direction-z de la composante toroidal ainsi induite. Il s'agit ici d'une vue dans le plan $[\phi, z]$, où l'on regarde dans la direction de l'étoile centrale, i.e., l'axe de coordonnées $\hat{\mathbf{e}}_s$ pointe vers le plan de la page, avec l'étoile quelque part derrière, et la rotation du disque se fait de la gauche vers la droite. Ici on a supposé que nous sommes à l'intérieur du rayon de co-rotation, donc le disque tourne plus rapidement que l'étoile et sa magnétosphère. Dans un repère en corotation avec l'étoile, une ligne de champ magnétique est donc immobile à l'extérieur du disque, mais est entrainée vers la droite en son intérieur, comme l'illustre la Figure pour quatre intervalles de temps successifs.

Il est important de comprendre que ce processus d'étirement en soi ne diminue pas l'intensité de la composante verticale du champ magnétique. On remarquera aussi que le B_{ϕ} induit change de signe au centre du plan du disque (z = 0), conséquence directe du fait que $\partial\Omega/\partial z$ est de signe opposé à $z = \pm h/2$. La combinaison de l'étirement dans la direction ϕ et diffusion vers le centre du disque conduira donc à la formation d'une quasi-discontinuité de B_{ϕ} à z = 0, comme le montre la ligne la plus étirée sur la Fig. 4.12. Comme on l'a vu à quelques reprises précédemment (§§3.4.2, 3.4.4), une nappe de courant électrique est inévitablement associée à une telle quasi-discontinuité, la densité de courant étant donnée ici par:

$$J_s = \frac{1}{\mu_0} [\nabla \times \mathbf{B}]_s = -\frac{1}{\mu_0} \frac{\partial B_\phi}{\partial z} . \qquad (4.66)$$

Comme le disque est supposé très mince on peut introduire la substitution $\partial/\partial z \equiv 1/h$, ce qui permet d'approximer l'expression ci-dessus par

$$J_s \simeq -\frac{1}{\mu_0} \frac{|B_\phi|}{h} . \tag{4.67}$$

La valeur absolue et le signe moins résultent du fait que $\partial\Omega/\partial z > 0$ là où $B_{\phi} < 0$, mais $B_{\phi} > 0$ là où $\partial\Omega/\partial z < 0$ (au besoin voir la Fig. 4.12 pour vous en convaincre). Je vous laisse vérifier

ici que cette densité de courant pointe dans la direction $-\hat{\mathbf{e}}_s$, tel qu'indiqué par les " \otimes " rouges. On a donc maintenant une densité de courant perpendiculaire au plan dans lequel évolue le champ magnétique, et donc une force magnétique ayant des composantes en ϕ ainsi qu'en z:

$$[\mathbf{J} \times \mathbf{B}]_{\phi} = -J_s B_z = \frac{|B_{\phi}|B_z}{\mu_0 h} , \qquad (4.68)$$

$$[\mathbf{J} \times \mathbf{B}]_z = J_s B_\phi = -\frac{|B_\phi|B_\phi}{\mu_0 h} , \qquad (4.69)$$

où la seconde égalité résulte de l'utilisation de l'éq. (4.67). Considérons d'abord la composante en ϕ de la force magnétique. Ici comme $B_z < 0$, cette force tend à ralentir la rotation Keplérienne du disque. Si le diagramme de la Fig. 4.12 avait été tracé à un rayon s situé au delà du rayon de co-rotation r_c , la rotation du disque aurait été plus lente que celle de la magnétosphère, l'étirement aurait été produit dans la direction négative en ϕ (vers la gauche sur la Fig. 4.12), et je vous laisse vérifier qu'on aurait alors eu $J_s = +|B_{\phi}|/\mu_0 h$, et que la force magnétique aurait accéléré le disque.

Revenons maintenant à la Figure 4.10 pour tirer une vision globale de tout ça. Les lignes de champ magnétique stellaire y étant tracées en bleu croisent le disque à l'intérieur du rayon de co-rotation, et on vient de voir que pour ces lignes la force magnétique ralentit le disque. En d'autres mots, la force magnétique transfère du moment cinétique du disque vers l'étoile, et donc accélère la rotation de cette dernière. Inversement, pour les lignes tracées en vert et traversant le disque au delà de r_c , la force magnétique transfère du moment cinétique de l'étoile vers la périphérie du disque. Comme dans le cas de la solution de vent magnétique au flux de moment cinétique domine en général celle associée à l'accrétion du plasma, et le couplage magnétique permet donc de stabiliser la rotation de l'étoile centrale durant sa phase d'accrétion. Des calculs (simplifiés) de ce couplage rotationnel de l'étoile au disque via son champ magnétique réussissent ainsi à expliquer ce qui a longtemps été un mystère astronomique, soit le fait que la rotation des étoiles TTauri n'augmente que très peu durant leur phase finale de contraction vers la ZAMS. La bibliographie en fin de chapitre contient quelques références pour ceux/celles intéressé(e)s à cet aspect du sujet.

4.5.3 Impact sur l'accrétion

Revenons maintenant à la composante z de la force magnétique:

$$[\mathbf{J} \times \mathbf{B}]_z = J_s B_\phi = -\frac{|B_\phi|B_\phi}{\mu_0 h} ; \qquad (4.70)$$

Cette composante pointe de l'intérieur vers les deux surfaces du disque à $z = \pm h/2$. Si on continue de négliger la gravité du plasma du disque, la seule force à notre disposition pour équilibre la force magnétique est la projection en z de la force gravitationnelle de l'étoile centrale. On a déjà calculé ça à la section 4.3.2, soit l'éq. (4.17). Évaluant cette expression à z = h/2 et supposant de nouveau $s \gg h$, on pourra équilibre la force magnétique tant que

$$\frac{B_{\phi}^2}{\mu_0 h} < \frac{GM_*h}{2s^3} \tag{4.71}$$

où on a largué les valeur absolues pour alléger la notation. Que se passera-t-il maintenant si cette inégalité n'est plus satisfaite? Le fluide à la surface du disque sera alors propulsé dans la direction verticale, soit le long du champ magnétique magnétosphérique. Plutôt que d'accréter le plasma radialement dans le plan du disque, l'accrétion se retrouvera canalisée par les lignes de champ magnétique croisant le disque à un rayon cylindrique $s = r_d$ pour lequel l'inégalité



Figure 4.13: Variation sur le thème de la Figure 4.10. Ici la présence du champ magnétique bloque l'accrétion, et donc détruit le disque, à des distances inférieures au rayon de rupture r_d dans le plan équatorial. L'accrétion est maintenant canalisée aux hautes latitudes photosphériques (voir texte).

ci-dessus n'est plus satisfaite. Ce rayon critique est appelé rayon de fracture³ et est donné par:

$$r_d = \left(\frac{\mu_0 G M_* h^2}{2B_\phi^2}\right)^{1/3} . \tag{4.72}$$

La Figure 4.13 illustre, toujours schématiquement, ce nouveau pattern d'accrétion. Le plasma touche maintenant l'étoile centrale à plus hautes latitudes, mais on s'attend toujours à un très fort surchauffage local et émission de radiation aux courtes longueurs d'onde.

Il s'agit maintenant de calculer la position de ce rayon de fracture, ce qui exige de pouvoir calculer (ou estimer) la grandeur de la composante magnétique induite B_{ϕ} . Nous avons déjà établi la forme de son évolution temporelle (éq. (4.65)), telle que décrite par la composante ϕ de l'équation d'induction. On peut supposer que dans un disque mince, la dissipation associée aux gradients verticaux est dominante, et donc on ne conservera que le terme en dérivée seconde en z parmi les termes diffusifs entre parenthèses carrées au membre de droite de l'éq. (4.65). Si on suppose que le disque atteint un état stationnaire, on a alors

$$-sB_z \frac{\partial\Omega}{\partial z} = \eta \frac{\partial^2 B_\phi}{\partial z^2} . \tag{4.73}$$

 $^{^{3}}$ Ma traduction de "disruption radius", le terme conventionnellement utilié dans la langue de Shakespeare.

On approxime maintenant le cisaillement vertical $\partial \Omega / \partial z \sim (\Omega - \Omega_*)/h$ et la dérivée seconde par B_{ϕ}/h^2 , d'où on tire

$$B_{\phi}(s) = \frac{sB_zh}{\eta}(\Omega(s) - \Omega_*) . \qquad (4.74)$$

Si l'on suppose (pour le moment) que le rayon de fracture r_d est plus près de la surface de l'étoile que du rayon de co-rotation, alors on peut s'attendre à ce que $\Omega(s) \gg \Omega_*$. Utilisant cette approximation pour éliminer Ω_* de l'éq. (4.74), y substituant notre bon vieux profil Keplérien pour $\Omega(s)$, et le résultat de tout ça dans l'éq. (4.72), on arrive finalement à l'expression suivante pour le rayon de fracture (faite-le!):

$$r_d = \frac{\sqrt{\mu_0}\eta}{B_z} \ . \tag{4.75}$$

en supposant de surcroit un champ dipolaire tel que dans le plan équatorial

$$B_z(s) = B_* \left(\frac{R_*}{s}\right)^3 , \qquad (4.76)$$

on peut réécrire (4.75) sous la forme:

$$\frac{r_d}{R_*} = \left(\frac{B_*R_*}{\sqrt{\mu_0}\eta}\right)^{1/2} .$$
(4.77)

Si la diffusivité magnétique est d'origine turbulente, on s'attendrait à ce que sa grandeur soit du même ordre que la viscosité turbulente, autrement dit le nombre de Prandtl magnétique turbulent devrait être ~ 1. Nous avions estimé à la §4.4.1 $\nu_T \sim 10^{10} \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$; pour une étoile TTauri "typique" ayant $R_* \sim 2R_{\odot}$ et $B_* \sim 0.1 \,\mathrm{T}$, l'éq. (4.77) donne alors $r_d/R_* \simeq 3$, ce qui est très raisonnable considérant la nature très ordre-de-grandeur de tout ce petit calcul.

Mais est-il raisonnable de penser que le champ magnétique demeure gelé dans le fluide pour des valeurs de diffusivité magnétique si élevées ? On peut se définir un nombre de Reynolds magnétique basé sur l'échelle horizontale $\sim R_*$ du disque, et une vitesse $\Omega(r_d) \times r_d$ selon:

$$R_m = \frac{\Omega(r_d) r_d R_*}{\eta} \simeq \frac{(GM_*R_*)^{1/2}}{\eta} \sim 10^4 , \qquad (4.78)$$

ayant encore supposé ici $\eta \sim 10^{10} \,\mathrm{m^2 \, s^{-1}}$; on est ici confortablement dans le régime $R_m \gg 1...$ mais ce n'aurait pas nécéssairement été le cas si nous avions plutôt choisi comme longueur caractéristique l'épaisseur du disque $h \ll R_*$ plutôt que le rayon de fracture $r_d \sim R_*$!

La littérature sur la modélisation des disques d'accrétion regorge de calculs d'ordre de grandeur semblable à celui effectué ici, et "démontrant" telle ou telle idée ou hypothèse. Le message à retenir de tout ça est qu'il faut vraiment prendre de telles "démonstrations" avec un très gros grain de sel.

Et ça continue; nous n'avons même pas considéré ici les complications additionnelles associées à la présence d'un écoulement radial, et de ses effets, directs et surtout indirects, sur l'induction d'une composante magnétique toroidale dans le disque. Encore ici, bon nombre de calculs incorporant ces effets de manière très approximative sont éparpillés dans la littérature technique. La dynamique globale des systèmes magnétisés étoile+disque est vraiment un sujet mûr pour de véritables simulations numériques magnétohydrodynamiques!

4.6 Vents et jets

Observationnellement, on sait que les les systèmes accrétant des quantités susbtantielles de matière via un disque d'accrétion réussissent à en réejecter une partie sous la forme de vents



Figure 4.14: Jets et lobes radio ($\lambda = 6 \text{ cm}$) dans la galaxie active Cygnus-A, une des plus brillantes source radio dans tout le ciel. La galaxie même coincide avec le petit point au centre de l'image et d'où originent les deux jets. Les deux lobes au bout des ces jets sont situés à environ 450,000 années-lumière l'un de l'autre, soit une dizaine de fois le diamètre de la galaxie centrale. Source: NRAO/AUI, images.nrao.edu/260 (domaine public).

(écoulements relativement diffus) et de jets très fortement collimatés; on a déjà vu un exemple avec la Figure 4.2 pour une proto-étoile. La Figure 4.14 en montre un autre, cette fois une paire de jets fortement relativistes émanant du centre de la galaxie active Cygnus-A. Il s'agit ici d'observations radio à haute résolution des jets et de leurs lobes radio, la galaxie étant le tout petit point rouge au centre de l'image. L'émission radio même est due à l'effet synchrotron, soit la radiation électromagnétique produite par l'accélération de particules chargées relativistes par un champ magnétique.

Dans le cas d'une proto-étoile, comme sur la Figure 4.2, les jets ont des dimensions de l'ordre d'un parsec (1 pc = 3.086×10^{16} m), des vitesses de l'ordre de $10^{-3} c$, un output énergétique allant chercher dans les $10^3-10^4 L_{\odot}$ ($L_{\odot} \simeq 4 \times 10^{24}$ W), et l'objet central a une masse $\sim M_{\odot}$. Pour une galaxie active comme sur la Figure 4.14, les jets s'étendent sur $\sim 10^6$ pc, ont des vitesses $\sim c$, des output énergétiques $\sim 10^{34-39}$ W, et un objet central (trou noir supermassif) de $10^{6-9} M_{\odot}$. En gros, sept ordres de grandeurs séparent ces deux systèmes. Et il en existe également à des échelles intermédiaires, comme les jets émis par certaines étoiles à neutron. Néanmoins, on note de très fortes similarités dans tous ces cas; les jets

- sont associés à des disques d'accrétion,
- originent de ses régions centrales,
- sont bien collimatés le long de l'axe de symétrie/rotation du système disque+objet central, et ce déjà près de ce dernier,
- atteignent des vitesses de l'ordre de la vitesse d'échappement associée l'objet central.

Ceci suggère une certaine universalité dans les mécanismes d'accélération et collimation de ces jets, en encore une fois il semble bien que le champ magnétique y joue un rôle central.



Figure 4.15: Géométrie du modèle Blandford-Payne décrivant l'accélération d'un jet par un disque d'accrétion magnétisé. Les lignes de champ magnétique (en noir) traversant le disque (froid et mince) proviennent du nuage ayant formé le disque, et deviennent progressivement inclinées à mesure que l'écoulement radial dans le disque les entraine vers l'objet central. À l'extérieur du disque, un élément de fluide (point noir) ressent la force gravitationnelle F_g dûe à l'objet central, ainsi une force centrifuge F_c associée à son mouvement de rotation autour de l'axe du système (ligne pointillée verticale), transmis par la force magnétique depuis le point d'ancrage de la ligne de champ dans le disque (voir texte).

La modélisation de ces systèmes est géométriquement et dynamiquement assez complexe, et particulièrement au niveau des jets la majorité des efforts de modélisation font dans la simulation magnétohydrodynamique massive. Cependant, il est possible de comprendre le mécanisme d'accélération à l'aide d'un modèle assez simple, sujet de la section qui suit.

4.6.1 L'accélération magnétique des jets

Notre discussion de l'instabilité de Balbus-Hawley (§4.5.1), et particulièrement notre calcul de l'estimé du champ critique (B_c dans l'éq. (4.60), présupposait que le champ magnétique traversant le disque originait de l'étoile centrale; mais il est très probable que le disque lui-même supporte son propre champ magnétique, soit par effet dynamo —on en reparlera au chapitre ??— soit par le transport et l'amplification par conservation du flux du champ magnétique du nuage interstellaire à partir duquel s'est formé l'étoile (§2.7).

Adoptons la seconde de ces hypothèses, et supposons qu'un disque d'accrétion mince est traversé par un champ magnétique dont les lignes s'étendent très loin verticalement de part et d'autre du disque. La Figure 4.15 illustre schématiquement la géométrie du problème. En raison de l'écoulement radial dans le disque, on peut s'attendre à ce que les lignes soit déformées, comme sur la Figure.

Considérons maintenant un point P situées à la position (s, z), telle que mesurée en coordonnées cylindriques. On supposera une situation où $\mathbf{R}_m \gg 1$ et le plasma- β est dans la limite $\beta \ll 1$ (voir §3.4.3), donc cet élément de fluide est "canalisé" par le champ magnétique, se retrouvant forcé à se déplacer seulement le long de sa ligne de champ magnétique. Les deux autres forces en présence sont la force gravitationnelle \mathbf{F}_g , et la force centrifuge \mathbf{F}_c associée à la rotation Képlérienne du disque. En régime stationnaire, en vertu du théorème de Ferraro (voir §2.4 et éq. (2.38), au besoin) l'élément de fluide P doit avoir une vitesse angulaire de rotation

142

égale à celle du disque au point d'ancrage (rayon cylindrique s_0 sur la Fig. 4.15) de la ligne de champ sur laquelle il est situé:

$$\Omega(s_0) = \left(\frac{GM_*}{s_0^3}\right)^{1/2} .$$
(4.79)

Donc on peut écrire:

$$\mathbf{F}_c = \Omega_0^2 s \,\hat{\mathbf{e}}_s \;, \qquad \mathbf{F}_g = -\frac{GM_*}{r^2} \,\hat{\mathbf{e}}_r \;, \tag{4.80}$$

où le rayon sphérique r peut s'écrire en coordonnées cylindriques selon $r = \sqrt{s^2 + z^2}$. Ces deux forces peuvent s'exprimer comme le gradient d'un potentiel total (gravitationnel + centrifuge) donné par:

$$\Phi(s,z) = -\frac{GM_*}{s_0} \left[\frac{1}{2} \left(\frac{s}{s_0} \right)^2 + \frac{s_0}{\sqrt{s^2 + z^2}} \right] .$$
(4.81)

où on a fait bon usage de (4.79) pour se débarasser de Ω_0 . Maintenant considérons que l'élément de fluide est beaucoup plus près du disque que de l'objet central; on peut alors supposer $|z|/s_0 \ll 1$ et $|s'|/s_0 \ll 1$, et développer les deux termes au membre de droite en puissances de z/s_0 et s'/s_0 . Un des exercices de la troisième série vous guide dans ce processus, au bout duquel, en conservant jusqu'aux termes d'ordre 2 (quadratiques), on obtient l'expression approximative suivante pour le potentiel:

$$\Phi(s,z) = -\frac{GM_*}{s_0} \left[\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{s'}{s_0} \right)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{z}{s_0} \right)^2 \right] , \qquad z,s' \ll s_0 .$$
(4.82)

Revenant à la Figure 4.15 on voit qu'il est possible d'exprimer z et s' en terme de l'angle α mesurant l'inclinaison de la ligne de champ magnétique au point P par rapport au plan du disque:

$$s' = d\cos\alpha , \qquad z = d\sin\alpha , \qquad (4.83)$$

où d est la distance entre P et le point d'ancrage sur le disque de sa ligne de champ, supposée ici rectiligne. Substituant ceci dans (4.82) et calculant la composante-s du gradient, on obtient finalement:

$$-\frac{\partial\Phi}{\partial s} = -\frac{GM_*d}{s_0^3} (3\cos^2\alpha - \sin^2\alpha) .$$
(4.84)

La force totale pointera donc dans la direction $+\hat{\mathbf{e}}_s$ si le membre de droite est positif:

$$\tan^2 \alpha < 3 \qquad \to \qquad \alpha < \pi/3 . \tag{4.85}$$

On a donc démontré ici que dans le régime $R_m \gg 1$, un élément de fluide situé sur une ligne de champ magnétique ancrée dans un disque Képlérien ressent une force nette le faisant "glisser" le long de cette ligne de champ dans une direction l'éloignant du disque et de l'objet central, si cette ligne de champ est inclinée extérieurement par moins de 60 degrés par rapport au plan du disque. Cette accélération magnétocentrifuge est maintenant connue sous le nom de mécanisme de Blandford-Payne (voir bibliographie en fin de chapitre).

4.6.2 La collimation magnétique des jets

Bien que la géométrie en soit bien différente, l'écoulement le long des lignes de champ se développant si le critère (4.85) est satisfait conduira à une configuration magnétique à grandes distances de l'objet central montrant de fortes similarités physiques avec les solutions de vent coronaux magnétisés considérées au chapitre précédent (§3.4). À mesure que l'élément de fluide s'éloigne de l'objet central (s croissant) tout en conservant la vitesse angulaire du disque au point d'ancrage de "sa" ligne de champ magnétique (puisque $\beta \ll 1$), sa vitesse azimutale $u_{\phi} = \Omega_0 s$ augmente inexorablement. Cette accélération magnétique du fluide dans la direction zonale perdurera jusqu'à ce que sa vitesse atteigne la vitesse d'Alfvén, après quoi on tombe dans le régime où la conservation du moment cinétique impose un ralentissement de l'écoulement zonal, déformant maintenant le champ magnétique sous la forme d'une spirale du genre de celle caractérisant la solution de Parker pour le vent solaire dans le plan équatorial (voir Fig. 3.13).

Ici, vue en 3D, la ligne de champ développe inexorablement une structure en "tire-bouchon", où les lignes de champ deviennent fortement enroulées autour de l'axe de rotation. Cet enroulement est plus marqué à grand *s* que le long de l'axe de symétrie du système, comme dans le cas des modèles MHD axisymétriques du vent solaire considérés à la §3.5.3. Et encore une fois ici, cet enroulement résultera en un gradient de pression magnétique pointant vers l'axe de rotation/symétrie du système disque+étoile, causant une déviation vers cet axe des lignes de champ magnétique, et donc de l'écoulement qu'elles canalisent (retournez examiner la Fig. 3.20). Ce fort enroulement produit également une tension magnétique qui s'oppose à l'expansion latérale du jet. Tout ceci conduit à une collimation et un confinement latéral du jet le long de l'axe de symétrie du système, perpendiculairement au plan du disque, comme on l'observe habituellement.

La Figure 4.16 montre un instantané d'une simulation numérique MHD de l'accélération et collimation d'un jet par un disque d'accrétion, situé ici au centre de la frontière inférieure du domaine de la simulation. Le dégradé de couleur encode la vitesse azimutale du fluide, et quelques lignes de champ magnétique sont également tracées. La partie magnétisée du disque a ici une étendue radiale correspondant à seulement 9% de l'étendue horizontale du domaine de simulation. Même en présence de l'inévitable diffusivité d'origine purement numérique caractérisant ce genre de simulations, l'accélération et le confinement magnétiques fonctionnent très bien ici. On notera le mouvement tourbillonaire du coeur du jet, et le développement de structures aux petites échelles le long de son axe, qui caractérisent également les observations de vrais jets astrophysiques.

Notons finalement que l'accélération magnétocentrifuge des jets représente un mécanisme intéressant pour évacuer le moment cinétique du disque, et ainsi favoriser l'accrétion. Comme dans le cas de la solution de vent coronal de Weber-Davis considérée à la §3.5.1, les stress magnétiques dominent typiquement la perte de moment cinétique, par rapport au moment angulaire spécifique transporté par le plasma en expansion (viz. Fig. 3.18).

Bibliographie:

Je ne connaissais pas grand chose aux disques d'accrétion avant de me mettre à l'écriture de ce chapitre. Bien qu'étant une production originale qui contient plusieurs développements et ajouts de mon cru, dans sa préparation je me suis tout de même beaucoup inspiré des trois ouvrages suivants:

- Shu, F.H., The Physics of Astrophysics II: Gas Dynamics, University Science Books, 1992: chapitre 7,
- Choudhuri, A.R., The Physics of Fluids and Plasmas, Cambridge University Press, 1998: §5.7,
- Hartmann, L., Accretion Processes in Star Formation, Cambridge University Press, 1998: chapitres 5 et 6.

Il semblerait cependant que l'incontournable classique dans le domaine demeure:

Frank, J., King, A., & Rain, D. Accretion Power in Astrophysics, 2^e éd., Cambridge University Press, 1992.



Figure 4.16: Simulation numérique MHD de la collimation d'un jet propulsé par un disque d'accrétion magnétisée (situé ici au point central le long du bas de l'image). Le dégradé de couleur code la vitesse zonale du plasma autour de l'axe (ici vertical) du jet, et quelques lignes de champ magnétique y sont superposées. Notez l'enroulement du champ magnétique le long de l'axe du jet. Tiré de Staff et al. (2015), MNRAS, **446**, 3975–3391 (Figure 4, pivotée par 90°).

Bien que je ne sois pas très au fait de cette très volumineuse littérature en expansion rapide, l'article suivant me semble un bon point d'entrée sur les progrès plus récents dans l'observation des disques d'accrétion et protoplanétaires:

MacGregor, M.A., Wilner, D.J., Andrews, S.M., Lestrade, J.-F., & Maddison, S., ApJ, 809, 47 (2015).

Sur les questions d'instabilités hydro- et magnétohydrodynamiques, le classique encyclopédique demeure:

Chandrasekhar, S., Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Réimpression Dover 1981, (1961),

mais accrochez bien vos tuques avec de la broche! J'aime en fait mieux la présentation du sujet faite au fil des pages de l'ouvrage suivant:

Pringle, J., & King, A., Astrophysical Flows, Cambridge University Press (2007).

Plus spécifiquement sur l'instabilité de Balbus-Hawley, voir

Balbus, S.A., & Hawley, J.F., ApJ, 376, 214 (1991)
Hawley, J.F., & Balbus, S.A., ApJ, 376, 223 (1991)
Balbus, S.A., & Hawley, J.F., Rev. Mod. Phys., 70, 1 (1998)

L'idée d'un rayon de fracture, en deçà duquel le disque est détruit et l'accrétion canalisée par le champ magnétique, remonte aux travaux de Ghosh et Lamb, qui avaient développé ce concept dans le contexte de l'accrétion sur les étoiles à neutron; voir

Ghosh, P., & Lamb, F.K., ApJ, **232**, 259 (1979), Ghosh, P., & Lamb, F.K., ApJ, **234**, 296 (1979).

Au niveau du couplage magnétique étoile+disque, incluant ses impacts sur l'évolution de la rotation de l'étoile centrale, débutez avec les trois articles suivants, et les références s'y trouvant (au besoin!):

Königl, A., ApJ, **370**, L39-42 (1991),
Cameron, A.C., & Campbell, C.G., A&A, **274**, 309–318 (1993),
Keppens, R., MacGregor, K.B., & Charbonneau, P., A&A, **294**, 469–487 (1995).

L'article original décrivant le modèle de Blandford & Payne présenté à la §4.6.1 demeure un incontournable du sujet:

Blandford, R.D., & Payne, D.G., MNRAS, 1999, 883-903 (1982).

La simulation numérique des jets est un sujet demeurant très actif en "fluides astrophysiques", et Ralph Pudritz, de l'Université McMasters à Hamiton, demeure un des Grands Maitres du sujet; pour vous faire une idée des progrès continuels dans ce domaine, voir par exemple:

Ouyed, R., & Pudritz, R.E., ApJ, 482, 712–732 (1997),
Kudoh, T., Matsumoto, R., & Shibata, K., PASJ, 54, 121 (2002),
Ouyed,, R., Clarke, D.A., & Pudritz, R.E., ApJ, 582, 292 (2003),
Fendt, C., ApJ, 651, 292–287 (2006),
Staff, J.E., Koning, N., Ouyed, R., Thompson, A., & Pudritz, R.E., MNRAS, 446, 3975–3991 (2015).