PHY 1441
ÉLECTROMAGNÉTISME
DEVOIR 1

Distribué le: 16 janvier 2007
À remettre le: 30 janvier 2007 dans le casier à devoirs, avant 10:00

Question 1

Une charge négative $-q$ est placé à mi-chemin entre deux charges positives $+q$ fixes et séparée d'une distance $2a$, d'une manière telle que les trois charges sont co-linéaires. On déplace maintenant la charge négative d'une petite distance δ ($\ll a$) dans une direction perpendiculaire au segment de droite reliant les trois charges, et on la relâche à $t = 0$.

(a) Écrivez une équation du mouvement pour ce système.
(b) Démontrer que le mouvement résultant du déplacement initial est de forme harmonique, et calculez-en la fréquence.
(c) Répétez les calculs en (a) et (b), mais cette fois en supposant que c'est maintenant une charge positive qui est placée entre les deux autres et déplacée perpendiculairement. Quel est maintenant la forme du mouvement résultant?

Question 2

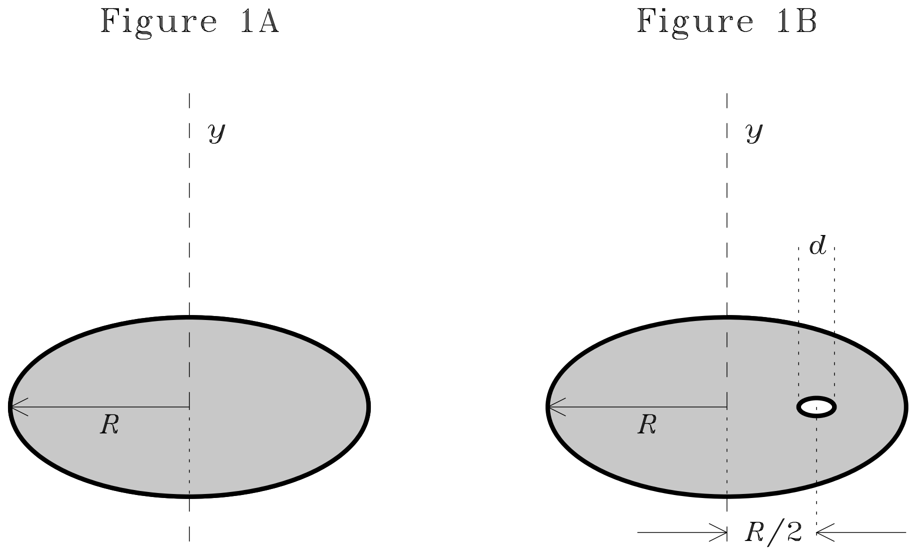
Une charge $+q$ est placée à un coin d'un cube d'arête a, et une charge $-q$ au coin diagonalement opposé (la diagonale en question passant par le centre du cube). Tout en justifiant bien toutes les étapes de votre raisonnement, calculez le flux du champ électrique sur chacune des six faces du cube, et le flux net sur toute la surface du cube.

Question 3

(a) Utilisez la loi de Gauss pour calculer le champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur d'une coquille sphérique épaisse, de rayon interne R_1 et rayon externe R_2 ($> R_1$), uniformément chargée (densité volumique de charge $\rho\,[\mathrm{C/m^3}]$).
(b) Tracez un graphique des composantes de $\mathbf{E}$ en fonction de la distance r depuis le centre de la sphère.
(c) Quel devrait être le rayon R d'une sphère pleine ayant la même densité de charge ρ (toujours spatialement uniforme) pour produire le même champ électrique que la sphère en (a), à des distances $r > R_2$?

Question 4

Considérons une plaque circulaire de rayon R, placée dans le plan xz et portant une charge uniforme de densité surfacique σ $[\mathrm{C/m^2}]$;



(a) Calculez le champ électrique en fonction de la distance y le long d'une ligne droite perpendiculaire au plan de la plaque, et croisant le plan de la plaque en son centre (voir Figure 1A).

(b) Calculez maintenant (Figure 1B) le champ électrique dans le cas d'une plaque semblable, mais dans laquelle on a perçé un très, très petit trou (diamètre $d \ll R$, soit beaucoup plus petit que la Fig. 1B prise au pied de la lettre) à une distance $R/2$ de son centre. Explicitez toutes les étapes de votre raisonnement.

(c) Obtenez finalement deux expressions approximatives pour la grandeur du champ électrique le long de l'axe y dans les deux cas considérés ci-dessus, valides dans la limite $y \gg R$. Interprétez votre résultat en terme du théorème de Gauss.

Question 5

Considérons les deux champs vectoriels suivants, définis en coordonnées cartésiennes et incluant une constante k judicieusement choisie de façon telle que $\mathbf{E}$ se retrouve avec les unités appropriées:

$$\mathbf{E} = k(xy\hat{\mathbf{x}} + 2yz\hat{\mathbf{y}} + 3xz\hat{\mathbf{z}}) \ ,$$

$$\mathbf{E} = k(y^2\hat{\mathbf{x}} + (2xy + z^2)\hat{\mathbf{y}} + 2yz\hat{\mathbf{z}}) \ ,$$

(a) Un seul de ces deux champ pourrait représenter un champ électrique. Lequel et pourquoi?

(b) Calculez le potentiel électrique correspondant à celui des deux champs ci-dessus que vous avez déclaré électrostatiquement possible. Il sera payant de choisir judicieusement son chemin d'intégration, ainsi que le point zéro du potentiel...

(c) Inventez un troisième champ vectoriel $\mathbf{E}$ en coordonnées cartésiennes, semblable aux deux ci-dessus, pouvant également représenter un champ électrostatique. (La solution triviale, $\mathbf{E}(x, y, z) =$ constante, n'est pas permise!).
