

Université de Montréal

Analyses de simulations magnétohydrodynamiques du cycle solaire

par
Patrice Beaudoin

Département de physique
Faculté des arts et des sciences

Thèse présentée à la Faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de Philosophiæ Doctor (Ph.D.)
en physique

le 31 août, 2017

© Patrice Beaudoin, 2017.

Université de Montréal
Faculté des études supérieures

Cette thèse intitulée:

Analyses de simulations magnétohydrodynamiques du cycle solaire

présentée par:

Patrice Beaudoin

a été évaluée par un jury composé des personnes suivantes:

Gilles Fontaine,	président-rapporteur
Paul Charbonneau,	directeur de recherche
René Doyon,	membre du jury
Matthew Browning,	examineur externe
Personne Mystère,	représentant du doyen de la FES

Thèse acceptée le: quelque part en 2017

RÉSUMÉ

Donec luctus posuere ligula. Nunc rutrum mauris non ligula. Cras dapibus. Etiam in sapien. Quisque vestibulum. Mauris sodales malesuada velit. Curabitur vehicula. Morbi convallis, mi ac tincidunt blandit, pede lacus mollis justo, sed mattis pede ante ut odio. Integer euismod tincidunt ante. Pellentesque dolor enim, commodo nec, vulputate et, semper sit amet, erat. Curabitur quis velit.

Mauris convallis magna non lacus interdum facilisis. Praesent purus. Nulla aliquam felis sed diam. Praesent nibh. Nulla elementum blandit dolor. Ut tortor orci, tristique ut, vestibulum eu, scelerisque sed, ipsum. Sed diam. Donec a dolor. In hendrerit, mi sed hendrerit ornare, eros libero congue dolor, a iaculis lorem ipsum nec nisl. Nullam velit libero, pharetra eu, ullamcorper ac, posuere eu, odio. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Morbi sit amet est. Nullam sed enim quis arcu adipiscing pretium. Fusce accumsan commodo nulla. Nullam ipsum. Maecenas semper elit a nulla. Nullam a magna eleifend libero convallis sagittis. Vivamus du.

Vivamus nec magna sed mi faucibus convallis. Morbi et ipsum. Maecenas scelerisque, erat eget molestie viverra, tortor turpis pulvinar neque, sed pulvinar velit odio at tortor. Proin varius feugiat purus. Sed dictum consequat wisi. Proin sit amet risus. Pellentesque lectus. Ut sollicitudin justo ac nibh. Nulla felis. Etiam pharetra. Duis vitae lectus.

Mots clés: Vivamus, magna, sed, faucibus, convallis.

ABSTRACT

Nullam pharetra neque quis urna. Morbi quis mauris. Proin congue ultrices elit. Praesent arcu metus, tincidunt nec, vehicula quis, sodales sit amet, risus. Nunc eget lorem vitae risus pulvinar porttitor. Suspendisse vitae urna at erat sagittis suscipit. Etiam luctus ultrices diam. Etiam luctus egestas nunc. Integer id enim. Morbi est. Etiam felis dolor, vehicula eu, ullamcorper eu, condimentum eget, ante. Aenean lobortis vestibulum dolor. Nunc tempus, dolor ac pellentesque luctus, mauris felis fringilla ante, et tempus lacus elit ut mi. Suspendisse potenti. Aenean dapibus elit sit amet orci.

Aliquam eget velit. Nam lacinia fermentum wisi. Nunc vestibulum neque non dui. Phasellus vel dolor. Aenean commodo elit at turpis. Morbi luctus augue ut nulla. Nam quis mauris sit amet ante eleifend commodo. Curabitur ut augue. Duis sodales, lacus in pretium interdum, nibh pede vulputate augue, vel auctor sem elit vel erat. Cras nisl.

Pellentesque orci. In tempor magna ut libero. Suspendisse leo tellus, ultricies id, eleifend ut, porta et, sem. Nulla facilisi. Sed tortor dui, tincidunt eu, porta sit amet, pulvinar ac, neque. Vivamus ullamcorper consectetur sapien. Ut ultrices diam in purus. Donec tincidunt mi. Sed arcu diam, rutrum et, dictum fermentum, commodo vel, odio. Donec ullamcorper pharetra ante. Nunc ac velit sit amet pede condimentum auctor. Proin gravida velit vel lorem. Nulla mauris metus, fermentum vel, auctor elementum, ornare sed, purus. Proin quis lorem at felis vulputate viverra. Suspendisse luctus dui ac massa. Aliquam erat volutpat.

Keywords: Nulla, mauris, metus, fermentum, auctor, elementum.

TABLE DES MATIÈRES

RÉSUMÉ	iii
ABSTRACT	iv
TABLE DES MATIÈRES	v
Liste des Tableaux	vii
Liste des Figures	viii
Liste des Annexes	xi
Liste des Sigles	xii
REMERCIEMENTS	xiii
CHAPITRE 1 : INTRODUCTION	1
1.1 Le Soleil	3
1.1.1 Observations et surface	4
1.1.2 Intérieur solaire	12
1.1.3 Climat spatial	15
1.2 La physique solaire	20
1.2.1 Aspects hydrodynamiques et thermiques	22
1.2.2 Aspects électriques et magnétiques	31
1.3 Modélisation du Soleil	38
1.3.1 Modèles de champs moyens	39
1.3.2 Modèles Babcock-Leighton	41
1.3.3 Modèles globaux	43
1.4 Introduction aux dynamos solaires secondaires	51

CHAPITRE 2 : DOUBLE DYNAMO SIGNATURES IN A GLOBAL MHD SIMULATION AND MEAN-FIELD DYNAMOS	59
ABSTRACT	60
2.1 Introduction	61
2.2 Global MHD simulation results	64
2.3 Mean-field simulation results	69
2.4 Thermal response in the global MHD simulation	78
2.5 Concluding Remarks	83
2.6 Annex	85
CHAPITRE 3 : IMPACT DE LA ZONE STABLE SUR LA ZONE DE CONVECTION SOLAIRE	91
3.1 Modèles et paramètres	92
3.2 Simulations HD	95
3.2.1 Turbulence et convection	95
3.2.2 Aspects thermiques	103
3.2.3 Rotation	105
3.2.4 Énergies	112
3.3 Simulations MHD	114
3.3.1 Magnétisme	114
3.3.2 Turbulence et convection	122
3.3.3 Aspects thermiques	129
3.3.4 Rotation	132
3.3.5 Énergies	138
3.4 Résumé et contributions à l'article	144
CHAPITRE 4 : INDETERMINÉ	148
CHAPITRE 5 : CONCLUSION	149
BIBLIOGRAPHIE	155

LISTE DES TABLEAUX

2.I	Growth rates (λ) and periods (P) for various mean-field dynamo cases.	77
3.I	Tableau récapitulatif des caractéristiques numériques des simulations	96
3.II	Quantités notables extraites des quatre simulations	147

LISTE DES FIGURES

1.1	Granulation à la surface du Soleil	5
1.2	Taches solaires	7
1.3	Facules à proximité de taches solaires	8
1.4	Diagramme de paires de taches solaires	9
1.5	Diagramme papillon de taches solaires	11
1.6	Série temporelle de cycles solaires	12
1.7	Rotation différentielle	14
1.8	Spectre solaire	15
1.9	Reconnexion magnétique	17
1.10	L'héliosphère	18
1.11	Cycle solaire et ^{14}C	19
1.12	Cycle solaire et ^{10}Be	21
1.13	Circulation méridienne	31
1.14	Résultats du code ASH	48
1.15	Résultats du code EULAG, écoulements	50
1.16	Résultats du code EULAG, magnétisme	51
1.17	Influence d'un cycle magnétique solaire secondaire sur la quantité de rayons cosmiques traversant l'héliosphère	53
1.18	Champ magnétique radial solaire	56
1.19	Écarts en fréquence des modes p	57
1.20	Dynamo secondaire dans des modèles de champs moyens	58
2.1	Longitudinally averaged toroidal magnetic field	66
2.2	Temporal evolutions of the longitudinally averaged toroidal mag- netic field and its detrended profile	68
2.3	Mollweide diagrams of the toroidal magnetic field	70
2.4	Differential rotation profiles	73

2.5	Toroidal magnetic field produced by a mean-field model where two distinct dynamo modes are observed	74
2.6	Frequency ratio of the long cycle (f_L) over the short cycle (f_S) versus R_m	77
2.7	Diagrams of $\langle \Theta' \rangle - \langle \bar{\Theta}' \rangle$ at $r/R = 0.92$ and power spectral density to the temperature signal extracted at $\theta = 15^\circ$	79
2.8	Color maps displaying the total power of $\langle \Theta' \rangle$ contained inside the frequency bands f_1 and f_3	81
2.9	Comparison of the time series of the mean <i>emf</i> components extracted from the millenium simulation (in black) and as reconstructed	88
2.10	Comparison of the toroidal magnetic field in a time-latitude diagram near the surface between two differents kinematic mean-field models	90
3.1	Moyenne quadratique de la vitesse radiale perturbée	98
3.2	Convection	99
3.3	Distribution des vitesses radiales fluctuantes	101
3.4	Densité d'hélicité cinétique de la vitesse turbulente	102
3.5	Caractérisation des températures potentielles	105
3.6	Flux convectif moyen	106
3.7	Écoulements aux grandes échelles des simulations HD	109
3.8	Flux de moments cinétiques	111
3.9	Énergies cinétiques	113
3.10	Flux d'énergie cinétique au travers de l'interface	115
3.11	$\langle B_\phi \rangle$ et $\langle J_\phi \rangle$ dans la simulation sans zone stable	117
3.12	$\langle B_\phi \rangle$ et $\langle J_\phi \rangle$ dans la simulation avec zone stable	119
3.13	Représentations polaires de $\langle B_\phi \rangle$ et $\langle J_\phi \rangle$	121
3.14	Diagrammes de Mollweide de B_ϕ	123
3.15	Moyenne quadratique de la vitesse radiale perturbée	124
3.16	Convection	126

3.17	Distribution des vitesses radiales fluctuantes	127
3.18	Densité d'hélicité cinétique de la vitesse turbulente	128
3.19	Densité d'hélicité magnétique du champ magnétique turbulent . . .	130
3.20	Caractérisation des températures potentielles	132
3.21	Flux convectif moyen	133
3.22	Écoulements aux grandes échelles des simulations MHD	136
3.23	Flux de moments cinétiques	139
3.24	Énergies cinétiques et magnétiques	141
3.25	Flux d'énergie cinétique au travers de l'interface	143
3.26	Flux de Poynting au travers de l'interface	145
5.1	Champ magnétique toroïdal d'une simulation à haute résolution . .	154

LISTE DES ANNEXES

LISTE DES SIGLES

ASH	Anelastic Spherical Harmonic
BiSON	Birmingham Solar Oscillations Network
EULAG	Eulerian Lagrangian
GOLF	Global Oscillations at Low Frequencies
HD	Hydrodynamique
ILES	Implicit Large-Eddy Simulation
LES	Large-Eddy Simulation
MHD	Magnétohydrodynamique
MPDATA	multidimensional positive definite advection transport algorithm
SDO	Solar Dynamics Observer

REMERCIEMENTS

Curabitur pharetra. Nam vestibulum ligula nec dolor. Donec ac lectus. Integer eleifend mollis nunc. Phasellus at sapien eu velit aliquam commodo. Cras vel erat non enim iaculis elementum. Etiam non lacus sit amet arcu viverra fringilla. Aliquam blandit. Quisque at odio. Nam vulputate elementum felis. Sed gravida. Sed sem tellus, luctus commodo, pretium a, aliquam eu, enim. Vestibulum ut neque vitae felis elementum porta. Suspendisse potenti. Duis sed wisi. Nam accumsan, metus dictum scelerisque nonummy, ipsum ipsum gravida arcu, nec viverra sem velit vitae arcu. Suspendisse facilisis ante at leo. Vivamus nec libero sagittis nunc hendrerit lacinia. Vestibulum ultrices vehicula eros.

CHAPITRE 1

INTRODUCTION

Le Graal de la recherche en physique solaire est de pouvoir prédire l'amplitude et la durée du prochain cycle d'activité, celui-ci étant corrélé à la fréquence et à l'intensité des éruptions solaires de même qu'à la quantité de taches que l'on retrouve à la surface du disque. Malheureusement (ou heureusement pour moi), notre compréhension du Soleil n'est qu'à un stade assez avancé pour prédire s'il y aura effectivement un autre cycle après celui-ci ! La compréhension du mécanisme dynamo régissant la dynamique interne du Soleil est le premier pas vers la prédiction de l'intensité des cycles futurs. Le travail présenté ici se veut une contribution additionnelle à la compréhension de ce mécanisme dans le cadre de simulations générées à l'Université de Montréal.

Les premières observations du Soleil datent fort probablement de la préhistoire, ne serait-ce que pour calculer le temps. Viendra par la suite de nombreux écrits en provenance de l'Antiquité et du Moyen-Âge, tous avec un degré de précision remarquable pour l'époque, décrivant les éclipses et l'apparition de taches solaires à la surface du disque. Ce n'est qu'au cours des derniers siècles que les grands penseurs scientifiques purent entrevoir la nature réelle du Soleil à l'aide d'observations plus détaillées (grâce à l'invention du télescope entre autre). Depuis, la physique solaire s'est énormément développée grâce à l'émergence de plusieurs branches de la physique fondamentale, telles la thermodynamique, l'électromagnétisme, la physique atomique nucléaire et l'hydrodynamique.

Il est intéressant de constater qu'il reste beaucoup de progrès à réaliser au niveau de la compréhension des mécanismes gérant la dynamique de l'atmosphère solaire, même si ceux-ci reposent grandement sur la mécanique classique, la discipline la plus vénérable (et la plus étudiée) de la physique. En effet, la vitesse de rotation du Soleil est non relativiste (beaucoup moindre que la vitesse de la lumière) et toutes les propriétés de l'intérieur solaire, à une échelle mésoscopique (entre échelle macroscopique et microscopique, applicable pour un fluide), sont non relativistes. Évidemment, le Soleil a une masse totale suffisante pour affecter l'espace autour de lui. Nous n'avons qu'à penser,

par exemple, à la résolution du problème de l'orbite de Mercure [52] ou à la découverte de l'effet de lentille gravitationnelle [51] pour lesquelles l'usage de la théorie relativiste était nécessaire. Cependant, aux échelles spatiales sur lesquelles la mécanique des fluides opère, les effets relativistes sont négligeables. Dans le même ordre d'idée, ces échelles spatiale et temporelle sont assez grandes pour exclure explicitement les interactions quantiques. Cependant, leurs effets doivent être pris en compte lorsqu'on adapte la théorie quantique à la mécanique classique (pensons aux calculs d'opacités stellaires par exemple [31]).

Comme je le montrerai plus loin, l'aspect non-linéaire des équations développées pour expliquer la dynamique du Soleil force les scientifiques à utiliser des méthodes numériques pour les résoudre, puisqu'elles ne se résolvent pas analytiquement. De plus, cet aspect engendre des "familles" de solutions qui dépendent fortement des conditions initiales que nous utilisons pour résoudre ces équations. Il n'est donc pas surprenant que plusieurs modèles numériques aient été proposés dans les cinquante dernières années pour tenter de résoudre ce problème.

La thèse est divisée en cinq parties distinctes. Tout d'abord, le présent chapitre introduira tous les aspects importants à la bonne compréhension du présent travail. Ensuite viendra le premier article (publié) composant la thèse, intitulé *Double Dynamo Signatures in a Global MHD Simulation and Mean-Field Dynamos*, reproduit dans le Chapitre 2. Par la suite vient le Chapitre 3 où les différents aspects des simulations utilisées pour le chapitre suivant sont explicités en profondeur. Suit le deuxième article (en voie d'être soumis) inclut dans la thèse, intitulé *Impact of convectively stable layers in global HD and MHD simulations* et composant l'entièreté du Chapitre 4. Enfin suivra une courte conclusion à ce travail, résumant les résultats importants discutés dans ce document en plus de fournir quelques avenues de recherches supplémentaires utilisant le travail résumé ici (Chapitre 5).

Maintenant, dans cette introduction de thèse, je discuterai en premier lieu du Soleil en tant que tel, décrivant ce que nous comprenons des observations et élaborant sur le fonctionnement général de l'astre. En second lieu, j'entrerai plus en détail dans les descriptions physiques et mathématiques de l'étoile, tout en apportant des justifications aux

explications fournies dans la première section. En troisième lieu, je discuterai brièvement des classes de modèles qui ont été créées pour tenter d'expliquer et de reproduire ce que nous observons, en particulier le cycle magnétique solaire (expliqué en détails dans la § 1.1). Finalement, j'introduirai le premier article composant cette thèse, en incluant mes contributions à celui-ci

1.1 Le Soleil

Les premières observations documentées du Soleil remontent à l'Antiquité, période à laquelle les éclipses solaires furent répertoriées pour la première fois. À cette époque, les éclipses étaient synonyme de divination, naissance ou mort de personnages célèbres, ou bien encore tout simplement de malédiction. Les écrits de l'Antiquité sont donc très romancés et il est très difficile pour les historiens de différencier les événements réels des divagations. La plus ancienne trace écrite d'une éclipse ayant actuellement eu lieu date de 1375 av. J.C. à Ugarit, en actuelle Syrie [161].

Quelques observations de taches solaires ici et là durant l'Antiquité et le Moyen-Âge apparaissent dans des correspondances et notes d'époque [150]. L'observation de ces taches à l'oeil nu étaient difficiles en raison de la luminosité du Soleil et de la taille relative de ces taches sur le disque solaire. Il était donc essentiel que l'intensité de l'étoile soit réduite par des nuages ou de la poussière dans l'atmosphère terrestre et que la tache soit suffisamment grosse pour pouvoir l'observer [157]. Ceci explique la faible quantité de documents retrouvés traitant de taches solaires provenant de cette époque, en majorité en provenance de Chine grâce à l'astrologie [140].

Les scientifiques commencent vraiment à s'intéresser à l'observation du Soleil à l'époque de la Renaissance, au début du XVII^e siècle, avec l'invention du télescope. Les noms et les découvertes vont s'enfiler à très grande vitesse jusqu'à l'époque contemporaine dans laquelle nous vivons. Des noms célèbres tels que Galilée, Scheiner, Newton, Fraunhofer, Maunder, Spörer, Herschel, Schwabe et Wolf sont associés de près ou de loin à la recherche en physique solaire durant ces années. Des découvertes palpitantes telles le cycle de taches solaires, le minimum de Maunder, la décomposition de la

lumière blanche, la spectroscopie, l'émission infrarouge et ultraviolette, la rotation différentielle solaire, l'effet Zeeman et la composition et formation des taches solaires ont toutes eu un grand impact sur le développement de la physique en général, pas seulement sur la physique solaire.

Cependant, le but de cette section n'est pas de passer en revue toutes les découvertes faites en lien avec le Soleil : le lecteur intéressé pourra se référer aux ouvrages de Mitchell, 1916, Hetherington, 1996, Littman *et al.*, 2008, ainsi qu'au site web des Grands moments de la physique solaire (http://www.astro.umontreal.ca/~paulchar/grps/histoire/newsite/sp/great_moments_f.html, valide en date du mois de février 2017) [71, 95, 106] pour en apprendre plus au niveau de l'histoire des observations en physique solaire et à ceux de Miesch, 2005, Wang, 2008, Howe, 2009, et Charbonneau, 2010, [34, 74, 102, 154] pour avoir une idée globale des recherches récentes effectuées dans ce domaine. La motivation de cette section est d'introduire les caractéristiques principales du Soleil sans nécessairement entrer dans les détails mathématiques. Je commencerai par décrire le Soleil en général ainsi que les observations de sa surface (§ 1.1.1). Je poursuivrai ensuite avec une description de l'intérieur solaire et des outils nécessaires pour l'observation de ces couches moins connues (§ 1.1.2). Je terminerai avec l'impact qu'a le Soleil sur le climat géospacial (§ 1.1.3).

1.1.1 Observations et surface

Le Soleil est une étoile située sur la séquence évolutive principale âgée d'environ 5 milliards d'années [162]. C'est une étoile jaune de type spectral G2, ayant une masse avoisinant 2×10^{30} kg et un rayon équatorial approximatif de 7×10^8 m. La température de la photosphère (couche à partir de laquelle la lumière visible nous parvient) atteint environ 5800 K. C'est cette couche qui fut observée en premier pour des raisons évidentes. Le Soleil est composé de plasma, donc de particules étant individuellement chargées électriquement dans un milieu globalement neutre, propice pour le développement de champs magnétiques [146].

À la surface de la photosphère, on décèle des structures que l'on appelle "granules". Le phénomène de granulation est relié à la convection qui survient dans les couches ex-

ternes de l'intérieur solaire. Ce que nous voyons sur la Figure 1.1 est le gaz chaud montant vers la surface (endroits clairs) et le gaz plus froid retombant vers l'intérieur solaire (endroits sombres), définissant les cellules de convection, ou "granules". La convection est possible puisque l'intérieur solaire est beaucoup plus chaud que les couches externes et la densité du gaz est assez faible ; c'est le moyen de transport d'énergie thermique le plus efficace dans ces conditions (voir le critère de Schwarzschild [153], également discuté dans la § 1.2.1). Les cellules de convection ont un temps de vie assez court, soit de 8 à 20 minutes [6], étant constamment remplacées par de nouvelles cellules.

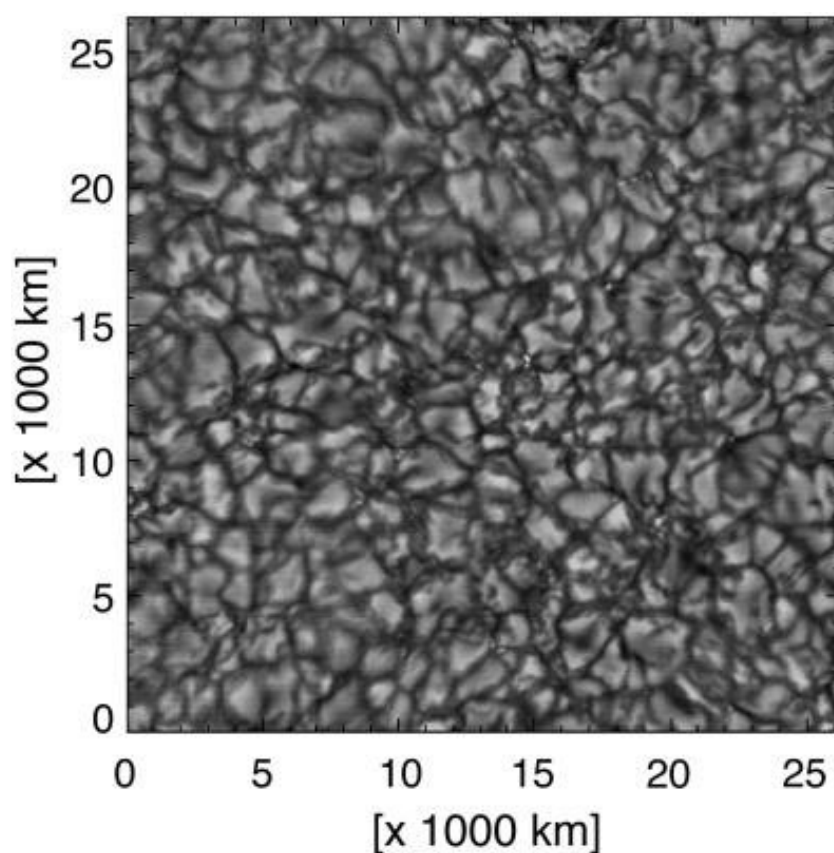


Figure 1.1 – Représentation dans le spectre continu de la granulation à la surface du Soleil. Données prises par le National Optical Astronomy Observatory (NOAO). Par le biais de la convection, le plasma monte vers la surface dans les régions claires (chaudes), et descend vers l'intérieur dans les régions sombres (froides). Image tirée de <http://www.nhn.ou.edu/~jeffery/astro/sun/sun.html> et téléchargée en date du mois de janvier 2017.

Outre la granulation, une autre caractéristique remarquable à la surface du Soleil est la présence de taches. La Figure 1.2 montre de telles taches, chacune étant définie par une région très sombre entourée d'une région un peu plus claire appelée pénombre. Elles sont formées par la présence de champ magnétique émergeant ou pénétrant la photosphère à ces endroits. Le champ magnétique inhibe la convection (puisque la matière convectée est un plasma, donc réagissant à la présence de champ magnétique) et produit une pression. Pour que le plasma affecté par une telle pression dans la tache soit en équilibre avec son environnement, sa température doit être plus faible. C'est cette différence en température qui donne à la tache son aspect sombre, ayant une luminosité légèrement plus faible que le milieu environnant [15]. La température de la photosphère aux endroits recouverts de taches varie entre 3000 K et 4500 K. Mentionnons ici que le Soleil n'est pas la seule étoile à être affectée par de telles taches. Les améliorations apportées aux instruments d'observation dans les dernières décennies ont permis de détecter des taches stellaires [14, 124, 142].

L'apparition de taches solaires s'effectue en parallèle avec des structures beaucoup plus petites et de formes moins régulières appelées facules. Celles-ci sont légèrement plus brillantes que le milieu environnant (voir Figure 1.3) et sont plus facilement visibles aux bords du disque solaire. Comme pour les taches solaires, ces structures sont formées en raison d'une accumulation de lignes de champ magnétique (toutefois en plus petites quantités) [65]. À ce jour, la formation des facules n'est pas totalement comprise même si certaines théories sont plus populaires que d'autres, notamment le modèle de "mur blanc" de Spruit [138, 139]. Ce dernier stipule que l'accumulation de champ magnétique à une plus petite échelle que celle des taches solaires provoque tout de même des dépressions en hauteur suffisantes pour permettre l'observation de couches plus profondes du Soleil. Cette observation est beaucoup plus facile près des bords du disque, ce qui expliquerait leurs apparitions à ces endroits.

Dans le référentiel en rotation, les taches solaires bougent relativement peu à la surface du Soleil durant leur temps de vie (quelques dizaines de jours), ce qui en fait des candidates de choix pour évaluer la période de rotation du Soleil. Cette particularité permis à Richard Carrington et Gustav Spörer, au XIX^e siècle, d'analyser la rotation solaire

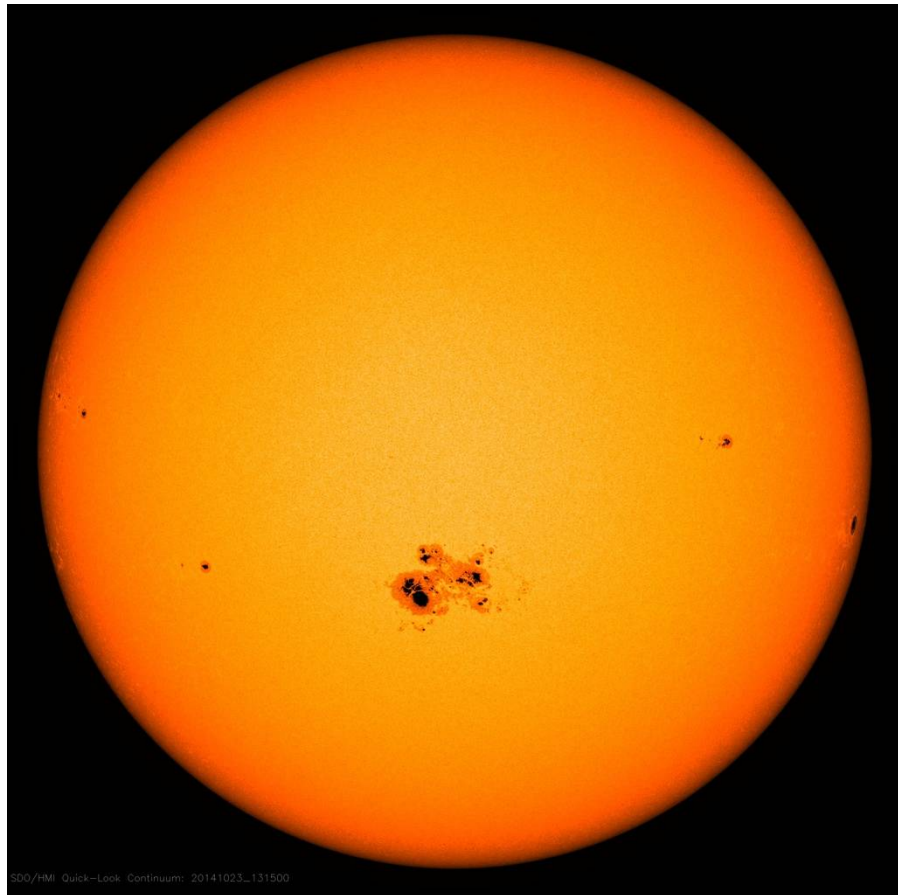


Figure 1.2 – Disque solaire, représenté dans les longueurs d’ondes visibles, ayant plusieurs taches à sa surface, en particulier un groupe de taches dans la partie centre-inférieure du disque. Image tirée de <https://www.nasa.gov/content/goddard/largest-sunspot-of-solar-cycle/> et téléchargée en date du mois de janvier 2017.

et d’en conclure que le Soleil ne tourne pas de manière solide sur lui-même, mais plutôt de façon différentielle [99]. En d’autres termes, la période de rotation à différentes latitudes n’est pas la même. En effet, une tache mettrait ~ 25 jours terrestres pour faire le tour du Soleil à l’équateur tandis qu’elle en prendrait ~ 36 près des pôles (il n’y a pas de taches à ces endroits, mais des mesures Doppler ont confirmé ce comportement [123]). La période de rotation du Soleil s’accroît donc avec la latitude [147]. Une analyse plus détaillée de l’intérieur solaire (dont je discuterai à la § 1.1.2) permet de confirmer ce comportement.

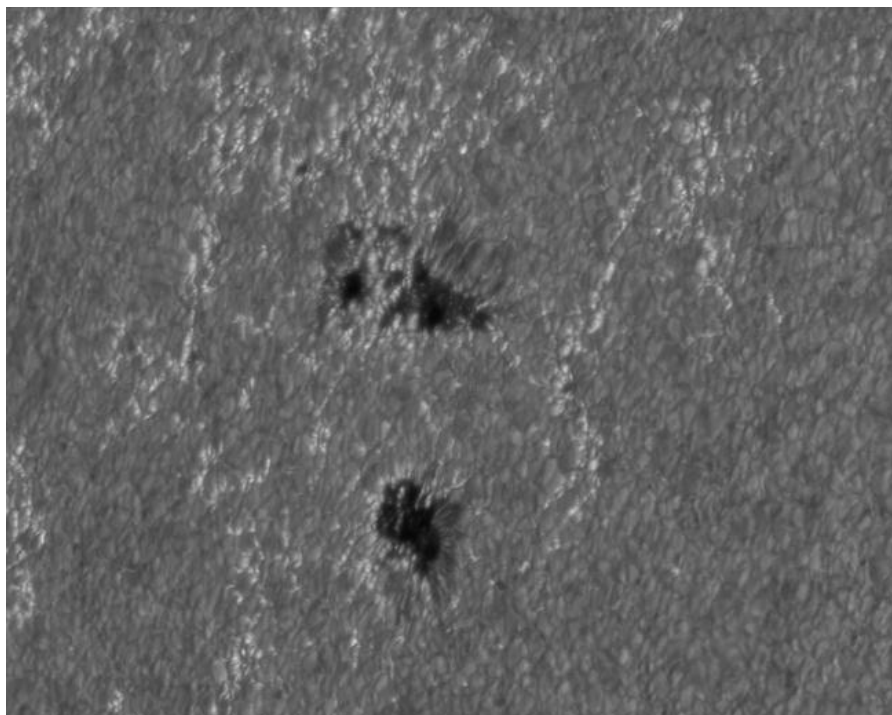


Figure 1.3 – Représentation dans le spectre continu d'un groupe de taches solaires, en foncé, accompagné de facules, en plus clair. Ces dernières sont de taille modeste, ayant une surface de l'ordre de quelques granules. Image tirée de <https://solarscience.msfc.nasa.gov/feature1.shtml> et téléchargée en date du mois de janvier 2017.

Ces taches émergent en paires la plupart du temps. Ceci est le résultat de la formation de boucles de lignes de champ magnétique : celles-ci sont nécessaires puisqu'il ne peut exister de "point source" de champ magnétique (il n'existe pas de monopôle magnétique aux dernières nouvelles) [63]. Il y a donc une tache qui contient le flux magnétique émergent et une autre qui capte les lignes pénétrant au travers de la surface solaire. Une façon de concevoir ceci est de penser à un modèle de "serpent de mer" où le corps du serpent émerge de temps en temps de la surface du Soleil : les endroits où son corps recoupe la photosphère constituent les taches solaires. Les paires de taches sont légèrement inclinées vers l'équateur (la tache située en avant étant à une latitude plus basse que la tache arrière) en raison de la force de Coriolis agissant sur les lignes champs composant la paire. On appelle ce phénomène la loi de Joy [49]. Également, pour un hémisphère donné, l'ordre des taches reste le même. Donc, si une tache contenant le champ émergent

précède sa compagne contenant le champ entrant (dans le sens de la rotation solaire), ce sera le cas pour toutes les autres taches solaires dans cet hémisphère. Finalement, l'ordre des taches d'un hémisphère par rapport à l'autre est inversé [66]. Toutes ces propriétés peuvent être regroupées sous le nom de lois de Hale, résumées par la Figure 1.4.

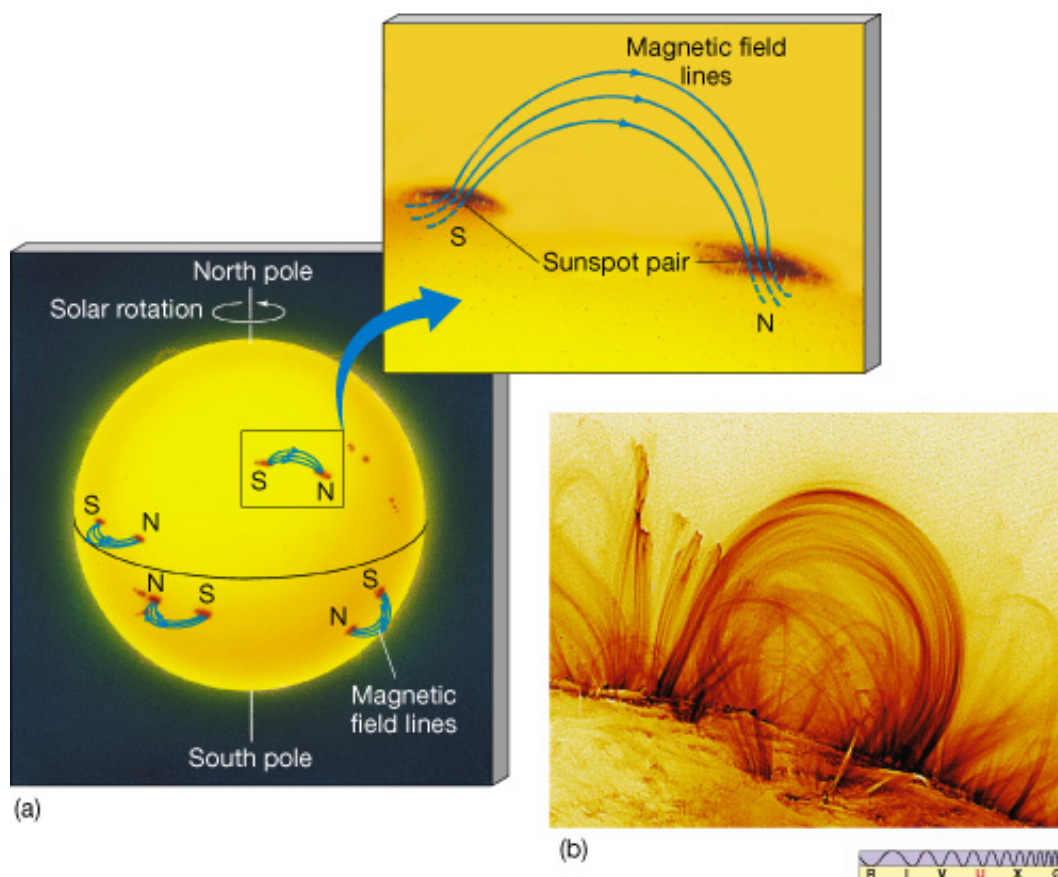


Figure 1.4 – Représentation schématique de paires de taches solaires, accompagné d'une boucle coronale. Dans le panneau (a), on illustre l'émergence en paire des taches solaires. On note que l'ordre des taches est le même pour un hémisphère donné et qu'il est inversé d'un hémisphère à l'autre. Dans l'agrandissement de ce panneau, on voit le détail d'une paire de taches solaires auxquelles on pourrait associer un "serpent de mer", avec la tête pointant vers la polarité nord. Le panneau (b) montre une boucle coronale liée à l'émergence d'une tache solaire prise dans l'ultraviolet. La matière emprisonnée par le magnétisme suit les lignes de champ. Image tirée de <http://astronomy.nju.edu.cn/~lixd/GA/AT4/AT416/HTML/AT41604.htm> et téléchargée en date du mois de janvier 2017.

L'apparition de ces taches est régulée par ce qu'on appelle le cycle (de taches) solaire(s). Comme illustré dans la Figure 1.5, la quantité de taches solaires émergeant en surface varie avec le temps, ayant en général une période maximale d'activité aux ~ 11 ans. Ce cycle est présent au moins depuis les débuts de l'observation du Soleil au télescope, au XVII^e siècle. C'est Samuel Heinrich Schwabe, en 1843, qui nota pour la première fois la présence de ce cycle solaire dans ses observations (et les précédentes) [141]. Le cycle solaire possède plusieurs propriétés qualitatives intéressantes. Tout d'abord, lorsqu'un nouveau cycle démarre (donc à partir d'un minimum d'activité), les taches émergent aux mi-latitudes ($\sim 30 - 40^\circ$). Plus le cycle progresse, plus les taches ont tendance à émerger à des latitudes plus basses pour se retrouver au niveau équatorial vers la fin du cycle. Ce sont ces caractéristiques qui donnent des airs "d'ailes de papillons" au panneau du haut de la Figure 1.5, communément appelé "diagramme papillon". Ensuite, le cycle est très irrégulier en termes d'amplitude et de période. Ceci est très bien représenté dans le panneau du bas de la Figure 1.5, où l'on note de fortes modulations dans la surface recouverte par des taches d'un cycle à l'autre. Historiquement, il y eut des périodes de grands minima d'activité, dont les plus connus sont les minima de Maunder et de Dalton puisqu'ils ont été directement observés (voir Figure 1.6). À ce jour, c'est un phénomène encore mal compris par la communauté de chercheurs en physique solaire. Je ne m'attarderai pas plus longtemps sur ce phénomène, puisqu'il y aurait assez de contenu pour écrire une autre thèse de doctorat (et franchement, une c'est déjà assez) ! Finalement, pour deux cycles consécutifs, l'ordre des taches solaires est inversé simultanément dans chaque hémisphère [66]. Donc, si pour un hémisphère donné et pour un cycle donné les paires de taches solaires sont dans l'ordre émergent-entrant dans le sens de la rotation, cet ordre deviendra entrant-émergent pour le cycle suivant. Ceci implique que, physiquement, le cycle de taches solaires a une période d'environ 11 ans, mais le cycle **magnétique** solaire a une période de 22 ans si nous considérons l'inversion de l'ordre des taches (donc l'inversion de polarité du champ magnétique dans chaque hémisphère).

Finalement, il existe deux couches situées au-dessus de la photosphère qui sont pour la plupart du temps invisibles à l'oeil humain : la chromosphère et la couronne. La chromosphère se trouve entre la photosphère et la couronne et n'est observable à l'oeil nu

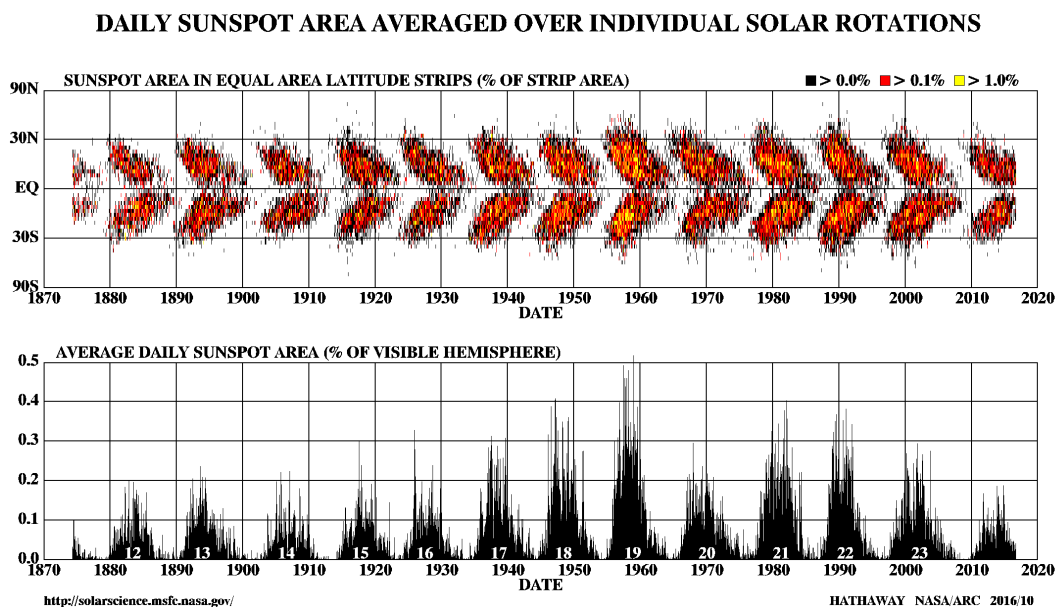


Figure 1.5 – Diagrammes représentant le pourcentage de l’aire du disque solaire observable recouvert par des taches. Le panneau du haut représente ce pourcentage pris à chaque latitude et à chaque mois, formant ce qu’on appelle le "diagramme papillon". Le panneau du bas montre ce pourcentage pris sur la totalité du disque. Image tirée de <https://solarscience.msfc.nasa.gov/images/bfly.gif> et téléchargée en date du mois de janvier 2017.

que lors des éclipses solaires totales. Elle est typiquement de couleur rougeâtre en raison d’une raie d’émission à 656.3 nm, la raie $H\alpha$. C’est également une région où la température passe d’environ 4400 K du sommet de la photosphère à plus de 25000 K lorsqu’on se positionne 2000 km plus haut [56]. Cette augmentation de température avec l’altitude n’est pas expliquée, mais il est suggéré que les reconnections magnétiques y ayant cours pourraient avoir un impact sur la température de cette couche. La couronne, pour sa part, est la couche au-dessus de la chromosphère et s’étend sur des millions de kilomètres. Elle est observable lors d’éclipses solaires, ou bien en tout temps avec l’aide d’un coronographe. Les raies d’émission de fer fortement ionisé (jusqu’au Fe_{XIV}) y étant associées indiquent une température très élevée, de l’ordre du million de Kelvin [3]. Le procédé physique entraînant cette température élevée n’est pas très bien compris encore, mais il pourrait impliquer des ondes magnétohydrodynamiques provenant des couches

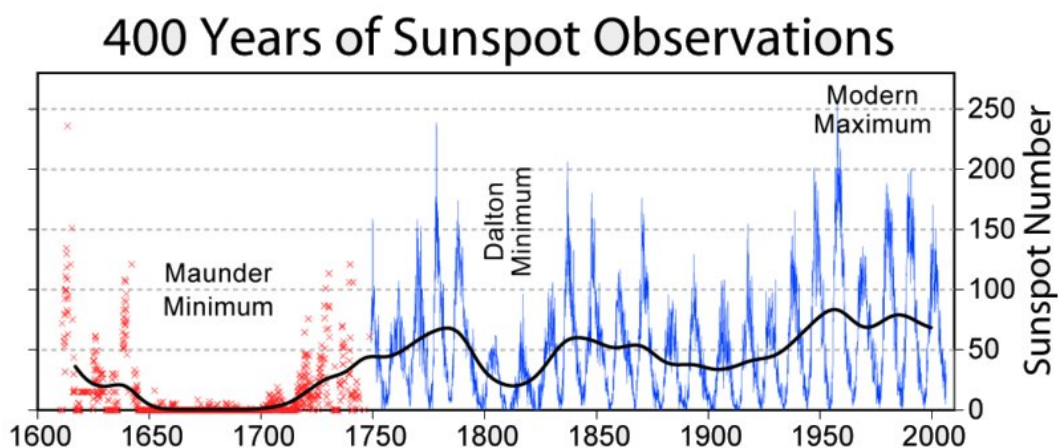


Figure 1.6 – Graphique montrant l'évolution temporelle du nombre de taches solaires observées depuis le début de l'ère télescopique. Les points en rouge représentent les observations sporadiques du Soleil, tandis que la courbe en bleu illustre l'observation continue des taches solaires depuis 1749. La courbe en noir est l'évolution moyenne du nombre de taches, en omettant les variations cycliques. On note la présence d'au moins deux minima d'activité solaire, en plus du maximum contemporain. Image tirée de https://sunearthday.nasa.gov/2013/articles/thesun_101.php et téléchargée en date du mois de janvier 2017.

inférieures [72]. Les bords externes de la couronne sont constamment repoussés plus loin en raison de l'ouverture des lignes de champ magnétique, ce qui génère le vent solaire, discuté plus en profondeur dans la § 1.1.3.

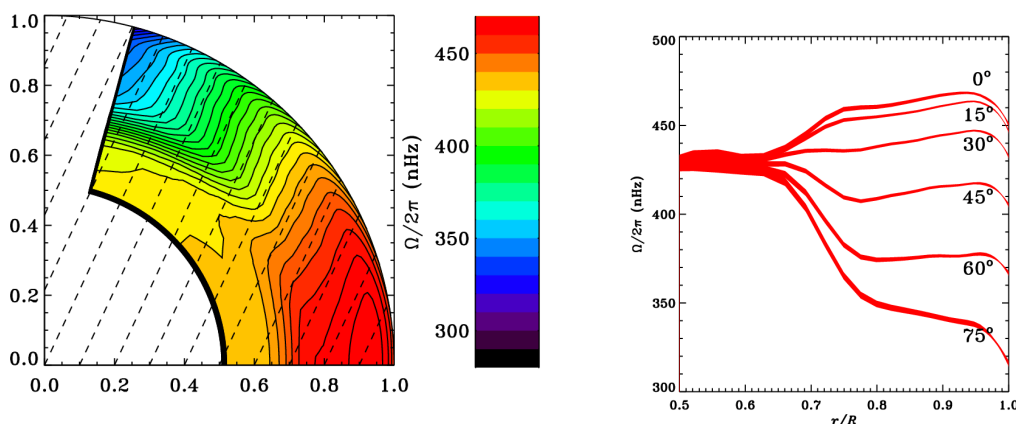
1.1.2 Intérieur solaire

L'intérieur solaire est composé de trois régions principales : la zone de convection, la zone de radiation et le coeur. J'aborderai les trois régions séparément, de la surface vers le centre du Soleil.

Le haut de la zone de convection est directement observable à l'aide de télescopes : les granules mentionnées ci-haut font partie de cette région. La zone de convection contient le $\sim 30\%$ extérieur du Soleil et est surtout caractérisée par le transport de l'énergie par des mouvements convectifs, celle-ci étant originellement émise du coeur solaire. La région délimitant la zone de convection de la zone de radiation se nomme la tachocline

[137]. L'entièreté de la zone de convection est sujette à une rotation différentielle, caractéristique observée via le mouvement des taches solaires à la surface du disque d'abord [99], puis confirmée par l'héliosismologie [74, 147]. Cette dernière technique utilise la propagation des ondes acoustiques dans le Soleil pour déterminer plusieurs quantités physiques, dont la fréquence de rotation solaire. Ce sont les ondes de pression (ondes p) qui sont détectées en surface par effet Doppler sur les raies d'absorptions du Soleil [40]. La Figure 1.7 montre la rotation différentielle solaire en fonction de la profondeur de deux façons : la première montrant une coupe polaire de la fréquence de rotation solaire, avec la zone équatoriale, délimitée en rouge, dénotant une fréquence de rotation plus élevée que les zones à hautes latitudes, délimitées en bleu, et la seconde représentant des coupes radiales de la fréquence de rotation prises à différentes latitudes. Nous pouvons remarquer la présence d'un fort gradient latitudinal dans les isocontours plutôt qu'un alignement cylindrique (et topologiquement plus simple) de ceux-ci. Ceci peut s'expliquer en partie par la turbulence dans la zone de convection qui brise cet alignement. Également, la conservation du moment cinétique devrait en principe accélérer les pôles et décélérer l'équateur, mais c'est plutôt l'inverse qui se produit. Ceci peut encore une fois être expliqué par les effets de la turbulence sur les cisaillements dans la zone de convection. Des explications plus physiques et mathématiques seront apportées dans la § 1.2.1.

La Figure 1.7 montre aussi le haut de la zone de radiation, avec la tachocline agissant comme zone de transition. La rotation dans la zone de radiation devient solide en raison de la forte densité et du manque de mouvement convectif [76]. C'est la région où le transport d'énergie du coeur vers la surface se fait plus efficacement par radiation que par convection [122]. La tachocline est une région très importante pour la dynamo solaire, puisqu'il y existe un très fort cisaillement radial dans les écoulements [112]. Le changement de fréquence de rotation à cette profondeur est propice à l'étirement des lignes de champs magnétique dans un contexte où elles sont "gelées" dans le plasma par le théorème d'Alfvén [2]. De tels changements dans les caractéristiques et dans l'orientation du champ magnétique à l'interface fourniraient une partie du mécanisme servant à l'inversion de polarité dans le cycle solaire, l'autre partie étant la convection elle-même



(a) Diagramme en représentation polaire, donc sur une carte d'intensité en rayon et en latitude, de la fréquence de rotation du Soleil. Les couleurs orange-rouge signifient une fréquence de rotation plus élevée que la moyenne, tandis que les couleurs bleu-violet signifient une fréquence de rotation moindre.

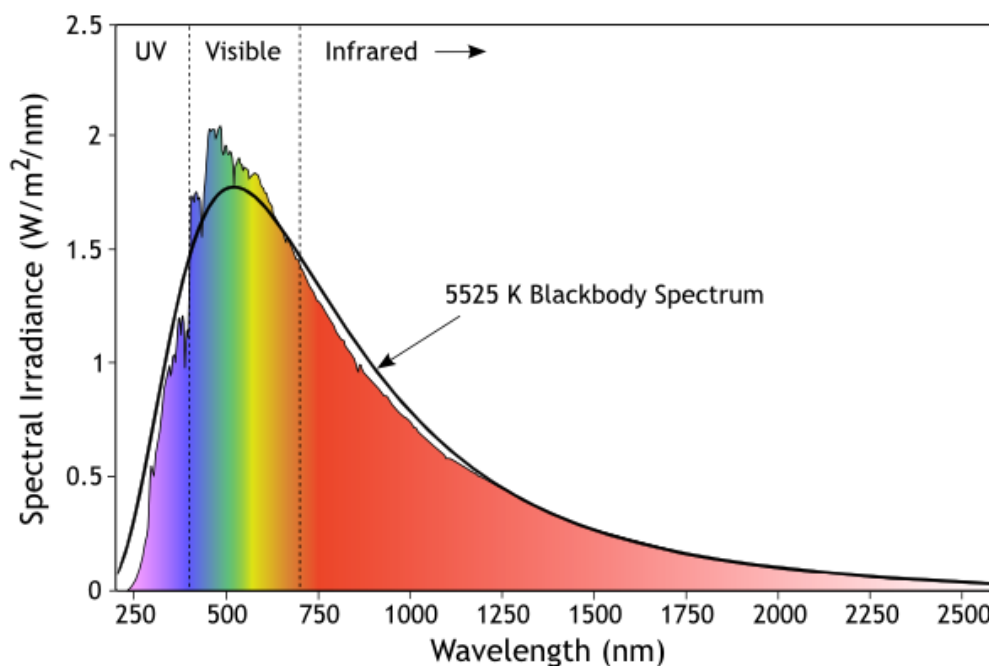
(b) Coupes latitudinales de la fréquence de rotation solaire prises à 6 latitudes, identifiées sur le graphique, en fonction du rayon solaire.

Figure 1.7 – Diagrammes représentant la rotation différentielle solaire. Les données ont été prises à partir du Global Oscillation Network Group (GONG). Images tirées de <http://gong.nso.edu/gallery/disk2k10/data/resource/torsional/torsional.html> et téléchargée en date du mois de février 2017.

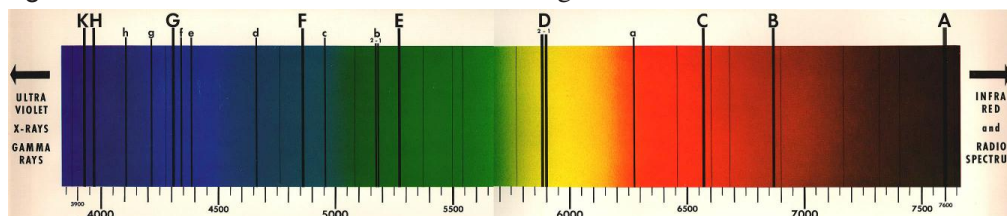
(plus de détails à ce sujet dans la § 1.2.2).

Le coeur est l'endroit où l'énergie, reçue éventuellement par la Terre, est produite. Elle est le résultat de réactions nucléaires entre des atomes d'hydrogène et de deutérium pour former de l'hélium (via la chaîne proton-proton), créant par le fait même des photons de haute énergie (rayons gamma) et des neutrinos [55]. Les réactions nucléaires ne peuvent se produire que si l'énergie cinétique des protons formant le coeur des atomes est assez élevée pour vaincre la force de répulsion électrostatique. Les rayons gamma vont ensuite cascader (thermaliser et entrer en collision avec les ions présents dans le coeur) vers la zone de radiation où leurs "résidus" vont interagir avec les atomes s'y trouvant, ces derniers absorbant et relâchant des photons de différentes énergies [53]. Ceci, qu'on peut appeler une thermalisation très rapide vers un équilibre thermodynamique local, explique pourquoi le Soleil émet à peu près comme un corps noir (voir Figure 1.8a), avec les raies d'absorptions provenant d'atomes situés dans les couches externes absorbant

des photons de certaines énergies précises (voir Figure 1.8b).



(a) Comparaison entre le spectre d'émission du Soleil et l'émission idéale d'un corps noir à 5525 K en fonction de la longueur d'onde. Image tirée de <http://www.physast.uga.edu/~rls/1010/ch5/ovhd.html> et téléchargée en date du mois de février 2017.



(b) Lignes d'absorptions de Fraunhofer, chacune pouvant être reliée à un élément se retrouvant dans les couches supérieures du Soleil. L'axe du bas est identifié en Ångströms. Image tirée de <http://www.harmsy.freeuk.com/fraunhofer.html> et téléchargée en date du mois de février 2017.

Figure 1.8 – Diagrammes représentant les propriétés du spectre solaire, en outre l'émission et l'absorption de photons.

1.1.3 Climat spatial

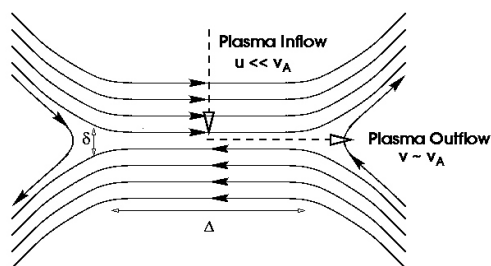
Le climat spatial est l'étude des conditions régnant dans le système solaire, avec un intérêt plus particulier apporté aux environs de la Terre. On y décrit l'impact du vent

solaire (l'énergie et les particules émises par le Soleil) sur le comportement des planètes et, s'il y a lieu, sur leur champ magnétique et leur atmosphère.

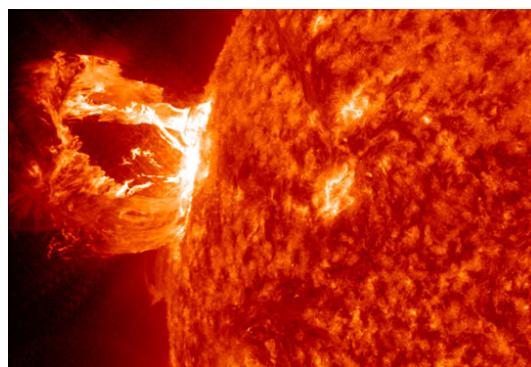
La radiation émise par le Soleil est modulée par la quantité de taches solaires et de facules en surface : il existe donc un signal périodique d'environ 11 ans de la radiation émise par le Soleil. Puisque la contribution faculaire domine l'assombrissement causé par les taches, le Soleil est plus lumineux d'environ 0.1% lorsqu'il se situe dans une période d'activité maximale que lorsqu'il se trouve dans un minimum [156]. L'énergie émise par le Soleil est appelée l'irradiance solaire. Celle-ci peut être séparée en plusieurs longueurs d'ondes, mais lorsque nous les additionnons entre elles, elle est appelée l'irradiance solaire totale (anciennement appelée la "constante solaire", bien qu'elle varie dans le temps).

Le Soleil émet également une grande quantité de particules lors d'éruptions solaires et d'éjections de masse coronale, en particulier des protons, des électrons et des noyaux d'éléments légers [152]. Ces événements surviennent généralement dans les régions actives près des taches solaires. Lorsqu'il y a une reconnexion de lignes de champ magnétique dans l'atmosphère solaire (voir Figure 1.9a), cela peut causer une augmentation d'émission de photons à courtes longueurs d'ondes à cet endroit (en particulier des ondes ultra-violettes) et une éjection des particules emprisonnées par ces lignes de champ. La Figure 1.9b montre une telle éjection de masse coronale capturée par le satellite SDO. L'arc de particules emprisonnées par les lignes de champ magnétique émergentes y est aisément identifié. L'énergie magnétique relâchée par la reconnexion sert à accélérer les particules prises dans la boucle coronale, quoique le mécanisme transformant cette énergie en énergie cinétique ne soit pas exactement connu encore [38]. Ces particules, lorsque l'éjection est dirigée vers la Terre, prennent entre 24h et 48h pour franchir la distance nous séparant de notre étoile [100]. L'intensité et la fréquence des éruptions et des éjections sont corrélées avec le cycle d'activité solaire.

L'ensemble de l'énergie et des particules émises par le Soleil constitue le vent solaire, généré par la couronne. Ce vent se propage jusqu'aux confins du système solaire jusqu'à ce qu'il stagne en raison du vent interstellaire. Cette région équilibrant les deux vents se nomme l'héliopause, et tout ce que contient cette enveloppe est l'héliosphère, tel que



(a) Diagramme montrant le fonctionnement de la reconnexion magnétique. Ce phénomène survient lorsque deux boucles de champ magnétique suffisamment près l'une de l'autre s'annulent localement pour former une structure globale différant de la configuration initiale (qui peut être vue comme le champ magnétique global à une échelle spatiale plus grande). Image tirée de <http://mr.x.pppl.gov/Physics/physics.html> et téléchargée en date du mois de février 2017.



(b) Exemple d'un phénomène de reconnexion magnétique dans l'atmosphère solaire, donnant lieu à une éjection de masse coronale. L'arc formé de particules éjectées est clairement visible à gauche de l'image, prise par le satellite Solar Dynamics Observatory (SDO) en avril 2012. L'image a été captée à une longueur d'onde de 304 Ångströms. Image tirée de <http://scitechdaily.com/nasa-captures-image-of-m1-coronal-mass-ejection/> et téléchargée en date du mois de février 2017.

Figure 1.9 – Figures expliquant le phénomène de reconnexion magnétique dans un contexte solaire.

montré dans la Figure 1.10. La taille de l'héliosphère est modulée par le cycle d'activité solaire, étant plus vaste lorsque le Soleil se situe dans une phase maximale d'activité. Ceci implique également qu'à ce moment précis du cycle, l'héliosphère est plus efficace pour dévier le vent interstellaire incident, dont les nombreux rayons cosmiques [134]. La quantité de ceux-ci atteignant la Terre varie donc également avec le cycle solaire, celle-ci étant plus élevée lorsque le cycle est minimal. Ceci est d'une importance capitale pour l'organisation de missions spatiales de longue durée (par exemple, un voyage vers Mars), les agences spatiales se retrouvant avec un fâcheux dilemme : soit l'expédition est lancée lors d'un minimum d'activité solaire, évitant ainsi les éruptions solaires et les éjections de masses tout en exposant les astronautes aux dangereux rayons cosmiques, soit elle l'est lors d'un maximum d'activité solaire, promulguant ainsi une bien

meilleure protection contre les rayons cosmiques que tout le plomb contenu dans une navette spatiale, mais en courant le risque qu'une éjection de masse coronale soit dirigée vers les explorateurs. La seconde option est généralement privilégiée par les agences spatiales puisqu'il est possible que les astronautes soient chanceux et puissent éviter les éruptions solaires, tandis que les rayons cosmiques seront assurément de la partie lors d'un minimum d'activité solaire [44].

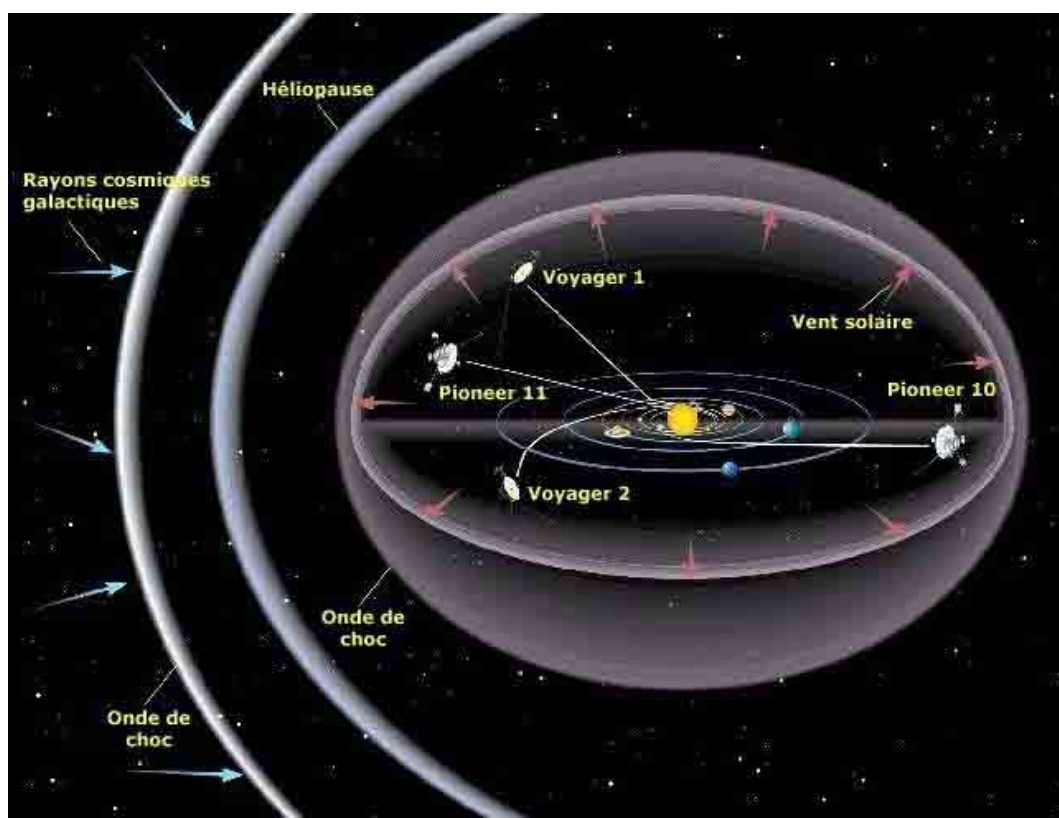


Figure 1.10 – Représentation schématique de l'héliosphère et de ses diverses composantes. L'héliopause constitue l'enveloppe de l'héliosphère, avec une onde de choc se formant juste à l'extérieur déviant une bonne partie des rayons cosmiques. Une onde de choc à l'intérieur de l'héliosphère est également observée en raison d'une baisse de vitesse des particules émises par le Soleil. Les sondes Voyagers 1 et 2 sont passées à plusieurs reprises au travers de cette onde de choc (en raison de sa modulation temporelle liée au cycle solaire. Image tirée de <http://system.solaire.free.fr/heliosphere.jpg> et téléchargée en date du mois de février 2017.

Bien que le cycle solaire ne soit observé directement que depuis quelques centaines

d'années, il est possible de vérifier qu'il est présent depuis des millénaires à l'aide de techniques alternatives. Par exemple, l'une d'entre elles repose sur la dendroclimatologie, plus particulièrement la détection de ^{14}C dans les anneaux annuels de croissance de certains arbres [145]. La production de ^{14}C est corrélée avec le cycle solaire puisque cette dernière est déclenchée par l'interaction des atomes de ^{13}C présents dans la haute atmosphère terrestre avec les rayons cosmiques [83]. Une faible concentration de ^{14}C indique donc un maximum d'activité solaire. Ces atomes sont absorbés par les végétaux lorsqu'ils sont liés avec deux atomes d'oxygène, d'où la possibilité de les retrouver dans les troncs d'arbre. La Figure 1.11 montre l'enveloppe du cycle solaire et le cycle de ^{14}C détecté dans les troncs d'arbres les plus vieux. Cette technique nous permet de reconstruire approximativement l'intensité des cycles solaires pour les derniers millénaires.

Sunspot activity and $\delta^{14}\text{C}$

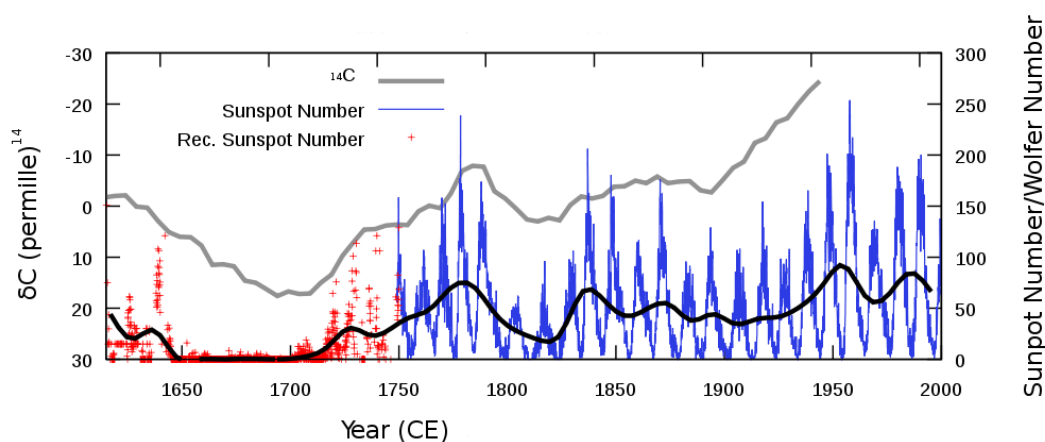


Figure 1.11 – Représentation de l'anti-corrélation entre le cycle solaire et la variation de ^{14}C détectée par dendrochronologie. Les courbes en rouge et en bleu représentent le nombre de taches solaires pour une date donnée, reliées à l'axe à la droite du graphique. La courbe grise est la variation de ^{14}C pour une date donnée, reliée à l'axe à la gauche du graphique dont les valeurs augmentent vers le bas. Notez l'absence de modulation du ^{14}C liée aux cycles en tant que tels. Image tirée de <https://upload.wikimedia.org/wikipedia/en/3/32/Carbon14-sunspot-1000px.png> et téléchargée en date du mois de février 2017.

La détection de ^{10}Be dans les glaciers est une autre façon de reconstituer le cycle solaire, mais sur une échelle temporelle moins longue si nous désirons une précision semblable à la dendroclimatologie (voir Figure 1.12). Il est toutefois possible de remonter jusqu'à plus de 40 000 ans en arrière avec un degré de précision moindre [11]. Ces particules sont produites par l'interaction d'atomes d'oxygène et de rayons cosmiques dans la haute atmosphère. Lors de précipitations, le ^{10}Be est transporté à la surface terrestre d'où il ne s'échappera plus. Lorsque cette pluie gèle, il y a une formation de couches sur les glaciers aux pôles nord et sud. Plus nous creusons profondément pour extraire une carotte glaciaire, plus nous remontons loin dans le temps. Pour en apprendre plus sur les techniques dérivées, particulièrement celles basées sur la détection de ^{14}C et de ^{14}Be , consultez "The Sun in Time" édité par C. Sonett, Beer, 2000 Solanki *et al.*, 2004, et Usoskin, 2013 [10, 135, 136, 149].

1.2 La physique solaire

Pour bien comprendre ce qui se passe dans le Soleil et le climat spatial dans lequel la Terre évolue, il est important d'émettre quelques bases mathématiques. Puisque le Soleil est un plasma, il est tout à fait normal de discuter de mécanique des fluides (les plasmas, les gaz et les liquides peuvent être considérés comme des fluides, puisqu'ils sont tous régis par les mêmes équations). La thermodynamique, c'est-à-dire le transport de l'énergie thermique du centre du Soleil jusqu'à sa surface, puis jusqu'à la Terre, est aussi importante pour expliquer le fonctionnement du Soleil. En raison de la présence de champs magnétiques à sa surface et en profondeur (comme nous le verrons plus tard), les notions d'électrodynamique viendront à notre secours et seront présentées dans un contexte de mécanique des fluides. Il ne faut également pas oublier les diverses approximations utilisées selon les régions sur lesquelles les équations sont appliquées.

Cette section sera donc divisée en deux sous-sections qui traiteront individuellement des aspects non-magnétiques et magnétiques du Soleil, ou encore des aspects hydrodynamiques (HD) et magnétohydrodynamiques (MHD). La majorité des équations incluses dans ces sections ne seront pas entièrement dérivées, mais plutôt simplement présentées

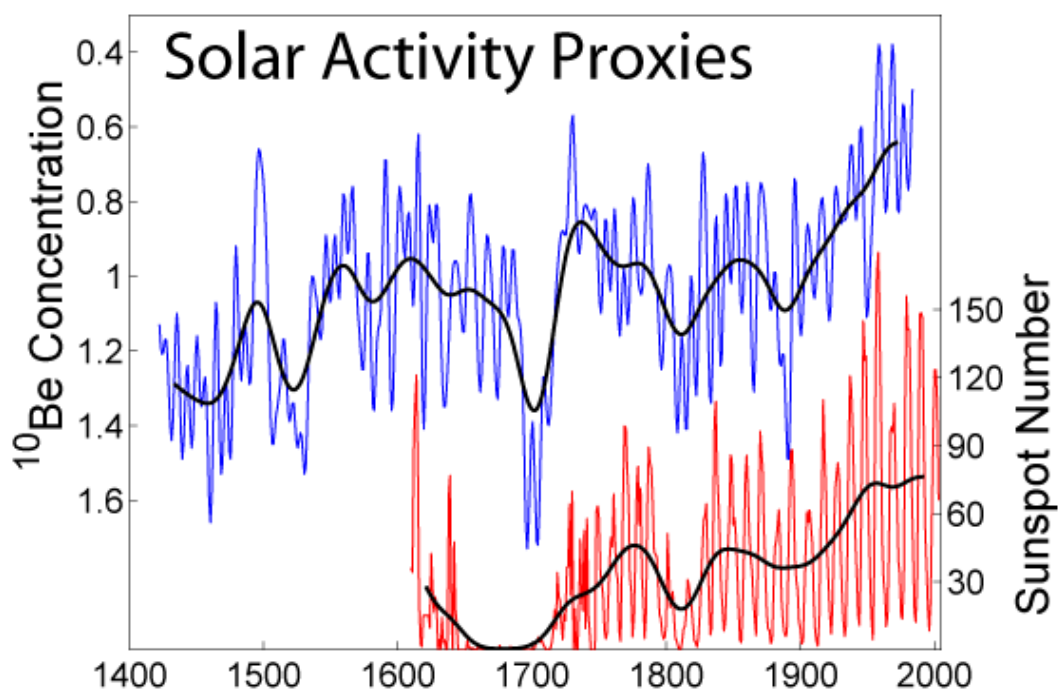


Figure 1.12 – Représentation de l’anti-corrélation entre le cycle solaire et la concentration de ^{10}Be détectée par l’étude de couches glaciaires. La courbe en rouge indique le nombre de tache solaires et est relié à l’axe situé à la droite du graphique. La courbe en bleu est la concentration de ^{10}Be dans la glace, liée à l’axe à la droite du graphique dont les valeurs augmentent vers le bas. Il est possible d’observer une variation quasi décennale dans le signal de la concentration de ^{10}Be . Image tirée de https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/6/60/Solar_Activity_Proxies.png et téléchargée en date du mois de février 2017.

et expliquées. Le lecteur intéressé peut consulter les ouvrages de Acheson, 1990, Brandenburg & Subramanian, 2005, et Charbonneau, 2013, [1, 18, 35] pour les dérivations complètes des équations. Cette section est également fortement inspirée de ces livres et articles de référence et consiste en une synthèse complète pour comprendre les notions avancées traitées dans les articles composant le coeur de cette thèse. Tout ce qui n’est pas tiré de ces ouvrages est cité explicitement dans le texte.

1.2.1 Aspects hydrodynamiques et thermiques

La différence principale entre la mécanique classique, composée de relations entre des objets solides, et la mécanique des fluides est la dépendance de l'espace même où nous résolvons les équations du mouvement (donc être en mesure de suivre un élément de fluide dans l'écoulement général). Autrement dit, pour une quantité $f(\mathbf{x}(t), t)$, sa dérivée temporelle serait (pour un système de coordonnées cartésiennes, facilement généralisable pour un autre système de coordonnées)

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla f, \quad (1.1)$$

où $\mathbf{u} = \partial_t \mathbf{x}$ est le vecteur vitesse. La dérivée totale est, en général, appelée **dérivée Lagrangienne** et est réexprimée

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla. \quad (1.2)$$

L'équation du mouvement pour un fluide doit s'écrire avec cet opérateur. Quelles forces un fluide peut-il subir ? Tout d'abord, la gravité est certainement présente. Il faut ensuite un terme considérant les forces de pression exercées sur le fluide, via l'équilibre hydrostatique (valide lorsque ce dernier est au repos). Puis, un fluide n'étant évidemment pas un solide (!), il faut tenir compte des déformations agissant sur l'élément de fluide, de même que le cisaillement, la friction et la viscosité du milieu. Finalement, pour un référentiel en rotation (ce qui est notamment le cas pour le Soleil), le fluide subit une force centrifuge et l'action de Coriolis. L'équation du mouvement comprenant toutes ces considérations s'écrit (dans le référentiel en rotation)

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\mathbf{F}_{total}}{\rho \Delta V} = -\frac{1}{\rho} \nabla \left(p - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta \right) + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}, \quad (1.3)$$

où $\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$ est la densité du fluide, ΔV un élément infinitésimal de volume, $p = p(\mathbf{x}, t)$ est la pression exercée sur le fluide, $-\frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta$ est un terme lié à la force centrifuge (parfois directement inséré dans p en raison de sa forme similaire), $\mathbf{g} = g(r) \hat{\mathbf{r}}$ représente la gravité, $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}(\mathbf{x}, t)$ est le tenseur des stress visqueux comprenant les déformations, le cisaillement et la viscosité du fluide, et $2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u}$ est le terme associé à la force de Coriolis.

Le terme étant inclus dans la dérivée lagrangienne sous la forme $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ représente l'advection du fluide. L'équation 1.3 se nomme l'**équation de Navier-Stokes**.

Le fluide agissant selon cette équation doit tout de même s'assurer de respecter la conservation de quelques quantités, telles la masse et l'énergie. La conservation de la masse se déduit du fait que la masse comprise dans un certain volume varie s'il y a un apport ou un retrait de masse dans ledit volume. Elle peut s'écrire, sous la forme différentielle, de cette façon :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 . \quad (1.4)$$

Cette notation est avantageuse puisqu'elle ne requiert pas de surfaces artificielles sous lesquelles nous devons évaluer la variation de masse. La forme intégrale, plus parlante, mais moins utile dans notre cas, peut être déduite en intégrant de chaque côté sur le volume à analyser et en utilisant le théorème de la divergence sur le terme approprié pour retrouver la variation de la masse dépendant du flux de fluide traversant la surface d'intégration. L'équation 1.4 est souvent appelée l'**équation de continuité**.

Le développement pour trouver l'équation de la conservation de l'énergie interne est un peu plus complexe que celui pour trouver la conservation de la masse, mais le principe reste le même. S'il y a un apport ou retrait en énergie à un volume prédéfini, l'énergie contenue dans ce volume variera en conséquence. Elle peut s'écrire, sous forme différentielle encore une fois, telle que

$$\rho \frac{De}{Dt} + \nabla \cdot (p\mathbf{u}) = 0 , \quad (1.5)$$

avec

$$e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (1.6)$$

où $\gamma = c_p/c_v$ est le rapport des chaleurs spécifiques à pression et volume constants. Il faut noter que l'énergie interne n'est pas la quantité réellement conservée dans un système, mais plutôt l'énergie totale. Pour cela, il faut tenir compte des effets thermiques et visqueux (et, comme on le verra plus tard, des effets électriques et magnétiques). Si

nous ajoutons le flux de chaleur entrant et sortant de notre volume sur lequel l'analyse est effectuée et insérons l'effet de la viscosité, l'équation 1.5 devient, en utilisant l'entropie S comme variable modulée dans le temps,

$$\rho T \frac{DS}{Dt} = \phi_v + \nabla \cdot ((\chi + \chi_r) \nabla T) \quad (1.7)$$

où la température T a été déterminée à l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits $p = \rho RT$, χ est la conductivité thermique, χ_r est la conductivité radiative et ϕ_v est la fonction de dissipation visqueuse

$$\phi_v = \frac{\mu}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ik} \frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right)^2 + \mu_\vartheta \left(\frac{\partial u_s}{\partial x_s} \right)^2, \quad (1.8)$$

où la sommation sur les indices répétés s'applique, avec μ et μ_ϑ les coefficients de viscosité dynamique et volumique. Les équations 1.3, 1.4 et 1.7, avec l'équation d'état des gaz parfaits, constituent l'ensemble des équations HD qui peuvent être applicables dans un Soleil non-magnétisé.

Plusieurs quantités adimensionnelles peuvent être déduites de cet ensemble d'équations, selon l'intensité de chacune des composantes. En faisant une analyse dimensionnelle de certains termes de ces équations, nous sommes en mesure de déterminer des *nombres adimensionnels* qui nous indique l'importance relative de chaque terme dans une équation donnée. Par exemple, si nous voulons comparer les effets de l'advection et de la viscosité sur la dynamique du système, nous adimensionnalisons ces termes dans l'équation de Navier-Stokes :

$$[(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}] = \frac{U^2}{L}, \quad \left[\frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \right] = \frac{\nu_0 U}{L^2}, \quad (1.9)$$

avec U une vitesse caractéristique de l'écoulement, L une dimension caractéristique de notre système et ν_0 la viscosité cinématique globale (ce terme provient du fait que les termes τ_{ij} ont une dimension $\rho \nu \times D_{ij}$ et que les termes en D_{ij} ont des dimensions de vitesse par unité de longueur). Si nous effectuons le rapport de l'un sur l'autre, nous

obtenons le **Nombre de Reynolds**

$$\text{Re} = \frac{UL}{\nu_0} . \quad (1.10)$$

Ce nombre permet de décrire l'importance relative entre l'inertie du fluide et la viscosité du système. Un nombre de Reynolds $\gg 1$ signifie que l'inertie et l'advection du fluide domine les effets dynamiques par rapport à la viscosité, un nombre $\ll 1$ signifie l'inverse et un nombre ≈ 1 signifie qu'on ne peut déterminer clairement quel effet domine sur l'autre. Lorsqu'un nombre est très près de 0 ou tend vers $+\infty$, il est souvent justifié de faire des approximations : soit laisser tomber certains termes, soit effectuer une linéarisation combinée à une théorie des perturbations pour quantifier leur impact. Pour le Soleil, le nombre de Reynolds est assez élevé (de l'ordre de 10^9 [73]), considérant que $L \sim R_\odot$, $U \sim \frac{2\pi R_\odot}{P_\odot}$ et $\nu_0 \sim 100 - 10000$, avec $R_\odot \sim 7 \times 10^8$ m le rayon solaire et $P_\odot \sim 28$ jours $\sim 2.5 \times 10^6$ s la période de rotation solaire moyenne. Dans ce cas-ci, effectuer l'approximation d'une viscosité nulle est justifiée, puisque son effet est complètement dominé par l'advection du fluide. Cependant, comme nous le verrons dans la § 1.3, les modèles n'appliquent pas toujours cette approximation et utilisent parfois une viscosité de quelques ordres de grandeur supérieurs à la valeur actuelle du Soleil dans l'objectif de simuler les écoulements aux grandes échelles sur une coquille sphérique complète plutôt que de se concentrer sur une petite région très turbulente [22].

Plusieurs autres nombres peuvent être déduits de l'équation de Navier-Stokes. Voici une liste des plus importants, soit les nombres de **Rossby**, **Ekman**, **Prandtl** et **Rayleigh** :

$$\text{Ro} = \frac{U}{\Omega L} , \quad (1.11)$$

$$\text{Ek} = \frac{\nu_0}{\Omega L^2} , \quad (1.12)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu_0}{\kappa_0} , \quad (1.13)$$

$$\text{Ra} = \frac{\alpha_0 g T_0 L^3}{\nu_0 \kappa_0} , \quad (1.14)$$

avec $\alpha_0 = -\rho^{-1} \partial \rho / \partial T$ le coefficient de dilatation thermique, $\kappa_0 = \chi / \rho c_p$ la diffusivité

thermique caractéristique, T_0 la température caractéristique à l'endroit où nous effectuons l'analyse et les autres termes ayant leur signification habituelle. Ces nombres, en plus du nombre de Reynolds, font habituellement partie des analyses des simulations HD et nous permettent d'anticiper les résultats de celles-ci avant même de les lancer. Ceci est dû au principe de similarité stipulant que si deux écoulements possèdent les mêmes nombres adimensionnels, sans toutefois être dans le même régime de paramètres, les solutions qualitatives de ces écoulements seront similaires [82].

Lorsque nous étudions un écoulement stationnaire (donc $\partial/\partial t = 0$), perpendiculaire à la gravité (\mathbf{g} ne joue aucun rôle sur l'écoulement) et que les nombres de Rossby et d'Ekman sont beaucoup plus petits que 1 (signifiant une domination de l'effet de la force de Coriolis sur les effets inertiels et la viscosité), l'équation 1.3 peut être exprimée

$$-\frac{1}{\rho} \nabla \left(p - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta \right) = 2 \mathbf{\Omega} \times \mathbf{u} . \quad (1.15)$$

L'équation 1.15 exprime l'**équilibre géostrophique**, ou encore l'équilibre entre le gradient de pression et la force de Coriolis, dans lequel le premier est perpendiculaire à l'écoulement. Si nous prenons le rotationnel de chaque côté de l'équation 1.15 et que nous supposons un fluide incompressible ($\rho = \text{constante}$), je vous laisse vérifier que nous obtenons

$$\mathbf{\Omega} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0 . \quad (1.16)$$

Cette dernière relation implique une invariance de l'écoulement le long de l'axe de rotation : si un mouvement quelconque autour de l'axe se met en branle, ce mouvement devra être reproduit sous translation le long de cet axe, ce qui est plutôt contre-intuitif. On appelle cette dernière relation le **théorème de Taylor-Proudman**.

En vertu de ce théorème, comment se fait-il que le Soleil ne possède pas d'isocourbes de rotation parallèles à son axe de rotation, mais qu'ils sont plutôt orientés comme sur la Figure 1.7, présentée à la § 1.1.2 ? L'article composant le Chapitre 4 de cette thèse se penche en grands détails sur cette question, mais tentons d'y répondre sommairement ici.

Tout d'abord, la zone de convection est appelée comme telle puisqu'elle est sujette

à une instabilité d'ordre thermique, générant un mouvement radial. Pour décrire la stabilité d'une atmosphère, il faut se fier au **critère de Schwarzschild**, qui peut être décrit mathématiquement par

$$\left| \frac{dT}{dr} \right| < \left(\left| \frac{dT}{dr} \right| \right)_{\text{ad}}, \quad (1.17)$$

avec l'indice "ad" signifiant "adiabatique". Si l'inégalité est respectée, alors l'atmosphère est stable, c'est-à-dire qu'il n'y aura pas de convection. Ceci signifie que si le gradient radial de température de l'atmosphère ciblée est inférieur au gradient adiabatique, ce dernier correspondant à la variation de température nécessaire pour qu'un élément de fluide déplacé adiabatiquement ne ressente aucune force externe (notamment un gradient de pression de chaque côté de l'élément de fluide), alors un élément de fluide subissant un déplacement radial aura tendance à revenir à sa position initiale. À l'inverse, si le critère n'est pas respecté, le fluide ressentira une force de flottaison, l'atmosphère sera instable et nous serons en présence d'une zone de convection. Une quantité couramment utilisée pour quantifier la stabilité d'une atmosphère est la **température potentielle** Θ . Celle-ci est définie comme la température qu'un élément de fluide atteindrait s'il était déplacé adiabatiquement d'un état initial ayant des pression et température données jusqu'à une pression de référence. Le critère de Schwarzschild défini avec cette quantité est $\partial\Theta/\partial r > 0$. Cette quantité est habituellement négative dans les couches supérieures du Soleil, d'où la provenance de la convection dans son 30% extérieur. Cette convection est propice au bris du théorème de Taylor-Proudman, celle-ci redistribuant efficacement le moment cinétique sur une échelle locale [9, 26].

Dans le même ordre d'idée, le plasma se trouvant dans la zone de convection solaire est localement incompressible : incompressible car les mouvements convectifs sont subsoniques et localement parce que nous sommes en présence d'une quasi-stratification globale caractérisée par une densité plus élevée près de la tachocline que de la surface. Cette stratification pourrait être assez forte pour changer la dynamique dans la zone de convection et violer le théorème de Taylor-Proudman (qui est valide pour un fluide incompressible seulement). Une approximation couramment utilisée en physique solaire pour bien capturer la convection sans pour autant s'empêtrer dans les équations des

fluides compressibles est l'**approximation anélastique**. Celle-ci stipule que la densité dépend bel et bien de la position tout en étant invariante dans le temps et qu'un coefficient de dilatation thermique est introduit pour exprimer la force de flottaison selon la variation de température. Le terme en $\partial\rho/\partial t$ dans l'équation de continuité 1.4 est donc nul, impliquant par la bande qu'il ne peut y avoir de propagation d'ondes sonores dans le milieu.

Il peut être difficile de caractériser les mouvements convectifs et la turbulence lorsque nous traitons d'écoulements sur la totalité de la zone de convection (et plus encore). Une façon simplifiée de procéder serait de ne pas caractériser chacun des mouvements convectifs ou tourbillons liés à la turbulence, mais plutôt d'établir une étude statistique du comportement de tels effets sur le fluide en introduisant une séparation des échelles spatiales. Il est en effet utile de séparer un écoulement en multiples composantes de sorte que

$$\mathbf{u} = \langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}' , \quad (1.18)$$

avec \mathbf{u}' l'écoulement turbulent et $\langle \mathbf{u} \rangle$ l'écoulement moyen où, en définissant une échelle spatiale intermédiaire ℓ et une position \mathbf{x}^* de l'élément de fluide,

$$\langle f \rangle = \frac{1}{\ell^3} \int_{\mathbf{x}^*}^{\mathbf{x}^* + \ell} f d\mathbf{x} . \quad (1.19)$$

La taille exacte de ℓ est ouverte à interprétation. Elle doit cependant être assez grande pour ne pas capturer les mouvements aux petites échelles (donc ce qui se trouve dans le régime de \mathbf{u}') et assez petite pour ne pas capturer le mouvement global de l'atmosphère. Par définition, $\langle \mathbf{u}' \rangle = 0$, ce qui signifie que nous supposons qu'en moyenne, les mouvements turbulents n'affectent pas statistiquement l'écoulement moyen.

Que se passe-t-il lorsque nous effectuons cette séparation d'échelle sur l'équation de Navier-Stokes, et que nous prenons la moyenne sur cette équation telle que définie à l'équation 1.19 ? Il serait facile de tomber dans le piège de penser que nous nous retrouverions uniquement avec les termes aux grandes échelles $\langle \mathbf{u} \rangle$, mais c'est sans compter le fameux terme d'advection dans la dérivée Lagrangienne, qui est non-linéaire ! Ce terme

se réexprime

$$\langle (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \rangle = \langle ((\langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}') \cdot \nabla) (\langle \mathbf{u} \rangle + \mathbf{u}') \rangle \quad (1.20)$$

$$= (\langle \mathbf{u} \rangle \cdot \nabla) \langle \mathbf{u} \rangle + \langle (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' \rangle . \quad (1.21)$$

La présence du dernier terme du membre de droite est due au fait que le produit de deux écoulements turbulents ne tend pas vers 0 lorsque nous effectuons la moyenne. Les termes composés de $\langle u'_i u'_j \rangle$ sont appelés les **stress de Reynolds** et caractérisent l'étude statistique des mouvements aux petites échelles. Plus particulièrement, prendre la divergence d'un tel terme revient à caractériser une densité de force due au mouvement turbulent agissant sur le fluide. C'est une méthode efficace pour déterminer l'impact du mouvement turbulent sur l'écoulement global du fluide sans avoir à traiter individuellement les petites échelles. Ces termes jouent un rôle majeur dans la redistribution du moment cinétique dans le Soleil si nous définissons judicieusement notre opérateur de moyenne (le plus commun est la moyenne longitudinale, qui sépare le mouvement axisymétrique du mouvement non-axisymétrique), ces derniers pouvant contenir les effets de convection, turbulence et cyclonicité aux petites échelles. Ils sont donc des candidats parfaits pour expliquer le bris du théorème de Taylor-Proudman dans la zone de convection, plus particulièrement sur l'aspect radial des isocontours de rotation.

Une relation utile pour déterminer si l'écoulement longitudinal axisymétrique (définissant la rotation différentielle) est invariant selon l'axe de rotation est l'**équilibre de vent thermique**, cette dernière se voulant une autre façon d'écrire le théorème de Taylor-Proudman. Si nous prenons la composante longitudinale du rotationnel de l'équation du mouvement 1.3, en plus de considérer des nombres de Rossby et d'Ekman beaucoup plus petits que 1 et un écoulement stationnaire, nous obtenons (dérivation tirée de Brun *et al*, 2002 [29])

$$2\Omega \frac{\partial u_\phi}{\partial z} = -\rho^{-2} \left[\nabla \rho \times \nabla \left(p - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta \right) \right]_\phi , \quad (1.22)$$

où z est l'axe reliant le pôle sud au pôle nord du Soleil. Le gradient superadiabatique

pouvant s'exprimer comme

$$\frac{1}{c_p} \nabla S = \frac{1}{\gamma_S P} \nabla P - \frac{1}{\rho} \nabla \rho , \quad (1.23)$$

où γ_S est la dérivée logarithmique de la pression par rapport à la densité à une entropie spécifique constante, nous pouvons récrire l'équation 1.22 telle que

$$\Omega \frac{\partial u_\phi}{\partial z} = \frac{g}{2\Omega r c_p} \frac{\partial S}{\partial \theta} . \quad (1.24)$$

Selon cette dernière expression, une variation de la vitesse de rotation est possible uniquement s'il existe un gradient latitudinal d'entropie, tant et aussi longtemps que les approximations énoncées plus haut tiennent la route. Autrement dit, les isocontours de rotation non-cylindriques doivent être expliqués, au moins en partie, par la présence d'un tel gradient. L'absence du gradient d'entropie nous ramène aux conditions énoncées pour le théorème de Taylor-Proudman, et donc $\partial_z u_\phi = 0$. Évidemment, les termes visqueux, les stress de Reynolds et l'advection, que nous avons négligé durant cette dérivation, peuvent jouer un rôle dans le bris de la contrainte de rotation cylindrique : c'est pourquoi il faut user de précautions avec l'équilibre de vent thermique et s'assurer que les approximations sont légitimes. En outre, les couches subsurfaciques ne satisfont pas ces approximations (surtout en raison du caractère compressible du gaz à cet endroit).

Les effets turbulents exprimés sous la forme des stress de Reynolds, en combinaison avec le vent thermique, engendrent des cellules de circulation méridienne (nord-sud) dans chaque hémisphère du Soleil, du moins en surface. Il est moins clair si cet écoulement crée des cellules simples ou doubles, mais l'hélioséismologie tend à vouloir pointer vers la deuxième option (voir Figure 1.13). L'orientation des cellules est déterminé par un gradient de température latitudinal (froid à l'équateur, chaud aux pôles, de sorte que le plasma chaud voyage vers une région plus froide, à la manière de la convection classique), ce dernier pouvant contrecarrer le théorème de Taylor-Proudman s'il est assez prononcé [81].

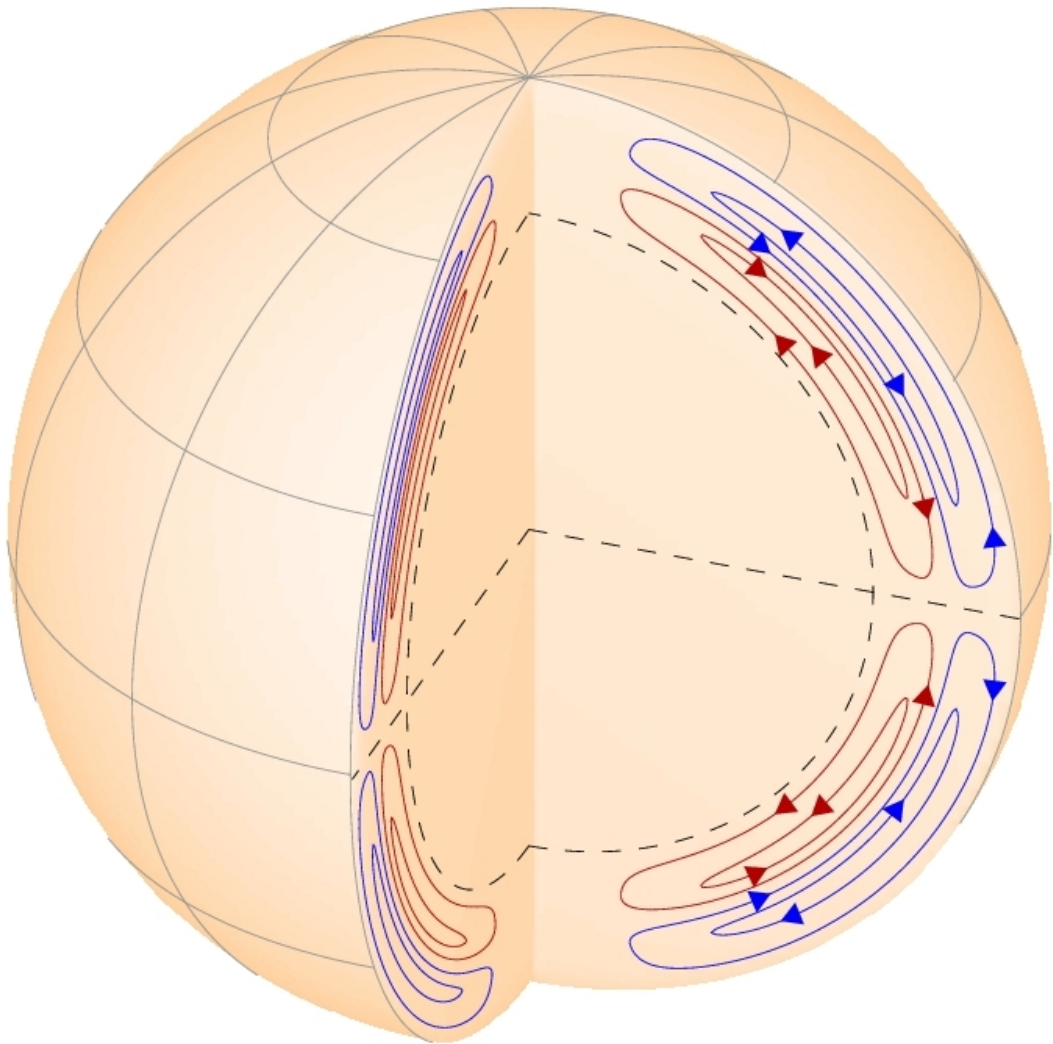


Figure 1.13 – Représentation schématique d’une cellule double dans le Soleil. Les traits horizontaux représentent la position de l’équateur, tandis que les traits courbés indiquent la position de la tachocline. L’image est une version modifiée de la Figure 1 de Zhao *et al.*, 2013 [160].

1.2.2 Aspects électriques et magnétiques

Comme nous l’avons vu dans la § 1.1, des lignes de champ magnétique traversent l’atmosphère solaire et l’effet de celles-ci sur l’écoulement et la dynamique globale doit être pris en compte dans l’élaboration des équations du mouvement. Cette section vise donc à améliorer les concepts introduits dans la § 1.2.1 en insérant la force de Lorentz

dans la description mathématique de la dynamique du Soleil.

Tout d'abord, rappelons-nous la forme de l'équation décrivant la force de Lorentz

$$\mathbf{F}_p = q(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) , \quad (1.25)$$

avec \mathbf{F}_p la force appliquée sur une particule électriquement chargée, q la charge électrique, \mathbf{E} le champ électrique ambiant, \mathbf{B} le champ magnétique ambiant et \mathbf{u} la vitesse de la particule. Puisque nous travaillons avec un plasma plutôt que des particules, il est plus approprié de réexprimer l'équation 1.25 sur une somme de particules définissant un petit élément de fluide se déplaçant à une vitesse \mathbf{u}

$$\mathbf{F} = \rho_e \mathbf{E} + \mathbf{J} \times \mathbf{B} , \quad (1.26)$$

avec ρ_e la densité de charge électrique et $\mathbf{J} = \rho_e \mathbf{u}$ la densité de courant. En MHD solaire, le fluide étudié est non-relativiste et est globalement électriquement neutre. Le terme en $\rho_e \mathbf{E}$ devient négligeable par rapport à la "force" magnétique $\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ dans ce régime, puisque le temps de retournement du fluide est beaucoup plus long que le temps de relaxation de la charge électrique (consultez Charbonneau, 2013 [35] pour plus de détails). Il est donc d'usage en MHD d'utiliser l'approximation

$$\mathbf{F} \sim \mathbf{J} \times \mathbf{B} \quad (1.27)$$

pour exprimer la force de Lorentz. En divisant celle-ci par la densité matérielle ρ pour obtenir une densité de force, nous pouvons ajouter ce terme à l'équation de Navier-Stokes, qui devient

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla \left(p - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta \right) + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} - 2\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{u} + \frac{1}{\mu_0 \rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} , \quad (1.28)$$

où la densité de courant \mathbf{J} a été remplacée par $\mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{B}$ en vertu de la loi d'Ampère (il n'y a pas de variation temporelle du champ électrique, puisque nous supposons qu'il n'y a pas de batterie s'allumant ou s'éteignant près du Soleil, d'où l'usage de cette loi

au profit de la loi de Maxwell). μ_0 est la perméabilité magnétique dans le vide ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$). L'équation 1.28 se nomme l'**équation de Navier-Stokes magnétisée**.

Au terme d'une légère session d'algèbre, le terme de force de Lorentz peut être exprimé tel que

$$\frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0}(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} - \frac{1}{2\mu_0}\nabla B^2, \quad (1.29)$$

avec $B^2 = \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}$ le produit scalaire du vecteur de champs magnétiques avec lui-même. Le premier terme du membre de droite représente la tension magnétique et le second terme le gradient de pression magnétique. Sous certaines notations et dans certains articles, le dernier terme est parfois absorbé par le terme de pression p de l'équation de Navier-Stokes magnétisée (puisque les unités sont les mêmes). Pour éviter toute confusion, nous allons conserver la définition originale de p introduite dans la § 1.2.1 et utiliser la notation utilisant le rotationnel et le produit vectoriel de \mathbf{B} pour exprimer la force de Lorentz.

Il nous faut maintenant une équation d'évolution temporelle du champ magnétique pour avoir à nouveau un ensemble complet d'équations (en plus de l'équation triviale de la conservation du flux magnétique $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$). En utilisant la loi d'Ohm pour une particule/un fluide en mouvement

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}), \quad (1.30)$$

la loi d'Ampère pour éliminer \mathbf{J} et exprimer \mathbf{E} uniquement en fonction de \mathbf{u} et \mathbf{B} et la loi de Faraday ($\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E}$) dans laquelle \mathbf{E} est remplacé, nous obtenons

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (1.31)$$

avec $\eta = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ la diffusivité magnétique (σ étant la conductivité électrique). Cette dernière équation se nomme l'**équation d'induction MHD**.

De nouveaux nombres adimensionnels peuvent être déduits de ces nouvelles équations. En effectuant une analyse dimensionnelle de l'équation 1.31, nous pouvons obtenir

l'équivalent magnétique du nombre de Reynolds, soit

$$\text{Re}_m = \frac{UL}{\eta_0}, \quad (1.32)$$

avec η_0 une diffusivité magnétique caractéristique. Le nom très original de cette quantité est le **nombre de Reynolds magnétique**. Lorsque $\text{Re}_m \ll 1$, le système est en régime diffusif, c'est-à-dire que la diffusion du champ magnétique domine sur son induction. Par contre, lorsque $\text{Re}_m \gg 1$, nous sommes dans un régime nommé la **MHD idéale**. Ce régime est souvent privilégié en astrophysique et en physique solaire, puisque le nombre de Reynolds magnétique est souvent immense (de l'ordre de 10^6 et plus). Cependant, il faut faire attention dans ce cas-ci, puisque un fort nombre de Reynolds magnétique n'indique pas toujours une forte action d'induction du système, puisque nous perdons l'aspect géométrique des équations lorsque nous calculons ce nombre. Autrement dit, \mathbf{u} et \mathbf{B} peuvent être individuellement grands, mais s'ils sont parallèles l'un à l'autre l'effet d'induction sera négligeable. Un dernier critère pouvant modifier la valeur de Re_m est la dynamique implémentée par le champ magnétique dans le système, modifiant la valeur de L . En effet, le champ a un impact global ou local, augmentant ou réduisant respectivement la taille de L .

Le **nombre de Prandtl magnétique** est le rapport entre le nombre de Reynolds magnétique et le nombre de Reynolds,

$$\text{Pr}_m = \frac{\text{Re}_m}{\text{Re}} = \frac{\nu_0}{\eta_0}. \quad (1.33)$$

Ceci nous permet de déterminer aisément quelle quantité entre la viscosité cinématique ou bien la diffusivité magnétique a le plus grand effet sur le système. Les nombres de Reynolds et de Prandtl magnétiques sont les deux quantités principalement utilisées en MHD qui se rajoutent aux autres définies à la § 1.2.1.

Une dernière équation peut être mise à jour en insérant l'effet du champ magnétique sur l'écoulement : l'équation d'énergie interne. En insérant le chauffage Ohmique nous

obtenons

$$\rho \frac{De}{Dt} + p \nabla \cdot \mathbf{u} = \nabla \cdot ((\chi + \chi_r) \nabla T) + \phi_v + \phi_B , \quad (1.34)$$

avec le chauffage Ohmique s'exprimant

$$\phi_B = \frac{\eta}{\mu_0} (\nabla \times \mathbf{B})^2 . \quad (1.35)$$

Un théorème fondamental en MHD est le **théorème d'Alfvén**, qui stipule que, dans le cas de la MHD idéale (où $\sigma \rightarrow \infty$), le flux magnétique traversant n'importe quelle surface ouverte est conservé lorsque ladite surface est transportée et déformée par l'écoulement. Il est possible de démontrer ce théorème en prenant la forme intégrale de l'équation de Faraday et en l'appliquant sur une surface matérielle en mouvement avec le fluide (impliquant les usages de l'opérateur D/Dt et de la loi d'Ohm). Nous obtenons cette quantité :

$$\frac{D}{Dt} \int_S \mathbf{B} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = 0 , \quad (1.36)$$

où S est la surface d'intégration et $\hat{\mathbf{n}}$ le vecteur normal à cette surface, pointant vers l'extérieur. Dans la limite où S est très petite de sorte qu'une seule ligne de champ magnétique traverse sa surface, cette ligne doit se déplacer de la même façon que la surface (qui, je vous le rappelle, définit un élément de fluide). Ceci revient à dire que le flux magnétique est **gelé** dans le fluide sous l'approximation de la MHD idéale.

Quelques quantités fondamentales peuvent être calculées à partir des équations de Navier-Stokes magnétisée et d'induction, telles que les énergies cinétiques et magnétiques. À partir de l'équation 1.28, si nous effectuons le produit scalaire avec la vitesse \mathbf{u} de chaque côté de l'équation, que nous multiplions par la densité ρ et que nous intégrons sur le volume, nous trouvons une expression pour la variation temporelle de

l'énergie cinétique

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_K}{\partial t} &= \frac{1}{2} \int_V \rho \frac{\partial u^2}{\partial t} dV \\
&= - \int_V \mathbf{u} \cdot \nabla \left(p + \phi_g - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta + \frac{\rho u^2}{2} \right) dV \\
&\quad + \frac{1}{2} \int_V u^2 \mathbf{u} \cdot \nabla \rho dV + \int_V \mathbf{u} \cdot [\nabla \cdot \boldsymbol{\tau}] dV + \int_V \mathbf{u} \cdot \mathbf{F}_L dV,
\end{aligned} \tag{1.37}$$

avec $u^2 = \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}$ le produit scalaire des vecteurs vitesses et $\mathbf{F}_L = \mu_0^{-1} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$ la force de Lorentz. Analysons chaque terme de la dernière expression maintenant : le premier représente le gain ou la perte en énergie lié à la pression gazeuse, la gravité (où elle est exprimée sous la forme $\mathbf{g} = \nabla \phi_g$), la force centrifuge et l'advection, le second est associé à la force de flottaison, le troisième décrit l'impact du cisaillement, des déformations et de la friction sur l'écoulement (ce terme est généralement négatif), augmentant l'énergie thermique (qui ne sera pas décrite dans le présent document), et le dernier terme est l'effet de la force de Lorentz sur l'écoulement.

De manière similaire, si nous utilisons l'équation 1.31, que nous effectuons un produit scalaire avec \mathbf{B} de chaque côté, que nous divisons par la perméabilité magnétique μ_0 et que nous intégrons le tout sur le volume, nous retrouvons une expression pour l'évolution temporelle de l'énergie magnétique du système

$$\begin{aligned}
\frac{\partial E_B}{\partial t} &= \frac{1}{2\mu_0} \int_V \frac{\partial B^2}{\partial t} dV \\
&= - \oint_S \mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS - \int_V \mathbf{u} \cdot \mathbf{F}_L dV + \int_V \nabla \eta \cdot \mathbf{F}_L dV - \mu_0 \int_V \eta J^2 dV
\end{aligned} \tag{1.38}$$

avec $J^2 = \mathbf{J} \cdot \mathbf{J}$ le produit scalaire des vecteurs de densités de courants et $\mathbf{S} = \mu_0^{-1} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ le vecteur de Poynting. On note que plusieurs identités vectorielles, en plus du théorème de la divergence, ont été utilisées pour arriver à ce résultat. Analysons encore une fois chaque terme de la dernière expression : le premier est le flux de Poynting à travers la surface d'intégration, le deuxième est l'effet de l'écoulement sur la force de Lorentz, le troisième est l'effet de la stratification de la diffusivité magnétique sur la force de Lorentz et le dernier est le terme relié au chauffage Ohmique (production de chaleur en

raison d'un passage de courant à l'intérieur d'un matériau).

On remarque immédiatement l'interaction entre les évolutions des énergies en raison de la présence du même terme de corrélation entre l'écoulement et la force de Lorentz dans les deux équations, à un signe près (crucial ici). Ceci signifie donc qu'il est possible de transférer de l'énergie cinétique vers un bassin d'énergie magnétique et vice-versa. Lorsque de tels transferts se produisent à répétition, nous sommes en présence d'un **mécanisme dynamo**. Au sens plus large, une dynamo est obtenue lorsque nous sommes capables de trouver un écoulement \mathbf{u} capable de soutenir un champ magnétique \mathbf{B} contre la dissipation Ohmique, et un champ magnétique capable de soutenir un écoulement contre la friction et le cisaillement. Ceci n'est pas un cas de mouvement perpétuel, puisque ces deux bassins d'énergies sont soutenus par un troisième bassin : l'énergie thermique, étant très souvent un terme source pour l'énergie cinétique (via la production d'énergie nucléaire dans le coeur du Soleil générant de la conduction et de la convection par exemple) et un puits pour l'énergie magnétique. En raison de la présence de ce troisième bassin, il est plus facile de soutenir l'écoulement que le champ magnétique, ce qui mène au **problème dynamo** : quelle forme d'écoulement permet de soutenir un champ magnétique à grande échelle, comme dans le cas du Soleil ?

La réponse à cette question n'est pas triviale et, ironiquement, la meilleure façon d'esquisser une réponse est de trouver des écoulements qui **ne peuvent pas** soutenir un champ magnétique à grande échelle. Voici donc deux théorèmes anti-dynamo, nommés d'après leurs auteurs T. G. Cowling et Ia. B. Zel'dovich, pour lesquels les preuves sont élaborées dans les articles originaux [45, 159]. Le théorème de Cowling stipule qu'il est impossible pour un écoulement axisymétrique tridimensionnel de soutenir un champ magnétique axisymétrique tridimensionnel. Ceci est surprenant en première approche, puisque le champ magnétique observé dans le Soleil a une forte composante axisymétrique (on se souviendra que la polarité du champ magnétique toroïdal dans un hémisphère donné est la même partout dans cet hémisphère selon le fameux modèle du "serpent de mer") et que la rotation elle-même du Soleil induit une invariance sous rotation de la forme de l'écoulement (vu de l'axe de rotation). Le théorème de Zel'dovich, pour sa part, démontre qu'il est impossible de soutenir n'importe quelle forme de champ

magnétique tridimensionnel avec un écoulement plan. Les deux théorèmes pointent vers la même direction, soit qu'on ne peut développer et maintenir un champ magnétique s'il y a une invariance quelconque par translation de l'écoulement (le théorème de Cowling peut être généralisé pour n'importe quelle géométrie d'écoulement et de champ magnétique tant qu'ils ont une symétrie de translation dans la même coordonnée spatiale). Il faut donc avoir accès à un écoulement complètement tridimensionnel, celui-ci n'ayant aucune coordonnée ignorable, pour pouvoir supporter un champ magnétique.

1.3 Modélisation du Soleil

Plusieurs techniques ont été développées pour contourner les théorèmes anti-dynamo introduits dans la section précédente, la plupart du temps pour pouvoir les appliquer à des modèles numériques. La façon la plus intuitive de contourner ces théorèmes est de simplement considérer des écoulements complètement tri-dimensionnels. Cependant, d'un point de vue numérique, cela peut mener à certaines complications, telles un temps de calculs beaucoup trop long (même pour effectuer de simples tests), la complexité énorme de l'ensemble d'équations à résoudre (contribuant au long temps de calcul et à l'accumulation d'erreurs numériques, sans compter les erreurs humaines) et la taille énorme des fichiers de sortie de la simulation. Une classe de modèles, dits globaux, se rapproche énormément de cette technique, n'utilisant que quelques approximations lorsque nécessaire. Cette classe de modèles, avec laquelle j'ai effectué le travail présenté dans cette thèse, sera discutée un peu plus en détails dans la § 1.3.3.

Il est utile de considérer dans un premier temps des modèles plus simples, tels les modèles de champs moyens et de Babcock-Leighton, tous deux bidimensionnels et utilisant des simplifications tant au niveau des équations que de la géométrie, rendant possible la génération simultanée d'un très grand nombre de simulations. Bien qu'en général ces modèles soient considérés comme étant moins fidèles à la physique réelle se déroulant dans le Soleil en raison de l'imposition de certaines conditions frontières ou carrément de l'ajout de certains paramètres contrôlant le comportement de la simulation, des résultats intéressants peuvent en découler en raison justement de la physique

simplifiée s'y retrouvant (consultez le premier article composant le Chapitre 2 pour un exemple probant).

1.3.1 Modèles de champs moyens

Une première façon de contourner les théorèmes anti-dynamo sans pour autant utiliser des champs complètement 3D est de considérer l'électrodynamique des champs moyens. Celle-ci est obtenue lorsque nous séparons les composantes à grandes échelles spatiales des petites, résultant le plus souvent en une séparation des composantes axisymétriques de celles qui ne le sont pas. Cette technique utilise le principe présenté dans la § 1.2.1, précisément aux équations 1.18 et 1.19 pour les écoulements (le même raisonnement s'applique pour les champs magnétiques). Rappelons ici que $\langle \mathbf{u} \rangle$ représente l'écoulement moyen et que \mathbf{u}' décrit le mouvement turbulent par rapport à l'écoulement moyen, défini par l'opérateur $\langle \rangle$. Celui-ci s'écrit généralement, dans les modèles de champs moyens,

$$\langle X \rangle(r, \theta, t) = \frac{1}{2\pi} \int X(r, \theta, \phi, t) r \sin \theta d\phi , \quad (1.39)$$

décrivant l'écoulement axisymétrique (signifiant que \mathbf{u}' décrit les écoulements non axisymétriques, tels la convection et la turbulence). Il est important de mentionner ici que nous ne pouvons utiliser ce type de modèle que si les échelles spatiales sont séparées de façon claire et que nous sommes principalement intéressés aux effets à grandes échelles spatiales, tels le cycle solaire ou la rotation différentielle par exemple [84, 108, 113].

En utilisant cette technique appliquée sur l'écoulement et le champ magnétique pour exprimer l'ensemble des équations de la MHD selon la théorie des champs moyens, nous obtenons

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \langle \mathbf{u} \rangle) = 0 , \quad (1.40)$$

$$\nabla \cdot \langle \mathbf{B} \rangle = 0 , \quad (1.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \mathbf{u} \rangle}{\partial t} + \langle (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \rangle + \langle (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' \rangle &= -\frac{1}{\rho} \nabla \left(p - \frac{1}{2} \Omega^2 r^2 \sin^2 \theta \right) \\ + \mathbf{g} + \frac{1}{\rho} \langle \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \rangle - 2 \boldsymbol{\Omega} \times \langle \mathbf{u} \rangle + \frac{1}{\mu_0 \rho} & [(\nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle) \times \langle \mathbf{B} \rangle + \langle (\nabla \times \mathbf{B}') \times \mathbf{B}' \rangle] , \end{aligned} \quad (1.42)$$

$$\rho \frac{\partial e}{\partial t} + \langle (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \rangle + \langle (\mathbf{u}' \cdot \nabla) \mathbf{u}' \rangle + p \nabla \cdot \langle \mathbf{u} \rangle = \nabla \cdot ((\chi + \chi_r) \nabla T) + \phi_v + \phi_B , \quad (1.43)$$

$$\frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{u} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle) + \nabla \times \boldsymbol{\varepsilon} - \nabla \times \langle \eta \nabla \times \mathbf{B} \rangle , \quad (1.44)$$

où $\boldsymbol{\varepsilon} = \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{B}' \rangle$ est la force électromotrice moyenne, regroupant les termes fluctuants. En général, seules les équations 1.40, 1.41 et 1.44 sont utilisées dans les modèles de champs moyens, avec les écoulements et l'aspect thermique constants dans le temps. Il ne peut donc pas y avoir de rétroaction magnétique sur l'écoulement (l'impact de \mathbf{B} sur \mathbf{u} est négligé). De nombreux modèles utilisent cette approximation : on dit de ces modèles qu'ils se trouvent dans un régime *cinématique* [69, 121, 125]. Il existe cependant quelques exceptions où la rétroaction est possible (voir entre autres Simard *et al.*, 2017, en préparation au moment d'écrire ces lignes), mais ce n'est pas l'objectif ici d'analyser ces types de modèles.

Le but principal des modèles utilisant l'électrodynamique des champs moyens est de ne pas utiliser les écoulements fluctuants (et leur contrepartie en champs magnétiques) pour comprendre les phénomènes se déroulant à grandes échelles spatiales. Il est donc d'usage de remplacer $\boldsymbol{\varepsilon}$ par une approximation, un développement en séries autour du champ magnétique moyen $\langle \mathbf{B} \rangle$ (consultez Moffat, 1978 [108] au sujet de la validité d'une telle approximation). Mathématiquement, ceci implique que pour chaque élément i du vecteur $\boldsymbol{\varepsilon}$,

$$\varepsilon_i = \alpha_{ij} \langle B \rangle_j + \beta_{ijk} \partial_k \langle B \rangle_j + \dots \quad (1.45)$$

avec les coefficients tensoriels α et β (et les suivants non représentés ici) dépendant de $\langle \mathbf{u} \rangle$, des statistiques impliquant les fluctuations dans l'écoulement perturbé \mathbf{u}' et de la diffusivité η , mais pas de $\langle \mathbf{B} \rangle$ [35]. Ces deux coefficients caractérisent respectivement l'**effet** α et la **diffusivité turbulente**.

La première contribution à la force électromotrice moyenne est représenté par $\varepsilon_i^{(1)} =$

$\alpha_{ij}\langle B \rangle_j$. Lorsque \mathbf{u}' est une distribution aléatoire et isotropique, α est aussi isotropique et diagonal $\alpha_{ij} = \alpha\delta_{ij}$. Dans ce cas, la force électromotrice moyenne se réduit à $\boldsymbol{\varepsilon}^{(1)} = \alpha\langle \mathbf{B} \rangle$ et sa contribution à la densité de courant dans le système est $\mathbf{j}^{(1)} = \alpha\sigma\langle \mathbf{B} \rangle$. Étrangement, ceci signifie que pour un coefficient α non-nul la densité de courant est *parallèle* au champ magnétique, et non pas perpendiculaire comme on pourrait s'y attendre normalement. L'explication de Parker à ce sujet est élégante [113]. Une masse de fluide montant radialement vers les couches externes du Soleil entraînerait avec lui les lignes de champ magnétique y résidant. S'il y a une rotation ou un effet cyclonique dans la montée du fluide, il y aura une formation de boucles de champ magnétique, générant à leur tour des densités de courant parallèles ou antiparallèles au champ magnétique ambiant. Notons ici que, pour que cette théorie fonctionne, les montées doivent être de courtes durée (empêchant la formation de boucles ayant une rotation plus grande que 2π) et sur une échelle spatiale très petite. Ceci concorde avec la définition de la force électromotrice moyenne, où seules les perturbations en vitesse et en champ magnétique sont considérées. Ce procédé physique est ce qui représente l'effet α , lié à la composante diagonale du tenseur α . Les composantes non-diagonales de ce tenseur sont liées au pompage turbulent, caractérisé par la force électromotrice turbulente. Le pompage turbulent est rarement inclus dans les modèles de champs moyens, même si son impact sur la dynamo solaire est probablement important [17, 80, 117].

La diffusivité turbulente est la seconde contribution à la force électromotrice moyenne ($\varepsilon_i^{(2)} = \beta_{ijk}\partial_k\langle B \rangle_j$). Sans entrer dans les détails, elle représente la capacité d'un écoulement turbulent à supprimer le champ magnétique. Plus la turbulence est vigoureuse, plus la diffusivité turbulente est efficace. Les amplitudes des éléments du tenseur β indiquent si c'est un procédé dominant dans la diffusion du champ magnétique, et les théories simples de longueur de mélange de la convection solaire tendent à penser qu'elle est à tout le moins non négligeable [35].

1.3.2 Modèles Babcock-Leighton

Les modèles de type Babcock-Leighton représentent une sous-classe de modèles de champs moyens. Ils se basent sur le mécanisme du même nom, avancé par messieurs

Babcock [5] et Leighton [90, 91]. Si nous nous rappelons des lois de Joy et de Hale introduites à la § 1.1.1, stipulant que les paires de taches solaires sont inclinées vers l'équateur et que leurs polarités sont inversées par rapport à l'équateur, nous avons un moyen de convertir le champ toroïdal en champ poloïdal. En effet, les taches (donc les structures magnétiques toroïdales) situées près de l'équateur dans chaque hémisphère auront tendance à s'annihiler entre elles, laissant uniquement les taches arrières. Celles-ci, en raison de l'annihilation de la composante toroïdale du champ magnétique et de l'inclinaison des paires (laissant donc une composante poloïdale de champ magnétique), seront diffusées et transportées vers les pôles, établissant une composante poloïdale de champ magnétique à grande échelle. Ceci pourrait expliquer l'inversion de polarité du dipôle solaire (et ultimement de l'inversion de polarité du cycle magnétique de taches solaires).

Sans entrer dans les détails, le fonctionnement d'un modèle Babcock-Leighton ressemble beaucoup à un modèle typique de champs moyens, sauf qu'il n'implique pas de séparation d'échelle explicite : pas de force électromotrice moyenne et donc pas de α et de β . Pour contourner le théorème de Cowling, cette classe de modèle utilise un terme source additionnel à l'équation d'induction de champ magnétique poloïdal de sorte que le champ ne tende pas vers 0 partout au fil du temps. La fonction source est habituellement définie de sorte que le champ magnétique toroïdal soit créé à la base de la zone de convection, aux basses latitudes, pour ensuite émerger en surface. Par la suite, le champ magnétique principalement orienté longitudinalement est transformé en champ poloïdal à mesure qu'il évolue vers les pôles en surface. Puis, le champ magnétique poloïdal est attiré vers la base de la zone de convection où il migrera vers les basses latitudes et se retransformera en champ majoritairement toroïdal. Cette fonction source pourrait donc comprendre des fonctions d'erreurs, de sorte que seule une composante de champ soit générée selon sa position spatiale. Ceci demande évidemment un choix judicieux de la fonction source pour obtenir l'effet escompté.

1.3.3 Modèles globaux

Le meilleur moyen de ne pas invoquer des fonctions définies *a priori* est de ne pas considérer une axisymétrisation du problème et de résoudre celui-ci avec des écoulements et des champs magnétiques tridimensionnels. La classe de modèles qui utilisent les équations de la physique avec le moins de généralisations et d'approximations possibles se disent globaux. Ce sont les modèles qui devraient théoriquement ressembler le plus au Soleil, puisqu'ils résolvent l'ensemble des équations de la MHD sous l'une des approximations suivante : l'approximation anélastique (introduite dans la § 1.2.1) ou l'approximation de Boussinesq (densité considérée constante sauf lorsqu'elle multiplie la gravité, conservant ainsi la force de flottaison). Dans cette section, je ferai un survol rapide de deux modèles globaux avec lesquels je suis le plus familier et qui utilisent l'approximation anélastique.

1.3.3.1 ASH (Anelastic Spherical Harmonic)

Comme son nom l'indique, ASH est un modèle global résolvant les équations de la MHD sous l'approximation anélastique avec une méthode numérique de résolution impliquant une décomposition en harmoniques sphériques pour les structures horizontales (longitudinales et latitudinales) et en polynômes de Chebyshev pour les structures radiales [41]. Cette méthode numérique est appelée *méthode pseudo-spectrale* et consiste à trouver des solutions aux équations différentielles partielles sous forme d'une somme de fonctions de base, préférablement orthogonales entre elles (c'est le cas ici avec les harmoniques sphériques et les polynômes de Chebyshev), et de déterminer les coefficients multipliant chacune des fonctions qui satisfont le mieux ces équations [70]. Cette méthode utilisant cette base a l'avantage de bien résoudre les pôles d'un domaine sphérique, comparativement à celle des éléments finis (en raison de la convergence des méridiens aux pôles). ASH résout les équations anélastiques dites de Lantz-Braginsky-Roberts [16, 87], ou de façon équivalente de Lipps-Hemler [93, 94]. Les quantités décrites dans ces équations sont perturbées par rapport à un état ambiant satisfaisant l'équilibre hydrostatique et sont écrites dans le référentiel en rotation. Les termes linéaires, comme ceux

traitant de la diffusion, sont itérés par un schéma implicite de Crank-Nicholson, tandis que l'évolution des termes non-linéaires est gérée par un schéma explicite d'Adams-Bashfort [41].

ASH contient une diffusivité explicite (donc le terme contenant τ dans l'équation 1.28) qui est en général très élevée pour stabiliser numériquement le code en réduisant sa turbulence. Ceci a l'avantage d'amortir les ondes non physiques, générées par le modèle, mais a l'inconvénient de ne pas fournir aux simulations une viscosité solaire réaliste (dans ASH : $\sim 10^8 \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$, dans le Soleil : $\sim 10^{-4} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ [26, 67]). Les nombres adimensionnels (hormis évidemment le nombre de Reynolds) sont cependant réalistes, faisant en sorte que les simulations ont des propriétés solaires. ASH est un modèle de type LES (Large-Eddy Simulation) puisque le coût en temps de calcul est réduit en ignorant les actions aux petites échelles spatiales (la turbulence par exemple). Étant donné que leur impact est non négligeable sur la simulation, l'effet de celles-ci est plutôt reproduit à l'aide d'un modèle de sous-maillages beaucoup moins coûteux numériquement [118].

Les conditions limites sur le fluide sont impénétrable et sans cisaillement en haut et en bas du domaine. Un gradient d'entropie est fixé au bas du domaine en plus de fixer l'entropie en haut, ce qui résulte en un forçage thermique maintenu et générant la convection [105]. La zone de convection est considérée adiabatique, une approximation en accord avec l'approximation anélastique qui reste valide seulement si l'écoulement est considérablement subsonique et que la stratification ne devient pas considérablement superadiabatique [105]. Les conditions limites sur le champ magnétique lors des simulations MHD sont l'usage d'un conducteur parfait au bas du domaine et contraindre le champ magnétique au haut pour qu'il soit radial. L'initialisation d'un tel champ se fait par le biais d'une injection d'un champ *racine* (ou "*seed*") partout dans la zone de convection à partir d'une simulation HD numériquement stable.

Le domaine des simulations ASH s'étend d'environ $0.6 R_{\odot}$ à $0.96 R_{\odot}$ (je dis environ puisqu'il y a beaucoup de simulations effectuées sur des plages spatiales différentes, ce n'est que des valeurs pour leurs simulations de "référence") et couvre toutes les latitudes et longitudes, ce qui en fait un modèle opérant sur une coquille sphérique. C'est une procédure qui ne résout pas les structures près de la surface (puisque l'approxima-

tion anélastique ne tiendrait plus) et se concentre plutôt sur la dynamique de la zone de convection [22, 26, 29, 104]. Le maillage spatial de ASH peut varier énormément selon les besoins, pouvant passer d'une grille avec $n_r \times n_\theta \times n_\phi = 66 \times 128 \times 256$ à $n_r \times n_\theta \times n_\phi = 128 \times 512 \times 1024$ [26, 41]. Certains tests ont également été effectués concernant l'implémentation d'une zone convectivement stable (zone radiative) sous leur domaine de résolution, n'incluant typiquement qu'une zone de convection [28, 105].

1.3.3.2 EULAG (Eulerian Lagrangian)

EULAG est le modèle utilisé à l'Université de Montréal et celui que j'utilise pour mes recherches. Les résultats présentés dans cette thèse proviennent en très grande majorité de ce modèle ou d'une version dérivée de celui-ci. Il résout les équations de la MHD, sous l'approximation anélastique lui aussi, à l'aide de la méthode d'éléments finis. Son nom provient de la possibilité d'utiliser le modèle pour résoudre les équations sous forme eulérienne (forme de flux) ou lagrangienne (forme advective), avec les opérateurs de transport formulés dans un système de coordonnées curvilignes [119]. EULAG était un modèle développé à la base pour la circulation atmosphérique terrestre à plusieurs échelles à l'aide des équations anélastiques [62]. En raison de cet héritage, le modèle possède plusieurs mécanismes et fonctions intéressants qui ne sont pas normalement présents dans les modèles d'atmosphères stellaires (écoulements à faible nombre de Mach, nombre de Reynolds élevé, écoulements stratifiés en rotation avec un spectre continu d'ondes dispersives) [130]. Les équations résolues sont les mêmes que celles de ASH, et sont perturbées par rapport à un état ambiant. La différence principale au niveau des équations résolues entre ASH et EULAG est la présence d'un état de référence qui est théoriquement différent de l'état ambiant dans EULAG, tandis que dans ASH les deux états sont les mêmes. La façon dont les équations sont résolues est cependant différente, EULAG utilisant une méthode d'éléments finis cartésiens (le système de coordonnées étant projeté dans un système de coordonnées sphériques pour les modèles que l'on utilise en physique solaire). Cette méthode, plus simple conceptuellement que la méthode pseudo-spectrale de ASH, a l'inconvénient de mal résoudre l'activité aux pôles en raison de la convergence des méridiens. Les termes de forçage linéaire sont tous intégrés

un schéma de Crank-Nicholson de deuxième ordre.

L'algorithme au coeur de EULAG pour l'évolution temporelle se base sur MPDATA (multidimensional positive definite advection transport algorithm) qui utilise un schéma itératif temporel avant non-oscillatoire [131, 132]. La propriété principale de MPDATA est la capacité de générer une dissipation implicite qui n'est pas entièrement due aux erreurs de troncation, mais également à une intégration favorable des équations différentielles partielles ayant des contraintes physiques sur les termes convectifs. La classe de modèles à laquelle EULAG appartient est dite ILES (Implicit Large-Eddy Simulation) en raison de cette capacité à générer cette dissipation implicite [97, 98, 130]. MPDATA n'injecte que la quantité de dissipation nécessaire pour rendre stable numériquement la simulation (maximisation du nombre de Reynolds effectif tout en minimisant l'effort de calcul numérique), permettant d'atteindre des états très turbulents [116, 133]. Dans l'éventualité qu'une dissipation visqueuse explicite soit introduite dans le modèle, la dissipation implicite diminuera spatialement et temporellement selon l'amplitude de cette dissipation explicite. Les simulations utilisées en physique solaire par le groupe à l'Université de Montréal ne contiennent pas de dissipation visqueuse explicite, ce qui nous permet d'atteindre des niveaux de turbulence optimaux et inégalés par rapport aux simulations générées par le modèle ASH.

Les conditions limites sur le fluide sont les mêmes pour EULAG que ASH, soit impénétrable et sans cisaillement en haut et en bas du domaine. Les conditions sur le champ magnétique peuvent être aisément modifiées dans ce code : les plus utilisées pour étudier le mécanisme de dynamo solaire sont l'imposition de champs magnétiques radiaux en haut et en bas du domaine [58, 120]. La génération de champ magnétique dans la zone de convection se fait également à partir d'un champ *racine*, mais l'utilisation d'une simulation HD stabilisée numériquement n'est pas nécessaire. Le forçage thermique générant la convection est le résultat de l'advection d'un profil ambiant instable d'entropie, redistribuant ainsi le forçage sur tous les points de mailles, ceci contrastant avec la méthode du code ASH [119]. La zone de convection est (très) légèrement superadiabatique, de façon à générer de la convection sans violer l'approximation anélastique. La zone de radiation, lorsqu'il y en a une, est sous-adiabatique avec un profil radial d'indice poly-

tropique augmentant linéairement avec la profondeur.

Les simulations de la dynamo solaire utilisant EULAG utilisent un domaine s'étendant généralement entre $0.6 R_{\odot}$ à $0.96 R_{\odot}$ et couvre toutes les latitudes et longitudes, de façon similaire aux simulations ASH (évidemment ce n'est pas le cas pour toutes les simulations générées). Les simulations qui retournent les meilleurs résultats en terme de similarité avec la dynamo solaire utilisent une zone stable sous la zone de convection, avec l'interface séparant les deux régions situé à $0.718 R_{\odot}$ [58, 120]. Également, comme ASH, EULAG ne résout pas les structures près de la surface puisque l'approximation anélastique ne tient plus. Puisque le temps de calcul est beaucoup plus élevé pour EULAG que ASH, le maillage utilisé doit être également beaucoup plus grossier : une configuration typique serait une grille avec $n_r \times n_{\theta} \times n_{\phi} = 47 \times 64 \times 128$. Étant donné de l'aspect implicite de la dissipation, modifier le maillage d'une simulation modifie également la dissipation, la réduisant lorsque le maillage devient plus petit [48, 98]. Quelques essais de simulations possédant une résolution spatiale plus élevée n'ont pas retourné les résultats escomptés au niveau de la dynamo solaire.

1.3.3.3 Résultats significatifs

Comparons maintenant différents résultats significatifs obtenus de simulations utilisant ces codes, nommément la convection, le profil de rotation différentielle et les aspects magnétiques. Il faut noter que ces résultats sont présentés à titre purement indicatif, pour des simulations se situant dans un régime de paramètres s'apparentant au Soleil.

La Figure 1.14 montre quelques propriétés d'une simulation de type solaire typique générée avec le modèle ASH. Celle-ci est tirée de Miesch *et al.*, 2011 [103] et décrit les mouvements convectifs au haut de la zone de convection, le profil de rotation différentielle généré par cette simulation, ainsi que certaines caractéristiques du champ magnétique toroïdal. De façon similaire, les Figures 1.15 et 1.16, tirées de Charbonneau, 2014 [36] montrent ces mêmes quantités et caractéristiques. Nous remarquons immédiatement que les différentes propriétés illustrées se ressemblent toutes, à un degré plus ou moins grand. Analysons celles-ci un peu plus en détail.

Les patrons de turbulence au haut de la zone de convection sont similaires, avec des

bulles montantes larges et celles descendantes plus étroites. Nous remarquons la formation de cellules allongées en latitude près de l'équateur qui sont dues à la formation de rouleaux convectifs présents à l'extérieur du cylindre tangent à la base de la zone de convection (conséquence du théorème de Taylor-Proudman). C'est un phénomène présent dans la majorité des simulations générées avec des modèles globaux et une vaste littérature existe à ce sujet (consultez les articles précédemment mentionnés dans les § 1.3.3.1 et 1.3.3.2, ils contiennent à peu près tous des simulations montrant des patrons convectifs ressemblant à ceux présentés ici). Une différence notable est la taille physique des cellules, celles-ci étant beaucoup plus larges dans la simulation générée avec ASH. Ceci est dû à la grande viscosité implémentée dans celle-ci, faisant en sorte que les écoulements soient plus laminaires que dans la simulation générée avec EULAG. L'absence de viscosité explicite dans cette dernière fait en sorte qu'elle peut atteindre un état stable beaucoup plus turbulent, expliquant les plus petites cellules.

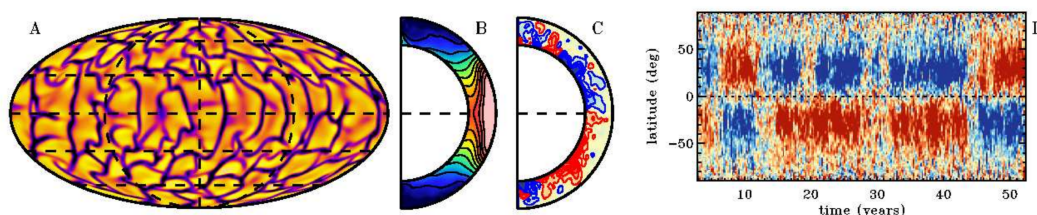


Figure 1.14 – Résultats représentatifs d'une simulation de type solaire générée à partir du code ASH. La figure est tirée de Miesch *et al.*, 2011 [103]. Le panneau (A) montre la vitesse radiale près du haut de la zone de convection, à $r/R_{\odot} = 0.96$, dans une projection de Mollweide. Une couleur jaune (bleue) indique un écoulement remontant (descendant) vers la surface (base). Le panneau (B) montre la fréquence angulaire de rotation, avec la couleur bleue (rouge) dénotant une fréquence plus faible (élevée) que la moyenne. Le panneau (C) montre le champ magnétique toroïdal moyenné longitudinalement pris sur un intervalle de temps correspondant à un maximum d'activité, la couleur rouge (bleue) indiquant un champ se propageant vers l'est (ouest). Le panneau (D) montre la même quantité qu'en (C), sauf qu'elle n'est pas moyennée en temps et elle est prise à la base de la zone de convection. Les saturations pour chacun des panneaux sont (A) $\pm 70 \text{ m s}^{-1}$, (B) 375-470 nHz, et (C,D) $\pm 0.3 \text{ T}$.

Les profils de rotation différentielle, lorsque comparés à l'inversion héliosismologique du panneau (B) de la Figure 1.15, réussissent tous à capturer quelques propriétés que l'on

pourrait qualifier de "solaires" : fréquence de rotation plus rapide près de l'équateur que la fréquence de rotation moyenne, fréquence plus lente aux pôles et différents degrés de bris de la contrainte rotationnelle de Taylor-Proudman aux hautes latitudes. Il existe quelques différences entre les deux simulations, surtout au niveau des isocontours de rotation. L'implémentation d'une zone stable en-dessous de la zone de convection dans la simulation générée avec EULAG pourrait être en cause (une avenue explorée dans le Chapitre 4, contenant le deuxième article). Notons la différence entre les profils HD et MHD de la simulation générée à partir d'EULAG, indiquant que le magnétisme a aussi un rôle à jouer dans la définition du profil de rotation différentielle.

Il se trouve que le magnétisme est assez différent entre les deux simulations. Le champ magnétique toroïdal, ultimement responsable de l'émergence de taches solaires en surface, a une amplitude maximale environ à la même profondeur dans les deux simulations, soit près de l'interface. Le champ est également antisymétrique par rapport à l'équateur, avec des inversions de polarité régulières dans le cas de EULAG et moins régulières dans le cas de ASH. La répartition spatiale du champ magnétique toroïdal n'est cependant pas la même, celui-ci étant situé à de plus faibles latitudes dans la simulation générée avec ASH que celle avec EULAG. Dans ASH, il n'y a pas de réelle propagation vers la surface du champ magnétique (voir panneau (C) de la Figure 1.14), le champ étant confiné dans les profondeurs. Celui-ci ne possède également pas une forte composante axisymétrique, à l'inverse du Soleil, mais a plutôt un champ en forme de bandes, ou "*wreaths*" [23, 110]. La simulation générée avec EULAG possède un champ magnétique toroïdal fortement axisymétrique se propageant vers la surface, ceci étant de style plus solaire. Cependant, ce champ est situé aux mi-latitudes au lieu d'être près de l'équateur, faisant en sorte que l'émergence du champ n'est pas encore parfaitement solaire. Dans les deux cas l'amplitude maximale est de l'ordre du dixième de Tesla.

Les simulations générées à partir des deux modèles possèdent globalement des caractéristiques similaires. Il est normal qu'elles ne soient pas identiques puisque, bien que les équations résolues soient les mêmes, les conditions limites, le régime de paramètres utilisé et la méthode de résolution des équations sont différentes. Il est toutefois remarquable de pouvoir retrouver des caractéristiques aux grandes échelles semblables

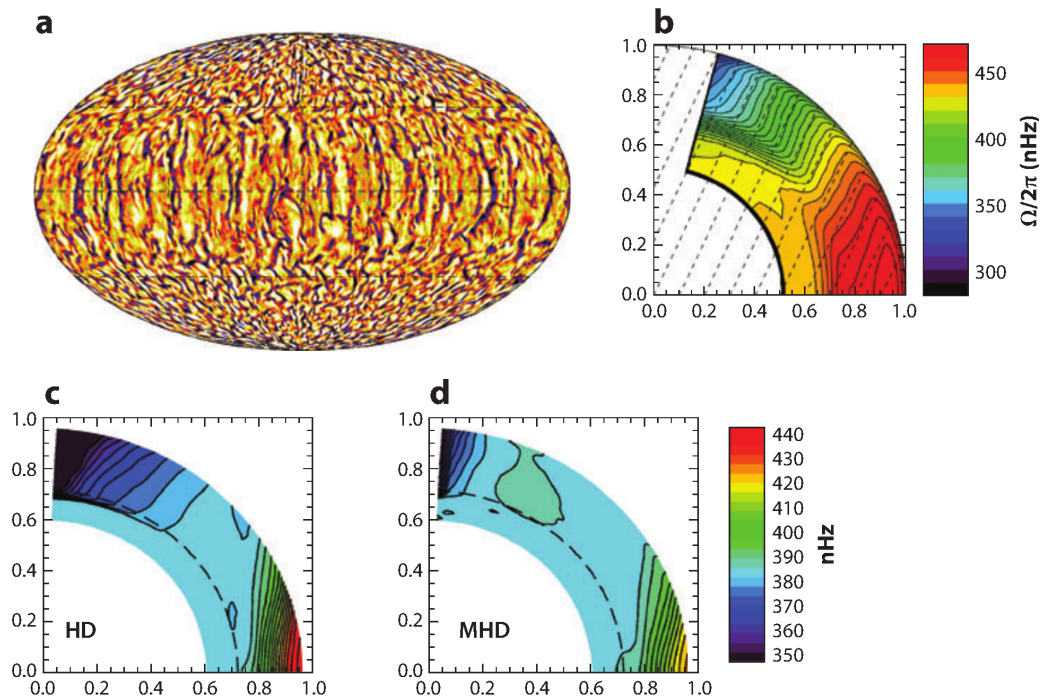


Figure 1.15 – Écoulements représentatifs d’une simulation de type solaire générée à partir du code EULAG. La figure est tirée de Charbonneau, 2014 [36]. Le panneau (A) montre la vitesse radiale sous la surface, dans une projection de Mollweide. Une couleur jaune (bleue) indique un écoulement remontant (descendant) vers la surface (base). Ce panneau est tiré d’une simulation décrite dans Guerrero *et al.*, 2013 [64]. Le panneau (B) montre la fréquence angulaire de rotation prise d’une inversion héliosismique tirée de Howe, 2009 [74], avec la couleur bleue (rouge) dénotant une fréquence plus faible (élevée) que la moyenne. Les panneaux (C) et (D) montrent des profils de rotation différentielle similaires au panneau (B), générés à partir d’une simulation HD et MHD respectivement.

considérant les différences énumérées ci-dessus en combinaison avec le fait que les équations différentielles partielles résolues soient non-linéaires. Ceci justifie le travail ambitieux effectué ces dernières années par le groupe de physique solaire à l’Université de Montréal tentant d’étalonner ces deux modèles sur des bases de comparaisons solides. D’ailleurs les Chapitres 3 et 4 sont basés sur un modèle né de cette comparaison. Deux articles auxquels j’ai activement participé ont déjà été publiés sur ce travail de comparaison [143, 144]. Plus de détails à ce sujet seront fournis au Chapitre 3.

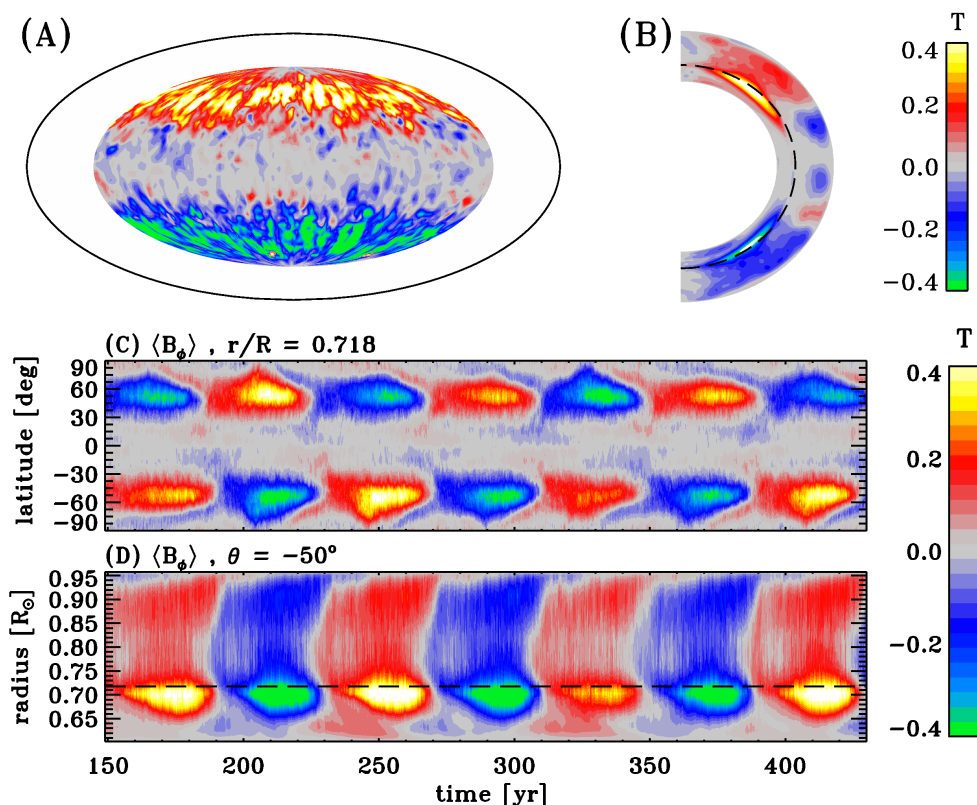


Figure 1.16 – Champs magnétiques toroïdaux représentatifs d’une simulation de type solaire générée à partir du code EULAG. La figure est tirée d’un vidéo de Charbonneau, 2014 [36]. Le panneau (A) montre le champ magnétique toroïdal sous une représentation de Mollweide à l’interface entre la zone de convection et la zone stable, à $r/R = 0.718$, durant un maximum d’activité. Le panneau (B) montre ce même champ magnétique moyenné longitudinalement pris au même instant que le panneau (A). Les panneaux (C) et (D) sont des diagrammes latitude-temps et rayon-temps du champ toroïdal moyenné en longitude, pris à $r/R = 0.718$ pour le panneau (C) et à $\theta = -50^\circ$ pour le panneau (D). Les lignes tiretées représentent la base de la zone de convection. Jaune (vert) indique un champ se propageant vers l’est (ouest).

1.4 Introduction aux dynamos solaires secondaires

Comme nous le savons maintenant, le Soleil possède un cycle magnétique de 22 ans, subissant des inversions de polarité régulières, étant concentré aux basses latitudes et se propageant vers l’équateur durant chaque demi-cycle. Il se trouve que ce cycle est seulement le plus connu et le plus étudié des cycles du Soleil, puisque ce dernier

en possède une quantité absolument phénoménale, encore indéterminée à ce jour. Lors de reconstructions du cycle solaire allant jusqu'au XVII^e siècle au travers de diverses techniques alternatives (énoncées dans la § 1.1.3), celles-ci ont révélées des oscillations ayant des périodes autres que celles du cycle solaire, parfois étant beaucoup plus longues [149] ou plus courtes [8, 13].

Les variations aux courtes échelles temporelles peuvent souvent être reliées aux reconnexion magnétiques ayant lieu dans la couronne et interagissant avec le plasma et les structures coronales existantes. Cependant, ce phénomène ne peut expliquer l'émergence d'un cycle ayant une période d'environ deux ans, celui-ci étant visible dans une multitude d'indicateurs d'activité magnétique, puisqu'il est d'origine stochastique. Diverses analyses ont permis de déterminer que ce cycle n'était pas une harmonique d'ordre élevé du cycle principal de 22 ans et qu'il constitue un mode entièrement isolé de ce dernier [85, 111]. À titres d'exemples, ce signal fût détecté dans le flux radio F10.7, dans les mesures du champ magnétique héliosphérique et de l'activité géomagnétique [109], dans le flux de rayons cosmiques mesuré sur Terre (voir Figure 1.17 [88]) et dans la profondeur des lignes spectrales photosphériques [115].

Ce cycle d'environ deux ans, nommé "cycle quasi-biennal" (ne pas confondre avec l'oscillation du même nom représentant un changement dans la direction des vents dans la stratosphère terrestre, près de l'équateur, probablement causé par des ondes de gravité [50]), est physiquement indépendant ou faiblement couplé au cycle principal de 22 ans. Cette conclusion est déduite lorsque des études sur la décomposition en modes orthogonaux des variations de la raie d'émission Fe_{XIV} montrent clairement les cycles de 22 ans et de 2.8 ans, et que peu de modes sont nécessaires pour les identifier [151].

Maintenant, quelle est l'origine de ce cycle secondaire ? Nous savons depuis longtemps qu'il est possible de générer une dynamo avec une excitation liée aux ondes de Rossby (ondes dont la force de rappel est la force de Coriolis), où une inversion de polarité du champ magnétique aux deux ans est possible [59, 60]. Une interaction entre ces ondes et le champ magnétique aux grandes échelles existant pourrait également expliquer cette deuxième oscillation dynamo [86, 158]. Il est cependant plus intuitif de considérer que son origine est magnétique, tout comme le cycle principal. Des analyses du champ

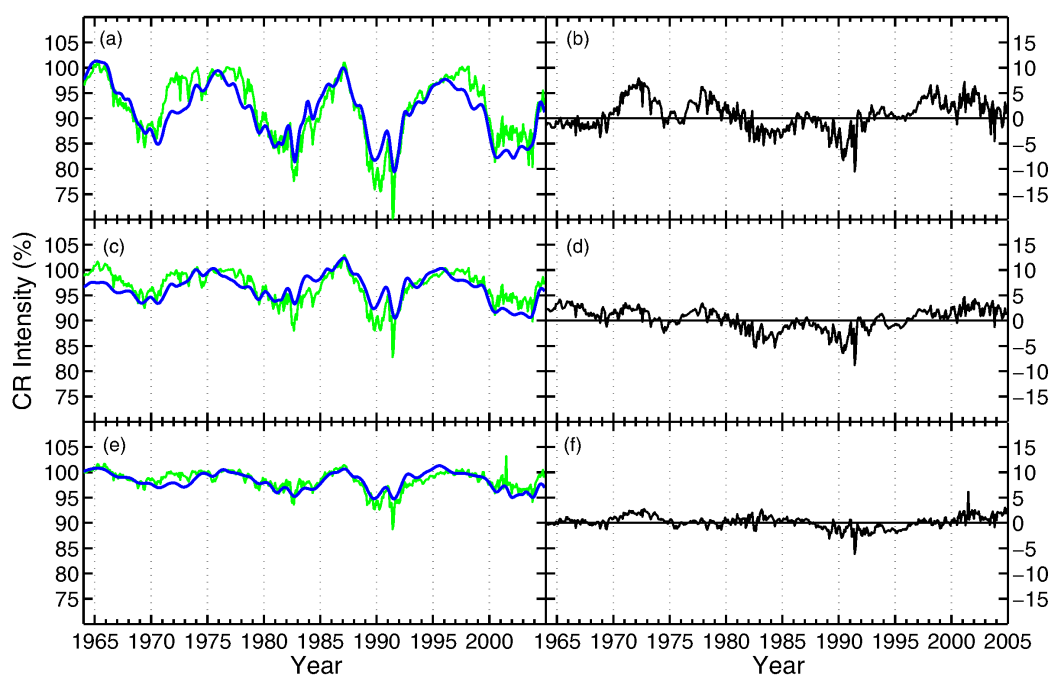


Figure 1.17 – Influence d'un cycle magnétique solaire secondaire sur la quantité de rayons cosmiques traversant l'héliosphère. Illustrations de détections effectuées par trois détecteurs à neutrons. Le panneau (A) montre l'intensité des rayons cosmiques en vert, en plus d'une reconstruction du signal à l'aide du cycle principal et du cycle secondaire quasi-biennal en bleu. Le panneau (B) montre le résidu entre les courbes, montrant que la reconstruction avec les deux cycles est satisfaisante. Les panneaux (C) à (F) sont similaires aux panneaux (A) et (B), mis à part que les détecteurs sont différents. Figure tirée de Laurenza *et al.*, 2012 [88].

magnétique photosphérique solaire supportent cette hypothèse où, lorsqu'on enlève les oscillations ayant une période de plus de 2.5 ans, une carte synoptique des résidus peut être obtenue montrant un cycle bien défini aux mi- et basses latitudes (voir Figure 1.18) [12, 13, 148]. Le signal résiduel est obtenu lorsqu'on soustrait du signal brut un signal sur lequel une "moyenne glissante" temporelle de 2.5 ans a été effectuée (chaque point en temps est moyenné dans un intervalle de 2.5 ans entourant ce point).

Pour ajouter du poids à l'hypothèse d'une origine sous la photosphère du cycle quasi-biennal, on utilise l'héliosismologie et l'étude des modes p (où la force de rappel des ondes générant ces modes est la pression), puisque ce cycle est présent dans les varia-

tions temporelles de ces modes [20]. La Figure 1.19 tirée de Fletcher *et al.*, 2010 [54] montre bien les oscillations contenues dans les modes p . Les écarts en fréquence des modes p , caractérisant la présence de champ magnétique, peuvent être détectés en profondeur, indiquant que ce phénomène n'est pas concentré près de la surface. Diverses études ont tenté de caractériser l'amplitude et la position du signal héliosismique du cycle quasi-biennal, avec pour résultat qu'il se situerait probablement entre $\pm 45^\circ$ et qu'il serait indépendant du mécanisme causant l'émergence des régions actives [21, 127, 129]. De plus, le cycle quasi-biennal pourrait provenir d'un battement entre un dipôle et un quadrupôle magnétique [129].

L'observation d'au moins deux cycles pourrait provenir de l'établissement de deux mécanismes dynamos différents, situés dans des régions spatiales séparées l'une de l'autre. En effet, la rotation différentielle fournit déjà les ingrédients nécessaires pour assurer la génération de ces deux dynamos, puisque celle-ci est séparée en plusieurs régions de cisaillement de rotation, chacune capable de supporter une dynamo oscillatoire combinée à une force électromotrice turbulente [34]. La Figure 1.20(B) montre un tel comportement, deux dynamos ayant des périodes différentes s'établissant dans des espaces séparés. C'est une hypothèse appuyée par plusieurs résultats en provenance de simulations MHD de la convection solaire, tant globales [77, 78] que de champs moyens [125]. Il est également possible de développer des modèles simples de champ moyens, dans une couche mince, dans lesquels deux dynamos opérant dans des espaces différents sont faiblement couplées entre elles au travers d'équations différentielles non-linéaires [12, 13]. Ce couplage faible entre deux dynamos autrement indépendantes est l'hypothèse la plus plausible dans le cas du Soleil si on regarde la Figure 1.19, l'amplitude du second cycle étant clairement reliée à l'amplitude du cycle principal. Cette hypothèse est également supportée par des données en provenance de cycles stellaires (les étoiles HD 76151 et HD 190406 dans le répertoire de données du Mt-Wilson Ca H+K), où, en plus de la détection d'un cycle principal, un cycle secondaire dans la variabilité chromosphérique est détecté (ayant des périodes de 2.52 ans et 2.60 ans respectivement) [7].

Étant donné la multitude d'observations pointant vers l'existence d'au moins un sec-

ond cycle magnétique solaire, la motivation principale de ce premier article est de comprendre le fonctionnement de ce cycle secondaire au travers de deux modèles : le modèle global EULAG et un modèle de champs moyens cinématique dans lequel est inséré le tenseur α du modèle global. Ces deux modèles retournent au moins un cycle secondaire facilement identifiable ayant une période différente du cycle principal. Nous établissons tout d'abord l'existence de ces cycles dans les deux modèles. Nous identifions ensuite l'espace de paramètres du modèle de champs moyens dans lequel le phénomène de dynamo double est possible. Ensuite, nous nous concentrons sur les signatures thermiques du modèle global, pour déterminer si ce signal serait détectable en héliosismologie. Finalement, à partir des résultats présentés dans l'article, nous émettons des hypothèses quant à l'origine physique du cycle quasi-biennal solaire.

Ma contribution à cet article est substantielle, en ce sens que j'ai supervisé les travaux des autres co-auteurs et organisé l'article en tant que tel, en plus d'être la personne soumettant l'article, correspondant avec l'éditeur et l'arbitre. J'ai également participé à la rédaction d'une bonne partie de l'article, soit l'introduction, la seconde section, une partie de la quatrième section et la conclusion. J'ai présenté les résultats en provenance d'EULAG, à l'exception de la signature thermique, et les calculs des écarts en fréquence des modes p . Corinne Simard a travaillé sur la section portant sur le modèle cinématique de champs moyens, en plus d'écrire la majorité du texte y étant relié. Jean-François Cossette s'est occupé de la réponse thermique d'EULAG, en plus de rédiger le texte y étant associée. Paul Charbonneau a surveillé notre exécution et nous a guidé tout au long de ce procédé, en plus de reformuler et de corriger une portion substantielle de l'article.

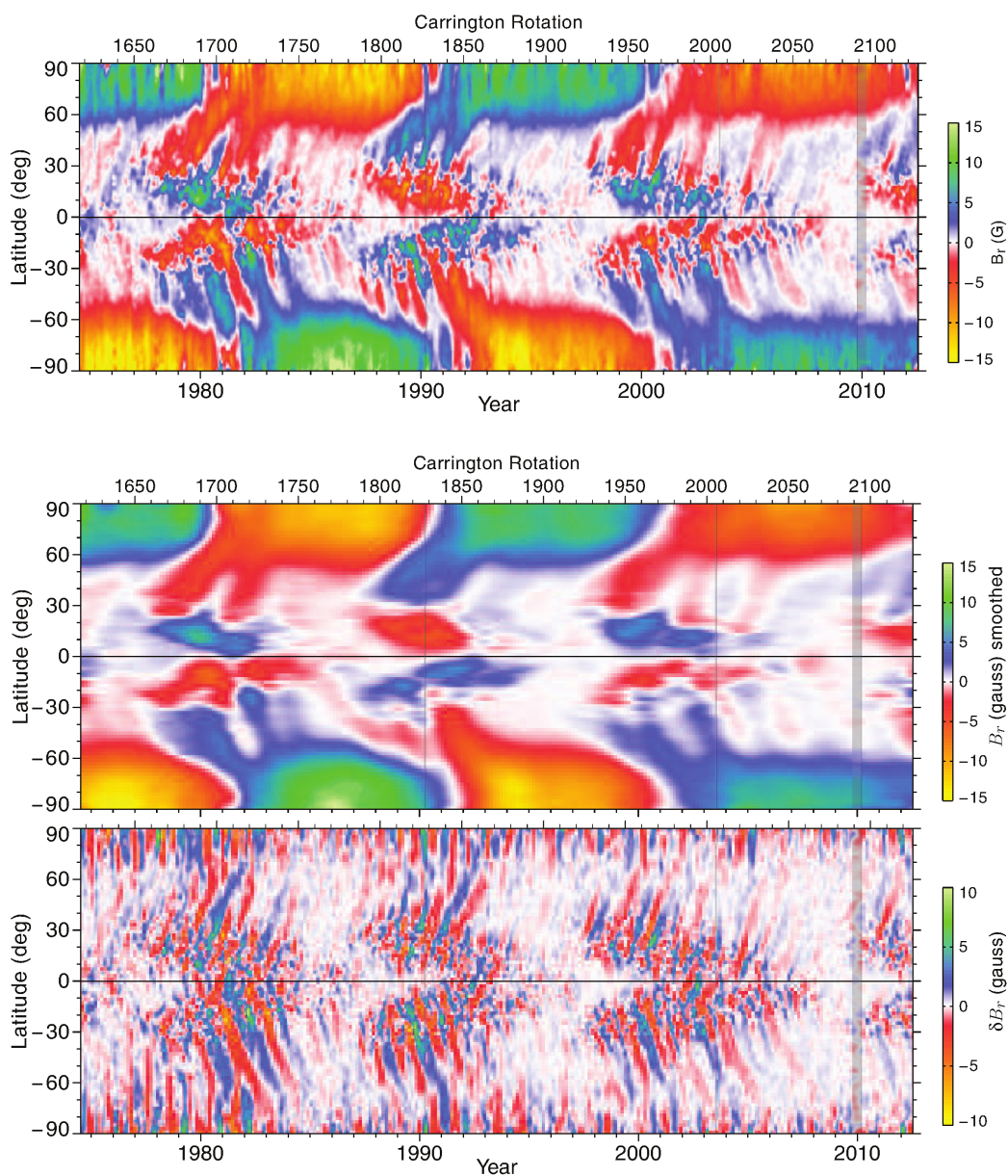


Figure 1.18 – Caractérisation du cycle quasi-biennal à l'aide de la composante radiale du champ magnétique solaire. Le panneau en haut illustre le champ magnétique radial en représentation latitude-temps, l'échelle de couleurs à la droite indiquant l'intensité et la polarité du champ. Le panneau au milieu est ce même champ, lissé à l'aide d'une fonction tronquée gaussienne d'une largeur de 2.5 ans. Le panneau du bas est le résultat de la soustraction du panneau au milieu du panneau du haut, révélant la structure du cycle quasi-biennal. Les régions grises aux environs des années 1990.2, 2003.5 et 2010 sont des interpolations cubiques dues aux mauvaises conditions météo et à des bris d'équipement. Figure reconstituée de deux figures tirées de Ulrich & Tran, 2013 [148].

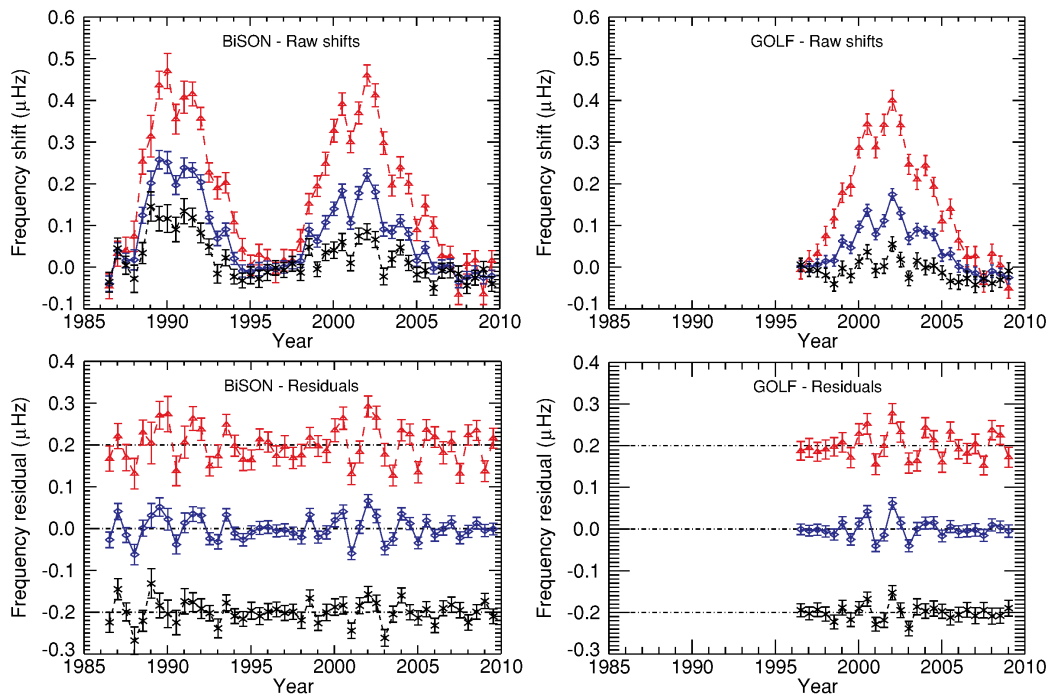


Figure 1.19 – Déviations en fréquence de modes "Soleil comme une étoile" avec des fréquences entre 1.88 et 3.71 mHz pour deux détecteurs : BiSON (colonne de gauche) et GOLF (colonne de droite). La rangée de graphiques du haut illustre les déviations selon trois bandes de fréquence : bande totale (entre 1.88 et 3.71 mHz, en bleu), bande des basses fréquences (entre 1.88 et 2.77 mHz, en noir) et bande des hautes fréquences (entre 2.82 et 3.71 mHz, en rouge). La rangée du bas illustre les résidus des signaux une fois le signal de 11 ans enlevé des déviations brutes. Les courbes noire et rouge sont déplacées de $-0.2 \mu\text{Hz}$ et $+0.2 \mu\text{Hz}$ respectivement. Figure tirée de Fletcher *et al.*, 2010 [54].

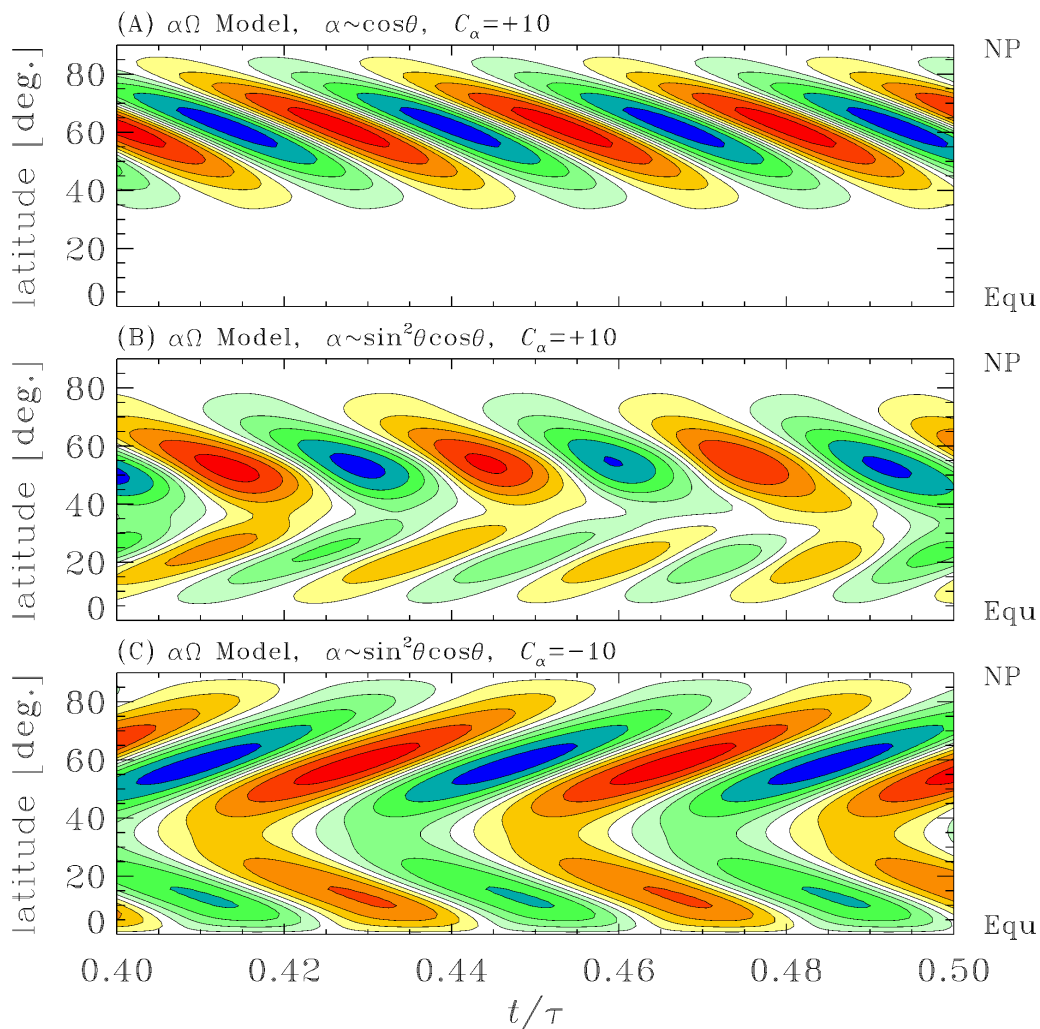


Figure 1.20 – Diagrammes papillon de l’hémisphère nord de trois simulations générées à partir de modèles de champs moyens. Les diagrammes latitude-temps ont été pris à l’interface entre la zone radiative et la zone de convection. Les champs toroïdaux sont normalisés à leur amplitude maximale et tracés par incrément de $\Delta B/\max(B) = 0.2$, avec les contours jaune-rouge (vert-bleu) dénotant une valeur positive (négative). Notons l’existence de deux cycles distincts dans le panneau (B). Figure tirée de Charbonneau *et al.*, 2010 [34].

CHAPITRE 2

DOUBLE DYNAMO SIGNATURES IN A GLOBAL MHD SIMULATION AND MEAN-FIELD DYNAMOS

P. Beaudoin¹, C. Simard¹, Jean-François Cossette¹, Paul Charbonneau¹

Published in *Astrophysical Journal*

July 27th, 2016

1. Département de Physique, Université de Montréal, C.P. 6128, Succ. Centre-Ville, Montréal, Québec, H3C 3J7, Canada

ABSTRACT

The 11-yr solar activity cycle is the most prominent periodic manifestation of the magnetohydrodynamical (MHD) large-scale dynamo operating in the solar interior, yet (quasi-)periodicities longer and shorter are also present. The so-called “quasi-biennial” signal appearing in many proxies of solar activity is gaining increasing attention since its detection in p -mode frequency shifts, which suggests a subphotospheric origin. A number of candidate mechanisms have been proposed, including beating between co-existing global dynamo modes, dual-dynamos operating in spatially separated regions of the solar interior, and Rossby waves driving short-period oscillations in the large-scale solar magnetic field produced by the 11-yr activity cycle. In this article, we analyze a global MHD simulation of solar convection producing regular large-scale magnetic cycles, and detect and characterize shorter periodicities developing therein. By constructing kinematic mean-field $\alpha^2\Omega$ dynamo models incorporating the turbulent electromotive force (emf) extracted from that same simulation, we find that dual dynamo behavior materializes in fairly wide regions of the model’s parameters space. This suggests that the origin of the similar behavior detected in the MHD simulation lies with the joint complexity of the turbulent emf and differential rotation profile, rather than with dynamical interactions such as mediated by Rossby waves. Analysis of the simulation also reveals that the dual-dynamo operating therein leaves a double-period signature in the temperature field, consistent with a dual-period helioseismic signature. Order-of-magnitude estimates for the magnitude of the expected frequency shifts are commensurate with helioseismic measurements. Taken jointly, our results support the hypothesis that the solar quasi-biennial oscillations are associated with a secondary dynamo process operating in the outer reaches of the solar convection zone. **Keywords : Magnetohydrodynamics (MHD), methods : numerical, Sun : oscillations.**

2.1 Introduction

The cyclic variation of the large-scale solar magnetic field provides the pulse modulating all phenomena collectively defining solar activity. The most prominent periodicity has a 22-yr period, translating into the well-known 11-yr activity cycle since global magnetic polarity is largely irrelevant to solar activity. This cycle, first noted in the nineteenth century on the basis of sunspot counts, has since been reconstructed back to the seventeenth century, and traced much further back in time through indirect proxies such as cosmogenic radioisotopes. These reconstructions have revealed the presence of significant variations, some possibly cyclic, developing on much longer timescales than the primary 22-yr magnetic cycle [149].

Solar activity also varies on much shorter timescales than its primary cycle. The bulk of these variations is likely due to the stochastic vagaries of magnetic flux emergence through the photosphere, and subsequent evolution through magnetic reconnection and, more generally, interaction with existing coronal structures and plasma flows. Nonetheless, evidences for systematic, cyclic variability on a ~ 2 -yr timescale in a number of activity indicators have been accumulating for a number of years [8, 13]. Interest in such “quasi-biennial” cycles was also rekindled by the helioseismic detection of a ~ 1.3 -yr oscillation in the zonal flow at the very base of the solar convection zone and in the underlying tachocline [75].

Various analyses of the sunspot number and/or area time series have uncovered periodicities ranging from 1.3 to 2.8 years, which do not appear to be higher harmonics of the primary 22-yr magnetic cycle (see, e.g., Krivova & Solanki 2002; and Norton & Gallagher 2010 [85, 111]). A similar signal was found in the F10.7 cm radio flux [20] and total solar irradiance [115]. Commensurate periodicities are also found in various measures of the heliospheric magnetic field and geomagnetic activity, with the corresponding oscillation amplitude varying with that of the primary 11-yr activity cycle [109]. This quasi-biennial modulation of the solar heliospheric magnetic field translates into a corresponding modulation of galactic cosmic rays flux measured at Earth [88].

Periodicities at both 11 and ~ 2.8 years have also been observed in the depth of some

photospheric spectral lines [115], and according to these authors cannot be explained by variations in active region coverage. Vecchio & Carbone (2008) [151] used a proper orthogonal decomposition to analyze variations observed in the Fe XIV green coronal emission line at 530 nm, which also shows 11-yr and quasi-biennial cyclic variations. Their analysis indicates that very few modes are needed to properly characterize the temporal variations, suggesting that the 11-yr cycle and shorter 2.8-yr oscillation are physically independent or only weakly coupled.

Since the solar activity cycle is magnetic in origin, it is natural to assume that this may be the case for the quasi-biennial signal as well. This idea is supported by the analysis of the solar photospheric magnetic field carried out by Benevolenskaya (1995, 1998) [12, 13] and more recently by Ulrich & Tran (2013) [148]. Working with synoptic magnetograms for the zonally-averaged radial magnetic field component at the surface, these latter authors subtract a 2.5-yr running average from the raw signal, producing a synoptic representation of the residual that shows a well-defined cyclic signal at low- to mid-latitudes (see their Figure 9). The period is again in the quasi-biennial range and, according to Ulrich & Tran (2013) [148], cannot be ascribed to the evolution and decay of active regions.

Further support for a subphotospheric origin of the quasi-biennial oscillations is found in the temporal variations of p -mode frequencies [20, 54]. Broomhall *et al.* (2009) [20] detect the quasi-biennial signal throughout the descending phase of cycle 23 and the subsequent activity minimum, while the signal typically vanishes at activity minima in most surface activity proxies. These authors therefore suggest that p -mode frequency shifts may track deep-seated subsurface changes in magnetic flux at cycles minima, preceding the onset of activity in the subsequent cycle. Later investigations have attempted to better characterize the location and amplitude of the helioseismic quasi-biennial signal [21, 127, 129]. These various authors, working with different datasets, all come to the tentative conclusion that the magnetic flux responsible for the quasi-biennial oscillation must be located between $\pm 45^\circ$ latitude, and that this phenomenon is independent of the mechanism that causes the emergence of active regions. Simoniello *et al.* (2013b) [129] further suggest that the quasi-biennial signal could result from the beating between a

magnetic dipole and quadrupole.

One obvious explanation for the observation of dual cycles in solar activity indicators is that two distinct dynamos operate simultaneously in the solar interior. This hypothesis, at first glance somewhat arbitrary, is actually supported by the fact that the solar internal differential rotation profile is characterized by multiple, spatially segregated regions or rotational shear, each capable in principle of supporting an oscillatory dynamo in conjunction with a turbulent electromotive force (*emf*) (see, e.g., Charbonneau 2010 [34], Figure 8B). Multiple dynamo cycles have also been observed in some recent magnetohydrodynamical (MHD) simulations of solar convection [77, 78, 125]. Benevolenskaya (1995, 1998) [12, 13] developed a simple thin-layer mean-field model in which two spatially segregated dynamo regions are coupled via nonlinear differential equations. For weak coupling between the two dynamo source regions, the dual-cycles observed in solar activity indicators can be reproduced reasonably well. Further support for this dual-dynamo hypothesis can also be found in stellar cycle data, specifically the stars HD 76151 and HD 190406 in the Mt-Wilson Ca H+K data, which in addition to their primary cycle show secondary chromospheric variability with periods of 2.52 and 2.60 years respectively [7]. Metcalfe *et al.* (2010) [101] also report the identification of a short 1.6-yr magnetic cycle from synoptic Ca HK measurements in the solar-type star ι Horologii, although in this case no evidence for a longer cycle has yet been uncovered.

Non-dynamo-based explanations of the solar quasi-biennial oscillations have also been proposed. Increasing attention is recently being paid to the possibility that this oscillation arises from the interaction between Rossby waves and the large-scale solar magnetic field [86, 158]. This idea was originally formulated by Gilman (1969a, 1969b) [59, 60], who used a simplified model defined in terms of two superimposed layers of fluids. Under plausible parameter settings, magnetic fields could be supported and polarity reversals produced on a ~ 2 -yr timescale. At any rate, a better understanding of these quasi-biennial oscillations might provide a new probe into the solar interior [46], or perhaps be useful as a cycle predictor [128].

In this paper we examine dual-dynamo action taking place in a global MHD simulation of solar convection as well as in a kinematic mean-field dynamo model. In § 2 the

existence of a spatially disjointed dual magnetic cycle is first established in the global simulation. In § 3, kinematic mean-field $\alpha^2\Omega$ dynamo models are constructed, using the α -tensor extracted from the same MHD simulation analyzed in § 2. We identify regions in the parameters space of the $\alpha^2\Omega$ model that are characterized by dual-dynamo behavior akin to that observed in the simulation. The temperature field of the global MHD simulation is investigated in § 4, revealing signatures related to both magnetic cycles. We conclude in § 5 by speculating on the physical origins of the solar quasi-biennial oscillation in light of these modeling results.

2.2 Global MHD simulation results

We use the MHD generalization of the geophysical flow simulation code EULAG (Prusa *et al.* 2008 [119], and references therein) to carry out numerical simulations of solar convection. The global, implicit, large-eddy simulation (ILES) of MHD solar convection used to generate these results is presented in Ghizaru *et al.* (2010) [58], and the mathematical and computational frameworks are described in Smolarkiewicz & Charbonneau (2013) [130]. This simulation succeeds in generating a large-scale axisymmetric magnetic component, undergoing regular, hemispherically well-synchronized polarity reversals on a timescale of a few decades (see Passos & Charbonneau 2014 [114] for a detailed analysis of the “millenium simulation” used here). Dissipation in EULAG and EULAG-MHD is delegated to the underlying advection scheme, which effectively provides an adaptive subgrid model ensuring numerical stability and concentrating artificial dissipation to the scale of a few grid points. Reasonably turbulent regimes can then be attained on relatively low-resolution spatial meshes, in turn allowing very long time integrations in a reasonable amount of computing time.

The foregoing analysis uses the four-dimensional numerical dataset (longitude ϕ , latitude θ , radius r and time t) returned by the simulation. To better illustrate the fast-oscillating signal, it is advantageous to remove the primary 40-yr cycle, which we carry

out through the following detrending procedure :

$$\mathbf{X}_d(\phi, \theta, r, t) = \mathbf{X}(\phi, \theta, r, t) - \bar{\mathbf{X}}(\phi, \theta, r, t) , \quad (2.1)$$

where \mathbf{X} is an original dataset coming from the simulation, $\bar{\mathbf{X}}$ is the smoothed dataset using a 5-yr-wide running boxcar averaging, and \mathbf{X}_d is the detrended quantity. Most of the quantities represented here are averaged in longitude (thus representing the large-scale axisymmetric components), defined by

$$\langle X_i \rangle(\theta, r, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} X_i(\phi, \theta, r, t) d\phi , i = \phi, \theta, r , \quad (2.2)$$

where $\langle \mathbf{X} \rangle = \langle X_\phi \rangle \mathbf{e}_\phi + \langle X_\theta \rangle \mathbf{e}_\theta + \langle X_r \rangle \mathbf{e}_r$.

Panel (A) of Figure 2.1 represents the evolution of the longitudinally averaged toroidal magnetic field taken near the top of the simulated domain during roughly ~ 240 years. The regular polarity reversals of the main cycle are readily seen at mid- to high latitudes on this diagram, along with the antisymmetric polarity maintained between the two hemispheres. We also clearly detect a short-period oscillation located between $\pm 30^\circ$ superimposed on the primary cycle, akin to the quasi-biennial cycle found in helioseismology. This signal is present throughout most of the convecting layers but peaks above $r/R \simeq 0.9$, as illustrated on the time-radius diagram in panel (B).

A time series of the azimuthally averaged toroidal magnetic field extracted at radius $r/R = 0.92$ and latitude 18° is shown as a black curve on the top half of Figure 2.1C, along with a time series of the magnetic energy of the large-scale, axisymmetric magnetic field:

$$E_{\langle B \rangle}(t) = \frac{1}{2\mu_0} \int_V \langle B \rangle^2 dV , \quad (2.3)$$

with the integral carried out over the whole domain. This time series is plotted in blue on Figure 2.1C, and serves here as a proxy of the activity cycle. The presence of at least two periodic signals is clearly apparent : the main ~ 40 -yr half-period cycle and a rapidly oscillating ~ 2 -yr signal. When using the aforementioned detrending procedure in Equation (2.1) (which consists concretely of subtracting the red, smoothed curve,

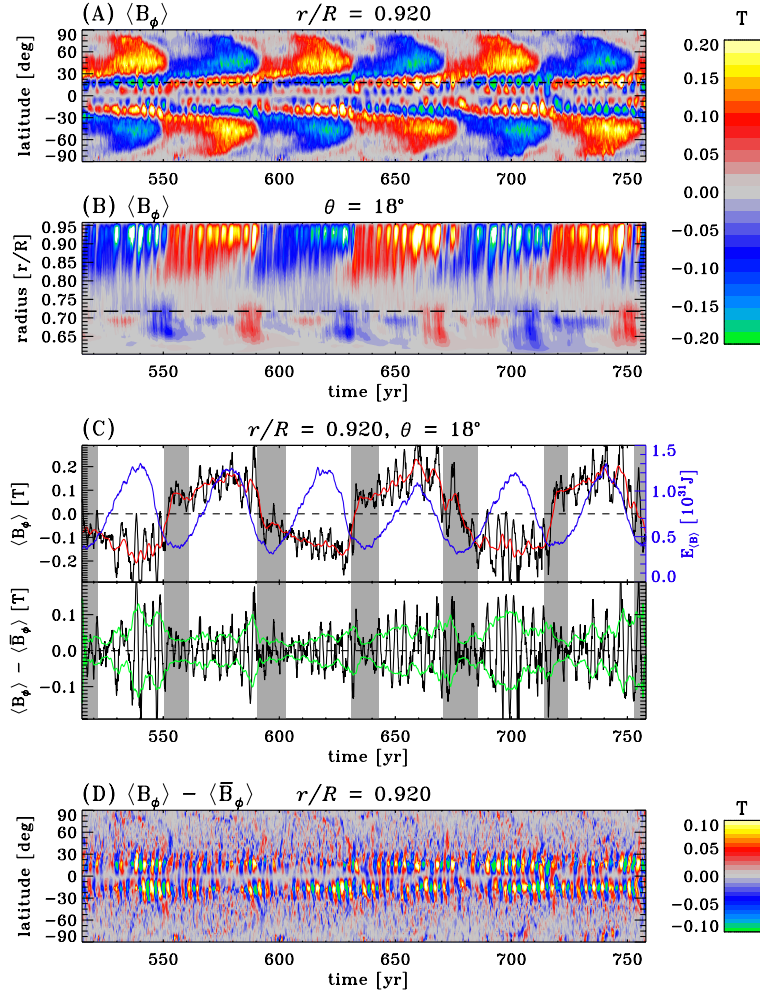


Figure 2.1: Longitudinally averaged toroidal magnetic field. Panel (A) shows a time-latitude diagram of this quantity sampled near the top of the domain at $r/R = 0.92$, with the dot-dashed line corresponding to the latitude (18°) at which the radius-time diagram displayed in panel (B) is sampled. The dashed line in that panel indicates the interface between the convectively unstable fluid, and the underlying stably stratified layers. The black curve in the top section of panel (C) depicts the mean toroidal magnetic field extracted at depths and latitudes consistent with panels (A) and (B). The red curve is the smoothed mean toroidal magnetic field taken at this same latitude and depth, smoothed with a running 5-yr boxcar filter. Large-scale magnetic energy ($E_{\langle B \rangle}$) is plotted in blue and provides a proxy of the magnetic cycle. The bottom section of panel (C) shows the detrended toroidal magnetic field at this same location, with the green curve being the oscillation envelope calculated using a smoothing process over 40 solar days on the black curve (≈ 3.3 yr). The grey shaded regions indicate when the simulation is in a minimum phase of the magnetic cycle ($E_{\langle B \rangle} < 5 \times 10^{30}$ J). Panel (D) is a time-latitude diagram of the detrended toroidal magnetic field at $r/R = 0.92$.

from the black), we obtain the black curve plotted on the bottom half of panel (C). The green curve traces the oscillation envelope, obtained via a smoothing of 40 solar days ($\simeq 3.3$ yr) of the black curve, and the grey shaded regions delimit the periods of minimal magnetic activity. For many cycles in the simulation the amplitude of the 2-yr signal waxes and wanes with the amplitude of the primary magnetic cycle, as observed in p -mode frequency shifts for cycles 22 and 23 (see Figure 1 in Fletcher *et al.* 2010 [54]), but this pattern is not always clearly present in our simulated cycles. This suggests that in our simulation, the two signals are generated from two independent or weakly coupled dynamos, in a manner perhaps similar to the weak interaction case discussed in Benevolenskaya (1998) [13]. Repeating this entire analysis for latitudes located in the region $\pm 30^\circ$ and depths near the surface (between $r/R = 0.89$ and $r/R = 0.94$) yields similar results.

Panel (D) in Figure 2.1 gives another perspective of the short-period cycle in the simulation. This is obtained when removing the 40-yr half-period signal from the total mean toroidal field in Figure 2.1A. Once again, the secondary signal is clearly seen and strongly confined at low latitudes. Note also the mild tendency for poleward propagation of the associated low-latitudes magnetic structures.

The spatiotemporal unfolding of this secondary dynamo mode is depicted on Figure 2.2 in the form of meridional slices. Panels (A) through (D) show the longitudinally averaged toroidal magnetic field evolving over a half-cycle of the rapidly oscillating dynamo (between $t = 653$ yr and $t = 654.5$ yr). Panels (E) through (H) show the detrended toroidal magnetic field over the same timespan. In both representations, the fast-oscillating signal is clearly seen at low latitudes in the bulk of the convection zone through the top of the integration domain. The magnetic field related to this signal takes shape in the middle of the convection zone, then propagates toward the surface while moving at slightly higher latitudes, effectively replacing the magnetic field from the previous cycle. The fast-oscillating signal is confined outside of the tangent cylinder (dash-dotted line) to the sphere of radius $r/R = 0.718$ corresponding to the base of the convecting fluid layer, with the main cycle being mostly present inside that cylinder and effectively only modulating the polarity of the secondary dynamo signal. This suggests

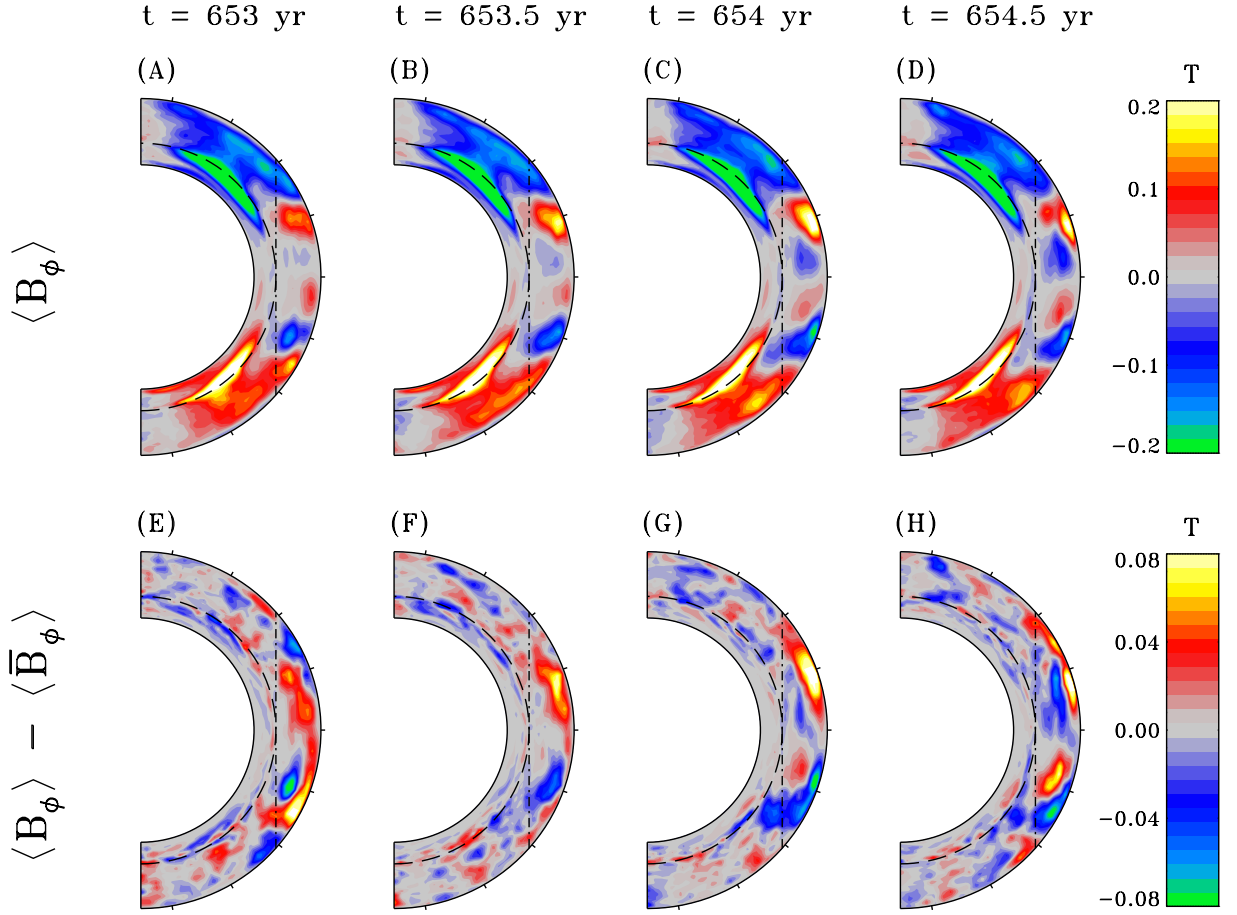


Figure 2.2: Temporal evolutions of the longitudinally averaged toroidal magnetic field ((A) to (D)) and its detrended profile ((E) to (H)), plotted in a meridional plane at times ranging from $t = 653$ yr to $t = 654.5$ yr (covering a half-cycle of the fast-oscillating magnetic signal). Each sequence has its own color scale, indicated at the right. On each panel, the dashed circular arc locates the base of the convectively unstable fluid layer, while the vertical dot-dashed line delineates the tangent cylinder to the base of the convection zone. This last feature delimits the two dynamo signals. The tickmarks on the outer boundary of each diagram indicate latitudes by steps of 20° , the rightmost tick always representing the equator ($\theta = 0^\circ$).

that differential rotation might be the important factor separating the two dynamos, as one is located in the midst of the equatorial acceleration and the other in a region subjected to a much weaker, primary latitudinal shear (see Figure 2.4, panels (A) and (B) for differential rotation profiles).

Figure 2.3 shows snapshots of the toroidal magnetic component displayed in Mollweide projection, and extracted at (A) $r/R = 0.92$ and (B) $r/R = 0.718$. The strong, deep-seated toroidal magnetic field associated with the primary ~ 40 yr half-cycle appears prominently in panel (B), and persists at mid- to high latitudes all the way to the top of the simulation domain (cf. panel (A)). The thin, longitudinally-oriented bands at low latitudes are associated with the more rapidly oscillating signal detected in the simulation. The higher amplitude bands mark the current cycle and the low amplitude ones located closer to the equator herald the onset of the next half-cycle of the rapid magnetic oscillation. These structures may be akin to the so-called toroidal wreaths characterizing the higher-resolution MHD numerical simulations of Brown *et al.* (2010,2011) [23, 24] (see also Nelson *et al.* 2013 [110]). Note in particular that when these simulations are run in a parameter regime leading to polarity reversals, latitudinal propagation away from the equator is also observed (see, e.g., Figure 3 in Nelson *et al.* 2013 [110]).

2.3 Mean-field simulation results

Section 2 has established the existence of a double periodicity in the large-scale, axisymmetric magnetic field building up in the simulation, localized in spatially distinct regions of the domain. This double periodicity could equally well be due to a double dynamo, or to the inductive effect of coherent, large-scale waves superimposed on a single dynamo cycle. In an attempt to distinguish between these two possibilities we turn to the construction of kinematic mean-field dynamo models, using the turbulent *emf* extracted from our simulation. Our objective is not to construct a detailed mean-field equivalent to the millenium simulation just discussed, but rather to establish, in the spirit of a proof-of-concept, whether the spatial complexity of the turbulent *emf* characterizing this MHD simulation can support dual dynamo action.

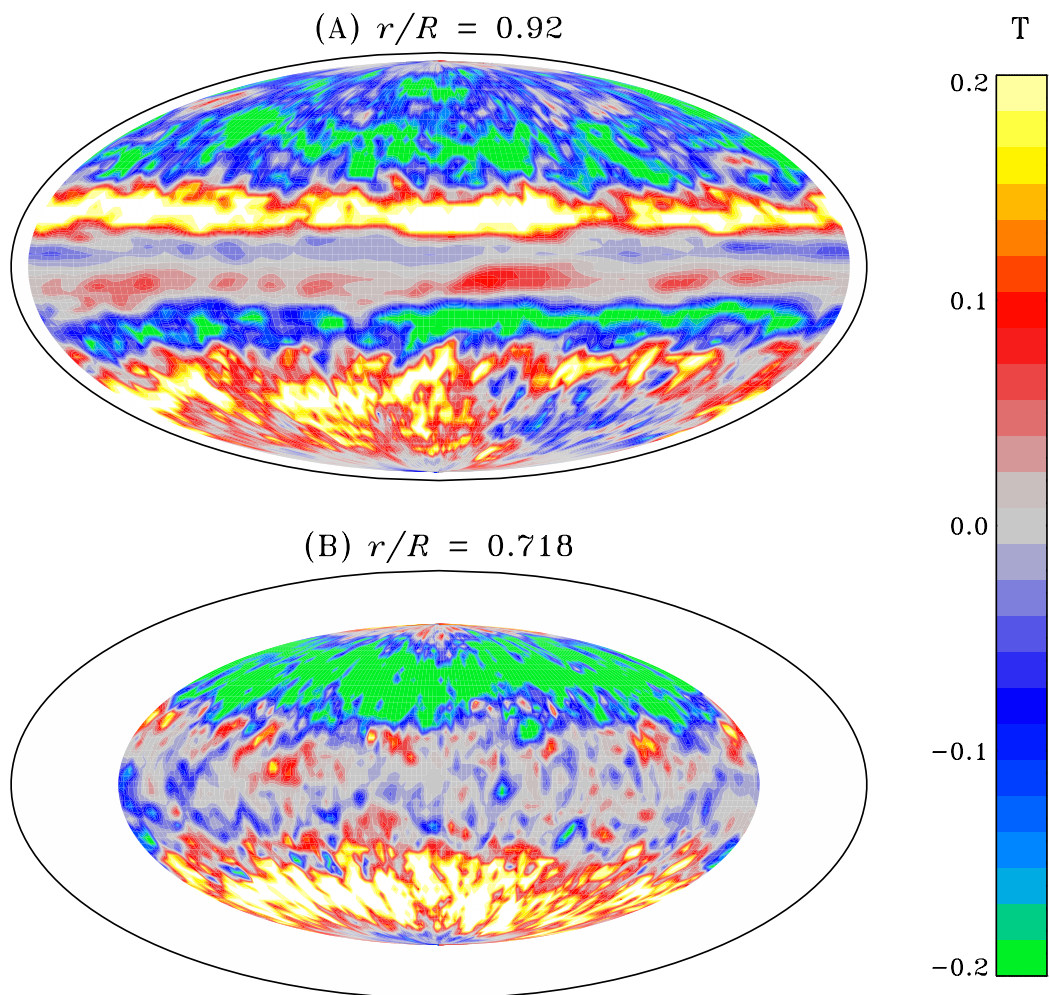


Figure 2.3: Mollweide diagrams of the toroidal magnetic field, both taken at $t = 654$ yr. Panel (A) shows this quantity in the top tier of the integration domain ($r/R = 0.92$), while panel (B) focuses on magnetic field found at the base of the convectively unstable fluid layer ($r/R = 0.718$).

Following Simard *et al.* (2013) [125], we construct kinematic, axisymmetric mean-field dynamo solutions operating in the $\alpha^2\Omega$ regime, i.e., the turbulent *emf* contributes to the regeneration of both the poloidal and toroidal magnetic component, with shearing by differential rotation also contributing to the latter. The $\alpha^2\Omega$ model solves only the mean-field induction equation with the large-scale, axisymmetric magnetic field written as

$$\langle \mathbf{B} \rangle(\theta, r, t) = \nabla \times A(\theta, r, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi + B(\theta, r, t) \hat{\mathbf{e}}_\phi . \quad (2.4)$$

Similarly, the mean flow $\langle \mathbf{U} \rangle$ in Equation (C) is decomposed into steady meridional ($\mathbf{u}_p(r, \theta)$) and azimuthal components ($u_\phi = \varpi \Omega(r, \theta)$), where Ω is the rotational angular velocity and $\varpi = r \cos \theta$, θ being the latitude. Substitution of these expressions into the mean-field induction equation leads to the following two (dimensionless) evolution equations for A and B :

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) A - \frac{R_m}{\varpi} \mathbf{u}_p \cdot \nabla (\varpi A) + C_\alpha \mathcal{E}_\phi , \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial B}{\partial t} = & \eta \left(\nabla^2 - \frac{1}{\varpi^2} \right) B + \frac{1}{\varpi} \frac{d\eta}{dr} \frac{\partial (\varpi B)}{\partial r} \\ & - R_m \varpi \nabla \cdot \left(\frac{B}{\varpi} \mathbf{u}_p \right) + C_\Omega \varpi (\nabla \times A \hat{\mathbf{e}}_\phi) \cdot (\nabla \Omega) \\ & + C_\alpha \nabla \times [\mathcal{E}_r \hat{\mathbf{e}}_r + \mathcal{E}_\theta \hat{\mathbf{e}}_\theta] . \end{aligned} \quad (2.6)$$

with length scaled in terms of the solar radius R , and time expressed in unit of the diffusion time $\tau = R^2/\eta_0$. The dimensionless function $\eta(r)$ has a value unity within the modeled convection zone, and falls smoothly to 10^{-2} below.

The components of the turbulent *emf* (\mathcal{E}) are related here to the large-scale magnetic field via the linear tensorial relation :

$$\mathcal{E}_j(\theta, r, t) = \alpha_{jk}(\theta, r) \langle B_k \rangle(\theta, r, t) , \quad j, k = \phi, \theta, r, \quad (2.7)$$

This is akin to the usual development introduced in mean-field electrodynamics (e.g. Moffat 1978 [108]), except that here both \mathcal{E} and $\langle \mathbf{B} \rangle$ are extracted from the numerical simulation, and the components of the α -tensor computed by least-squares fit. Further details and validation of this procedure are presented in the Appendix (see also Simard *et al.* [126]).

The following three dimensionless numbers control the behavior of the model :

$$C_\alpha = \frac{\alpha_0 R}{\eta_0}, \quad C_\Omega = \frac{\Omega_0 R^2}{\eta_0}, \quad R_m = \frac{u_0 R}{\eta_0}, \quad (2.8)$$

where α_0 , η_0 , Ω_0 and u_0 represent typical values of the corresponding physical (dimensional) quantities; C_α measures the overall amplitude of the α -effect, C_Ω the magnitude of differential rotation, the magnetic Reynolds number R_m gives the relative importance of advection by the meridional circulation versus the diffusive transport of the mean magnetic field, and η_0 is a representative value for the (turbulent) magnetic diffusivity in the convecting layers. A simple algebraic α -quenching nonlinearity is applied to all 9 α -tensor components, in order to achieve amplitude saturation. Further details on the formulation of this $\alpha^2\Omega$ mean-field model can be found in Simard *et al.* (2013) [125].

The differential rotation and meridional flow characterizing the EULAG-MHD simulation of § 2 show significant temporal variability, including rotational torsional oscillations and the development of secondary meridional flow cells, which cannot be readily incorporated in our kinematic $\alpha^2\Omega$ mean-field model. We opted to use the differential rotation profile from a parent hydrodynamical (HD) simulation, as plotted on Figure 2.4A. Following Simard *et al.* (2013) [125], we also opted for a minimal quadrupolar meridional flow pattern characterized by a single flow cell per hemisphere (see their Figure 2A).

Figure 2.5 shows a representative solution, with parameter values $C_\alpha = 15$, $C_\Omega = 50000$ and $R_m = 225$. Panel (A) shows a time-latitude diagram taken within the convection zone, where the coexistence of two distinct dynamo modes is clearly visible. In order to match the long-term cycle to the 40-yr half-period characterizing the EULAG-MHD simulation of § 2, we use a value of $\eta_0 = 9.8 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ for the isotropic

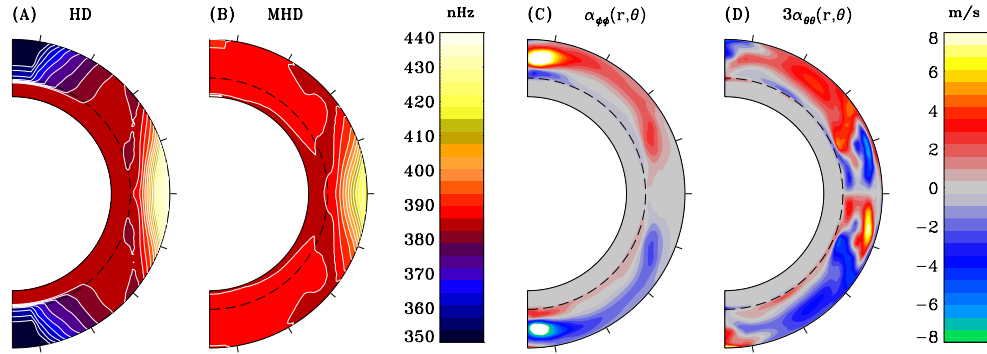


Figure 2.4: Temporally averaged differential rotation profiles for HD (A) and MHD (B) simulations using the global MHD simulation EULAG-MHD, the first of these being implemented in our mean-field model. Panels (C) and (D) show two of the nine α -tensor components included in the mean-field model.

(turbulent) magnetic diffusivity. This is within a factor of two of the spatially averaged value for the isotropic part of the diffusivity tensor extracted from the same EULAG-MHD simulation by Simard *et al.* (2016) [126]. This choice sets the timescale, but it does not affect the ratio of periods for multiple dynamo modes. Note also that $R_m = 225$ implies a surface meridional flow speed $u_0 \simeq 3 \text{ m s}^{-1}$, comparable to the mid-latitude surface meridional flow speed in the simulation of § 2, but a factor of ~ 5 lower than observed at the solar surface.

The longer period cycle peaks between $|50^\circ|$ and $|80^\circ|$ in latitude while the rapidly oscillating signal is located between $|15^\circ|$ and $|40^\circ|$. In this mean-field dynamo solution, both cycles are located at somewhat higher latitudes than those observed in the EULAG-MHD simulation. Examination of the time-radius diagram for the toroidal magnetic component plotted on Figure 2.5 reveals that the short-periodicity dynamo mode peaks around $r/R = 0.85$, deeper than in the EULAG-MHD simulation (cf. Figure 2.1B).

Panels (C) through (F) of Figure 2.5 are the mean-field model's equivalent to panels (E) through (H) of Figure 2.2; they show the detrended toroidal magnetic component, in order to better illustrate the spatiotemporal evolution of the shorter cycle over a half-cycle period. A dynamo wave-like pattern is apparent, propagating vertically upwards

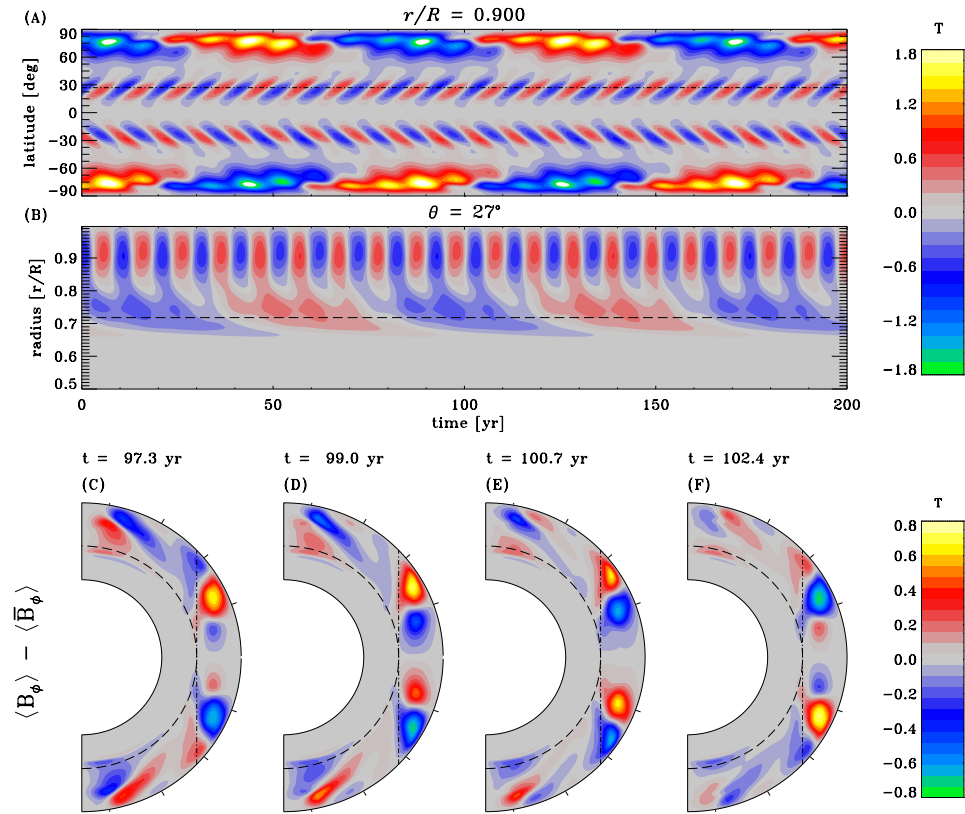


Figure 2.5: Toroidal magnetic field produced by a mean-field model where two distinct dynamo modes are observed. Panel (A) shows a time-latitude diagram at $r/R = 0.90$ where the dot-dashed line corresponds to the latitude at which the time-radius diagram of panel (B) is extracted ($\theta = 27^\circ$). The dashed line in panels (B) through (F) indicates the base of the convectively unstable fluid layers. Panels (C)-(F) show the temporal evolution of the detrended toroidal magnetic field, focusing on the propagation of the rapid oscillations. The dot-dashed lines delimit the tangent cylinder, as in Figure 2.2. The tickmarks on the outer boundary of the diagrams indicate latitudes by steps of 20° . This solution is defined by the parameters $C_\alpha = 15$, $C_\Omega = 50000$ and $R_m = 225$.

from the vicinity of the equatorial plane. This direction of propagation is along the lines of constant angular velocity (cf. Figure 2.4A) and in agreement with the classical Parker-Yoshimura sign rule for linear kinematic $\alpha\Omega$ dynamos. This also applies to kinematic $\alpha^2\Omega$ dynamos provided differential rotation remains significant (see, e.g., Choudhuri 1990; Charbonneau & MacGregor 2001 [37, 39]).

A short-period amplitude modulation of the long-period cycle is also apparent at high latitudes on Figure 2.5A. This modulation is driven by the short-period dynamo, which amplifies (same polarity) or reduces (inverse polarity) the magnetic field produced by the long cycle, with the meridional flow acting as a poleward transport mechanism for the magnetic field generated at low latitudes.

In the absence of differential rotation (i.e. $C_\Omega = 0$, yielding an α^2 mean-field model), no dual-cycle solution can be found, but a single-mode oscillatory solution does persist, concentrated at low latitudes and propagating toward the equator. Such oscillatory α^2 solutions have been found previously for sufficiently complex α -tensor showing sign changes within hemispheres (see also § 3.3 in Simard *et al.* 2013 [125], and references therein).

In order to assess the degree of coupling between the two dynamo modes materializing in the mean-field model, we have carried out the following numerical experiment : the magnetic diffusivity η_0 is artificially increased by a factor 10^3 either within or outside the tangent cylinder. This suppresses dynamo action in the region of enhanced diffusivity, thus isolating the other mode. Working with the same parameter values as on the solution of Figure 2.5, we first calculate solutions with α -quenching turned off, resulting in exponential growth of each dynamo mode. The first two lines of Table 1 list their associated growth rates and cycle half-periods. The third line lists the equivalent quantities without enhancement of the magnetic diffusivity anywhere in the domain. Differences with the artificially isolated modes are present, but remain at a low level, suggesting weak coupling between the two modes. Time-latitude diagrams of the two isolated modes resemble the equatorial and high-latitude portion of Figure 2.5A, respectively, the primary difference being a shorter period for the high-latitude mode. The latter also lacks the shorter period modulation visible on Figure 2.5A, consistent with lack of

dynamo action in equatorial regions. As expected, with α -quenching included, the cycle periods increase, quite significantly so in the case of the high-latitude, long-period mode (cf. fourth and fifth line in Table 1), but again do not change much when both modes are allowed to simultaneously grow and saturate (sixth line).

The dual-dynamo behavior observed in Figure 2.5 materializes in a fairly large portion of our $\alpha^2\Omega$ model's parameter space (namely, between $R_m = 75 - 275$, $C_\alpha = 5 - 35$ and $C_\Omega = 50000 - 75000$) and thus, can be considered a robust feature. The ratio of cycle frequencies for the long (f_L) and short (f_S) cycles does show a significant variation across this part of parameter space, ranging from 1 : 10 to 1 : 1. It can be influenced both by C_α and C_Ω but the primary determinant of the frequency ratio is the meridional flow speed, as measured here by R_m . This is illustrated in Figure 2.6, where this ratio is plotted as a function of R_m for three different values of C_Ω . The corresponding values of u_0 using Equation (2.8) for R_m are given along the top horizontal axis. The decrease of f_L/f_S with increasing R_m is due to both a decrease of f_L and increase of f_S with increasing R_m , but at a given R_m the frequency ratio shows only a weak dependence on C_Ω . With R_m and C_Ω held fixed, an increase in C_α leads to an increase in the frequency of both the long and short-period dynamos. On the other hand, with R_m and C_α held fixed, the frequency of the long-period cycle increases with C_Ω , while that of the short-period cycle diminishes, the latter again in agreement with classical $\alpha\Omega$ mean-field dynamos operating not too far from criticality.

The magnetic solutions for which the spatiotemporal evolution of the magnetic field shows the most similarities with the axisymmetric magnetic component in the global simulation are those in the range, i.e $R_m = 150-225$, or $u_0 \simeq 2 - 3 \text{ m s}^{-1}$; this is consistent with the surface and subsurface meridional flow speeds extracted from the simulation. It is noteworthy that in this $\alpha^2\Omega$ model the frequency of the primary, long cycle decreases with increasing meridional flow speed; this is the opposite trend from what is observed in the so-called flux transport dynamos, in which advection by the meridional flow drives the equatorward propagation of the deep-seated magnetic field and sets the cycle period (see, e.g., Dikpati & Charbonneau 1999 [47]).

To sum up the results obtained in this section : the complexity of the α -tensor ex-

Case	λ_1 [yr ⁻¹]	P_1 [yr]	λ_2 [yr ⁻¹]	P_2 [yr]
Linear $\alpha^2\Omega$, η_0 enhanced inside	0.067	3.6	-	-
Linear $\alpha^2\Omega$, η_0 enhanced outside	-	-	0.0620	6.5
Linear $\alpha^2\Omega$, no enhancement	0.043	3.6	0.0618	6.3
α -quenched $\alpha^2\Omega$, η_0 enhanced inside	N/A	5.6	-	-
α -quenched $\alpha^2\Omega$, η_0 enhanced outside	-	-	N/A	44.8
α -quenched $\alpha^2\Omega$, no enhancement	N/A	5.2	N/A	44.8

Table 2.I: Growth rates (λ) and periods (P) for various mean-field dynamo cases.

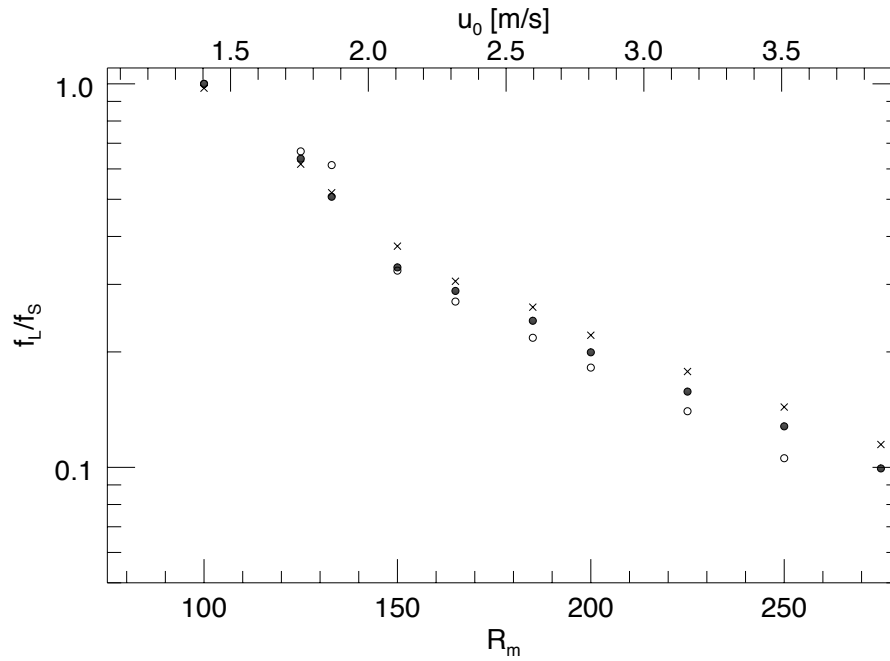


Figure 2.6: Frequency ratio of the long cycle (f_L) over the short cycle (f_S) versus R_m , with the top axis showing the corresponding value for the mid-latitude surface meridional flow u_0 , using $\eta_0 = 9.8 \times 10^{10} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ in Equation (2.8). Sets of $\alpha^2\Omega$ solutions were computed for $C_\Omega = 50000$ (open circles) $C_\Omega = 55000$ (closed circles) and $C_\Omega = 60000$ (\times), in all cases with $C_\alpha = 15$.

tracted from the EULAG-MHD simulation, acting in conjunction with a solar-like differential rotation, naturally produces two spatially separated mean-field dynamos operating simultaneously within the interior, the total magnetic field resulting from the superimposition of the magnetic fields produced by these two dynamos. The primary, long-period dynamo peaks at mid- to high latitudes at the bottom of the convective envelope, and appears to be of the $\alpha^2\Omega$ variety. The short-period dynamo peaks at low latitudes and within the convective envelope, where it feeds on the strong shear sustained there, leading to dynamo wave propagation similar to that arising in classical $\alpha\Omega$ mean-field dynamos.

2.4 Thermal response in the global MHD simulation

We have established in the preceding sections that dual turbulent dynamo modes characterized by distinctly different cycle frequencies are likely operating in our MHD simulations. In order to invoke this dual-dynamo phenomenon as a possible explanatory framework for the corresponding dual periodicity observed in p -mode frequency splittings, a detectable signature must be produced in the temperature field. Working with the same EULAG-MHD simulation as used here, Cossette *et al.* (2013) [42] already documented a clear cyclic modulation of the convective energy (enthalpy) flux at twice the primary magnetic cycle's frequency, and in phase with magnetic energy. We now investigate whether this modulation carries over to the temperature field, and if a significant signature of the higher frequency magnetic cycle can also be identified.

Our simulation setup solves for the potential temperature perturbation² Θ' about a spherically symmetric ambient state (see, e.g., Cossette *et al.* 2013 [42]). Our first step is to zonally average this quantity for every grid point in a meridional plane, and subtract from it its temporal average over the 1600-yr duration of the simulation, excluding the ~ 100 -yr initial transient phase. The top panel of Figure 2.7 shows a time-latitude diagram of this zonally-averaged temperature deviation, on a spherical surface located at

2. In this section we use primes to denote deviations from the ambient state, following standard EULAG notation; this is not to be confused with the use of primes in the Appendix to denote the small-scale, non-axisymmetric flow and field.

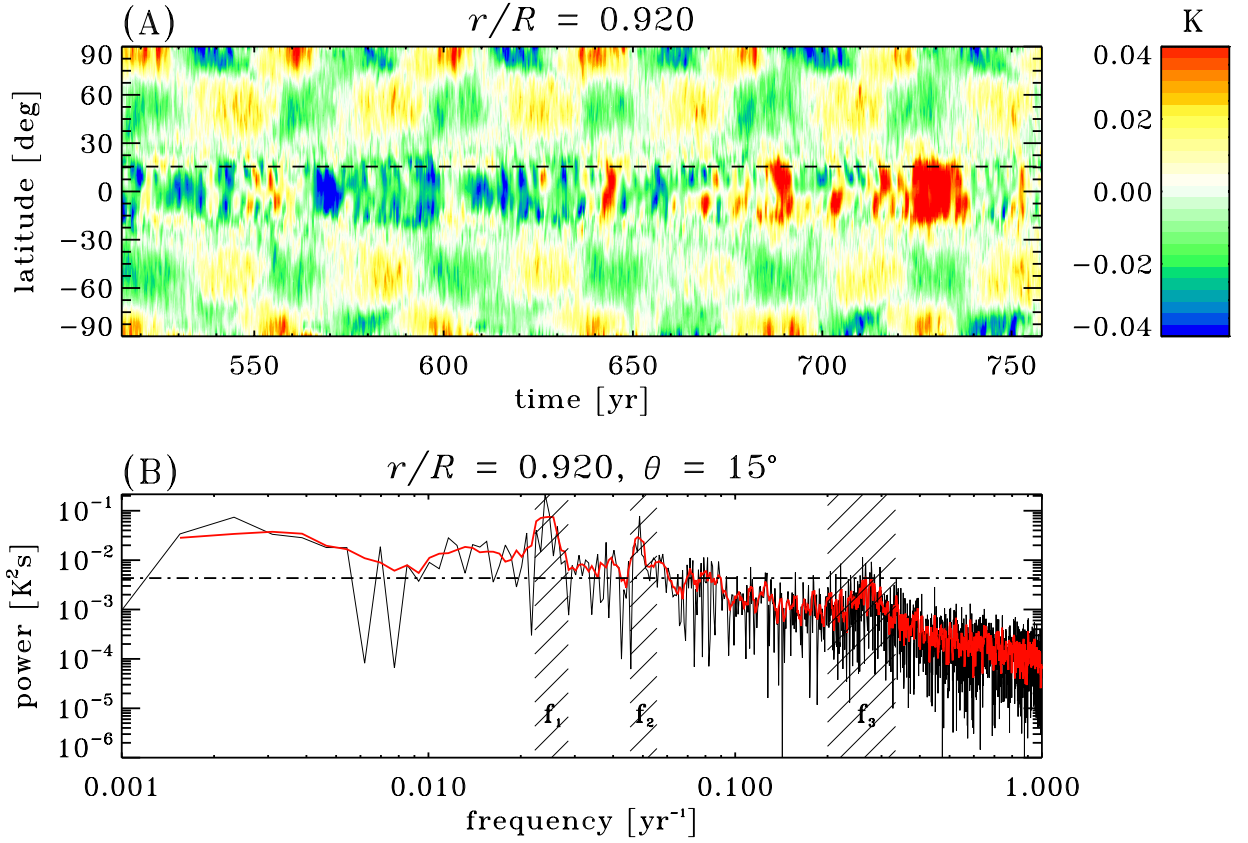


Figure 2.7: Panel (A) shows a time-latitude diagram of $\langle \Theta' \rangle - \langle \bar{\Theta}' \rangle$ at $r/R = 0.92$, where $\langle \Theta' \rangle$ is the longitudinally averaged potential temperature perturbation and the overbar denotes a 5-yr-wide running boxcar average over the duration of the simulation, with the dashed line marking the latitude $\theta = 15^\circ$. Panel (B) illustrates the power spectral density (black curve) and its boxcar average (red curve) corresponding to the temperature signal extracted at $\theta = 15^\circ$ in panel (A), where the dash-dotted line indicates the 99.5% significance threshold. The hatched regions identify, respectively, the frequency bands $0.022 - 0.029 \text{ yr}^{-1}$, $0.045 - 0.056 \text{ yr}^{-1}$ and $0.20 - 0.33 \text{ yr}^{-1}$.

$r/R = 0.92$, slightly below the top of the simulation domain ($r/R = 0.96$). The signature of the long (~ 40 -yr) magnetic cycle is clearly visible at mid- and high latitudes, with polar regions lagging behind the mid-latitudes. In equatorial regions, the signal shows an aperiodic modulation, but a shorter-period signal (3 to 5 years) is also visible.

We opted to extract the temperature perturbation time series at latitude $\theta = 15^\circ$, as indicated by the dashed line on the top panel of Figure 2.7. The bottom panel shows the corresponding power spectrum, as calculated from the discrete fourier transform of this time series. Here the dash-dotted line denotes the 99.5% significance threshold, which is computed according to Equation (12) in Frescura *et al.* (2007) [57]. The hatched regions labeled f_1 , f_2 and f_3 correspond to, respectively, frequency bands $0.022 - 0.029 \text{ yr}^{-1}$, $0.045 - 0.056 \text{ yr}^{-1}$ and $0.20 - 0.33 \text{ yr}^{-1}$. Bands f_1 and f_2 capture the first and second harmonics corresponding to the long-period dynamo mode, while f_3 spans the range corresponding to the 3- to 5-yr signal component. The power peak appearing in the $0.20 - 0.33 \text{ yr}^{-1}$ frequency band does exceeds the 99.5% significance threshold, and therefore testifies to the robustness of the short-term cycle at this particular latitude and radius. It is noteworthy that the signature of the long, ~ 40 -yr dynamo mode dominates the spectrum even at this low latitude, subsurface location, considering that the amplitude of this dynamo mode peaks at mid-latitudes and immediately beneath the base of the convective envelope (see Figure 2.2).

To obtain the spatial distribution of power associated with both long-term and short-term signals, we compute the total power contained inside bands f_1 and f_3 for similar power spectra computed for every grid point in the meridional plane (θ_i, r_i). The result of this procedure is displayed in Figure 2.8. Panel (A) shows the power distribution associated with f_1 . Here, the signal's intensity is the strongest close to the poles and at latitudes greater than $\simeq |45^\circ|$ in the convection zone. By contrast, the short-period signal displayed in panel (B) is confined to a region that spans 30° on each side of the equator near the surface, as well as close to the interface (vertical dashed line). To determine the signal's robustness as a function of space, we masked the regions where the maximum power in band f_3 is below the 95% significance threshold. Therefore, here only the signals contained in the equatorial region may be considered robust, in addition to those

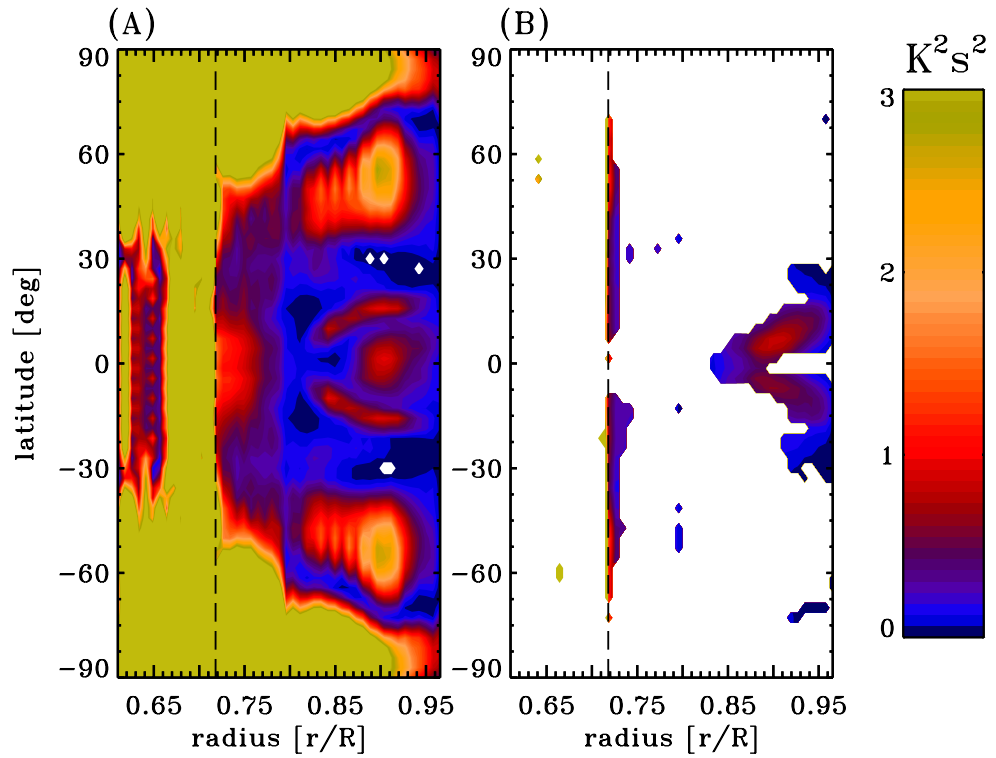


Figure 2.8: Color maps displaying the total power of $\langle \Theta' \rangle$ contained inside the frequency bands f_1 (panel (A)) and f_3 (panel (B)) displayed in a radius-latitude Cartesian plane covering the full simulation domain. For f_1 , the signal here is mostly everywhere significant above the 99.95% significance level excepted in regions colored in white. Visible regions in panel (B) identify where the maximum power taken inside the f_3 band is above the 95% significance threshold. For the sake of intercomparison, both color maps were saturated at a total power of $3 K^2 s^2$.

located along the interface below $|60^\circ|$. Virtually all the domain is significant to 99.95% for band f_1 (panel A).

Although there is only partial correspondence between the spatial locations of peak dynamo activity and peak thermal response, Figures 2.7 and 2.8 demonstrate that a dual-frequency subsurface signal can be produced by two dynamo modes operating in spatially distinct regions of the simulation domain. The resulting sound speed variations could in principle produce a corresponding dual-frequency signal in the frequencies of p -modes sampling these locations.

It is possible to estimate the frequency shift that we would observe if we considered the data generated by the simulation as observational quantities. EULAG-MHD returns profiles of pressure deviations (p') with respect to an ambient state (p_e) [58, 130], which is sufficient to establish a frequency shift approximation. Taking the definition of adiabatic sound speed of the ambient state

$$c_S = \sqrt{\gamma \frac{p_e}{\rho_e}}, \quad (2.9)$$

with ρ_e the ambient density profile, differentiating this expression and dividing by c_S , one gets

$$\frac{dc_S}{c_S} = \frac{1}{2} \left(\frac{dp}{p_e} - \frac{d\rho}{\rho_e} \right). \quad (2.10)$$

As a first approximation, a p -mode frequency ν can be related to the sound speed through

$$c_S = \ell \nu, \quad (2.11)$$

where ℓ is the acoustic path within the mode's resonant cavity. Differentiating this last expression, dividing by c_S and combining the result with Equation (2.10) yields

$$\frac{d\nu}{\nu} = \frac{1}{2} \left(\frac{dp}{p_e} - \frac{d\rho}{\rho_e} \right). \quad (2.12)$$

Finally, using the adiabatic identity for a perfect monoatomic gas $p \propto \rho^\gamma$ as a first approximation (meaning $\gamma = 5/3$) to obtain an expression depending only on the pressure

perturbations gives

$$\frac{dv}{v} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{\gamma} \right) \frac{p'}{p_e} = \frac{1}{5} \frac{p'}{p_e}, \quad (2.13)$$

where dp has been replaced by p' since EULAG solves for deviations from the prescribed ambient state, which is precisely what we are looking for.

Evaluating Equation (2.13) at the top of our simulation domain, we estimate the maximal amplitude of the frequency shift to be roughly 400 nHz for a mode with a reference frequency of $\nu = 2.8$ mHz, which is within a factor of 2 of the shifts detected via helioseismology (~ 250 nHz according to Figure 1 of Fletcher *et al.* 2010 [54]). Applying the same procedure to the detrended potential temperature profile leads to residual shifts of order ~ 20 nHz for the short-period mode, a factor of about 2.5 smaller than the ~ 50 nHz inferred helioseismically (still from Figure 1 of Fletcher *et al.* 2010 [54]). These numbers depend significantly of the depth used to extract the temperature and pressure perturbation; we used here the outermost layers of the simulation, since this is where acoustic modes would spend most of their time because of the lower local sound speed. Nevertheless, the order-of-magnitude agreement between estimated and observed frequency shifts is certainly encouraging.

2.5 Concluding Remarks

Motivated by the presence of a well-defined “quasi-biennial” oscillation showing up in a variety of solar activity indicators, as well as in p -mode frequency splittings, we have searched for, and found, evidence for the unfolding of such shorter periodicities in a EULAG-MHD convection simulation producing large-scale magnetic cycles that present a number of solar-like features. Based on a parallel analysis using a kinematic mean-field dynamo model incorporating the α -tensor extracted from the simulation and a solar-like differential rotation profile, we have argued that the shorter periodicity is associated with a secondary $\alpha\Omega$ dynamo mode powered by the strong rotational shear present at low latitudes within the convecting layers, more specifically outside of a tangent cylinder to the equatorial base of the convection zone. Because this mean-field model is purely

kinematic, there can be no waves or other dynamical oscillations building up therein. Consequently the “double-dynamo” behavior is entirely associated with the inductive effect of the flows at small and large spatial scales. Interestingly, the 1 : 8 frequency ratio observed in the simulation is roughly comparable to the 1 : 5 ratio characterizing the Sun.

Moreover, we have shown that the dual magnetic cycles generated by the simulation interact with turbulent energy transport so as to lead to a corresponding dual-periodicity signal in the temperature field. This could provide a natural explanation for the shorter periodicity also observed in p -mode frequency shifts in the course of the primary 11-yr activity cycle. Even though the primary cycle peaks near the tachocline and at mid-latitudes in the simulation, its presence is still felt in the low-latitude subsurface layers, where the secondary, higher-frequency cycle reaches its peak amplitude. The helioseismic implications are important, since this indicates that the spatial localisation of the p -mode shifts in the solar subphotospheric layers does not necessarily imply that the dynamo mechanism(s) leading to these changes must necessarily be co-spatial with the region where the helioseismic signal reaches its peak amplitude.

The $\alpha^2\Omega$ mean-field dynamo models constructed in § 3 indicate that the ratio of the frequencies of the two dynamo cycles varies significantly with the amplitude of the meridional flow included in the model (see Figure 2.6). While this result pertains to a purely kinematic model that does not incorporate any magnetic backreaction on the meridional flow, it does represent an observationally testable prediction. Magnetic feature tracking [68] has revealed that the poleward meridional flow in the late descending phase of cycle 23 was significantly faster than in the descending phase of cycle 22; cycle 23 was also significantly longer (12.58 yr) than cycle 22 (9.75 yr). With the biennial periodicity roughly the same in these two cycles, this implies that the frequency ratio f_L/f_S decreased with increasing meridional flow speed, in qualitative agreement with the trend observed on Figure 2.6. It would be interesting to examine more closely the observed cycle-to-cycle variations of the surface meridional flow speed and biennial cycle frequency, in order to better quantify this trend.

The analysis presented in this paper refers to numerical simulations, not to the real

Sun. However, the magnetic cycle developing in the simulation of § 2 resembles at least in some aspects that unfolding in the Sun (see, e.g., Beaudoin *et al.* 2013; Cossette *et al.* 2013; Passos & Charbonneau 2014 [9, 42, 114]). Taken as a MHD analog of the Sun, our simulation results indicate that superimposed dual magnetic cycles with distinct natural frequencies can be generated through the interactions of different inductive effects operating in spatially distinct regions of the solar interior, yielding double-dynamo behavior, essentially as suggested by Benevolenskaya (1995, 1998) [12, 13]. Obviously, this cannot in itself rule out the existence of MHD wave-induced periodicities in the solar interior; but it does indicate that such dynamical effects are not necessarily required to explain the existence of the ubiquitous quasi-biennial cyclic variations superimposed on the 11-yr magnetic activity cycle.

We thank an anonymous referee for some useful comments and suggestions. This work was supported by the Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, the Fond Québécois pour la Recherche – Nature et Technologie, the Canadian Foundation for Innovation, and time allocation on the computing infrastructures of Calcul Québec, a member of the Compute Canada consortium.

2.6 Annex

We follow the fundamental *Ansatz* of mean-field electrodynamics, in that we assume the total flow \mathbf{U} and magnetic field \mathbf{B} to be separable in terms of large-scale, slowly varying “mean” components $\langle \mathbf{U} \rangle$ and $\langle \mathbf{B} \rangle$, and small-scale, rapidly varying “turbulent” components \mathbf{u}' and \mathbf{b}' . We associate the mean component with the axisymmetric (zonally-averaged) magnetic field building up in the simulation, which is directly computable from the simulation output through zonal averaging. The small-scale components are then calculated by subtracting the zonal mean from the simulation output :

$$\mathbf{b}'(\theta, r, \phi, t) = \mathbf{B}(\theta, r, \phi, t) - \langle \mathbf{B} \rangle(\theta, r, t), \quad (\text{A})$$

$$\mathbf{u}'(\theta, r, \phi, t) = \mathbf{U}(\theta, r, \phi, t) - \langle \mathbf{U} \rangle(\theta, r, t), \quad (\text{B})$$

where the angular brackets represent a zonal averaging operator, so that $\langle \mathbf{u}' \rangle = 0$ and $\langle \mathbf{b}' \rangle = 0$. Substituting Equations (A)-(B) in the MHD induction equation and applying the zonal averaging operator leads to an evolution equation for $\langle \mathbf{B} \rangle$ known as the mean-field induction equation :

$$\frac{\partial \langle \mathbf{B} \rangle}{\partial t} = \nabla \times (\langle \mathbf{U} \rangle \times \langle \mathbf{B} \rangle + \mathcal{E} - \eta \nabla \times \langle \mathbf{B} \rangle), \quad (\text{C})$$

where

$$\mathcal{E} = \langle \mathbf{u}' \times \mathbf{b}' \rangle \quad (\text{D})$$

is the (mean) turbulent *emf*, also computable from the simulation output via Equations (A)-(B).

Closure of the mean-field induction equation (Equation (C)) is usually achieved by developing the turbulent *emf* (Equation (D)) in terms of the mean magnetic field :

$$\mathcal{E}_j = \alpha_{jk} \langle B_k \rangle + \beta_{jkl} \frac{\partial \langle B_k \rangle}{\partial x_l} + \dots, \quad (\text{E})$$

(see, e.g., Moffatt 1978 [108]). Traditionally, only the first two terms in this infinite series are retained for the development of mean-field dynamo models. In the analysis of the millenium simulation presented in §2.2 we use an even more severe truncation, retaining only the first term on the RHS of Equation (E), leading directly to Equation (2.7). Following Racine *et al.* (2011) [120], the components of the tensor $\boldsymbol{\alpha}$ in Equation (2.7) are then extracted from a linear least-squares fit of the time series of \mathcal{E} against $\langle \mathbf{B} \rangle$ at each grid point (r, θ) in a meridional plane, carried out via singular value decomposition (see also Simard *et al.* 2016 [126]). Unlike the classical α -effect of mean-field electrodynamics, which is a kinematic property of the unmagnetized flow, here $\boldsymbol{\alpha}$ quantifies the linear tensorial relationship characterizing the dependence of \mathcal{E} on $\langle \mathbf{B} \rangle$ in the nonlinearly saturated state of the simulation.

As with the similar EULAG-MHD simulation analyzed originally by Racine *et al.* (2011) [120], the $\boldsymbol{\alpha}$ -tensor extracted from the millenium simulation used herein is full, with off-diagonal components of significant magnitudes. Similarly full $\boldsymbol{\alpha}$ -tensors have

also been obtained in analyses of other 3D MHD simulations by different means (cf. Augustson *et al.* 2015, Warnecke *et al.* 2016 [4, 155]). This suggests that these simulations operate as $\alpha^2\Omega$ dynamos, in the sense that the turbulent *emf* and shearing by differential rotation both contribute, with comparable magnitude, to the induction of the large-scale toroidal magnetic component, while cyclic regeneration of the large-scale poloidal magnetic component is driven only by the ϕ -component of the turbulent *emf*. This motivated our use of the $\alpha^2\Omega$ modelling framework in §2.2.

The fit defined by Equation (2.7) is based on a rather severe truncation of the conventional series development of \mathcal{E} in terms of $\langle \mathbf{B} \rangle$. However, Simard *et al.* 2016 [126] could show that retaining the next term in the development (E) yields an α -tensor closely resembling that obtained via fitting Equation (2.7). Indeed, both fits capture very well the cyclic behavior of the *emf*. This is shown on Figure 2.9 for a short segment of the EULAG-MHD simulation used in this paper. The top panels show time series of each *emf* component (black), together with the corresponding *emf* components reconstructed via either Equation (2.7), in blue, or (E), in red. The bottom panels show the residuals obtained by subtracting the simulation *emf* from these two reconstructions. Including the second term in the *emf* development does reduce the residuals by some 5% (in the r.m.s. sense), but in both cases the cyclicity and overall shape of the simulation *emf* is very well captured. For more on these matters see Simard *et al.* (2016) [126]. Simard *et al.* (2013) [125] also showed that upon inserting the α -tensor so extracted into a conventional kinematic axisymmetric $\alpha^2\Omega$ mean-field dynamo model, the spatiotemporal evolution of the large-scale, axisymmetric component of the magnetic field produced by the simulation could be well reproduced (see their Figure 5). This offers confidence that Equation (2.7) is indeed capturing the essence of the turbulent *emf*'s dependence on the mean magnetic field over timescales commensurate with that of the cycle, at least for the MHD simulation under consideration. As a further consistency test we have carried out the following numerical experiment. Rather than closing Equation (C) via the use of Equation (2.7), we have used the time series of $\mathcal{E}(r, \theta, t)$ as direct input to Equations (2.5)—(2.6). The resulting pseudo-mean-field dynamo solution is plotted on Figure 2.10A, in the form of time-latitude diagrams of the zonally-averaged toroidal component, as on Figure 2.4A.

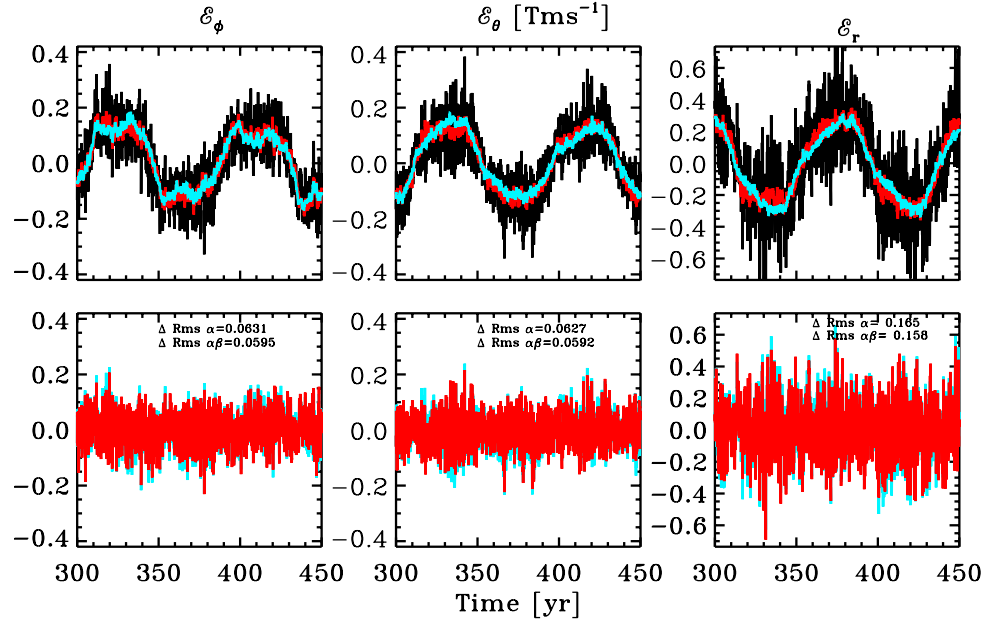


Figure 2.9: Comparison of the time series of the mean *emf* components extracted from the millenium simulation (in black) and as reconstructed using Equations (2.7) and (E), in blue and red respectively. The bottom row shows the corresponding residuals, obtained by subtracting the simulation *emf* from each reconstruction. While the reconstructed *emfs* both show lower amplitudes for the short timescale variability than the simulation's *emf*, both reconstructions capture very well its cyclicity and overall variations on timescales commensurate with the magnetic cycle. The temporally-averaged values of the rms residuals are listed for the fits including or not the β -tensor, as color-coded.

Panel (B) shows the same time-latitude diagram, now with the long cycle removed following the detrending procedure described in §2.2. These should be compared to panels (A) and (D) from Figure 2.1, showing the equivalent diagrams for the millenium simulation introduced in §2.2. While substantial differences exist between these two sets of diagrams, the same global features are present in both, namely : (1) dual dynamo cycles well separated in frequency; (2) a “slow” mode peaking at high latitude; (3) a “fast” mode peaking in equatorial regions and exhibiting poleward propagation.

Consider now panels (C) and (D) of Figure 2.10, showing a mean-field dynamo solution in which the turbulent emf has been expressed in terms of the mean field via Equation (2.7). Comparing them to panels (A) and (B) reveals again the same global features, with the fast equatorial cycle now being more prominent. The degree of similarity between these two alternate mean-field models is in fact significantly better than between either and the equivalent diagrams for the MHD simulation, namely Figure 2.1A and 2.1D. The most significant dissimilarity is at the level of the relative amplitudes of the two dynamo modes, with the solution using Equation (2.7) being characterized by a ratio closer to unity than in either the MHD simulation, or the pseudo-mean-field solution of Figure 2.10A and 2.10B. Nonetheless, this numerical experiment indicates that the dissimilarities between the large-scale magnetic field generated in our millenium simulation and the mean-field models constructed in §2.3 are no due to our use of Equation (2.7) to relate the turbulent emf to the mean-magnetic field. This conclusion, once again, pertains only to the specific 3D MHD numerical simulation analyzed in this paper.

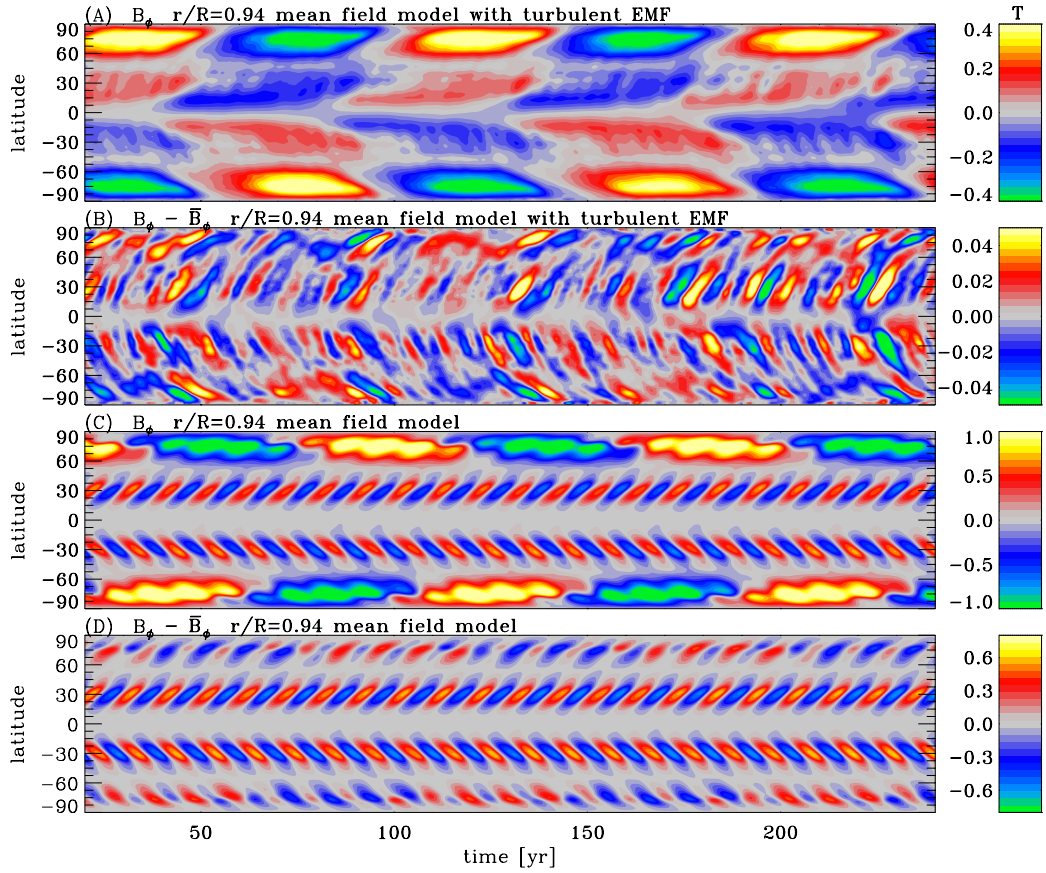


Figure 2.10: Comparison of the toroidal magnetic field in a time-latitude diagram near the surface between two different kinematic mean-field models. Panel (A) corresponds to the model incorporating the (time-dependent) turbulent *emf* time series (viz. black curves on Figure 2.9) inserted directly in Equations (2.5)–(2.6). Panel (C) shows the toroidal field at the same depth in a true mean-field dynamo model computed with the time-independent α -tensor extracted from fitting Equation (2.7) to the simulation data. Panels (B) and (D) show the corresponding detrended toroidal magnetic field, as calculated via Equation (2.1).

CHAPITRE 3

IMPACT DE LA ZONE STABLE SUR LA ZONE DE CONVECTION SOLAIRE

Il est acquis que la zone de convection solaire est l'endroit où se situe la majorité de l'action dynamo. La déformation et le recouplement des lignes de champ magnétique via les cisaillements induits par la rotation différentielle, les mouvements non-axisymétriques utiles au contournement des théorèmes anti-dynamo (la convection entre autre) et les nombreux transferts entre les énergies cinétiques, magnétiques et thermiques sont tous des ingrédients essentiels à l'élaboration d'un mécanisme dynamo (qu'on espère cyclique dans notre cas). Cependant, il est utile de se demander jusque dans quelle mesure la couche stable située sous la zone de convection modifie le comportement que l'on retrouve dans celle-ci.

Les conditions limites jouent un très grand rôle sur le mécanisme dynamo. En effet, la non linéarité des équations différentielles régissant les caractéristiques du plasma (représentée par les termes d'advection de forme $\mathbf{u} \cdot \nabla$) nous assure que la moindre modification des conditions limites aura des conséquences imprévisibles sur l'état de notre solution finale (c'est la contribution principale de la turbulence [92]). La présence d'une couche stable située sous la zone de convection solaire est presque assurée de modifier le comportement fondamental du plasma se trouvant dans cette dernière, du moins dans nos simulations, puisque nous modifions les conditions que nous retrouvons à sa base.

L'intérêt premier de ce chapitre est de démontrer que l'implémentation d'une zone stable joue un rôle non négligeable dans la dynamique du plasma se trouvant dans la zone de convection de nos simulations, avec et sans champ magnétique. Ensuite, il faut chercher à comprendre comment la dynamique est modifiée par la présence d'une telle couche stable. Entre autre, quels sont les facteurs physiques qui modifient le comportement du plasma et du champ magnétique dans la zone de convection ? Pour répondre à ces questions, nous avons besoin d'au moins quatre modèles recoupant toutes les combinaisons possibles de modèles avec et sans couche stable, HD et MHD.

Je discuterai tout d'abord des particularités des quatre modèles utilisés, de leurs car-

actéristiques de base et des paramètres imposés pour chacun des cas. Ensuite, j'aborderai en deux sections distinctes les résultats des simulations HD et MHD en mettant l'accent sur les similarités et différences que l'on retrouve lorsqu'on utilise une couche stable ou non. J'explorerai les aspects de la turbulence et de la convection, de la rotation du système, des effets thermiques et énergétiques, en plus de discuter des champs magnétiques pour les simulations MHD. Je terminerai par un résumé des résultats importants annoncés dans ce chapitre et mettrai la table pour le chapitre suivant, qui sera un article soumis à **NOM DE LA REVUE**.

3.1 Modèles et paramètres

Les modèles utilisés sont tous basés sur le protocole d'EULAG présenté à la § 1.3.3. Cependant, lors d'un effort pour réconcilier les modèles EULAG et ASH, les caractéristiques des états de références ainsi que les conditions limites de ce premier ont été modifiées afin qu'il se retrouve dans un régime de paramètres se rapprochant du second. C'est cette version modifiée qui est utilisée pour le présent chapitre et le suivant.

Deux articles (auxquels j'ai activement participé) au sujet de cet ambitieux procédé d'étalonnage entre les modèles EULAG et ASH sont parus récemment. Le premier traite de simulations HD de la zone de convection solaire effectuées avec la version modifiée du modèle EULAG et d'analyses subséquentes sur les spectres d'énergies et la dissipation numérique [143]. Entre autre, on cherche à caractériser les effets de sous-maillages sur la diffusivité implicite dans EULAG et implémenter celle-ci sous forme de diffusivité explicite dans ASH. Nous réussissons à obtenir des écoulements aux grandes échelles très similaires dans les deux cas, ce qui est encourageant pour les simulations MHD à venir. Un article d'étalonnage des simulations MHD de la zone de convection solaire est en cours d'écriture au moment de rédiger ces lignes.

Le second article relie des simulations MHD de la zone de convection solaire, générées avec la version modifiée d'EULAG, avec des observations d'étoiles bien connues en variant certains paramètres tels la vitesse de rotation et la luminosité [144]. Le résultat principal de cet article est que le logarithme de la période du cycle magnétique, normal-

isée par la période de rotation de l'étoile, est inversement proportionnelle au logarithme de son nombre de Rossby (ou encore $\log_{10}(P_{cyc}/P_{rot}) \propto -\log_{10} Ro$), une caractéristique reflétée à la fois par les simulations et l'observation d'étoiles de type solaire. Une relation similaire entre la période du cycle, modulée par le rapport entre la luminosité convective sur la luminosité totale, et la période de rotation de l'étoile est également établie.

Bien que je n'aie pas spécifiquement intégré ces articles à ma thèse, le procédé d'étalonnage entre les modèles EULAG et ASH ainsi que l'étude des propriétés de la nouvelle version du modèle EULAG représentent un projet très ambitieux et mérite une mention ici au sujet de mes contributions à ceux-ci. En étant le deuxième auteur sur ces deux articles, j'ai participé activement à la rédaction de ceux-ci, j'ai contribué énormément au développement de la nouvelle version du modèle et je me suis impliqué dans l'écriture de celle-ci. Je suis énormément impliqué dans ce projet qui dure depuis maintenant plus de trois ans, essayant d'optimiser les codes et de les faire fonctionner correctement. Les figures ainsi que la majorité de l'écriture de ces articles ont été réalisées par Antoine Strugarek, expliquant pourquoi je suis réticent à les inclure comme partie intégrante de la thèse. J'assure cependant que j'ai effectué beaucoup de travail technique avant et pendant l'écriture de ces articles. Ce travail continue d'ailleurs puisque j'utilise les simulations présentées dans ceux-ci pour leur ajouter une zone convectivement stable en-dessous de leur domaine, constituant la majorité des résultats présentés dans ce chapitre et le suivant.

Je tâcherai de résumer dans cette section les informations contenues dans les articles mentionnés ci-haut au sujet du fonctionnement du modèle. Le lecteur intéressé peut les consulter s'il désire en apprendre plus sur l'aspect numérique de celui-ci. J'ajouterai évidemment dans cette section des informations sur l'implémentation de la couche stable.

Le code en tant que tel utilise le protocole de EULAG : forçage thermique volumétrique, résolution des équations anélastiques de la MHD, résolution des équations des états perturbés selon un état ambiant, usage de MPDATA pour la résolution de ces équations et absence de dissipation explicite. Plusieurs détails sont toutefois différents d'EULAG. En premier lieu, les profils ambiant et de référence sont les mêmes, c'est-à-dire que les

équations des variables perturbées sont résolues selon l'état de référence, isentropique et satisfaisant l'équilibre hydrostatique, plutôt que selon l'état ambiant. En second lieu, cet état de référence suppose une solution à l'équilibre qui suit une forme polytropique plutôt qu'une forme satisfaisant la stratification constante sur S . Pour le détail des équations, consulter les équations (10)-(14) dans Strugarek *et al.*, 2016 [143]. En troisième lieu, bien que les conditions limites sur l'écoulement à la base du domaine et en surface soient les mêmes que dans EULAG (couche libre)

$$u_r = \frac{\partial(u_\theta/r)}{\partial r} = \frac{\partial(u_\phi/r)}{\partial r} = 0 \text{ lorsque } r = R_b, R_s, \quad (3.1)$$

où R_b et R_s représentent respectivement les rayons indiquant la base et la surface du domaine d'intégration, les conditions sur le champ magnétique sont différentes de la simulation présentée à la § 1.3.3. En effet, EULAG utilise dans cette section une condition ne permettant que la présence de champ magnétique radial à la base et en surface, tandis que dans le modèle utilisé ici seule la surface possède une telle condition, la base étant un conducteur parfait. Finalement, de par la façon dont l'état de référence est défini dans ce modèle, la luminosité est plus élevée que dans EULAG, ce qui devrait conduire à une convection plus intense.

La zone stable est définie par un gradient radial de température potentielle ambiante très élevé, atteignant ultimement une valeur de $\partial_r \Theta_e = 1000$ à la base du domaine, de sorte qu'un mur est formé contre la convection à la base de la zone instable. À titre comparatif, une valeur typique de gradient radial dans le milieu de la zone de convection est $\partial_r \Theta_e \approx -7 \times 10^{-6}$. Pour les autres états ambiants dans la zone stable, les mêmes profils que ceux définis dans la zone de convection sont utilisés pour s'assurer qu'ils soient continus en rayon. Aucun forçage thermique n'est introduit dans la zone stable.

Quatre simulations sont utilisées dans ce chapitre : deux simulations HD et deux simulations MHD, sans et avec couche stable. La Table 3.I décrit les caractéristiques numériques et techniques de chacune des simulations. Les simulations dénotées par "cz" ne comportent qu'une zone de convection, et celles se terminant par "s" incluent une zone stable. La répartition spatiale des mailles est similaire dans toutes les simulations. Pour

modéliser la zone stable, 20 points de mailles sont ajoutées en rayon et les paramètres R_b et R_s sont ajustés de sorte que le maillage reste le même pour toutes les simulations (très important pour conserver la même diffusivité numérique dans le code). Le pas de temps utilisé pour chaque simulation est de 900 s (30 minutes). La période de rotation de référence du système de coordonnées est la même pour toutes les simulations, soit environ 23.6 jours. Il en est de même pour les échelles de densité N_ρ , l'indice polytropique n et la variation radiale d'entropie ΔS . La densité à la base de la zone de convection est de 200 kg/m^3 pour toutes les simulations, impliquant que la valeur de la densité à la base du domaine ρ_b pour les simulations avec couche stable est ajustée de façon à atteindre cette valeur à la base de la zone de convection. Il en est de même pour la gravité à cet endroit, qui est de 559.253 m/s^2 dans toutes les simulations. Finalement, celles-ci ont toutes progressé sur un nombre différent de pas de temps. Leurs durées respectives en jours solaires (1 j.s. = 30 jours terrestres) sont indiquées dans la Table 3.I. Seuls certains intervalles de temps ont été utilisés pour analyser les simulations. Ceux-ci ont été choisis en fonction de la stabilité convective des simulations, l'établissement d'une rotation différentielle stable et, le cas échéant, d'un nombre entier de cycles magnétiques.

3.2 Simulations HD

Amorçons la comparaison des simulations en n'incluant que celles qui n'ont pas de champ magnétique afin de pouvoir décrire aisément les effets cinétiques de l'ajout d'une zone stable en-dessous d'une zone de convection. Ceci nous sera utile par la suite lorsque je discuterai des différences au niveau cinétique entre les simulations avec et sans champ magnétique.

3.2.1 Turbulence et convection

Considérons tout d'abord la turbulence dans les simulations HD. La vitesse radiale turbulente $u'_r = u_r - \langle u_r \rangle$, où $\langle u_r \rangle$ est la vitesse radiale moyennée zonalement (donc la composante axisymétrique de u_r), est un bon indicateur des cellules convectives se formant dans les simulations.

Simulation	HDcz	MHDcz	HDs	MHDs
$n_\phi \times n_\theta \times n_r$	128 × 64 × 51		128 × 64 × 71	
$d\phi, d\theta, dr$	$2\pi/n_\phi, \pi/n_\theta, 4.17594 \times 10^6 \text{ m}$			
dt	900 s			
R_b	$0.7 R_\odot$		$0.58 R_\odot$	
R_s	R_\odot			
P_{rot}	$2.039 \times 10^6 \text{ s} \approx 23.6 \text{ jours}$			
N_ρ	3.22			
n	1.5			
ΔS	$1 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$			
ρ_b	200 kg/m^3		447 kg/m^3	
g_b	559.253 m/s^2		814.608 m/s^2	
Durée [j.s.]	1600	6000	2000	6915
Intervalle utilisé [j.s.]	1300-1600	3750-5015	1700-2000	3300-4100

Tableau 3.I – Tableau récapitulatif des caractéristiques numériques des simulations

Comparons d'abord les profils radiaux des moyennes quadratiques d'une telle quantité. La Figure 3.1 illustre ces profils pour chacune des simulations. Ces courbes ont été obtenues en effectuant une moyenne temporelle sur un intervalle statistiquement stable (l'énergie cinétique du système est à peu près constante dans le temps, comme nous le verrons à la § 3.2.4). Les profils se ressemblent beaucoup dans la majorité de la zone de convection, mais on note une différence de comportement plus nous nous approchons de l'interface. Ceci est évidemment dû à la différence de conditions limites sur le fluide à cet endroit ($u_r = 0$ vs. intérieur stellaire). Il y a une très légère pénétration de la turbulence à l'intérieur de la zone stable (une différence avoisinant 6 ordres de grandeur) que l'on appelle *overshoot*. Le fluide se dirigeant vers l'intérieur près de l'interface dans HDcz n'a pas d'autre choix que de freiner, puis diverger latéralement en raison du mur rigide existant au bas de la zone de convection, ce qui n'est pas le cas lorsque nous implémentons une zone stable. Même si nous définissons une couche fortement stratifiée (comme dans notre cas ici), l'interface ne peut agir comme un mur parfait, résultant en une fine turbulence la traversant et générant des ondes de gravité [27]. Ce serait celles-ci qu'on observe à environ $r/R_\odot = 0.67$ en raison de la maille grossière utilisée pour essayer de les représenter : c'est un phénomène qui survient sur des échelles spatiales beaucoup

plus petites que la taille de notre maille. Plus le profil de la zone stable est subadiabatique, moins l'overshoot sera intense (puisque nous nous rapprochons de la condition du mur parfait). Ceci étant dit, l'overshoot dans cette simulation est minimal et il y a très peu de diffusion vers la zone de convection, ce qui explique le profil radial semblable entre les deux simulations dans cette dernière.

Ces courbes sont évidemment des quantités moyennées temporellement et spatialement. La Figure 3.2 montre la vitesse convective turbulente dans chacune des simulations sous des représentations de Mollweide (diagrammes longitude-latitude) à différentes profondeurs dans la zone de convection, ceci nous permettant d'analyser les détails spatiaux de cette quantité. Une valeur positive/négative dénote un écoulement turbulent vers la surface/base. Tous les panneaux pour une même simulation ont été extraits au même pas de temps, lequel a été choisi aléatoirement à partir du moment auquel la simulation a atteint un état statistiquement stable. Le premier détail frappant est le fait que nous pourrions inverser les panneaux de la figure sans s'en rendre compte tellement les patrons convectifs sont similaires. Les cellules ont les mêmes tailles et amplitudes et ont toutes un profil de "cellules-bananes" près de l'équateur à toutes les profondeurs, celles-ci se situant surtout dans le cylindre tangent extérieur au bas de la zone de convection. Plus nous approchons de l'interface, plus les vitesses radiales s'atténuent en raison de la présence du mur ou de la zone stable. Les vitesses semblent être légèrement plus élevées dans le second cas que dans le premier, puisqu'il y a tout de même une petite pénétration à l'intérieur de la zone stable en raison de l'overshoot. Même si les méthodes de résolution des équations sont différentes, toutes ces caractéristiques sont communes aux simulations se retrouvant dans le régime de paramètres présenté ici, qu'elles aient été générées avec EULAG [58], ASH [29] ou PENCIL [79], un autre modèle global.

Il est possible d'étudier la distribution statistique de tels écoulements à différentes profondeurs. Si nous étudions une plage de temps sur laquelle nous enregistrons toutes les valeurs des vitesses radiales fluctuantes sur toutes les mailles en longitude et latitude à une profondeur donnée, il est possible de représenter la distribution statistique des écoulements sous la forme d'histogrammes tels qu'illustrés à la Figure 3.3. Les courbes ont été normalisées en fonction du nombre de jours solaires utilisés pour établir ces

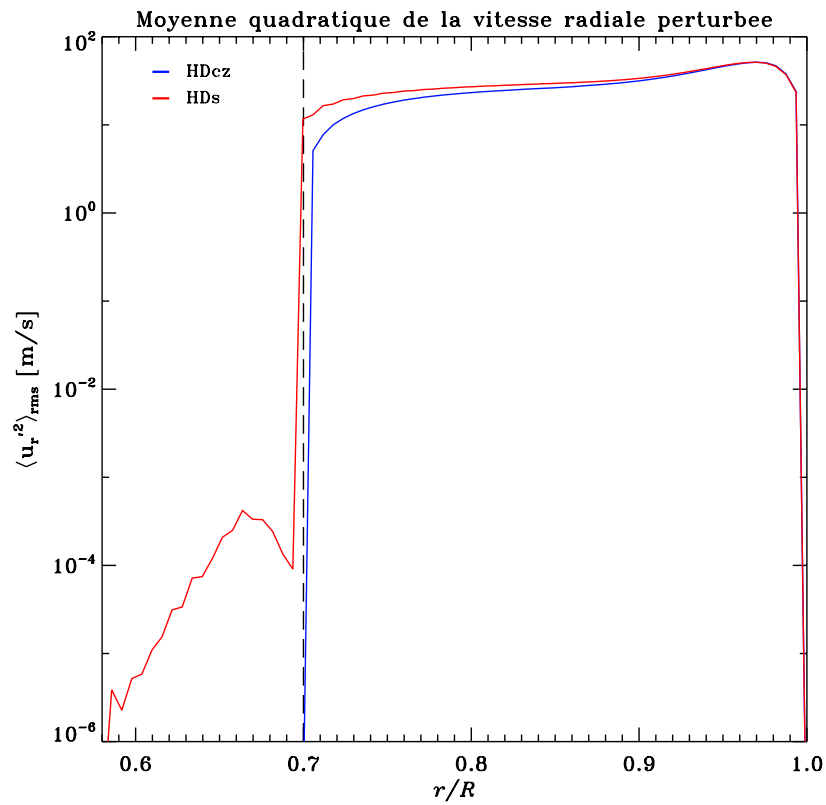


Figure 3.1 – Valeurs des moyennes quadratiques de la vitesse radiale perturbée par rapport à sa moyenne selon la profondeur, sur une échelle logarithmique pour discerner les fluctuations dans la zone stable (s’il y a lieu). Les courbes en bleu et en rouge représentent respectivement les simulations HD sans et avec couche stable. Les moyennes temporelles appliquées à ces courbes concordent avec les intervalles affichés dans la § 3.1. Le trait vertical à $r/R_{\odot} = 0.7$ dénote la position du bas de la zone de convection.

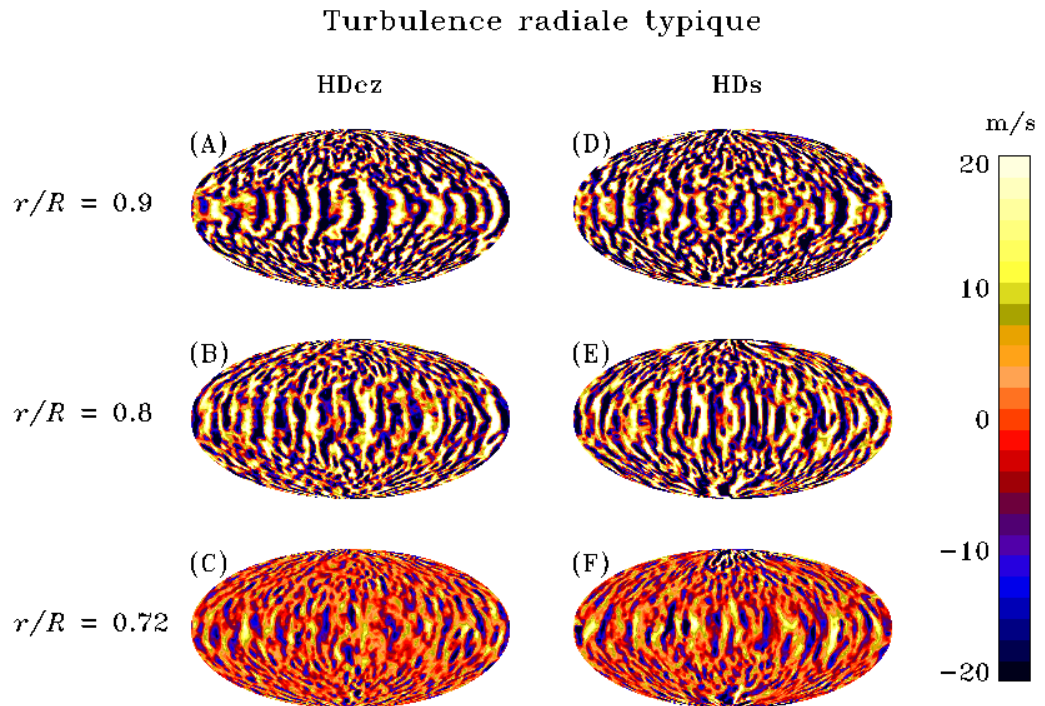


Figure 3.2 – Représentation du mouvement convectif à l’intérieur des simulations HD sans (A-C) et avec (D-F) couche stable, à trois profondeurs distinctes. La quantité représentée ici est la fluctuation de la vitesse radiale par rapport à sa moyenne longitudinale. Les pas de temps auxquels ces instantanés ont été pris sont contenus dans les plages de temps définies dans la § 3.1. Le même pas de temps est utilisé pour chaque profondeur d’une même simulation.

statistiques dans chaque simulation. Dans tous les histogrammes montrés (sauf celui représentant la simulation avec couche stable à $r/R_{\odot} = 0.72$), il y a une asymétrie entre le nombre d'écoulements positifs et négatifs. Ce type de distribution, possédant une queue non-gaussienne, est encore une fois commune aux simulations se trouvant dans ce régime de paramètres [25, 26, 32, 33]. Cette caractéristique est une conséquence de la conservation de la masse. En effet, les plumes convectives descendantes vont converger horizontalement pour que la pression augmente selon le milieu ambiant (et ainsi augmenter la vitesse), tandis que les plumes montantes vont subir l'effet inverse. Physiquement, ceci implique que les cellules progressant vers la surface solaire sont larges et possèdent une vitesse relativement faible, tandis que les cellules retournant vers l'intérieur sont minces et beaucoup plus rapides. La Figure 1.1 présentée lors de l'introduction de cette thèse reflète bien cet argument. Pour la simulation sans zone stable, on note que cet effet est amplifié avec la profondeur, ceci étant une combinaison de l'effet de la condition limite et de la stratification. La présence d'une zone stable atténue l'asymétrie en augmentant le nombre d'événements dans les ailes des courbes. Ceci peut être expliqué par l'absence de mur rigide et la possibilité pour le fluide de pénétrer légèrement la zone stable (surtout pour les écoulements à hautes vitesses, qui réussissent à traverser l'interface par inertie en étant amortis), d'où l'augmentation de la disparité entre les courbes avec la profondeur.

Il est également intéressant de se pencher sur l'effet de la force de Coriolis sur les écoulements aux petites échelles. Une quantité utile pour caractériser cet impact est la densité d'hélicité cinétique, définie par

$$h_k = \mathbf{u} \cdot \nabla \times \mathbf{u} . \quad (3.2)$$

L'hélicité cinétique, représentée par l'intégrale volumique de l'équation 3.2, mesure l'effet d'entraînement d'une rotation locale sur un élément de fluide, ou encore le lien unissant les lignes de vorticité à l'écoulement [107]. Une grande valeur absolue d'hélicité cinétique implique un fort alignement cyclonique du fluide. Nous pouvons appliquer ce concept aux écoulements turbulents \mathbf{u}' pour déterminer si ceux-ci sont affectés par la

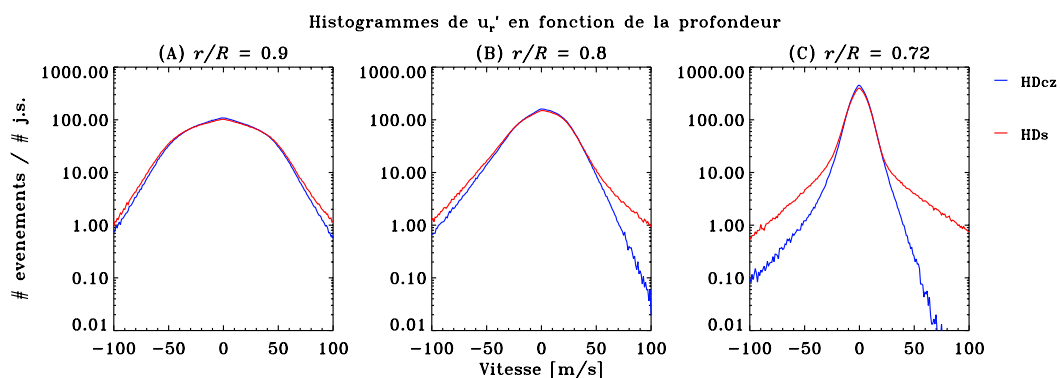


Figure 3.3 – Histogrammes présentant la distribution des vitesses radiales fluctuantes par rapport à leur moyenne en fonction de diverses profondeurs dans les simulations HD. La courbe en bleu représente la simulation sans couche stable et la courbe en rouge celle possédant une telle couche. La quantité de données incluses dans ces diagrammes est $n_\phi \times n_\theta \times n_t$, où n_t est le nombre de jours solaires inclus dans les plages de temps définies à la § 3.1. Les courbes ont chacune été normalisées par leurs n_t respectifs de façon à ce qu’elles soient de même amplitude.

force de Coriolis. La Figure 3.4 montre une carte rayon-latitude de la densité d’hélicité cinétique moyennée longitudinalement. Une moyenne temporelle a également été appliquée selon les plages de temps fournies dans la Table 3.I. Les diagrammes affichés dans les panneaux (A) et (B) se ressemblent énormément : mêmes polarités selon les hémisphères, mêmes structures en surface et hélicité similaire au bas de la zone de convection. L’inversion des polarités selon l’hémisphère dans la zone de convection concorde avec le changement de signe de la force de Coriolis, un phénomène bien connu, même sur Terre (pensons au sens de la rotation des ouragans par exemple, un résultat de l’hélicité convective menant à sa formation [19]) ! Cette figure montre que la présence d’une couche stable ne modifie pas fondamentalement le caractère hélical des perturbations en mouvement, ce qui est prometteur pour la formation de champ magnétique similaire dans la zone de convection.

Bien que la couche stable implémentée dans le modèle HD modifie la dynamique aux petites échelles à la base de la zone de convection via l’overshoot et la statistique des vitesses radiales perturbées, ce sont des effets attendus sur les résultats qui peuvent

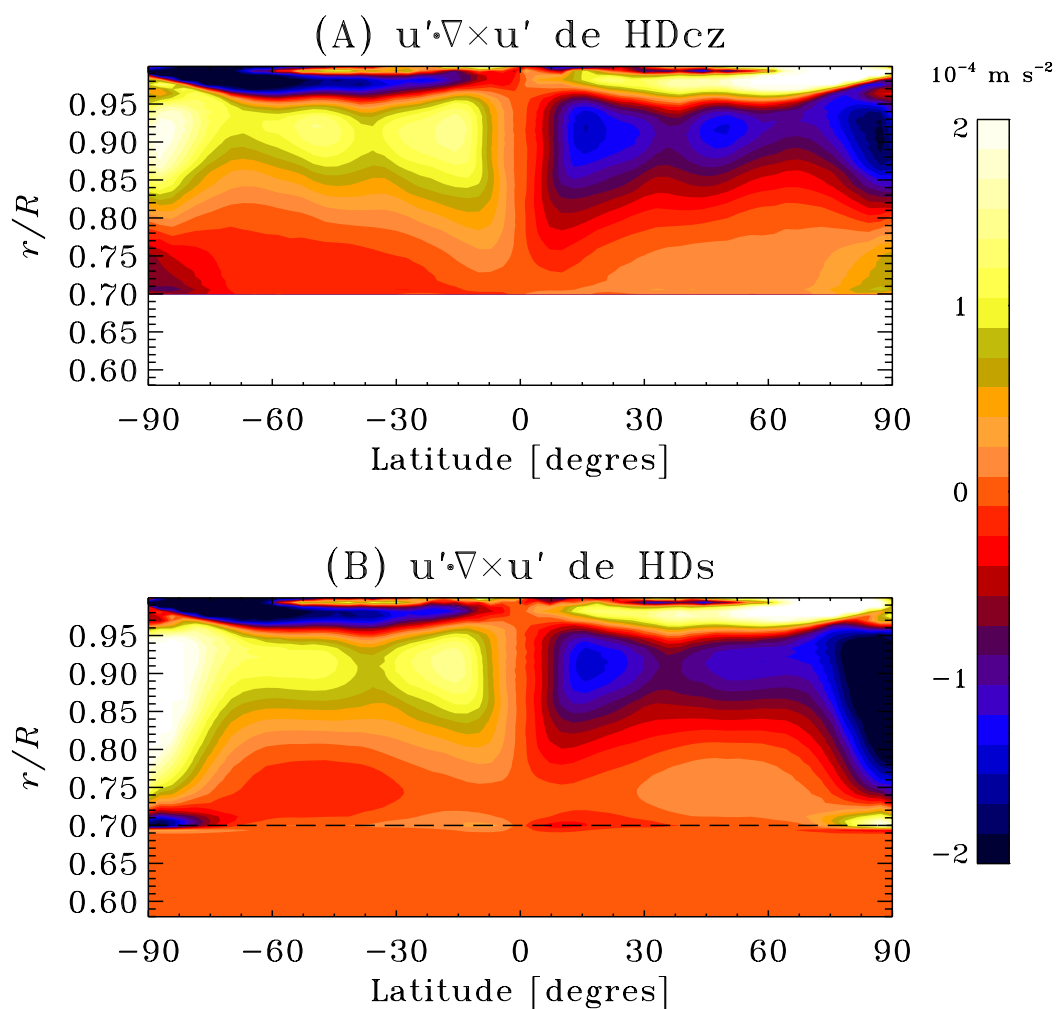


Figure 3.4 – Représentation cartésienne de la densité d’hélicité cinétique de la vitesse turbulente moyennée longitudinalement dans les simulations HD. Le panneau (A) représente la densité d’hélicité prise dans la simulation sans zone stable et le panneau (B) celle prise dans la simulation avec une telle zone. Les densités sont moyennées dans le temps selon les plages fournies dans la § 3.1.

être très bien expliqués physiquement. La majorité du haut de la zone de convection n'est pas ou peu affectée par un tel ajout en termes de mouvements aux petites échelles spatiales. Ceci aura des conséquences désirables au niveau de la convection thermique.

3.2.2 Aspects thermiques

Pour bien comprendre les aspects thermiques des simulations, deux quantités doivent être analysées : la température potentielle et le flux convectif. La première, telle que présentée dans la § 1.2.1, est une mesure de la variation d'entropie dans le système. Plus la température potentielle est élevée, plus l'augmentation d'entropie est grande. Le flux convectif est utile pour déterminer la quantité d'énergie thermique transportée par les écoulements.

La température potentielle dans ces simulations est exprimée sous forme de perturbation par rapport à l'état ambiant du système $\Theta' = \Theta - \Theta_e$. Cette notation est possible puisque Θ_e est invariant dans le temps et suit la forme d'un profil polytropique radial. Une température potentielle perturbée positive représente une plus grande activité thermique que l'état ambiant et signifie une température physique plus élevée. La Figure 3.5 illustre la perturbation en température potentielle dans les simulations HD avec et sans couche stable sous différentes formes. Les panneaux (A) et (B) montrent des moyennes temporelles et longitudinales de la perturbation en température potentielle dans ces simulations, tandis que le panneau (C) compare les différences de cette quantité entre le pôle nord et l'équateur selon le rayon (les valeurs positives signifiant une température au pôle plus élevée que celle à l'équateur). Le choix du pôle nord est arbitraire, puisque la température potentielle perturbée est approximativement symétrique par rapport à l'équateur. Qualitativement, les profils de Θ' se ressemblent énormément dans les zones de convection. Avec l'ajout d'une couche stable apparaît une région de température potentielle plus élevée que le profil ambiant juste en-dessous de l'interface. Ceci est vraisemblablement dû à la très forte stratification présente dans la zone stable, une situation déjà constatée par le passé (CITATION).

Les profils de différences en température potentielle illustrés au panneau (C) ont des similarités entre elles au niveau de la forme, mais pas nécessairement au niveau des

amplitudes. L'ajout d'une couche stable tend à diminuer la différence de température pôle-équateur près de la surface et de l'augmenter plus profondément dans la zone de convection. Ce dernier effet peut être causé par la différence de température qui s'établit sous l'interface et qui diffuse vers la zone de convection (s'ensuit une redistribution par convection). La différence elle-même qui s'établit dans la zone stable est difficile à expliquer par contre, mais pourrait être en lien avec une possible circulation horizontale à cet endroit (la stratification ne rend que le mouvement radial difficile, pas le mouvement horizontal). La différence de température potentielle pôle-équateur est une quantité importante pour la définition de la circulation méridienne dans les simulations. Nous pouvons voir celle-ci comme une faible convection horizontale rendue possible par cette différence en température. Nous verrons un peu plus loin (§ 3.2.3) que le profil de différence en température potentielle entre les pôles et l'équateur a un effet non négligeable sur la forme des isocontours de rotation et de circulation méridienne.

Le flux convectif est une autre quantité utile à l'analyse du transport d'énergie thermique par convection dans les simulations. Ce dernier est défini

$$\langle F_c \rangle = \langle \rho c_p u_r (\theta' - \overline{\theta}') \rangle , \quad (3.3)$$

où l'opérateur $\langle \rangle$ est une moyenne sur les longitudes et les latitudes, ainsi que le temps (sur la plage de temps définie dans la § 3.1), et $\overline{\theta}'$ est la moyenne horizontale de la perturbation en température potentielle. Cette quantité indique le flux d'énergie thermique transportée par convection en fonction du rayon et est représentée à la Figure 3.6 pour chaque simulation. Les profils de flux convectifs se ressemblent beaucoup dans la moitié supérieure de la zone de convection, signifiant que l'ajout d'une zone stable ne change pas significativement l'aspect convectif de la simulation dans cette région (corroboré par la Figure 3.2). Cependant, plus les profils s'approchent de la tachocline, plus les différences s'accroissent. Ceci est dû au fait que la présence d'une zone stable n'impose pas une condition $u_r = 0$ à la base de la zone de convection, en plus de fournir un bassin d'énergie thermique important qu'on ne peut retrouver dans l'autre simulation. Le flux convectif dans la zone stable est évidemment très près de 0, par définition même de cette

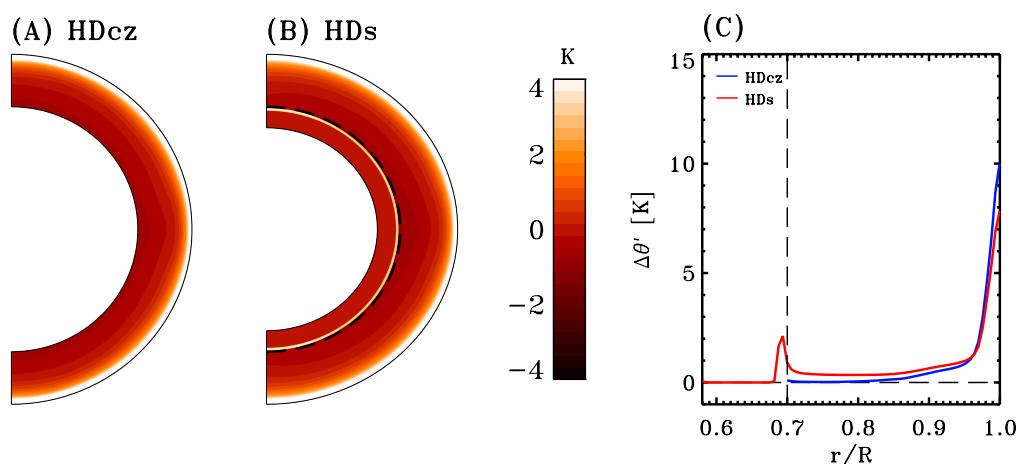


Figure 3.5 – Caractérisation des températures potentielles dans les simulations HD. Les panneaux (A) et (B) représentent respectivement la distribution spatiale de la température potentielle des simulations sans et avec couche stable (moyennée dans le temps sur les intervalles usuels). Le panneau (C) illustre la différence de température potentielle, moyennée dans le temps, entre le pôle nord et l'équateur en fonction du rayon.

région (qui fait techniquement partie de la zone de radiation du Soleil).

Les deux simulations possèdent des aspects thermiques très similaires, surtout près de la surface, confirmant les résultats initialement montrés à la § 3.2.1. La présence de la zone stable modifie le comportement de la simulation au niveau thermique au bas de la zone de convection, ceci étant causé par la turbulence près de l'interface (les vitesses radiales sont en moyenne plus élevées).

3.2.3 Rotation

La rotation a un impact énorme sur les champs magnétiques qui peuvent se développer dans une simulation. C'est pourquoi il est important d'en examiner chaque aspect et ce, même à partir de simulations purement HD. Lorsque les aspects turbulents sont similaires entre deux simulations, il y a de fortes chances que les aspects aux grandes échelles le soient aussi.

Il est utile d'analyser qualitativement les écoulements aux grandes échelles, notamment la rotation et la circulation méridienne. La Figure 3.7 expose ces deux écoulements

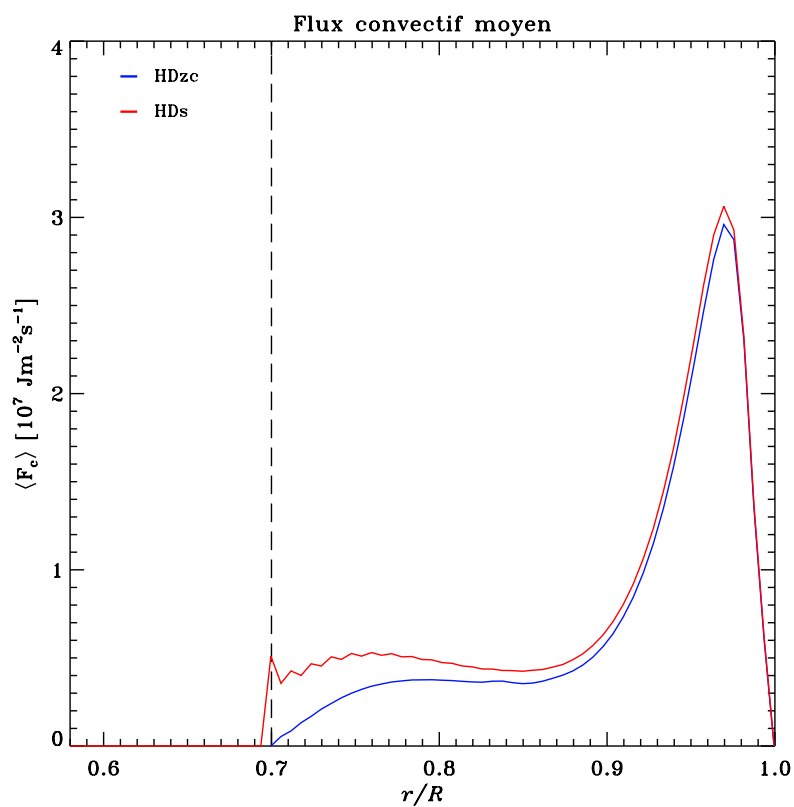


Figure 3.6 – Profils radiaux des flux convectifs moyens dans les simulations HD sans et avec couche stable (bleu et rouge respectivement). La moyenne a été effectuée en longitude, en latitude et sur la plage usuelle de temps. Le trait vertical à $r/R_{\odot} = 0.7$ dénote la position de l'interface entre la zone stable et la zone de convection.

en représentations polaires pour chaque simulation, moyennés en longitude et en temps. En effet, les panneaux (A) et (B) expriment la fréquence angulaire et les panneaux (C) et (D) la composante latitudinale de l'écoulement. Les panneaux (E) et (F) ont été ajoutés pour exprimer le nombre de Rossby du mouvement aux petites échelles selon la position (l'influence de la rotation différentielle a été exclue).

Dans les deux simulations, il y a présence de rotation différentielle à des intensités légèrement différentes. Dans les deux cas, elles ressemblent à la rotation différentielle s'établissant dans le Soleil, en ce sens qu'il y a une fréquence plus élevée que la moyenne à l'équateur et une fréquence plus faible aux pôles. Un détail non-solaire qui persiste entre les deux simulations est la présence d'une région ayant une vitesse légèrement plus élevée aux mi-latitudes. Quelques différences existent entre les deux simulations, telles l'intensité de la fréquence équatoriale et l'étendue de la région plus lente. Une autre différence notable est le degré d'alignement des isocontours de rotation avec l'axe de rotation : la simulation avec couche stable est en mesure de mieux briser le théorème de Taylor-Proudman en ayant des isocontours alignés plus radialement que cylindriquement, ce qui ressemble beaucoup plus au Soleil (voir la Figure 1.7 à la § 1.1.2). Ceci peut être expliqué par la différence de température pôle-équateur s'établissant dans la zone de convection et juste en-dessous. Il est acquis que cette différence de température joue un grand rôle dans la détermination de l'intensité de la rotation différentielle [102?]. Dans les simulations présentées ici, si nous revenons à la Figure 3.5, au panneau (C), nous constatons que la plus faible différence de température pôle-équateur près de la surface dans la simulation avec couche stable coïncide avec une plus faible différence de fréquence de rotation pôle-équateur, étant en accord avec la théorie sur ce sujet. La différence de température présente sous l'interface semble jouer un grand rôle dans le bris du théorème de Taylor-Proudman, un aspect qui sera abordé plus en profondeur dans le prochain chapitre.

Les profils des composantes latitudinales de l'écoulement se ressemblent énormément : seules l'intensité et les structures aux hautes latitudes varient d'une simulation à l'autre. Dans les deux cas, nous retrouvons les "cellules-bananes" introduites dans la Figure 3.2, situées bien à l'extérieur du cylindre tangent à la base de la zone de convection.

Les contours superposés à la vitesse latitudinale définissent les cellules méridiennes, celles-ci se ressemblant énormément dans les deux simulations.

Les localisations spatiales des nombres de Rossby dans la zone de convection sont similaires, excepté aux mi-latitudes, près de la base de la zone de convection. Rappelons ici qu'un faible nombre de Rossby indique une dynamique dominée par la force de Coriolis. Il est donc normal de voir de grands nombres de Rossby près des pôles et de la surface en général, où la force de Coriolis joue un rôle moins important dans le premier cas et où l'advection est très intense dans le second. Dans la zone stable, les seuls mouvements possibles sont horizontaux, donc la force de Coriolis va nécessairement dominer cette région très fortement stratifiée. Dans la partie inférieure de la zone de convection, la répartition spatiale du nombre de Rossby est différente, surtout aux mi-latitudes, mais lorsqu'une moyenne est effectuée sur cette région la différence n'est pas énorme : 0.69 pour la simulation sans zone stable et 0.58 pour celle avec une telle zone. Puisque la force de Coriolis est invariante d'une simulation à une autre, on ne peut qu'en conclure que l'advection est amortie d'environ 16% dans la simulation avec zone stable par la présence de cette dernière.

Une autre façon d'analyser la rotation dans les simulations est de considérer les flux de moments cinétiques radiaux et latitudinaux. Déterminer la direction dans laquelle le moment cinétique est transporté constitue une bonne manière de déterminer où va l'énergie contenue dans la rotation, une technique que plusieurs autres ont utilisé avec succès [22, 26]. Moi-même, par le passé, je me suis servi de cette technique et je compte utiliser ici le même formalisme que précédemment. Dans [9], il est démontré que les expressions pour les flux de moments cinétiques aux grandes échelles pour les composantes HD s'écrivent (avec θ l'angle latitudinal ici, et non pas polaire, signifiant que 0° se situe à l'équateur et que les valeurs positives se situent dans l'hémisphère nord)

$$\mathcal{L}_R(r, \theta, t) = -\rho \langle u'_\phi \mathbf{u} \rangle r \cos \theta , \quad (3.4)$$

$$\mathcal{L}_C(r, \theta, t) = -\rho (u_\phi + \Omega r \cos \theta) \mathbf{u} r \cos \theta , \quad (3.5)$$

où \mathcal{L}_R est le flux lié aux stress de Reynolds et \mathcal{L}_C est le flux lié à la force de Coriolis

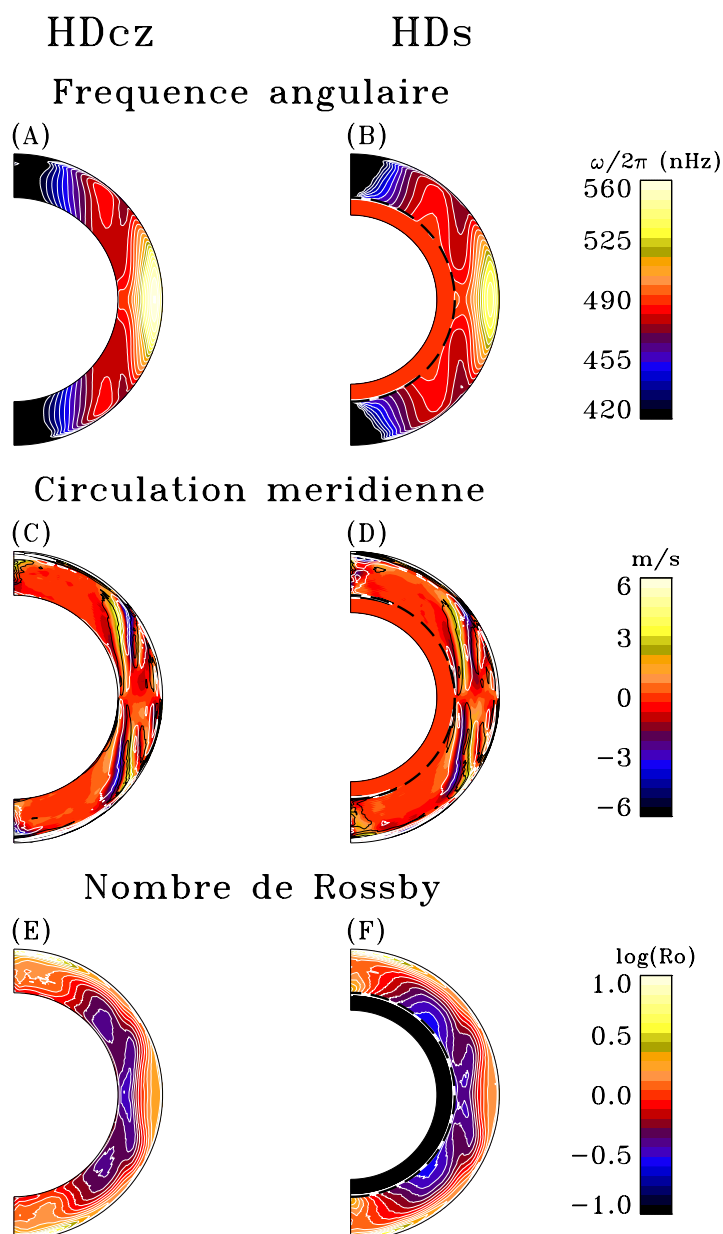


Figure 3.7 – Écoulements aux grandes échelles des simulations HD. La colonne de gauche contient les diagrammes des simulations sans couche stable et la colonne de droite ceux des simulations avec couche stable. Les panneaux (A) et (B) représentent la fréquence angulaire des simulations, illustrant la rotation différentielle, avec les isocontours de rotation tracés en blanc. Les panneaux (C) et (D) montrent la composante latitudinale de l'écoulement ainsi que les cellules de circulation méridienne : noir une circulation dans le sens anti-horaire et blanc une circulation horaire. Les panneaux (E) et (F) illustrent la distribution spatiale du nombre de Rossby, avec leurs isocontours tracés en blanc. Tous les diagrammes ont été moyennés dans le temps sur la plage de temps usuelle pour les deux simulations. Les courbes tirées sur les panneaux (B), (D) et (F) indiquent la position de la base de la zone de convection.

appliquée sur la circulation méridienne. Les flux de moment cinétique totaux au travers de coquilles sphériques (flux radial) ou de cônes centrés sur l'axe de rotation (flux latitudinal) s'obtiennent respectivement

$$I_r(r, t) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{L} \cdot \hat{\mathbf{r}} r^2 \cos \theta \, d\theta \, , \quad (3.6)$$

$$I_\theta(\theta, t) = \int_{R_b}^{R_s} \mathcal{L} \cdot \hat{\boldsymbol{\theta}} r \cos \theta \, dr \, . \quad (3.7)$$

La Figure 3.8 montre les profils de flux de moments cinétiques radiaux et latitudinaux pour les deux simulations. Les flux radiaux se ressemblent énormément entre chaque simulation, avec les stress de Reynolds envoyant du moment cinétique vers la surface et la force de Coriolis agissant sur la circulation méridienne ayant tendance à ramener le moment cinétique vers la base de la zone de convection (excepté près de la surface). Les flux latitudinaux sont très différents par contre, surtout près de l'équateur. Les stress de Reynolds ont globalement un effet similaire dans les simulations même si leur détail n'est pas identique, en ce sens qu'ils ont tendance à faire converger le moment cinétique près de l'équateur (contribuant à la formation de la rotation différentielle et du contraste observé entre les pôles et l'équateur au niveau de la fréquence de rotation). Cependant, les contributions liées à la force de Coriolis appliquée à la circulation méridienne sont fondamentalement différentes près de l'équateur (elles se ressemblent lorsque $|\theta| > 45^\circ$). Les contributions sont inversées, éloignant le moment cinétique de l'équateur dans le cas sans couche stable et le faisant converger dans l'autre. Étrangement, ceci ne résulte pas en un contraste pôle-équateur de la fréquence de rotation plus intense dans ce dernier cas.

L'ajout d'une région fortement stratifiée radialement sous la zone de convection semble avoir un impact important sur certains aspects des écoulements aux grandes échelles des simulations. Les deux véritables différences qui s'immiscent sont la dynamique équatoriale (flux inversés et amplitude de la fréquence de rotation différente) et la forme des isocontours de rotation (alignés cylindriquement ou radialement). Cette dernière différence semble indiquer que le bris du théorème de Taylor-Proudman peut être réal-

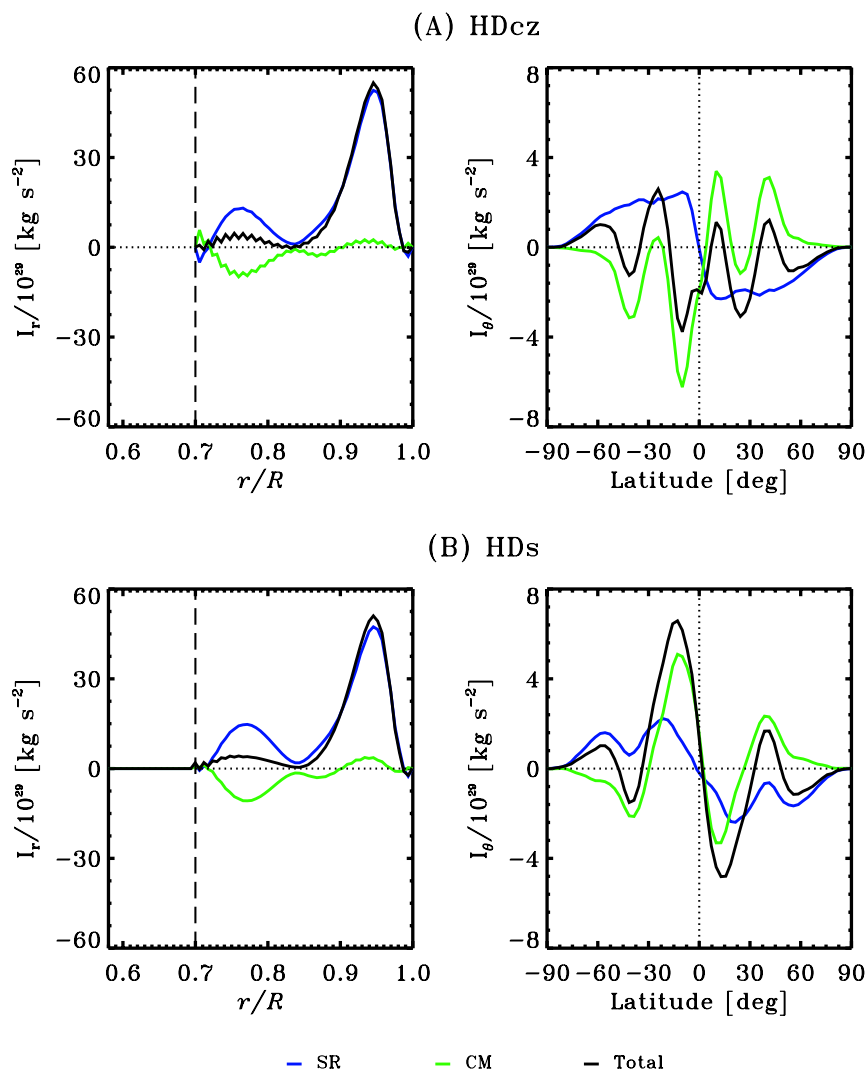


Figure 3.8 – Flux de moments cinétiques séparés en composantes axisymétriques et non-axisymétriques pour les simulations HD. Le panneau (A) montre les flux pour la simulation sans zone stable, avec le graphique de gauche illustrant les flux radiaux et le graphique de droite les flux latitudinaux. Le panneau (B) montre les flux pour la simulation avec couche stable, avec l'ordre des graphiques inchangé par rapport au panneau (A). Une valeur positive pour les graphiques de gauche indique un flux vers la surface, tandis qu'une telle valeur pour les graphiques de droite indique un flux vers le pôle nord. Les courbes bleues représentent la composante liée aux stress de Reynolds et les courbes vertes la force de Coriolis appliquée à la circulation méridienne. La courbe en noir illustre le flux de moment cinétique total. Les flux ont été moyennés temporellement sur les plages de temps définies dans la § 3.1.

isé par l'inclusion d'une telle couche stable, ce qui nous rapprocherait d'une simulation représentant mieux le Soleil.

3.2.4 Énergies

Qu'en est-il des séquences temporelles d'énergie cinétique dans les simulations ? La Figure 3.9 compare les énergies cinétiques (dans le référentiel en rotation) entre les simulations sans et avec couche stable. Les courbes ont été obtenues en intégrant sur le volume des simulations. Les énergies ont été séparées en composantes axisymétrique et non-axisymétrique, la première étant reliée aux mouvements aux grandes échelles (rotation différentielle et circulation méridienne entre autre) et la seconde aux mouvements à petites échelles (turbulence et convection). Dans le panneau (A), hormis la phase initiale où la convection et la rotation s'établissent, les énergies cinétiques sont très stables temporellement. Dans le panneau (B), nous observons environ le même comportement, excepté que la phase initiale prend beaucoup plus de temps à s'atténuer. Ceci est probablement dû à l'implémentation de la zone stable avec laquelle la simulation doit composer et s'ajuster énergétiquement (bien effectuer la transition entre la zone de convection et la zone stable). Les deux simulations atteignent un état stable avec le même niveau d'énergie, ce qui signifie que la zone stable n'en ajoute pas énormément au système. Il faut faire attention que nous ne considérons que l'énergie cinétique dans le référentiel en rotation : dans l'absolu, l'ajout d'une zone stable augmente significativement l'énergie totale de la simulation. La similarité entre les deux simulations au niveau énergétique ne reflète que la nature même d'une zone stable, c'est-à-dire pas de mouvement notable aux grandes échelles et pas de convection ou de turbulence. Une autre différence notable entre les simulations est le rapport de l'énergie cinétique axisymétrique sur l'énergie non-axisymétrique, lorsque celles-ci sont stables temporellement, $E_{u'}$ étant plus élevée que $E_{\langle u \rangle}$ dans le cas HDs. Ceci pourrait être simplement expliqué par les amplitudes plus élevées de u'_r près de l'interface dans la simulation avec une couche stable, comme montré à la Figure 3.3.

Il est possible de quantifier le flux transféré entre la zone stable et la zone de convection dans la simulation avec couche stable. La Figure 3.10 illustre la quantité d'énergie

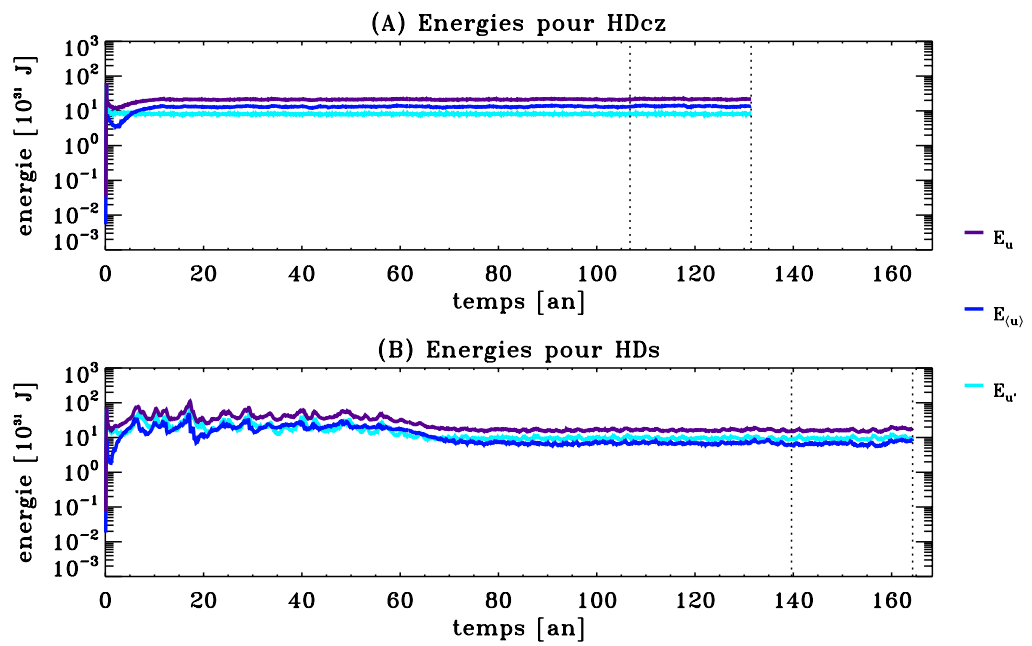


Figure 3.9 – Séquences temporelles d'énergies cinétiques des simulations HD tirées de l'écoulement total, moyen et perturbé (en violet, bleu et cyan respectivement), représentées sur une échelle verticale logarithmique. Les panneaux (A) et (B) montrent les énergies pour les simulations sans et avec couche stable respectivement. Les traits pointillés dans chacun des panneaux indiquent les plages de temps entre lesquelles la majorité des analyses sont effectuées dans ce chapitre, comme indiqué dans la § 3.1.

ergie cinétique traversant l'interface, séparée en composantes axisymétrique et non-axisymétrique. La phase initiale est plutôt chaotique, le système cherchant à trouver un état stable étant donné la présence de la zone stratifiée. Il se produit énormément d'échanges d'énergies dans cette phase initiale servant à définir le profil initial de rotation différentielle de la simulation. Ces échanges d'énergies pourraient être responsables de la différence d'amplitude observée dans les fréquences de rotation. Une fois la phase initiale complétée, les pôles dénotent généralement un flux positif, caractérisant possiblement la présence de cellules méridiennes s'élevant radialement aux pôles et retournant vers les profondeurs à l'équateur (composant deux cellules méridiennes, une dans chaque hémisphère). Ceci signifierait qu'il y aurait un faible écoulement de l'équateur vers les pôles juste sous l'interface. Cependant, cela semble être les petites échelles qui transfère l'énergie et non pas les grandes échelles (excepté dans la phase initiale instable dans laquelle les grandes échelles jouent un rôle non négligeable). Il faudrait donc que l'existence de ces cellules méridiennes dépendent entièrement de l'overshoot. **Plus de détails suivront à ce sujet dans le prochain chapitre.**

3.3 Simulations MHD

Bien que nous ayons maintenant une bonne idée des effets HD découlant de l'ajout d'une région fortement stratifiée sous la zone de convection, le Soleil est une étoile magnétique, supportant une action dynamo. Quel impact a l'ajout d'une zone stable sous une zone de convection comportant des champs magnétiques ? Également, est-ce que les effets HD observés dans la section précédente seront toujours présents malgré la présence de magnétisme (ce qui est loin d'être acquis étant donné le couplage entre les écoulements et le champ magnétique) ? Je tenterai de répondre à ces questions dans cette section.

3.3.1 Magnétisme

Avant d'explorer à nouveau les mêmes propriétés que celles présentées pour les simulations HD, il serait bon d'avoir une idée de l'aspect des champs magnétiques

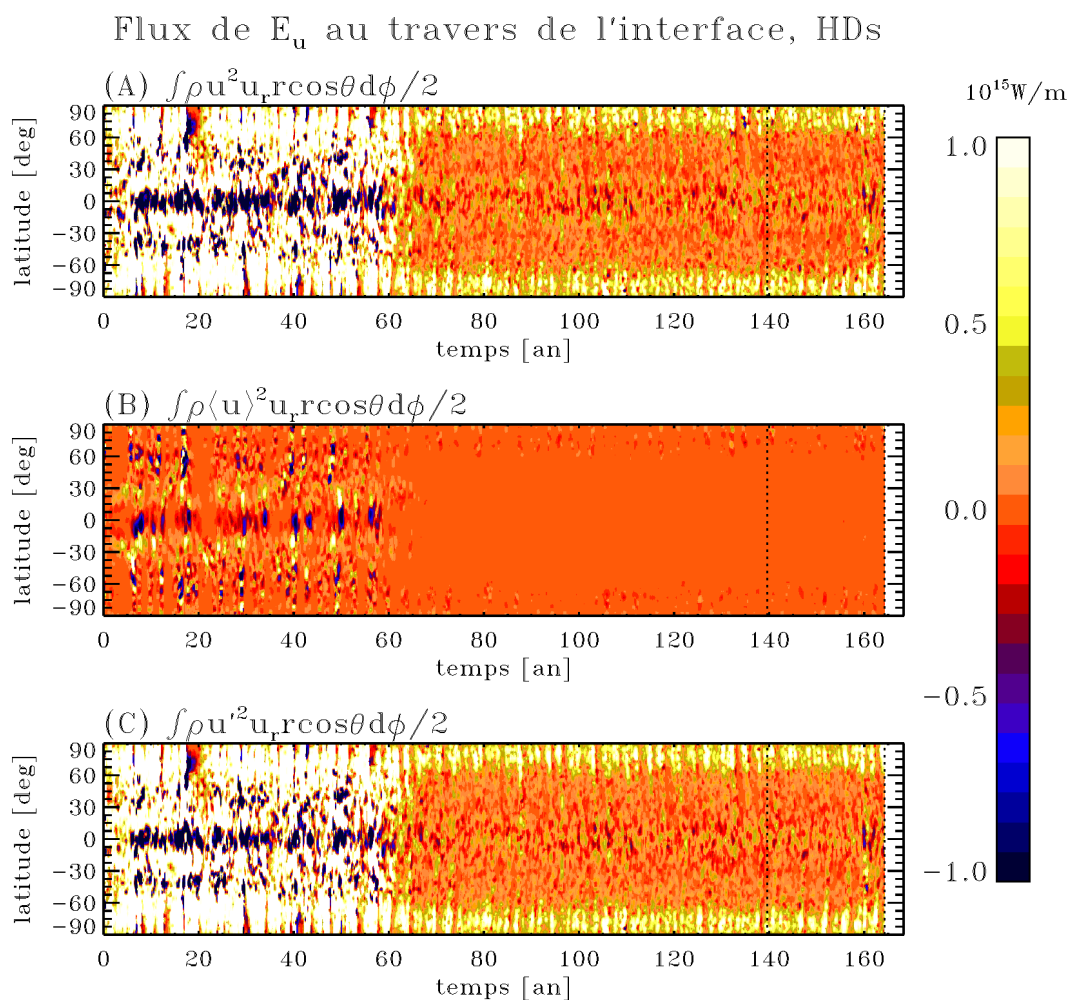


Figure 3.10 – Diagrammes latitude-temps du flux d'énergie cinétique traversant l'interface entre la zone stable et la zone de convection dans la simulation HD, avec une valeur positive dénotant un flux vers la surface. Les trois panneaux (A) à (C) dénotent respectivement le flux d'énergie cinétique tiré de l'écoulement total, moyen et perturbé. Les traits pointillés indiquent représentent l'endroit où la majorité des analyses sont effectuées dans ce chapitre. Un lissage temporel de 7 jours solaires (~ 7 mois) a été appliqué sur chacun des panneaux pour améliorer la visibilité.

dans les deux simulations MHD. Tout d'abord, comparons des diagrammes latitudes-temps et rayon-temps du champ magnétique toroïdal et de la densité de courant toroïdale (indiquant une mesure de la composante poloïdale du champ magnétique, puisque $\mathbf{J} = \mu_0^{-1} \nabla \times \mathbf{B}$).

La Figure 3.11 montre ces quantités pour la simulation sans couche stable. Nous observons des cycles dans toutes les composantes du champ magnétique dans les deux hémisphères, approximativement en phase l'un par rapport à l'autre et de même polarité (pour la composante toroïdale), cette dernière caractéristique étant en contradiction avec le cycle solaire (mode quadrupolaire au lieu d'un mode dipolaire). Nous notons la propagation équatoriale du cycle, émergeant vers $|60^\circ|$ et convergeant vers l'équateur. Le cycle est concentré en profondeur, près de l'interface, sa formation y étant probablement favorisée par une combinaison du pompage turbulent vers le bas ainsi que la présence d'une condition limite de conducteur parfait à l'interface. Le cycle magnétique toroïdal conserve sa polarité à toutes les profondeurs, excepté près de la surface (dans le dernier 5% en rayon). La polarité de la densité de courant est antisymétrique par rapport à l'équateur et en phase avec le champ magnétique toroïdal, ces propriétés contredisant également le cycle solaire. La polarité de ce signal change deux fois en rayon, la couche près de la surface étant de même polarité que celle de forte intensité près de la base. La demi-période du cycle est en moyenne 26 ans, un peu plus de deux fois plus long que le cycle solaire actuel. Bien que cette simulation comporte beaucoup de différences notables avec le Soleil, le simple fait qu'elle puisse générer un cycle relativement stable sur une longue durée est exceptionnel. La convergence vers l'équateur du champ magnétique, la diminution de la période du cycle et sa grande stabilité temporelle représentent des améliorations notables par rapport à la simulation de référence de EULAG (voir Ghizaru *et al.*, 2010, Racine *et al.*, 2011, et Passos & Charbonneau, 2014 [58, 114, 120]) et ceci sans zone stable !

Que se passe-t-il si nous ajoutons une telle zone stable en-dessous de cette simulation ? La Figure 3.12 représente les mêmes quantités tirées des mêmes endroits qu'à la Figure 3.11. Nous observons rapidement qu'il existe 4 régimes à cette simulation : une première phase où le magnétisme se bâtit très lentement (0 à ~ 70 ans), une seconde

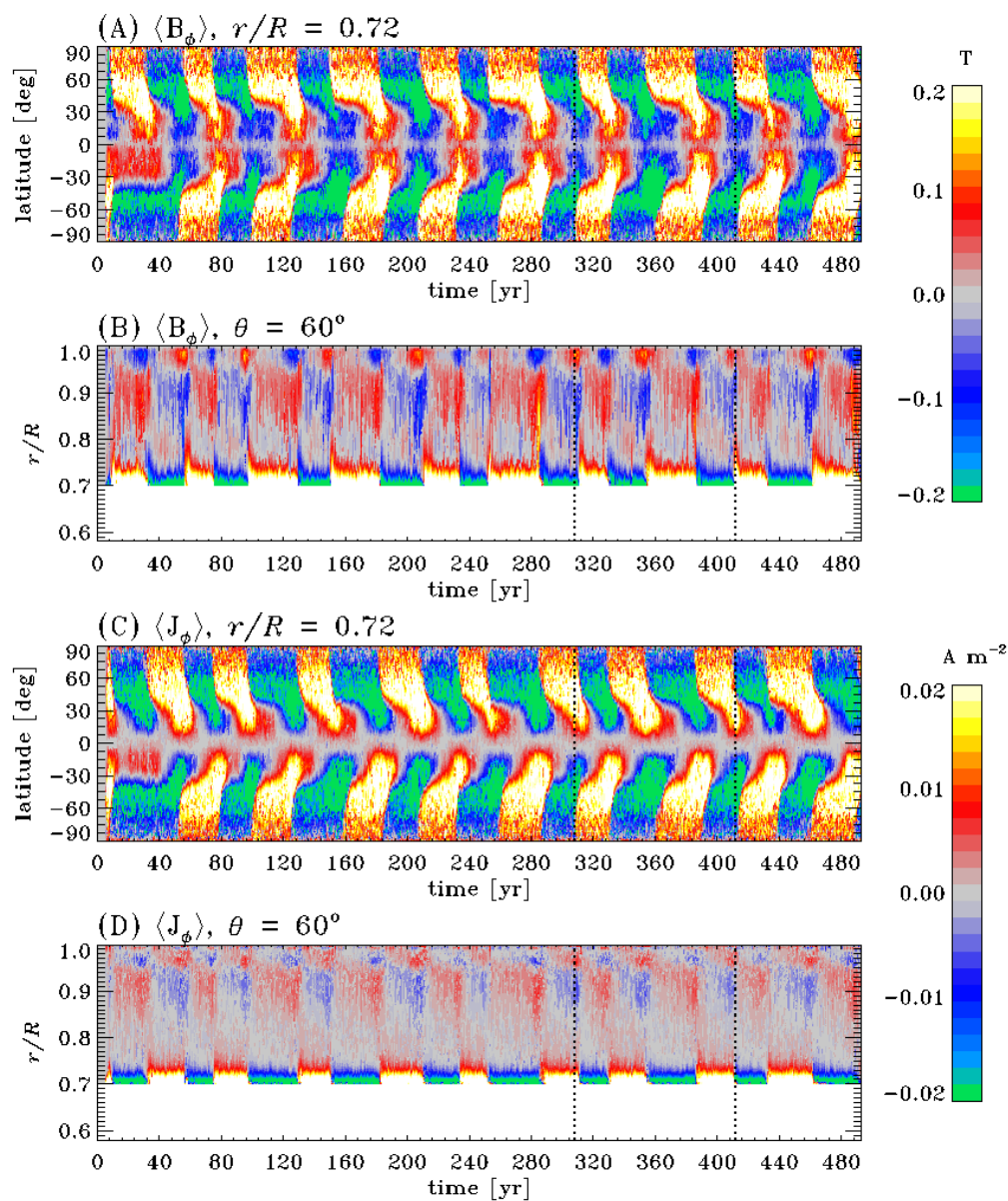


Figure 3.11 – Représentations des composantes toroïdales du champ magnétique ($\langle B_\phi \rangle$) et de la densité de courant ($\langle J_\phi \rangle$) dans des diagrammes latitude-temps (à $r/R_\odot = 0.72$) et rayon-temps (à $\theta = 60^\circ$) pour la simulation MHD sans zone stable. Les quantités ont été moyennées longitudinalement. Les traits verticaux représentent la plage de temps dans laquelle la majorité des analyses sont effectuées dans cette section.

phase comportant un champ magnétique de faible amplitude et oscillant sur une courte période (~ 70 à ~ 235 ans), une troisième phase où un champ magnétique d'une plus forte intensité subit une seule inversion de polarité (~ 235 à ~ 380 ans) et finalement une dernière phase où le champ magnétique devient très intense et ne subit plus d'inversion de polarité (~ 380 à 568 ans). Les chaînes causales physiques sous-jacentes à ces changements pourraient constituer le coeur d'une autre thèse ! Concentrons nous d'abord sur ce que nous pouvons observer de ces panneaux. Lors de la seconde phase, il y a très peu d'accumulation de champ magnétique, peu importe où l'on se situe spatialement. Le seul endroit où il y a un champ magnétique un peu cohérent temporellement est dans le milieu de la zone stable. Vient ensuite la phase qui ressemble le plus à la simulation sans zone stable, celle où le champ magnétique atteint une amplitude désirable et parvient à inverser sa polarité. Les propriétés du champ magnétique toroïdal et de la densité de courant toroïdale sont presque identiques à la simulation sans couche stable, excepté que $\langle \mathbf{B}_\phi \rangle$ est antisymétrique par rapport à l'équateur (et $\langle \mathbf{J}_\phi \rangle$ est symétrique), une propriété recherchée lorsque nous désirons effectuer des comparaisons avec le Soleil. Évidemment, la présence d'une couche stratifiée permet au champ magnétique de s'y déposer et d'y rester pendant de longues périodes de temps jusqu'à ce qu'un champ magnétique de polarité inverse le détruise et prenne sa place. Il arrive parfois que des systèmes de flux magnétique résistent à la destruction annoncée par la venue d'une polarité inverse provenant de la zone de convection (par exemple entre ~ 335 et ~ 375 ans). C'est lors de cette période que la majorité des analyses comparant les deux simulations ont lieu. Finalement, la dernière phase produit un champ magnétique toroïdal stable dans le temps et symétrique par rapport à l'équateur. Il y a une très grande accumulation de champ dans la zone stable, probablement trop élevée pour qu'on puisse espérer observer une autre inversion de polarité. Notons dans le panneau (D) la très forte densité de courant électrique à la base du domaine lors de cette phase. Un dernier détail méritant une mention est la présence d'ondes radiales dans la zone stable, dans toutes les composantes du champ magnétique, étant dues à la présence de l'interface et du possible développement d'ondes de gravité.

Comparons maintenant des coupes polaires de ces quantités pris à des moments où

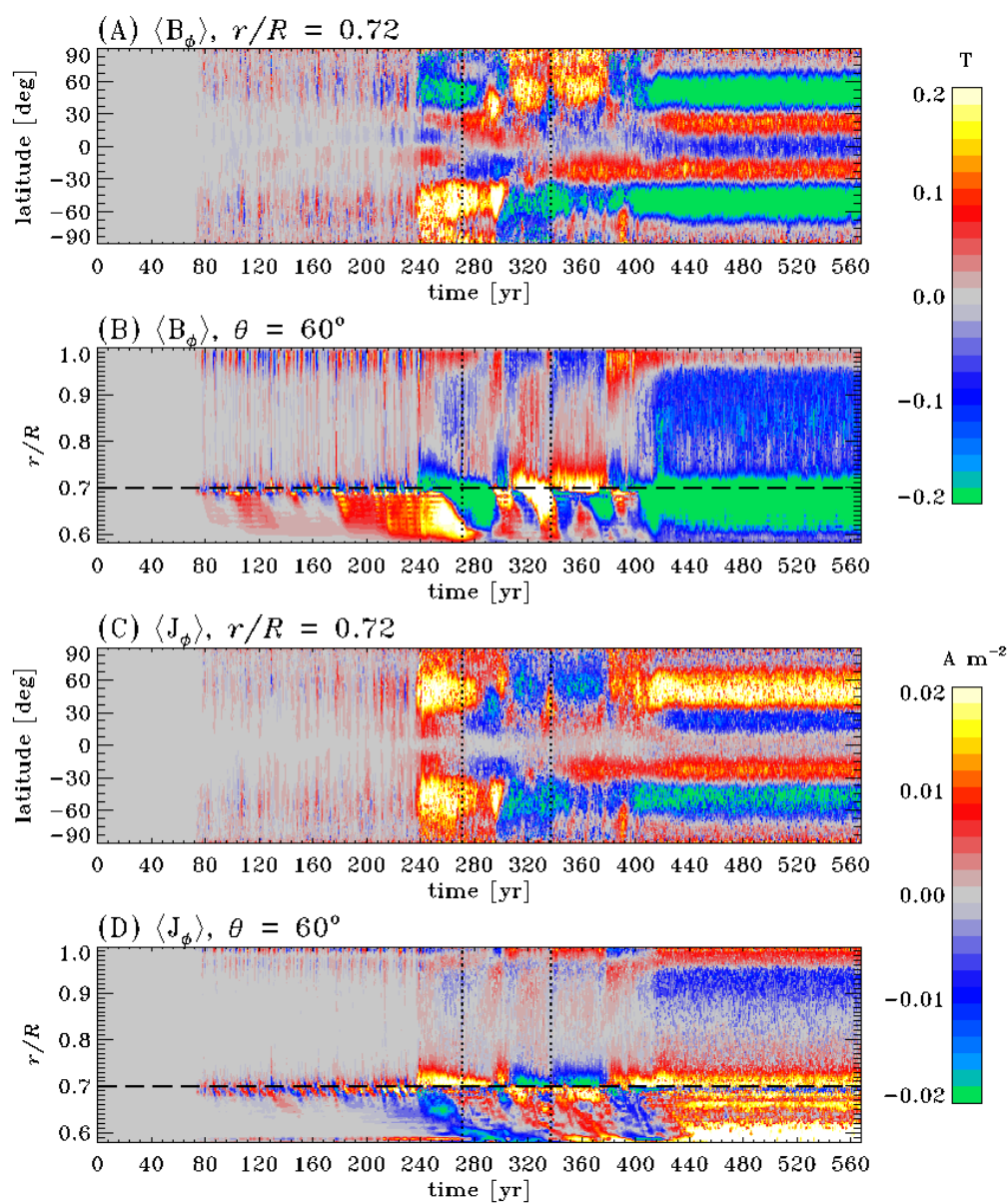


Figure 3.12 – Représentations des composantes toroïdales du champ magnétique ($\langle B_\phi \rangle$) et de la densité de courant ($\langle J_\phi \rangle$) dans des diagrammes latitude-temps (à $r/R_\odot = 0.72$) et rayon-temps (à $\theta = 60^\circ$) pour la simulation MHD avec zone stable. Les quantités ont été moyennées longitudinalement. Les traits verticaux représentent la plage de temps dans laquelle la majorité des analyses sont effectuées dans cette section.

les simulations sont à des maxima d'activité magnétique (pour la simulation avec couche stable, c'est lors de la première émergence d'un champ magnétique fort). La Figure 3.13 les montre à de tels moments, avec la colonne de gauche et droite montrant respectivement les simulations sans et avec couche stable. Commençons avec les zones de convection dans les panneaux (A) et (B). Hormis la question de la polarité, les deux simulations se ressemblent énormément en terme d'intensité et de localisation spatiale du champ magnétique toroïdal, avec des accumulations au bas de la zone de convection, allant des mi-latitudes aux hautes latitudes, et près de la surface, aux hautes latitudes. La seule caractéristique s'ajoutant à la simulation avec zone stable est la plus forte accumulation de champ à la base de la zone de convection, près de l'équateur. La zone stable du panneau (B) est antisymétrique par rapport à l'équateur et semble suivre, pour la majorité de son domaine, la polarité définie à la base de la zone de convection. Le seul endroit qui n'est pas vraiment antisymétrique se situe à l'équateur, où il semble y avoir un échange de champ magnétique entre les hémisphères. Refaisons le même exercice pour les panneaux (C) et (D). Encore une fois, les similarités et différences entre les deux simulations dans la zone de convection se situent aux mêmes endroits que pour les champs magnétiques toroïdaux. La zone stable est symétrique par rapport à l'équateur cette fois (en accord avec l'antisymétrie du champ magnétique toroïdal), mais semble comporter beaucoup plus de petites structures spatiales que dans le panneau (B). Il est difficile de voir ici si les nappes de courants se connectent entre les hémisphères.

Il est utile maintenant d'analyser la structure longitudinale du champ magnétique toroïdal, afin de déterminer son degré d'axisymétrie. La Figure 3.14 montre cette quantité à différentes profondeurs à des moments où l'activité magnétique est maximale, pour chaque simulation (la colonne de gauche est la simulation sans zone stable et la colonne de droite celle avec une telle zone). Nous constatons qu'en général le champ magnétique toroïdal est plutôt axisymétrique à toutes les profondeurs dans la simulation sans zone stable (l'intensité du champ magnétique ne varie pas en longitude), mais que ce n'est pas le cas dans la simulation avec zone stable. L'énergie magnétique en direction toroïdale ne se retrouve donc pas dans le même mode dans les deux simulations. Sous une représentation en harmoniques sphériques, la simulation sans couche stable aurait la

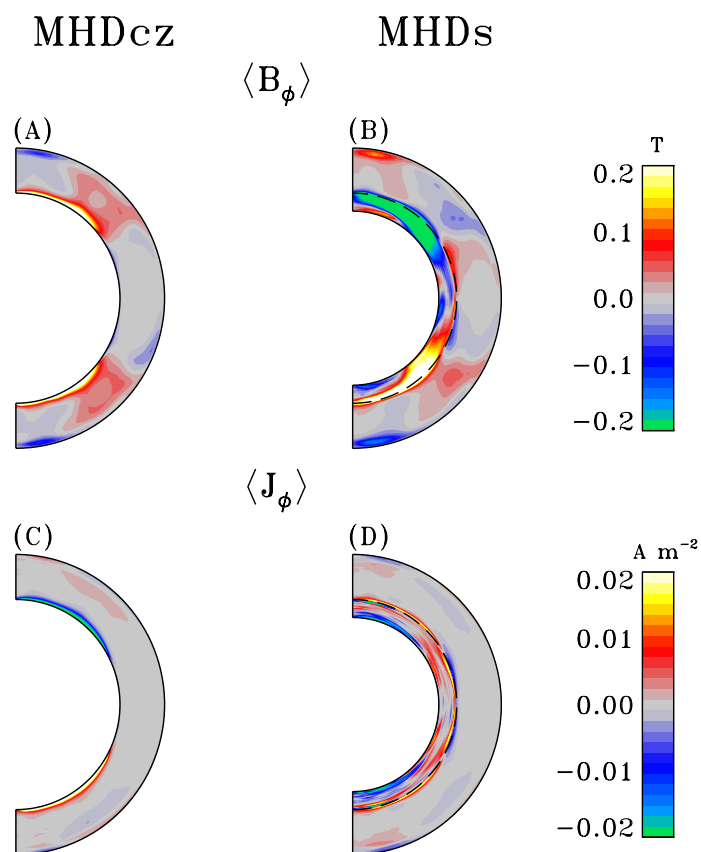


Figure 3.13 – Représentations polaires des composantes toroïdales du champ magnétique ($\langle B_\phi \rangle$) et de la densité de courant ($\langle J_\phi \rangle$) pour les simulations sans ((A) et (C)) et avec ((B) et (D)) couche stable. Les courbes tiretées sur les panneaux (B) et (D) indiquent la position de la base de la zone de convection. Les résultats montrés ont été moyennés sur quelques jours solaires lors du premier maximum d'activité magnétique à apparaître dans les plages de temps fournies dans la § 3.1.

majorité de son énergie dans le mode $m = 0$, tandis que la simulation avec couche stable aurait une fraction d'énergie considérable dispersée dans les modes $m > 0$.

En somme, les propriétés magnétiques des simulations sans et avec couche stable se ressemblent lorsque nous nous concentrons sur une phase particulière dans la seconde. La localisation spatiale du champ magnétique et son intensité sont très similaires, tandis que la symétrie équatoriale et l'axisymétrie sont plutôt différentes. L'ajout de la zone stable emmène de fortes concentrations de champ magnétique dans cette dernière.

Ayant maintenant une meilleure idée des structures magnétiques dans les simulations, réalisons les mêmes analyses que dans la § 3.2 en considérant ces structures dans les explications aux divers phénomènes.

3.3.2 Turbulence et convection

La présence de champ magnétique dans l'ensemble du domaine risque d'affecter la convection et les écoulements à toutes les échelles en raison de la rétroaction de la force de Lorentz sur ceux-ci. Dans cette section, l'intérêt principal est dirigé vers les petites échelles spatiales.

La Figure 3.15 décrit les perturbations selon l'écoulement radial à l'aide de représentations sous la forme de profils radiaux de la moyenne quadratique de ces quantités. Ceux-ci ressemblent énormément aux profils purement HD représentés à la § 3.2.1, surtout dans le haut de la zone de convection. La présence de champ magnétique dans la zone stable atténue légèrement l'amplitude du profil radial à la base de la zone de convection (les ondes de gravité) et dans la région de l'overshoot, ceci faisant en sorte que les profils des simulations avec et sans zone stable concordent encore mieux l'un avec l'autre.

La ressemblance des propriétés du mouvement turbulent vertical entre les simulations HD et MHD se poursuit lorsqu'on examine les diagrammes en représentation de Mollweide de u'_r à la Figure 3.16. Ceux-ci ont été extraits à un pas de temps où l'activité magnétique est maximale, afin de tenter de déterminer l'impact de celle-ci sur le mouvement convectif. Les mêmes commentaires émis pour la Figure 3.2 peuvent être ré-exprimés ici : présence de cellules-bananes dans le cylindre tangent extérieur à la base

Champ magnétique toroidal lors d'un maximum d'activité

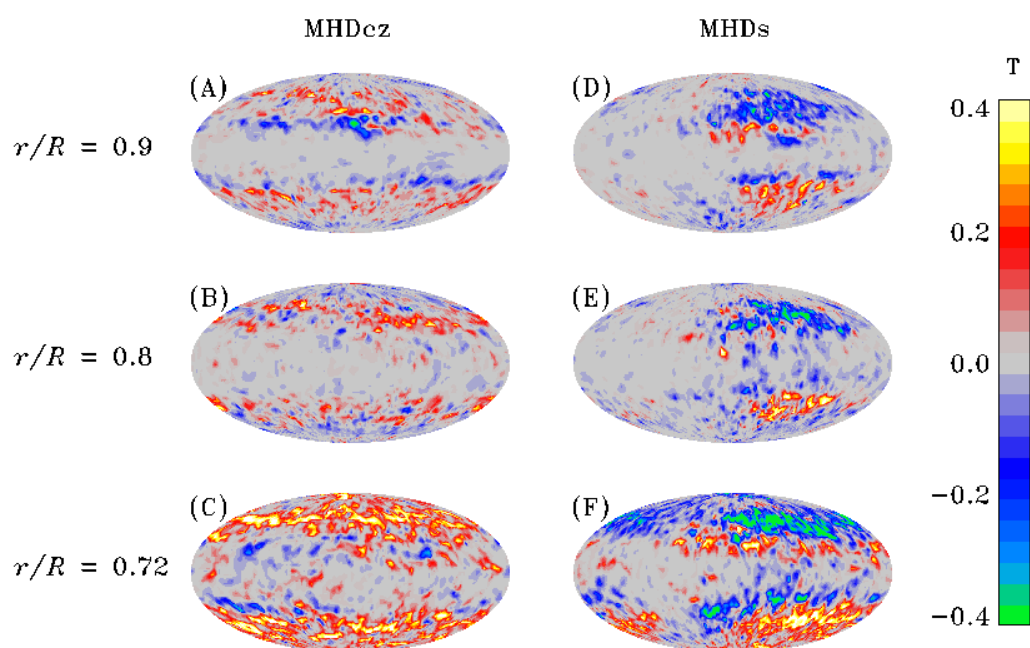


Figure 3.14 – Représentations de Mollweide du champ magnétique toroïdal, pour les deux simulations, lors du premier maximum d'activité répertorié dans les intervalles de temps sur lesquels les analyses sont effectuées dans cette section, conformément aux valeurs fournies dans la § 3.1. Les diagrammes ont été extraits à trois profondeurs : $r/R_{\odot} = 0.9, 0.8$ et 0.72 . Le pas de temps utilisé pour une simulation donnée est le même pour toutes les profondeurs.

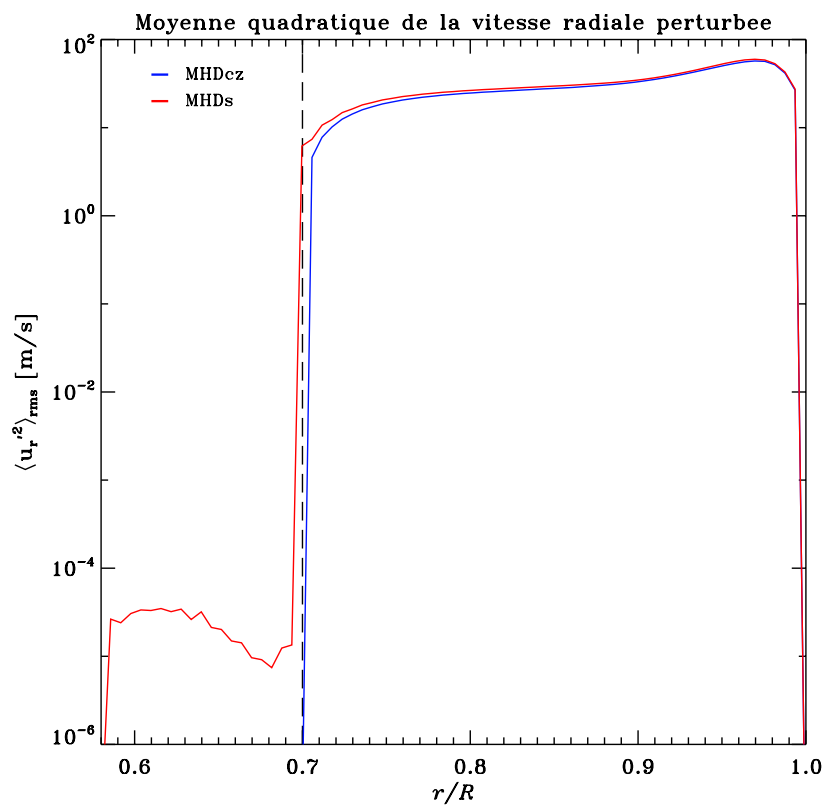


Figure 3.15 – Valeurs des moyennes quadratiques de la vitesse radiale perturbée par rapport à sa moyenne selon la profondeur, sur une échelle logarithmique pour discerner les fluctuations dans la zone stable (s’il y a lieu). Les courbes en bleu et en rouge représentent respectivement les simulations MHD sans et avec couche stable. Les moyennes temporelles appliquées à ces courbes concordent avec les intervalles affichés dans la § 3.1. Le trait vertical à $r/R_{\odot} = 0.7$ dénote la position de l’interface entre la zone stable et la zone de convection.

de la zone de convection et vitesses radiales atténuées à la base de la zone de convection. Si nous enlevions les étiquettes permettant d'identifier les simulations, il nous serait très difficile de déterminer quel ensemble de graphiques appartient à quelle simulation.

Il faut s'attarder aux histogrammes de vitesses radiales perturbées pour déceler les premières différences avec les simulations HD. La Figure 3.17 illustre les distributions de cette quantité à trois profondeurs différentes, sur toutes les longitudes, latitudes et jours solaires (comme indiqué à la § 3.1). Bien qu'on observe toujours de plus grandes vitesses dans la simulation avec zone stable à toutes les profondeurs que la simulation sans zone stable (ailes des distributions plus élevées), la différence entre les deux est moins importante que dans les cas HD. L'ajout de champ magnétique ne semble pas affecter outre mesure les distributions de vitesses dans la simulation sans couche stable, mais affecte la quantité de points de maille qui possèdent une vitesse radiale perturbée élevée. Ceci est dû à la présence de champ magnétique près de l'interface qui agit comme résistance additionnelle au mouvement vertical. Nous en avons déjà vu un indice en comparant les courbes des simulations avec couche stable provenant des Figures 3.1 et 3.15 où l'overshoot est un peu moins important dans la simulation MHD que dans la simulation HD. C'est un comportement qui a déjà été étudié et compris par le passé dans la simulation EULAG [42]. Pour le reste, la forme des courbes ressemblent aux courbes HD, en particulier l'asymétrie qui est toujours présente, pouvant être expliquée encore une fois par un effet de la conservation de la masse.

Conformément aux trois graphiques présentés précédemment dans cette section, les hélicités cinétiques sur l'écoulement perturbé présentées à la Figure 3.18 pour les cas MHD sont très similaires aux cas HD, hormis quelques différences à la base de la zone de convection et près des pôles pour les simulations avec couche stable. La présence d'une zone stable, même avec la présence d'un champ magnétique, ne modifie pas le caractère hélical de la simulation. Nous pouvons également affirmer que la présence de champ magnétique en général ne modifie pas globalement l'aspect cyclonique de la convection.

Une quantité similaire à l'hélicité cinétique peut être calculée avec le champ magné-

Turbulence radiale typique a un maximum d'activite

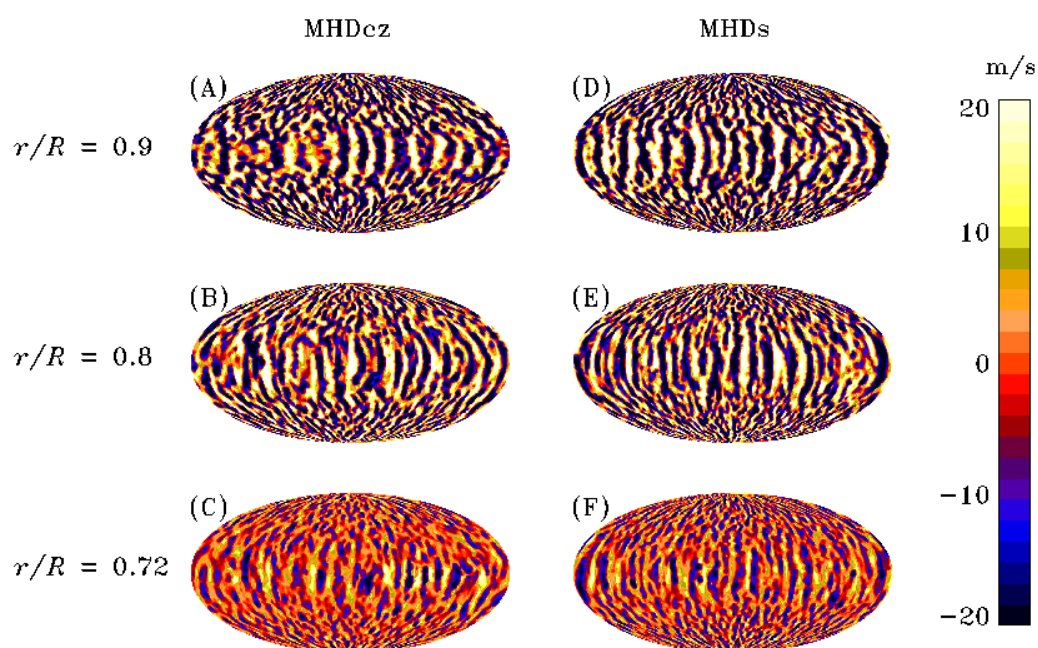


Figure 3.16 – Représentation du mouvement convectif à l’intérieur des simulations MHD sans (A-C) et avec (D-F) couche stable, à trois profondeurs distinctes, lors du premier maximum d’activité magnétique répertorié dans les plages de temps définies dans la § 3.1. La quantité représentée ici est la fluctuation de la vitesse radiale par rapport à sa moyenne longitudinale. Le même pas de temps est utilisé pour chaque profondeur d’une même simulation.

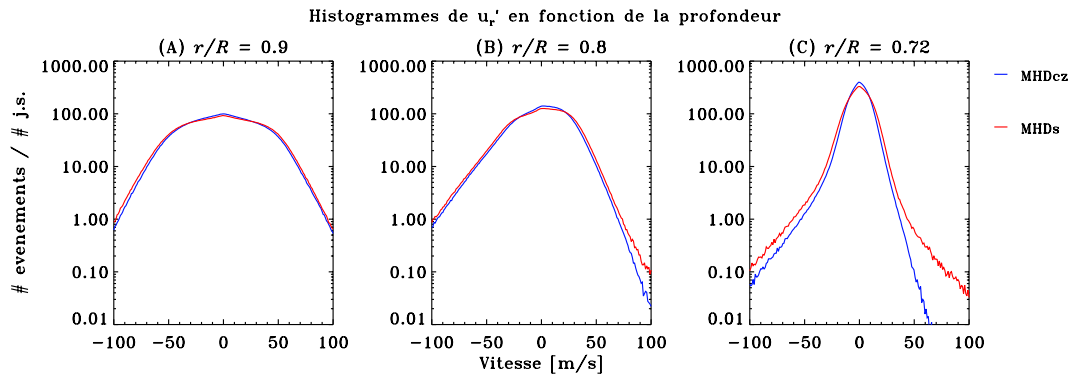


Figure 3.17 – Histogrammes présentant la distribution des vitesses radiales fluctuantes par rapport à leur moyenne en fonction de diverses profondeurs dans les simulations MHD. La courbe en bleu représente la simulation sans couche stable et la courbe en rouge celle possédant une telle couche. La quantité de données incluses dans ces diagrammes est $n_\phi \times n_\theta \times n_t$, où n_t est le nombre de jours solaires inclus dans les plages de temps définies à la § 3.1. Les courbes ont chacune été normalisées par leurs n_t respectifs de façon à ce qu’elles soient de même amplitude.

tique

$$h_B = \mathbf{b} \cdot \nabla \times \mathbf{b} . \quad (3.8)$$

Cette quantité est appelée la densité d’hélicité magnétique (l’hélicité magnétique est obtenue en l’intégrant sur le volume) et décrit comment les lignes de champ magnétique s’enroulent entre elles [30]. Il est possible de calculer cette hélicité sur les perturbations du champ magnétique, décrivant l’aspect cyclonique du champ turbulent. La Figure 3.19 montre de telles quantités sur les simulations avec et sans zone stable. Pour la majorité de la zone de convection, les deux hélicités cinétiques se ressemblent en amplitudes et en polarité. À la base de la zone de convection, l’amplitude du signal est réduite dans la simulation avec zone stable en plus de changer de polarité aux basses latitudes. Nous notons cependant que la majorité de la base de la zone de convection est de même polarité dans les deux cas et est anti-symétrique par rapport à l’équateur. Ceci indique que les simulations, même si elles n’ont pas le même patron spatiotemporel de champ magnétique aux grandes échelles (degré de symétrie par rapport à l’équateur), respectent la règle d’hélicité hémisphérique, aux petites échelles. Celle-ci stipule que l’hélicité magnétique

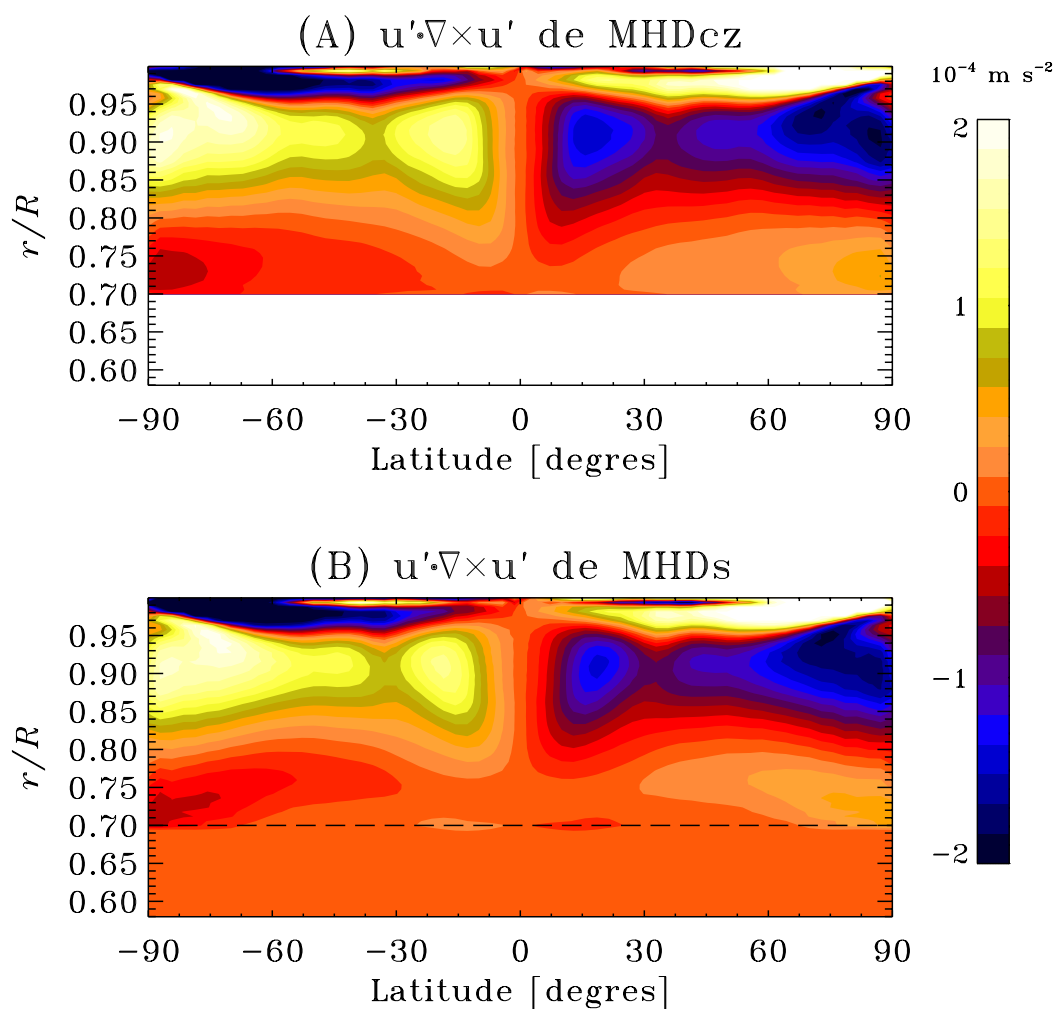


Figure 3.18 – Représentation cartésienne de la densité d’hélicité cinétique de la vitesse turbulente moyennée longitudinalement dans les simulations MHD. Le panneau (A) représente la densité d’hélicité prise dans la simulation sans zone stable et le panneau (B) celle prise dans la simulation avec une telle zone. Les densités sont moyennées dans le temps selon les plages fournies dans la § 3.1.

dans chaque hémisphère est antisymétrique par rapport à l'équateur, une propriété observée sur le Soleil au niveau entre autre des taches solaires, de la chromosphère et de la couronne [30]. Des explications possibles seraient liées à la force de Coriolis, à la rotation différentielle et à la convection turbulente [96]. Il semble, dans ces deux simulations, que cette règle soit respectée à l'échelle des champs magnétiques turbulents et que l'ajout d'une zone stable n'y change rien, bien que la majorité du champ magnétique se situe à la base de la zone de convection (et dans la zone stable dans un cas). L'antisymétrie équatoriale est également vaguement respectée dans la zone stable, indiquant que cette propriété puisse être robuste à nos simulations.

Globalement, l'ajout de champ magnétique tend à amoindrir les perturbations sur le mouvement convectif. Ceci n'est pas en soi surprenant, puisque la rétroaction de la force de Lorentz sur l'écoulement devrait agir comme un amortisseur des ondes de gravité qui se développent à l'interface (CITATION). Les figures montrées précédemment illustrent bien ce résultat, en plus de démontrer que l'ajout de champ magnétique ne change pas le caractère convectif des simulations sur le milieu et le haut de la zone de convection, peu importe la présence ou non d'une zone stable.

3.3.3 Aspects thermiques

Bien que les mouvements convectifs soient très similaires dans les quatre simulations, qu'en est-il de la température potentielle et du flux convectif ? La Figure 3.20 illustre la perturbation de la première quantité par rapport à l'état ambiant, polytropique et isentropique, dans les simulations MHD en représentations polaires moyennées en longitude et en temps (sur un nombre de cycles magnétiques entier) dans les panneaux (A) et (B). Le panneau (C) contient toujours la différence de température pôle-équateur, définie de la même façon qu'à la Figure 3.5. Nous constatons encore une fois qu'il n'y a pas vraiment de différences qualitatives au niveau de la perturbation en température potentielle dans les zones de convection des deux simulations, et qu'il y a toujours cette augmentation juste en-dessous de la base de la zone de convection. À ce niveau, l'inclusion de champ magnétique dans les simulations ne change pas les profils de Θ' . Cependant, lorsque nous analysons le panneau (C), nous remarquons que les différences de

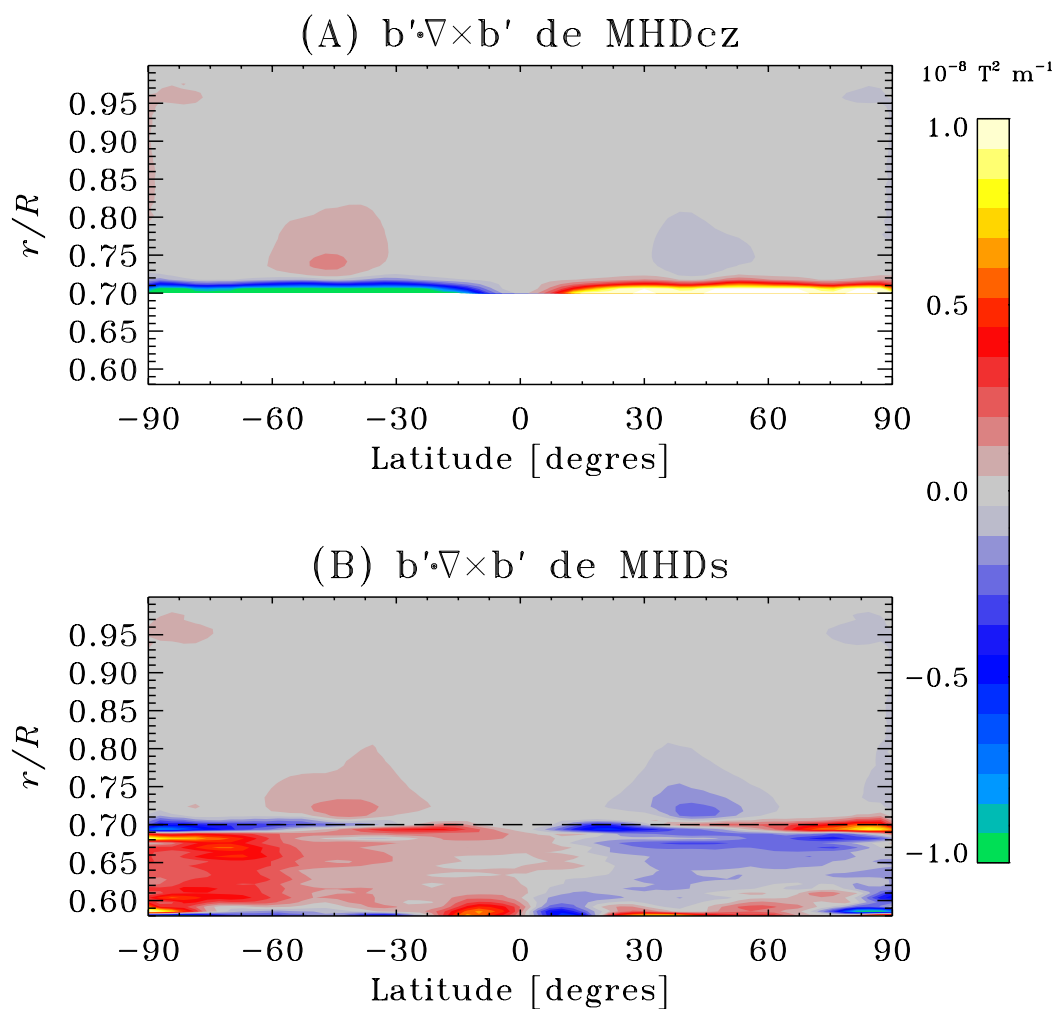


Figure 3.19 – Représentation cartésienne de la densité d’hélicité magnétique du champ magnétique turbulent moyennée longitudinalement. Les panneaux (A) et (B) représentent respectivement les simulations sans et avec couche stable. Les densités sont moyennées dans le temps selon les plages temporelles usuelles.

températures pôle-équateur sont modifiées par rapport aux cas HD, étant plus intenses près de la surface dans les cas sans et avec couche stable et plus faible juste sous l'interface. Les courbes sont très près l'une de l'autre dans la majorité de la zone de convection, ceci étant expliqué par la faible différence de température sous l'interface qui se répercute moins dans celle-ci. Cette diminution de la différence de température potentielle sous l'interface est évidemment due à la forte présence de champ magnétique, mais dans quelle mesure ? Le lien causal entre le champ magnétique, la différence de température potentielle et la possible circulation méridienne située juste sous l'interface sera exploré au prochain chapitre. Il faut également s'attendre à observer des différences marquantes dans les profils de rotation différentielle et de circulation méridienne par rapport aux simulations HD, un sujet rapidement abordé dans la § 3.3.4.

Le flux convectif moyen pour les simulations MHD est représenté à la Figure 3.21. Nous observons le même genre de courbes que pour les simulations HD : le flux pour la simulation avec zone stable est légèrement supérieur à la simulation sans zone stable sur tout le domaine, les formes des courbes sont similaires et il y a présence d'oscillations près de la base de la zone de convection dans le cas avec couche stable. Cependant, sur ce dernier point, les oscillations sont fortement amorties, probablement à cause de la forte présence de champ magnétique fournissant une résistance additionnelle. Les raisons expliquant la forme de ces courbes sont les mêmes que pour les cas HD : le réservoir d'énergie thermique supplémentaire et la condition limite différente sur le mouvement radial sont les deux principaux facteurs menant au flux légèrement supérieur dans le cas avec couche stable.

Les aspects thermiques et convectifs sont très similaires entre les deux simulations MHD, et même avec les simulations HD sous certains aspects. La différence notable réside dans les différences de températures pôle-équateur en surface et sous l'interface. Celle-ci affectera la rotation différentielle et la circulation méridienne, comme nous le verrons dans la section suivante.

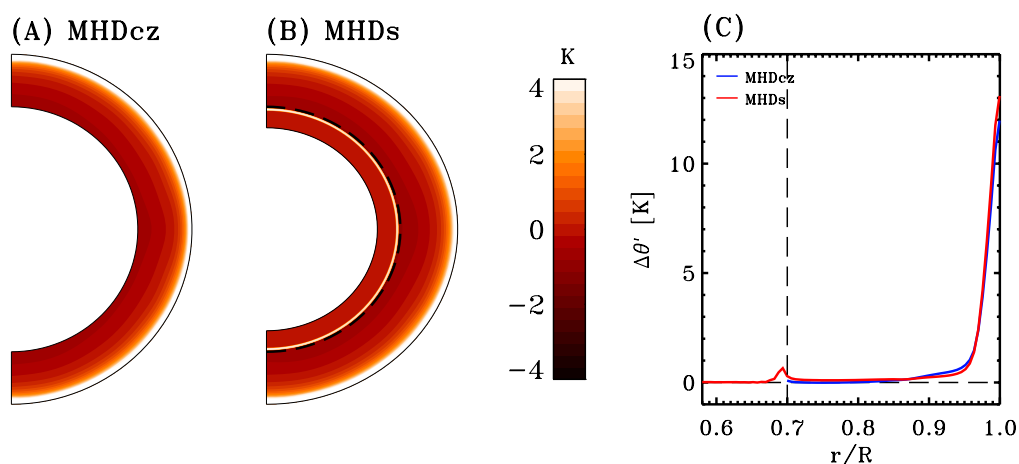


Figure 3.20 – Caractérisation des températures potentielles dans les simulations MHD. Les panneaux (A) et (B) représentent respectivement la distribution spatiale de la température potentielle des simulations sans et avec couche stable (moyennée dans le temps sur les intervalles usuels). La courbe tirée du panneau (B) indique la position de l’interface. Le panneau (C) illustre la différence de température potentielle, moyennée dans le temps, entre le pôle nord et l’équateur en fonction du rayon.

3.3.4 Rotation

La présence de champ magnétique dans les simulations doit indéniablement modifier les profils de rotation et de circulation méridienne puisque la force de Lorentz affecte le mouvement du plasma (au moins aux grandes échelles). La Figure 3.22 montre des représentations en coupes polaires des fréquences de rotation, de la vitesse latitudinale et de la localisation spatiale du nombre de Rossby dans les simulations MHD. Les quantités illustrées ont toutes été moyennées en longitude et en temps, sur les plages de temps définies à la § 3.1.

Commençons tout d’abord par comparer uniquement ces deux simulations entre elles, sans égard pour leurs contreparties HD. De façon empirique, on note que l’ajout d’une zone stable diminue le contraste pôle-équateur de rotation différentielle, mais ne change pas en général la forme des isocontours de rotation. On remarque également un léger gain en fréquence aux mi-latitudes et à la base du domaine près de l’équateur dans la simulation avec zone stable, en plus d’avoir des plages de fréquences plus faibles que

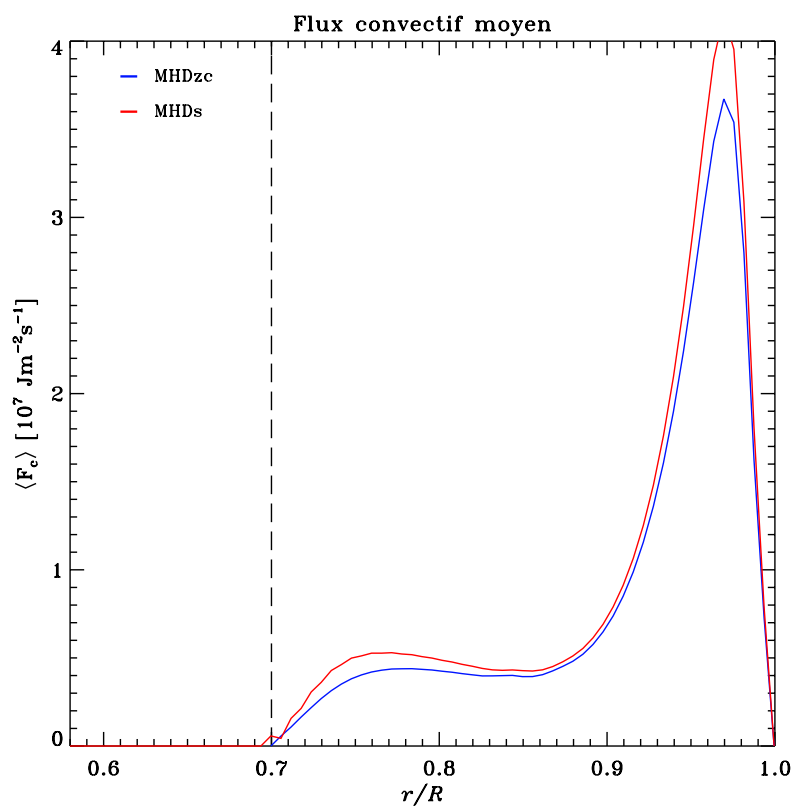


Figure 3.21 – Profils radiaux des flux convectifs moyens dans les simulations MHD sans et avec couche stable (bleu et rouge respectivement). La moyenne a été effectuée en longitude, en latitude et sur la plage usuelle de temps. Le trait vertical à $r/R_{\odot} = 0.7$ dénote la position de la base de la zone de convection.

la moyenne aux pôles qui sont plus étroites. Étant donné les propriétés magnétiques et convectives similaires dans les zones de convection de chaque simulation, la grande disparité entre les profils de rotation doit être causé en grande partie par l'ajout de la zone stable. La vitesse plus faible à l'équateur est un phénomène déjà noté dans les simulations HD, il est seulement plus drastique ici. Les vitesses latitudinales et les circulations méridiennes se ressemblent énormément, avec possiblement un profil légèrement plus intense pour la simulation avec zone stable. L'ajout de celle-ci ne joue pas un grand rôle dans la dynamique méridienne de l'écoulement. Finalement, les isocontours des nombres de Rossby sont similaires dans les deux simulations, mais les valeurs sont clairement plus basses au bas de la zone de convection dans la simulation avec une couche stable, indiquant une influence plus grande de la force de Coriolis sur l'écoulement. Les valeurs moyennes du nombre de Rossby pour les simulations sans et avec couche stable sont respectivement 0.67 et 0.59, indiquant que la présence de la zone stable amortit l'advection au bas de la zone de convection d'environ 12%.

Analysons maintenant l'effet de l'ajout du champ magnétique dans les simulations. Dans tous les cas, cet ajout freine la vitesse de rotation de l'équateur et aminci la région lente près des pôles, si nous comparons avec le cas HD (Figure 3.7). Le bris du théorème de Taylor-Proudman est toujours présent lorsque la couche stable est présente, mais est moins bien défini lorsqu'il y a du champ magnétique. Ceci peut être expliqué par la différence de température pôle-équateur plus élevée en surface dans les simulations MHD que dans les simulations HD, ce qui permet une circulation méridienne plus intense (nous pouvons nous en assurer simplement en comparant les profils de circulation de chaque simulation) et doit favoriser une redistribution du moment cinétique plus efficace (accélération des pôles et décélération de l'équateur par conservation du moment cinétique). La différence de température pôle-équateur juste en-dessous de la base de la zone de convection est inférieure pour les cas MHD que les cas HD, pouvant expliquer ultimement pourquoi le bris des isocontours de rotation cylindrique est moins efficace (le gradient latitudinal d'entropie est moins élevé [102]). Finalement, l'ajout de champ magnétique n'affecte pas outre mesure la distribution spatiale des nombres de Rossby, mais diminue légèrement leurs valeurs moyennes (surtout au bas de la zone de

convection, où la majorité du champ magnétique est concentré).

Les flux de moments cinétiques peuvent nous donner des indices importants à propos de la redistribution de l'énergie incluse dans la rotation et ainsi expliquer les différences entre les profils de rotation différentielle. De tels flux peuvent être calculés pour les composantes HD, comme à la § 3.2.3, mais également des flux pour les composantes magnétiques. Comme introduit dans [9], voici les expressions pour les composantes magnétiques assurant la balance du flux total

$$\mathcal{L}_M(r, \theta, t) = \mu_0^{-1} \langle B'_\phi \mathbf{B} \rangle r \cos \theta , \quad (3.9)$$

$$\mathcal{L}_T(r, \theta, t) = \mu_0^{-1} B_\phi \mathbf{B} r \cos \theta , \quad (3.10)$$

où \mathcal{L}_M est le flux lié aux composantes du champ magnétique non-axisymétrique et \mathcal{L}_T est le flux lié aux composantes axisymétriques.

La Figure 3.23 représentent les flux radiaux et latitudinaux de ces composantes, en plus d'inclure ceux introduits pour les simulations HD. Encore une fois, commençons par simplement comparer les simulations MHD entre elles avant de s'attarder aux différences avec les simulations HD.

Les flux radiaux entre les deux simulations (colonne de gauche) se ressemblent dans leurs formes, mais pas dans leurs amplitudes et (parfois) leurs signes. Le flux lié au stress de Reynolds, qui est lui-même relié directement à l'établissement de la rotation différentielle, est plus faible dans la moitié supérieure de la zone de convection dans la simulation avec couche stable, ce qui expliquerait en partie pourquoi la vitesse élevée à l'équateur est plus faible dans celle-ci (il n'y a d'ailleurs qu'à peu près ce flux qui a un impact sur la dynamique rotationnelle dans cette région du domaine). Le flux lié à la force de Coriolis sur la circulation méridienne et celui lié au couple magnétique sont ceux qui se ressemblent le plus dans les deux simulations, bien que dans le premier cas le flux soit négatif au lieu d'être positif près de la surface et que dans le second il y ait une composante non-nulle près de la tachocline et dans la couche stable. Finalement, le flux lié aux composantes du champ non-axisymétrique est très différent dans les deux simulations, étant presque nul dans la simulation sans zone stable et étant négatif sur tout

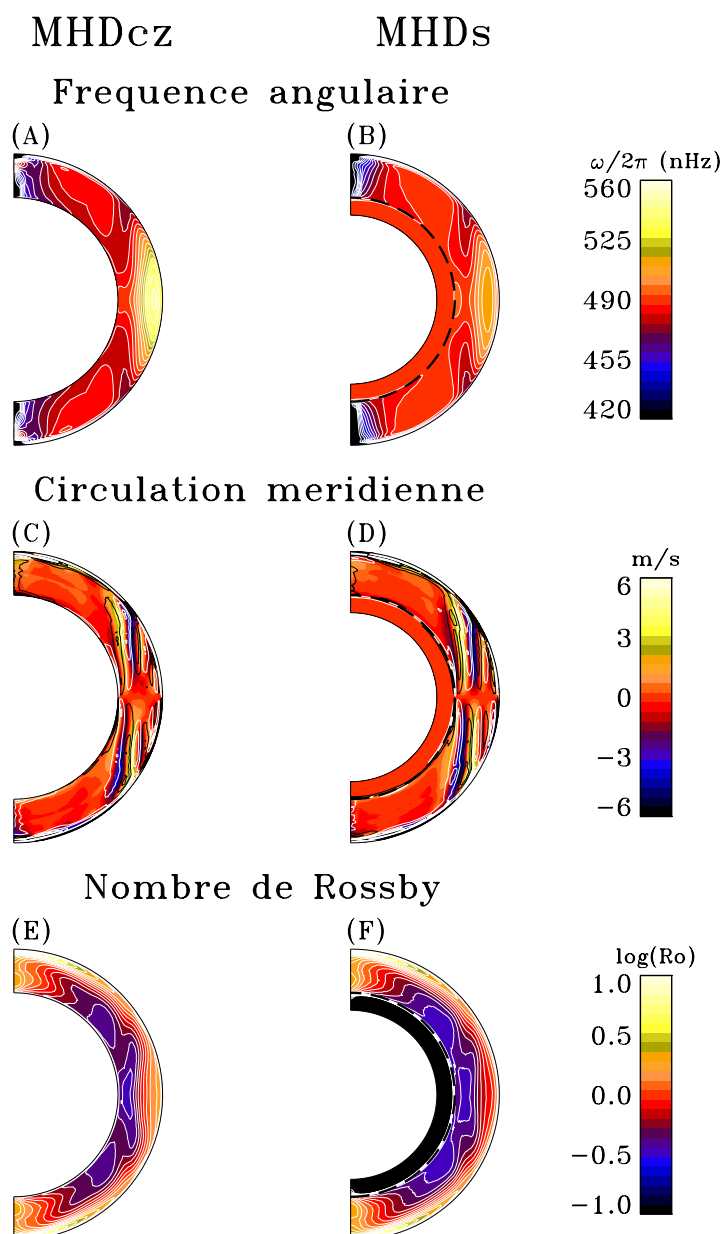


Figure 3.22 – Écoulements aux grandes échelles des simulations MHD. La colonne de gauche contient les diagrammes des simulations sans couche stable et la colonne de droite ceux des simulations avec couche stable. Les panneaux (A) et (B) représentent la fréquence angulaire des simulations, illustrant la rotation différentielle, avec les isocontours de rotation tracés en blanc. Les panneaux (C) et (D) montrent la composante latitudinale de l'écoulement ainsi que les cellules de circulation méridienne : noir une circulation dans le sens anti-horaire et blanc une circulation horaire. Les panneaux (E) et (F) illustrent la distribution spatiale du nombre de Rossby, avec leurs isocontours tracés en blanc. Tous les diagrammes ont été moyennés dans le temps sur la plage de temps usuelle pour les deux simulations. Les courbes tirées sur les panneaux (B), (D) et (F) indiquent la position de la base de la zone de convection.

le domaine dans la simulation avec zone stable. Ceci peut être un impact direct de la plus forte tendance de la simulations avec couche stable de former des structures magnétiques non-axisymétriques, celles-ci voulant ramener le moment cinétique dans la zone stable. L'effet de la présence de celle-ci se répercute ici surtout sur les stress de Reynolds et les composantes non-axisymétrique du champ magnétique (par l'entremise d'une valeur non-nulle à la base de la zone de convection et dans la zone stable).

Les flux latitudinaux se ressemblent vaguement entre les deux simulations sauf les flux liés à la force de Coriolis agissant sur la circulation méridienne qui sont très différents l'un de l'autre, en particulier près de l'équateur. Cette situation n'est pas sans rappeler les flux des simulations HD, mais concentrons-nous d'abord sur les flux des simulations MHD. Les flux liés aux stress de Reynolds sont ceux qui se ressemblent le plus, tant au niveau de la similarité entre les courbes et de l'amplitude de celles-ci. Un détail intéressant émergeant de ces flux réside dans les composantes magnétiques : on inverse les contributions axisymétriques et non-axisymétriques du champ magnétique dans l'une des simulations et on obtient presque exactement les mêmes courbes dans l'autre. Ceci implique que dans l'une des simulations la dynamique magnétique est gérée par les champs axisymétriques et aidée dans une moindre mesure par les champs non-axisymétriques (simulation sans zone stable), tandis que dans l'autre les rôles sont inversés. Ceci est en accord avec les structures magnétiques observées à la Figure 3.14. La zone stable ici affecte la redistribution du moment cinétique au niveau de la force de Coriolis sur l'écoulement méridien et les composantes magnétiques, par le biais d'une formation de champ magnétique ayant une topologie différente.

Attardons-nous maintenant à comparer les flux des simulations HD aux composantes pertinentes des simulations MHD. Pour les simulations sans zone stable, les composantes HD des flux sont très similaires, surtout en direction radiale. Ce dernier cas peut être expliqué par la très faible contribution des composantes magnétiques. Pour les flux latitudinaux, il y a une variation de l'amplitude des flux HD en fonction des flux des composantes magnétiques de façon à amoindrir l'effet de ces derniers sur le système, sans toutefois totalement réussir. Ceci est causé par la rétroaction de la force de Lorentz sur l'écoulement [9]. En ce qui concerne les simulations avec zone stable, l'effet du champ

magnétique est plus marqué, réduisant l'amplitude des flux liés aux stress de Reynold dans les flux radiaux et en l'augmentant dans les flux latitudinaux, et en observant les effets inverses pour les flux liés à la force de Coriolis appliquée sur la circulation méridienne. Globalement, pour toutes les simulations, l'influence des composantes magnétiques n'est pas seulement additive sur le flux total, mais modifie également les autres composantes. Ceci explique pourquoi, malgré le fait que nous ayons des schémas convectifs très ressemblant entre les cas HD et MHD, il y a des différences notables dans les écoulements aux grandes échelles.

3.3.5 Énergies

Les courbes d'énergies des simulations MHD peuvent nous en dire plus sur la dynamique s'établissant à l'intérieur de chacune d'elles. La Figure 3.24 montre, en deux panneaux, les énergies cinétiques et magnétiques dans chaque simulation. Chaque type d'énergie est séparé en deux composantes : axisymétrique et non-axisymétrique. En observant le panneau (A), on note immédiatement que les deux composantes de l'énergie magnétique varient cycliquement sur une période d'environ 26 ans, correspondant à la demi-période du cycle magnétique. On remarque également que la composante axisymétrique de l'énergie cinétique (représentée en grande partie par la rotation différentielle) varie temporellement avec le cycle magnétique et que celle-ci est anti-corrélée avec la variation de l'énergie magnétique. Ceci signifie que plus l'énergie magnétique est élevée, les écoulements aux grandes échelles contiennent de l'énergie. Notons que la composante non-axisymétrique de l'énergie cinétique n'est pas du tout affectée par la présence du champ magnétique, corroborant les graphiques montrés à la § 3.3.2 (puisque celle-ci est liée à la turbulence et la convection). Finalement, le niveau d'énergie cinétique est similaire à son équivalent HD, avec l'énergie magnétique s'additionnant à la balance énergétique (cette dernière est un ordre de grandeur plus faible que l'énergie cinétique, ce qui n'est pas irrégulier dans ce genre de simulations [26, 61]). Cette simulation est très régulière dans ses inversions de polarité et dans sa dynamique ; ce n'est donc pas surprenant d'obtenir ce genre de résultat dans ses courbes d'énergies.

Si nous nous tournons maintenant vers le panneau (B), il y a beaucoup plus d'ac-

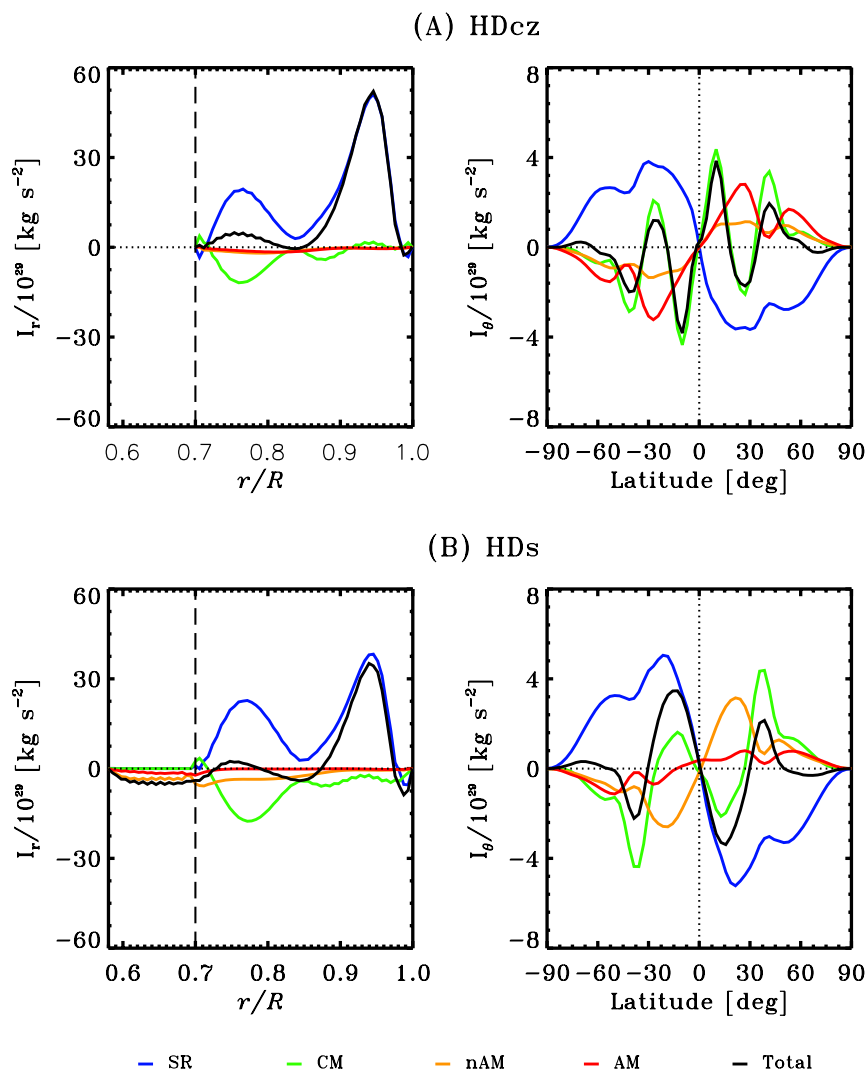


Figure 3.23 – Flux de moments cinétiques séparés en composantes axisymétriques et non-axisymétriques pour les simulations MHD. Le panneau (A) montre les flux pour la simulation sans zone stable, avec le graphique de gauche illustrant les flux radiaux et le graphique de droite les flux latitudinaux. Le panneau (B) montre les flux pour la simulation avec couche stable, avec l'ordre des graphiques inchangé par rapport au panneau (A). Une valeur positive pour les graphiques de gauche indique un flux vers la surface, tandis qu'une telle valeur pour les graphiques de droite indique un flux vers le pôle nord. Les courbes bleues représentent la composante liée aux stress de Reynolds, les courbes vertes la force de Coriolis appliquée sur la circulation méridienne, les courbes oranges les composantes non-axisymétriques du champ magnétiques et les courbes rouges les composantes axisymétriques de ce champ. La courbe en noir illustre le flux de moment cinétique total. Les flux ont été moyennés temporellement sur les plages de temps définies dans la § 3.1.

tion dans les courbes d'énergies tel qu'annoncé par la forme des champs magnétiques illustrés dans les graphiques de la § 3.3.1. Nous pouvons aisément détecter les fameuses quatre phases introduites dans cette section : la première ne contenant que de l'énergie cinétique, la seconde montrant une augmentation graduelle de l'énergie magnétique (à très faible amplitude), la troisième où celle-ci fait finalement d'importants gains au détriment de l'énergie incluse dans la rotation différentielle, et la dernière où les énergies cinétique et magnétique sont presque au même niveau d'intensité. Remarquons ici que les courbes d'énergie cinétique ressemblent énormément au cas HD jusqu'à environ 230 ans : la même phase d'instabilité cinétique qui semble contrecarrer l'établissement d'un champ magnétique, suivi d'une phase stable où ce champ n'est pas assez puissant pour influencer l'énergie cinétique. Par la suite, l'augmentation soudaine de l'énergie magnétique provoque la chute de l'énergie contenue dans la rotation différentielle, ce qui pourrait expliquer pourquoi le contraste est moins élevé que prévu dans la Figure 3.22. C'est durant cette phase que les simulations avec et sans couche stable se ressemblent le plus au niveau de l'amplitude respective des énergies (l'énergie cinétique est un ordre de grandeur plus élevé que l'énergie magnétique). Dans cette phase, dans toutes les courbes, on ne détecte pas le changement de polarité du champ magnétique de la simulation. Finalement, lorsque le champ magnétique se trouve dans l'état quadrupolaire (à $t > 400$ ans), les énergies cinétique et magnétique sont presque en équipartition, laissant présager que la simulation a atteint un état stable d'où il serait très difficile de l'en déloger. Notons que durant toutes ces transitions, hormis la première, l'énergie cinétique des mouvements non-axisymétriques ne varie pas. L'aspect convectif de la simulation n'est donc pas affecté par ces changements de modes magnétiques.

Essayons de comprendre d'où proviennent ces changements à l'aide de flux d'énergies traversant l'interface. Les transitions entre les différentes phases sont très abruptes : elles devraient laisser une signature dans les flux énergétiques. La Figure 3.25 montre les flux d'énergie cinétique au travers de l'interface dans la simulation MHD, tandis que la Figure 3.26 montre le flux d'énergie électromagnétique au travers de la même surface.

Au niveau du flux d'énergie cinétique, les deux premières phases ressemblent énormément au cas HD : l'amplitude des transferts entre la zone stable et la zone de con-

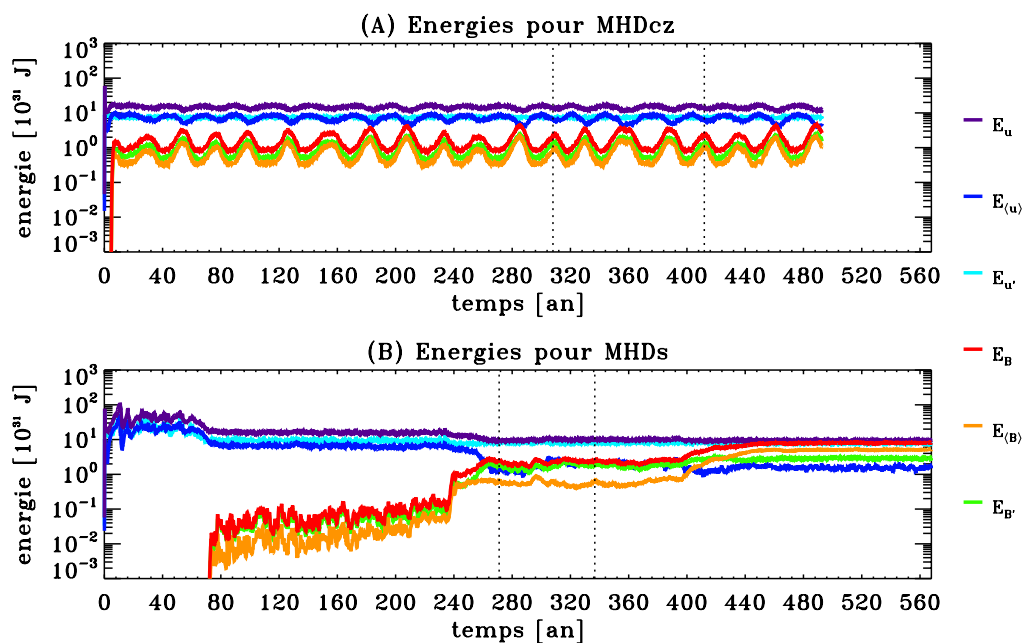


Figure 3.24 – Séquences temporelles d'énergies cinétiques et magnétiques des simulations MHD. Les énergies cinétiques sont tirées de l'écoulement total, moyen et perturbé (en violet, bleu et cyan respectivement), représentées sur une échelle verticale logarithmique. Similairement, les énergies magnétiques sont tirées des champs totaux, moyens et perturbés (en rouge, orange et vert respectivement). Les panneaux (A) et (B) montrent les énergies pour les simulations sans et avec couche stable respectivement. Les traits pointillés dans chacun des panneaux indiquent les plages de temps entre lesquelles la majorité des analyses sont effectuées dans ce chapitre, comme indiqué dans la section 3.1.

vection est élevée dans la première portion, suivi d'un amoindrissement majoritairement en provenance des composantes axisymétriques. Il y a toujours ces échanges d'énergie près des pôles pour les deux composantes et à l'équateur pour les composantes non-axisymétriques. L'arrivée de champ magnétique élimine la majorité des transferts près des pôles, surtout au niveau des mouvements axisymétriques (où il n'y a plus du tout de transfert d'énergie). Seule la turbulence près de l'équateur continue d'effectuer des échanges d'énergie entre les régions stables et instables. Les deux premières phases sont très similaires avec la simulation HD puisque le champ magnétique est soit inexistant ou très faible et situé près de la surface, donc il n'est pas en mesure d'interférer vraiment avec le transfert d'énergie. Cependant, aussitôt qu'il y a un champ magnétique qui s'établit à la base de la zone de convection, les transferts d'énergie liés aux mouvements axisymétriques s'arrêtent et ceux liés à la turbulence sont fortement amoindris. La présence de champ magnétique doit fournir une résistance additionnelle à ces transferts en réduisant l'overshoot et en éliminant le cisaillement à grandes échelles.

En ce qui concerne les flux d'énergie électromagnétique, ils sont très faibles dans les deux premières phases de la simulation, mais prennent progressivement de l'importance jusqu'à carrément être dominants dans la dernière phase. Dans la seconde phase, il y a des signaux à faible amplitude en provenance des structures aux petites échelles, ceux-ci ayant la même période que le petit cycle magnétique. Il y a donc un peu d'énergie transporté de la zone stable vers la zone de convection à ce moment. Durant la troisième phase, les échanges d'énergie électromagnétique entre la zone stable et la zone de convection s'accroissent, le transfert étant généralement vers cette dernière aux petites échelles et vers la zone stable aux grandes échelles. Ceci semble indiquer que ce sont les composantes du champ magnétique non-axisymétrique qui soutiennent le champ magnétique aux grandes échelles dans la zone de convection, impliquant qu'il y aurait une possible génération de champ turbulent dans la zone stable, puis un transfert vers l'extérieur où il s'aximétriserait et serait retransmis dans la zone stable. Les perturbations (ou instabilités non-axisymétriques) en provenance de la zone stable empêcherait l'établissement d'un cycle régulier [89]. Finalement, tout au long de la dernière phase, il y a un transfert d'énergie vers la zone stable aux hautes latitudes et un transfert vers la zone

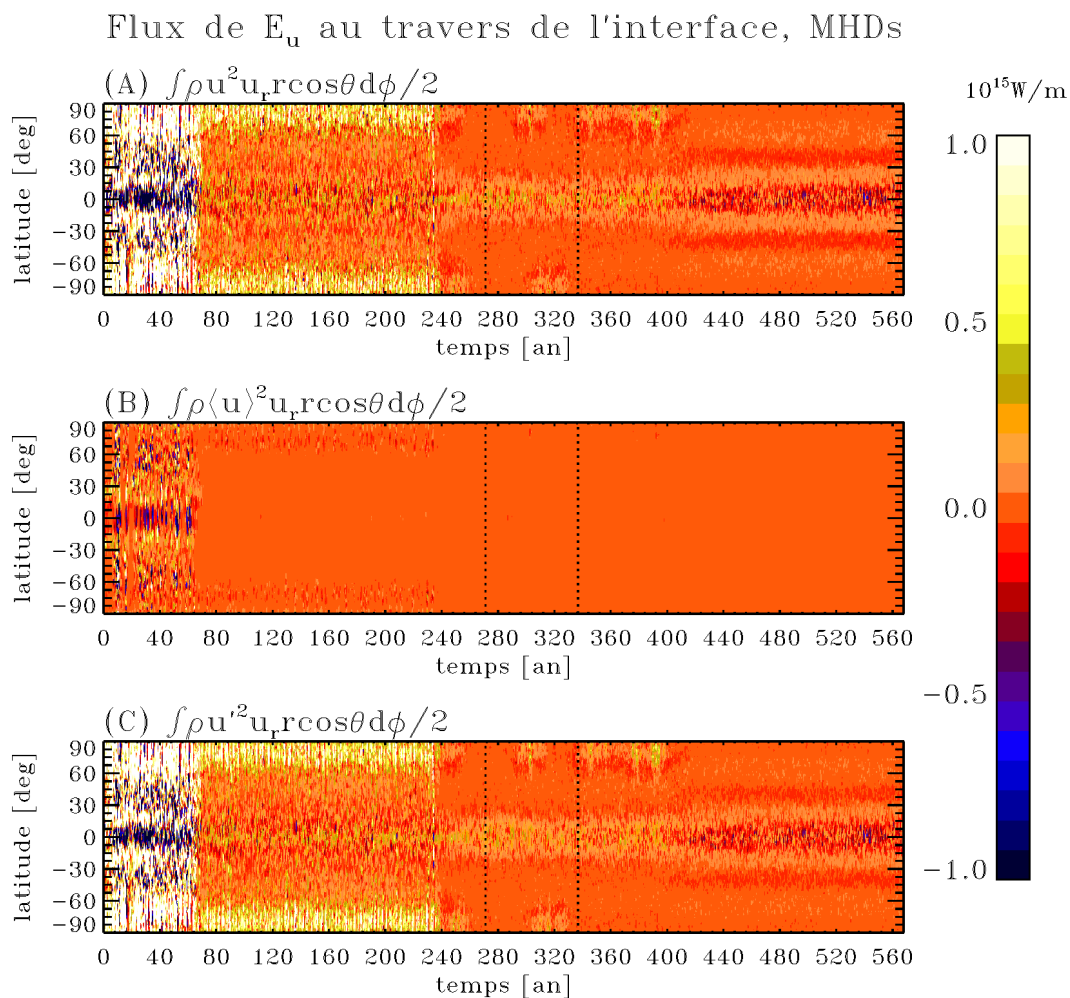


Figure 3.25 – Diagrammes latitude-temps du flux d'énergie cinétique traversant l'interface entre la zone stable et la zone de convection dans la simulation MHD, avec une valeur positive dénotant un flux vers la surface. Les trois panneaux (A) à (C) dénotent respectivement le flux d'énergie cinétique tiré de l'écoulement total, moyen et perturbé. Les traits pointillés indiquent représentent l'endroit où la majorité des analyses sont effectuées dans ce chapitre. Un lissage temporel de 7 jours solaires (~ 7 mois) a été appliqué sur chacun des panneaux pour améliorer la visibilité.

de convection aux mi-latitudes, le premier étant beaucoup plus important que le second. À ce moment, ce sont les composantes aux grandes échelles qui transfèrent le plus d'énergie (même si les composantes non-axisymétriques effectuent le même genre de transfert). Ceci est conforme à l'énorme accumulation de champ magnétique dans la zone stable dans cette dernière phase, le système pompant de plus en plus d'énergie électromagnétique dans cette région. Le pompage inverse n'est pas assez élevé pour renverser cette tendance, faisant en sorte que le système reste dans cet état stable indéfiniment.

La zone stable joue assurément un rôle au niveau des transferts énergétiques vers la zone de convection, modifiant la dynamique dans celle-ci. De plus, l'accumulation de champ magnétique à l'interface modifie considérablement ces transferts, les modulant selon le degré d'accumulation atteint. Il est intéressant de noter la disparition du flux d'énergie cinétique près des pôles lorsque l'énergie magnétique atteint une amplitude non négligeable comparé à l'énergie cinétique. **Comme nous le verrons dans le dernier chapitre, ce champ pourrait interrompre les cellules de circulation méridienne se trouvant sous l'interface et ainsi empêcher ce transfert d'énergie aux pôles.**

3.4 Résumé et contributions à l'article

Après toutes ces informations au sujet de ces quatre simulations, un résumé s'impose pour pouvoir retenir les éléments essentiels de ce chapitre. Un tableau récapitulatif contenant quelques quantités intéressantes est également fourni, suivi d'une courte discussion concernant celles-ci. Mes contributions à l'article contenu dans le Chapitre 4 sont également clairement énoncées.

En résumé, dans les cas HD et MHD, l'ajout d'une couche stable ne modifie pas la dynamique turbulente dans la majeure partie de la zone de convection, modifiant uniquement la partie inférieure. Les effets observés (overshoot, propagation d'ondes de gravité et vitesses radiales plus élevées) sont facilement explicables par le biais de la nature même de la zone stable et de l'interface, cette dernière entité n'étant pas un mur, permettant aux écoulements les plus énergétiques de traverser cette frontière. L'ajout de champ magnétique atténue cet effet, puisque celui-ci constitue une résistance supplémentaire à

Flux de Poynting au travers de l'interface, MHDs

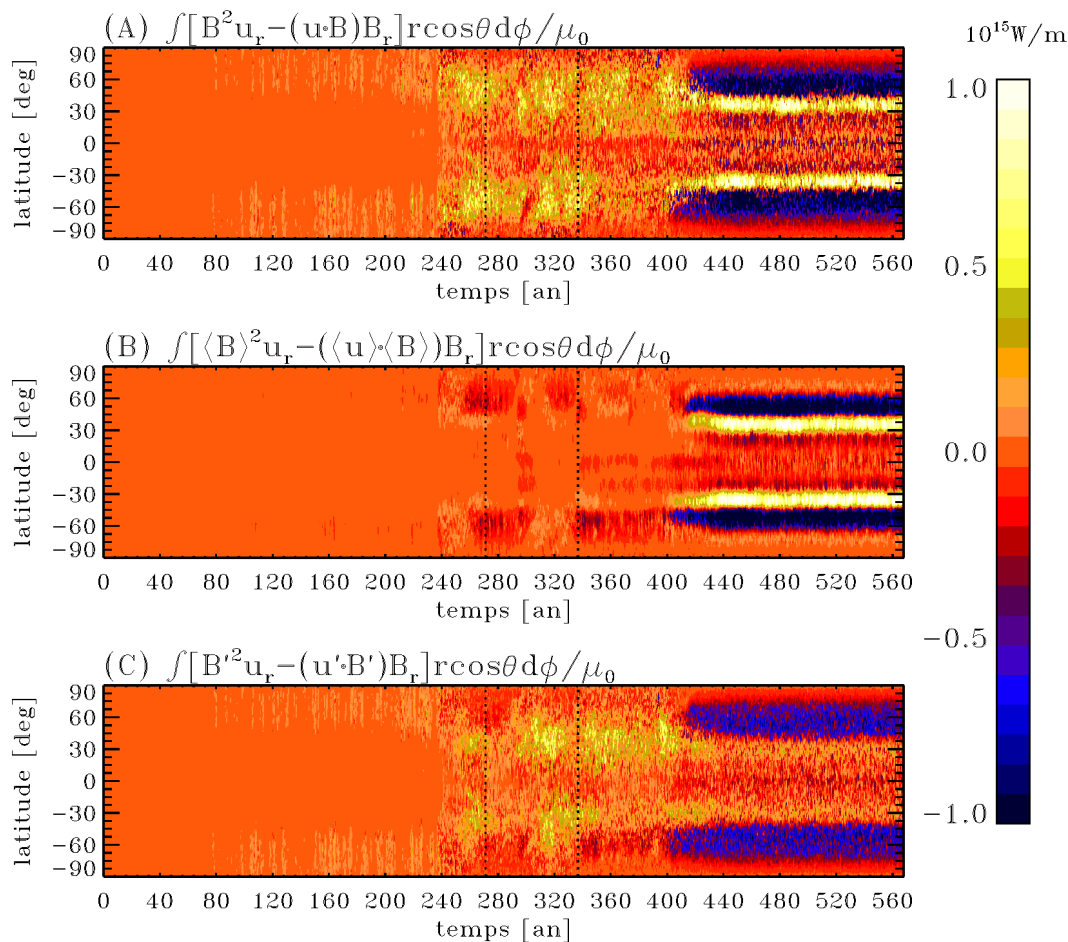


Figure 3.26 – Diagrammes latitude-temps du flux de Poynting traversant la base de la zone de convection dans la simulation MHD, avec une valeur positive dénotant un flux vers la surface. Les trois panneaux (A) à (C) dénotent respectivement le flux d'énergie électromagnétique tiré de l'écoulement total, moyen et perturbé. Les traits pointillés indiquent représentent l'endroit où la majorité des analyses sont effectuées dans ce chapitre. Un lissage temporel de 7 jours solaires (~ 7 mois) a été appliqué sur chacun des panneaux pour améliorer la visibilité.

l'écoulement. Les aspects thermiques, comme la turbulence, sont modérément affectés par la présence de la couche stable excepté près de l'interface. Une dynamique intéressante s'établit sous l'interface sous la forme d'une différence de température potentielle pôle-équateur, celle-ci étant réduite par la présence du champ magnétique. Les écoulements aux grandes échelles, particulièrement la rotation, sont modifiés par la présence de la couche stratifiée. Les isocontours de rotation ainsi que l'amplitude de ceux-ci sont autant affecté par la présence de cette couche que par la présence de magnétisme, signifiant que l'ajout d'une telle zone modifie fondamentalement la dynamique dans la zone de convection, même si l'impact sur les petites échelles spatiales est relativement modeste. Enfin, les énergies cinétiques et magnétiques atteignent des niveaux similaires pour toutes les simulations (si nous nous situons dans la phase appropriée pour la simulation MHDs). Cependant, les flux d'énergies à travers l'interface modifient la dynamique de la zone de convection de façon non négligeable.

Le Tableau 3.II présente un résumé de quantités importantes dérivées des simulations présentées ici. Ces quantités sont, respectivement, le contraste pôle-équateur de la fréquence de rotation $\Delta\Omega$ normalisé par la fréquence de référence Ω_{rot} , les nombres de Rossby sur l'écoulement perturbé extraits à partir de la partie inférieure de la zone de convection, les différences de température potentielle pôle-équateur en surface ($\Delta\Theta'_s$) et en-dessous de l'interface ($\Delta\Theta'_i$), le rapport de l'énergie cinétique turbulente sur l'énergie des composantes axisymétriques de l'écoulement, le rapport de l'énergie du champ magnétique non-axisymétrique sur sa contrepartie axisymétrique, et enfin le rapport de l'énergie totale magnétique sur l'énergie totale cinétique. Ces données ont été prises sur des quantités moyennées dans le temps, en accord avec les valeurs inscrites dans le Tableau 3.I.

Globalement, l'ajout d'une zone stable diminue le nombre de Rossby sur les écoulements perturbés de façon significative, diminuant l'effet de l'advection sur l'écoulement par rapport à la force de Coriolis. Son ajout rend également les mouvements turbulents plus énergétiques en raison de leur possible pénétration à travers l'interface. Le contraste pôle-équateur de la fréquence de rotation est augmenté avec la présence d'une zone stable lorsqu'il n'y a pas de magnétisme, cet effet disparaissant presque parfaite-

ment dans la simulation MHDs. Il y a un constat similaire au niveau des différences de température potentielle pôle-équateur en surface, où l'ajout d'une zone stable diminue ce contraste, mais l'ajout de champ magnétique a l'effet inverse et surcompense l'effet de l'implémentation de la zone stable. Au niveau de l'effet du magnétisme sur le flux convectif, qui détermine en partie la température en surface, il est démontré dans Cossette *et al.*, 2017 [43] que le flux est plus intense près des régions comportant de forts champs magnétiques. Puisque ceux-ci sont surtout situés aux hautes latitudes, cela devrait augmenter la température dans ces régions, donc augmenter la différence de température pôle-équateur. Le contraste de température sous l'interface est diminué en raison de la présence du champ magnétique, qui inhibe le mouvement latitudinal pouvant se développer à cet endroit. Finalement, l'énergie magnétique est plus intense par rapport à l'énergie cinétique lorsque nous sommes en présence d'une zone stable en raison de l'accumulation possible de champ dans celle-ci, qui ne contribue pas à l'énergie cinétique de manière significative dans le référentiel en rotation. De plus, l'énergie des champs magnétiques non-axisymétriques domine encore plus celle des champs axisymétriques dans la simulation MHDs, ceci étant lié au mode dynamo se développant dans celle-ci.

Évidemment, toutes les relations discutées à partir de ce tableau sont à prendre avec un grain de sel, puisqu'il n'y a que quatre simulations disponibles. Un éventail plus vaste de celles-ci pourrait nous permettre de confirmer ou infirmer toutes ces tendances.

CONTRIBUTIONS

calculer valeurs pour les 4 phases?

	$\Delta\Omega/\Omega_{rot}$	Ro_{bcz}	$\Delta\Theta'_s$ [K]	$\Delta\Theta'_i$ [K]	$E_{u'}/E_{(u)}$	$E_{B'}/E_{(B)}$	E_B/E_u
HDcz	0.32	0.69	10.00	-	0.60	-	-
HDs	0.38	0.58	7.83	2.12	1.42	-	-
MHDcz	0.17	0.67	11.97	-	1.12	1.42	0.13
MHDs	0.15	0.59	13.09	0.65	4.69	3.14	0.23

Tableau 3.II – Quantités notables extraites des quatre simulations

CHAPITRE 4

INDETERMINÉ

CHAPITRE 5

CONCLUSION

MHD

Dans cette thèse, j'ai discuté de plusieurs sujets différents, tous orbitant autour du Soleil et des simulations de dynamos solaires. Il peut être difficile d'y retrouver tous les résultats importants présentés dans ce document. J'effectue donc un bref résumé des points à retenir ainsi qu'une ouverture sur les recherches futures possibles à partir de ceux-ci.

J'ai présenté dans mon introduction les notions importantes pour bien comprendre les articles et le chapitre composants le coeur de la thèse. Après un survol général des caractéristiques tirées d'observations du Soleil, j'ai attaqué la théorie physique derrière ces observations. J'abordai les équations fondamentales de la MHD solaire, le concept de nombres adimensionnels, qui sont très importants pour définir qualitativement la dynamo qui se développe, ainsi que les différentes approximations en vigueur. La plus importante est sans aucun doute l'approximation anélastique, permettant à la fois de capturer les effets convectifs, d'éliminer les ondes sonores et de ne pas utiliser l'ensemble complet des équations compressibles, simplifiant considérablement les calculs. J'ai également discuté du théorème de Taylor-Proudman, en action sur Terre via les colonnes de Taylor se formant au-dessus et en-dessous d'un obstacle (une île dans un océan par exemple créera une colonne au-dessus d'elle), et comment le contourner. Le deuxième article se concentre en grands détails sur le bris de cette contrainte rotationnelle dans les différentes simulations générées. Un autre point important apporté dans cette introduction est le caractère non-linéaire des équations de la MHD, particulièrement du lien entre les bassins d'énergie cinétique et magnétique permettant l'établissement d'un mécanisme dynamo. L'écoulement voulant engendrer ce mécanisme ne doit cependant pas satisfaire les théorèmes anti-dynamos connus, d'où la création de plusieurs modèles différents discutés brièvement par la suite. Finalement, j'ai expliqué en long et en large le fonctionnement des deux modèles dits globaux que je connais le plus, puisque une connaissance de chacun est utile pour les articles présentés dans cette thèse.

Le premier article composant le présent document portait sur un mode secondaire de dynamo solaire détecté dans le Soleil, dans plusieurs étoiles de type solaire et également dans nos modèles (EULAG et un modèle de champs moyens). Le but de l'article était de déterminer les causes possibles menant à l'établissement de ce cycle secondaire dans nos simulations et, ultimement, d'offrir une explication possible en lien avec les observations détectant ce cycle. En premier lieu, une caractérisation complète du phénomène dans EULAG fut offerte, démontrant la présence du signal dans la simulation. Le rapport de fréquence entre les signaux observés dans le Soleil et celui entre ceux observés dans EULAG se comparaient avantageusement. Toutefois, ce signal ne semblait pas être couplé au cycle principal. En second lieu, l'implémentation du tenseur α provenant d'EULAG dans un modèle cinématique $\alpha^2\Omega$ de champs moyens nous permit de réaliser que la présence des deux dynamos est possible dans une vaste région de l'espace des paramètres du modèle. En raison de la nature cinématique du modèle, il ne pouvait y avoir d'effets dynamiques présents dans celui-ci, signifiant que l'origine du signal détecté dans la simulation globale provenait fort probablement du lien complexe unissant la rotation différentielle à la force électromotrice turbulente et non pas d'interactions dynamiques (telles celles générées par les ondes de Rossby). Finalement, le second cycle laissa une trace dans le champ de température de la simulation globale, en accord avec la théorie de détection de signaux héliosismiques. Les déviations en fréquences détectées dans les modèles furent d'un ordre de grandeur similaire aux observations. En conclusion, la combinaison de tous ces résultats supporta l'hypothèse que les oscillations quasi-biennales dans le Soleil sont possiblement dues à la présence d'une dynamo secondaire opérant dans la partie supérieure de la zone de convection solaire.

Le chapitre compris entre les deux articles portait sur la description de simulations développées dans le cadre d'un vaste projet de comparaison des modèles globaux ASH et EULAG. Plus précisément, je voulais comparer quatre simulations identiques sauf pour l'addition de champ magnétique et d'une zone stable. Les écoulements des simulations avaient toutes des propriétés typiques de simulations globales, comme des isocontours de rotation plus ou moins cylindriques, une présence de cellules bananes près de l'équateur et des distributions de vitesses radiales perturbées non-symétriques et non-gaussiennes.

L'ajout de champ magnétique dans les simulations a influencé la dynamique se trouvant à l'intérieur de celles-ci, comme nous devrions nous en attendre. Cependant, l'ajout d'une zone stable a eu un impact encore plus énorme sur l'évolution et la dynamique de la zone de convection en regard à certaines caractéristiques. L'une des quantités peu ou non modifiées fut l'hélicité cinétique sur l'écoulement non-axisymétrique dans les quatre simulations, le magnétisme et la présence d'une zone stable n'influençant pas le caractère hélical de la turbulence. Les quantités les plus fortement modifiées par l'ajout d'une couche stable sous la zone de convection étaient la rotation différentielle, la température potentielle et le champ magnétique. La présence d'une telle couche semblait être favorable au bris de la contrainte de Taylor-Proudman, conjointement avec une différence de température entre les pôles et l'équateur. L'action de la force de Coriolis sur l'écoulement méridien semblait jouer un rôle majeur dans la façon dont la redistribution du moment cinétique s'effectuait, cette contribution de la force étant opposée dans les simulations avec et sans couche stable. Le magnétisme semblait vouloir amoindrir les contrastes pôle-équateur de rotation et de température, agissant comme frein à l'écoulement. Les champs magnétiques étaient très différents entre les simulations avec et sans couche stable, l'accumulation de champ ne s'effectuant pas exactement au même endroit, ni au même rythme. La simulation avec zone stable fut composée de plusieurs "phases", les transitions étant encore mal comprises à ce jour. Finalement, des analyses de flux d'énergies cinétique et magnétique au travers de l'interface dans les simulations avec couche stable ont révélé des apports importants en énergie dans la zone de convection, menant ultimement à une modification de la dynamique dans cette dernière.

RÉSUMÉ ARTICLE

Avec un projet doctoral aussi vaste et diversifié, il existe plusieurs avenues possibles pouvant découler de la recherche présentée ici. La suite logique à ces travaux est probablement l'exploration des raisons pour lesquelles la simulations MHD avec couche stable subit des changements de modes dynamos. **Il y aura très certainement un article écrit à ce sujet,** impliquant des échanges d'énergie entre divers réservoir et différentes positions dans le domaine. Ceci revient à expliciter chacun des termes contenus dans les équations 1.37 et 1.38 et de déterminer une chaîne causale menant au changement de

mode dynamo. Puisque toutes les quantités physiques sont reliées entre elles de façon non-linéaire, il pourrait être difficile d'effectivement trouver LE mécanisme qui causerait la transition vers un autre mode. Ceci impliquerait probablement de générer des simulations à très grande cadence temporelle, puisque la transition pourrait s'effectuer sur quelques pas de temps seulement (et non pas sur l'ordre d'un jour solaire, cadence à laquelle les simulations sont sauvegardées dans cette thèse). Une autre option serait d'extraire carrément les flux calculés à l'intérieur d'EULAG et d'analyser ceux-ci plutôt que les quantités physiques qui en découlent *a posteriori* (rappelons-nous qu'EULAG peut résoudre les équations anélastiques de la MHD sous la forme eulérienne, donc sous la forme de flux de quantités plutôt que les quantités elles-mêmes).

Plus généralement, au sujet de la zone stable et de la tachocline, il pourrait être intéressant d'améliorer localement la résolution à cet endroit exactement. Il existe un module dans EULAG qui permet de déformer la grille d'intégration dans une dimension. Cependant, ce module n'est pas configuré encore pour les coordonnées sphériques, requérant une bonne dose de programmation et d'analyse numérique. Ceci nous permettrait de mieux résoudre l'overshoot (un seul point de maille dans la configuration actuelle du modèle) et le cisaillement dans les écoulements, faisant en sorte que la tachocline serait mieux définie. L'overshoot a probablement des effets dynamiques très intéressants sur la zone stable qui sont très mal résolus pour l'instant. Les ondes de gravité que l'on devinait dans les diagrammes de vitesses radiales perturbées seraient également plus détaillées, ainsi que leur impact sur la couche stable. Si le module est activé dans le futur, il faudra s'assurer qu'une dissipation explicite soit incluse dans cette région pour conserver le même degré de dissipation totale dans toute la simulation. En effet, MPDATA ajuste la dissipation implicite selon la dissipation explicite incluse ainsi que la maille : si la maille est mieux définie près de la tachocline, la dissipation implicite diminuera à cet endroit [48, 98], requérant l'ajout d'une dissipation explicite correspondant à la différence de dissipation implicite perdue (et plus encore, puisque celle-ci sera diminuée par l'ajout de cette dissipation explicite).

Il est également intéressant de voir à quel point la dissipation implicite joue sur le mécanisme dynamo dans EULAG. Un autre projet d'envergure serait de réussir à trouver

stabilité MHD (Lawson)

un mécanisme dynamo à grande échelle dans une simulation ayant une résolution plus élevée. Ceci demande une patience exemplaire, puisque celles-ci sont TRÈS longues à rouler. À titre d'exemple, générer 100 jours solaires avec 128 processeurs prends environ une semaine pour une simulation avec une résolution doublée dans toutes les directions spatiales, sans compter le temps perdu en queue lorsqu'on utilise une grappe de calculs. J'ai déjà tenté de générer une dynamo à grande échelle avec une telle simulation, mais sans succès. J'ai cependant réussi à trouver un mode dynamo probablement associé au cycle de courte durée présenté dans le Chapitre 2. La Figure 5.1 montre un résultat typique d'une simulation ayant une résolution de $n_r \times n_\theta \times n_\phi = 93 \times 128 \times 256$. Comme on le voit, un cycle intermittent, non-axisymétrique et de courte durée s'établit près de l'équateur, les dynamiques de chaque hémisphère n'étant pas connectées l'une avec l'autre. Ce cycle semble donc être capable de prospérer sous des dissipations plus faibles, contrairement au cycle à plus grande échelle se développant typiquement dans les simulations EULAG. Ce pourrait être un projet intéressant d'implémenter une viscosité explicite dans ce genre de modèle à résolution élevée pour tenter de retrouver le cycle principal. Appliquer cette haute résolution au modèle modifié d'EULAG et refaire les analyses incluses dans Strugarek *et al.*, 2016 [143] est une autre excellente option.

Ressemble aux ASH de Brown et al
Nelson et al., etc

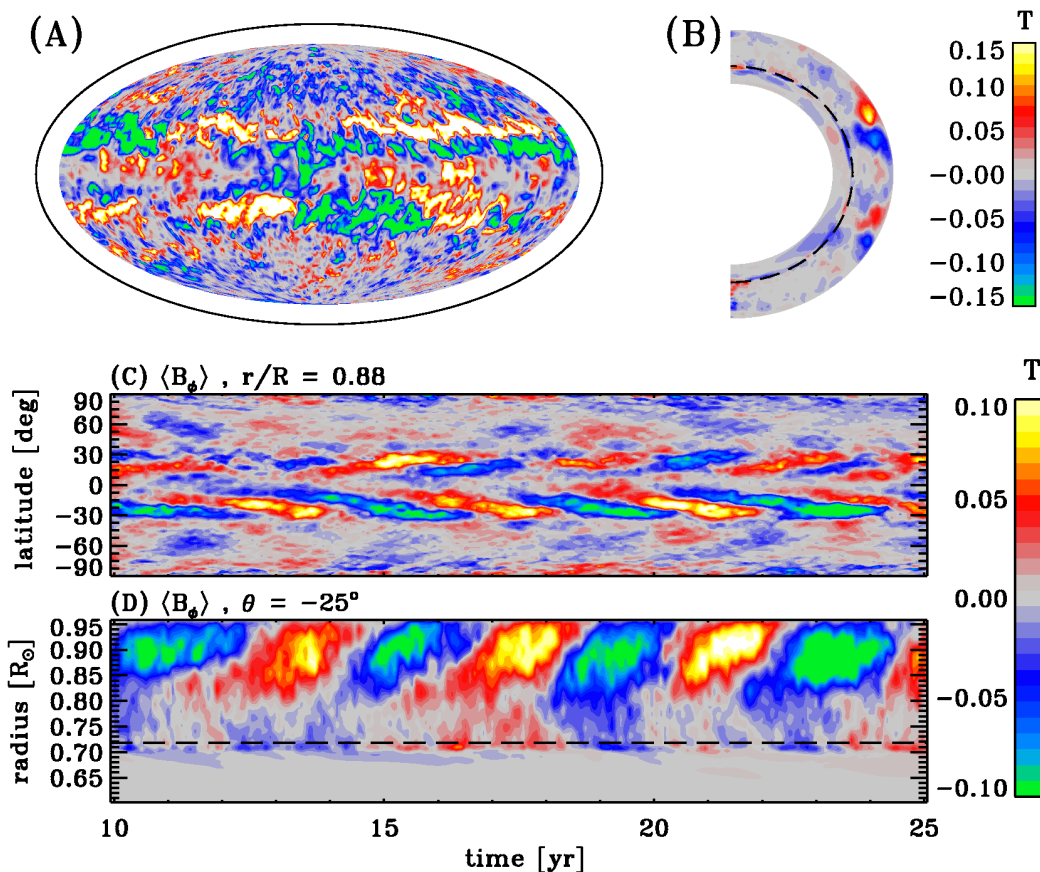


Figure 5.1 – Description du champ magnétique toroïdal s'établissant dans une simulation à haute résolution générée par le modèle EULAG. Le panneau (A) est une représentation de Mollweide de ce champ, pris à $t = 16$ ans, à une profondeur de $r/R_{\odot} = 0.88$. Le panneau (B) est une coupe polaire du champ toroïdal pris à ce même instant. Les panneaux (C) et (D) sont respectivement des diagrammes latitude-temps et rayon-temps de cette quantité. Une valeur positive (négative) du champ toroïdal indique une direction dans le sens prograde (rétrograde) de la rotation. L'échelle temporelle sur les panneaux (C) et (D) est agrandie pour mieux décrire les structures de courtes durées se développant dans le simulateur.

Calculer Rossby dans cette sim

BIBLIOGRAPHIE

- [1] D. J. Acheson. *Elementary Fluid Dynamics*. Clarendon Press, août 1990. ISBN 0198596790.
- [2] H. Alfvén. Existence of Electromagnetic-Hydrodynamic Waves. *Nature*, 150: 405–406, octobre 1942.
- [3] M. J. Aschwanden. *Physics of the Solar Corona. An Introduction*. Praxis Publishing Ltd, août 2004.
- [4] K. Augustson, A. S. Brun, M. Miesch et J. Toomre. Grand Minima and Equatorward Propagation in a Cycling Stellar Convective Dynamo. *Astrophys. J.*, 809: 149, août 2015.
- [5] H. W. Babcock. The Topology of the Sun's Magnetic Field and the 22-YEAR Cycle. *Astrophys. J.*, 133:572, mars 1961.
- [6] J. Bahng et M. Schwarzschild. Lifetime of Solar Granules. *Astrophys. J.*, 134: 312, septembre 1961.
- [7] S. L. Baliunas, R. A. Donahue, W. H. Soon, J. H. Horne, J. Frazer, L. Woodard-Eklund, M. Bradford, L. M. Rao, O. C. Wilson, Q. Zhang, W. Bennett, J. Briggs, S. M. Carroll, D. K. Duncan, D. Figueroa, H. H. Lanning, T. Misch, J. Mueller, R. W. Noyes, D. Poppe, A. C. Porter, C. R. Robinson, J. Russell, J. C. Shelton, T. Soyumer, A. H. Vaughan et J. H. Whitney. Chromospheric variations in main-sequence stars. *Astrophys. J.*, 438:269–287, janvier 1995.
- [8] G. Bazilevskaya, A.-M. Broomhall, Y. Elsworth et V. M. Nakariakov. A Combined Analysis of the Observational Aspects of the Quasi-biennial Oscillation in Solar Magnetic Activity. *Space Sci. Rev.*, 186:359–386, décembre 2014.
- [9] P. Beaudoin, P. Charbonneau, E. Racine et P. K. Smolarkiewicz. Torsional Oscillations in a Global Solar Dynamo. *Solar Phys.*, 282:335–360, février 2013.

- [10] J. Beer. Long-term indirect indices of solar variability. *Space Sci. Rev.*, 94:53–66, novembre 2000.
- [11] J. Beer, A. Blinov, G. Bonani, H. J. Hofmann et R. C. Finkel. Use of Be-10 in polar ice to trace the 11-year cycle of solar activity. *Nature*, 347:164–166, septembre 1990.
- [12] E. E. Benevolenskaya. Double Magnetic Cycle of Solar Activity. *Solar Phys.*, 161:1–8, octobre 1995.
- [13] E. E. Benevolenskaya. A Model of the Double Magnetic Cycle of the Sun. *Astrophys. J. Lett.*, 509:L49–L52, décembre 1998.
- [14] S. V. Berdyugina. Starspots : A Key to the Stellar Dynamo. *Living Reviews in Solar Physics*, 2:8, décembre 2005.
- [15] L. Biermann. Der gegenwärtige Stand der Theorie konvektiver Sonnenmodelle. *Vierteljahresschrift der Astronomischen Gesellschaft*, 76:194–200, 1941.
- [16] S. I. Braginsky et P. H. Roberts. Equations governing convection in earth's core and the geodynamo. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 79:1–97, 1995.
- [17] A. Brandenburg, K.-H. Rädler et K. Kemel. Mean-field transport in stratified and/or rotating turbulence. *Astron. Astrophys.*, 539:A35, mars 2012.
- [18] A. Brandenburg et K. Subramanian. Astrophysical magnetic fields and nonlinear dynamo theory. *Phys. Rep.*, 417:1–209, octobre 2005.
- [19] H. Branover. *Turbulence and Structures : Chaos, Fluctuations, and Helical Self-organization in Nature and the Laboratory*. Numéro v. 1 dans A Volume in the International Geophysics Series. Academic, 1999. ISBN 9780121257408. URL <https://books.google.ca/books?id=xPP00-QPyh0C>.

- [20] A.-M. Broomhall, W. J. Chaplin, Y. Elsworth, S. T. Fletcher et R. New. Is the Current Lack of Solar Activity Only Skin Deep? *Astrophys. J. Lett.*, 700:L162–L165, août 2009.
- [21] A.-M. Broomhall, W. J. Chaplin, Y. Elsworth et R. Simoniello. Quasi-biennial variations in helioseismic frequencies : can the source of the variation be localized? *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 420:1405–1414, février 2012.
- [22] B. P. Brown, M. K. Browning, A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Rapidly Rotating Suns and Active Nests of Convection. *Astrophys. J.*, 689:1354–1372, décembre 2008.
- [23] B. P. Brown, M. K. Browning, A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Persistent Magnetic Wreaths in a Rapidly Rotating Sun. *Astrophys. J.*, 711:424–438, mars 2010.
- [24] B. P. Brown, M. S. Miesch, M. K. Browning, A. S. Brun et J. Toomre. Magnetic Cycles in a Convective Dynamo Simulation of a Young Solar-type Star. *Astrophys. J.*, 731:69, avril 2011.
- [25] N. H. Brummell, N. E. Hurlburt et J. Toomre. Turbulent Compressible Convection with Rotation. I. Flow Structure and Evolution. *Astrophys. J.*, 473:494, décembre 1996.
- [26] A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Global-Scale Turbulent Convection and Magnetic Dynamo Action in the Solar Envelope. *Astrophys. J.*, 614:1073–1098, octobre 2004.
- [27] A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Modeling the Dynamical Coupling of Solar Convection with the Radiative Interior. *Astrophys. J.*, 742:79, décembre 2011.
- [28] A. S. Brun, A. Strugarek, J. Varela, S. P. Matt, K. C. Augustson, C. Emeriau, O. L. DoCao, B. Brown et J. Toomre. On Differential Rotation and Overshooting in Solar-like Stars. *Astrophys. J.*, 836:192, février 2017.

- [29] A. S. Brun et J. Toomre. Turbulent Convection under the Influence of Rotation : Sustaining a Strong Differential Rotation. *Astrophys. J.*, 570:865–885, mai 2002.
- [30] J. Cantarella, D. Deturck, H. Gluck et M. Teytel. *Influence of Geometry and Topology on Helicity, in Magnetic Helicity in Space and Laboratory Plasmas*. American Geophysical Union, Washington, D.C., 1999.
- [31] T. R. Carson, D. F. Mayers et D. W. N. Stibbs. The calculation of stellar radiative opacity. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 140:483, 1968.
- [32] B. Castaing, Y. Gagne et E. J. Hopfinger. Velocity probability density functions of high Reynolds number turbulence. *Physica D Nonlinear Phenomena*, 46:177–200, novembre 1990.
- [33] F. Cattaneo, N. H. Brummell, J. Toomre, A. Malagoli et N. E. Hurlburt. Turbulent compressible convection. *Astrophys. J.*, 370:282–294, mars 1991.
- [34] P. Charbonneau. Dynamo Models of the Solar Cycle. *Living Reviews in Solar Physics*, 7:3, septembre 2010.
- [35] P. Charbonneau. *Solar and Stellar Dynamos*, volume 39. 2013.
- [36] P. Charbonneau. Solar Dynamo Theory. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 52:251–290, août 2014.
- [37] P. Charbonneau et K. B. MacGregor. Magnetic Fields in Massive Stars. I. Dynamo Models. *Astrophys. J.*, 559:1094–1107, octobre 2001.
- [38] B. Chen, T. S. Bastian, C. Shen, D. E. Gary, S. Krucker et L. Glesener. Particle acceleration by a solar flare termination shock. *Science*, 350:1238–1242, décembre 2015.
- [39] A. R. Choudhuri. On the possibility of an alpha-sq omega-type dynamo in a thin layer inside the sun. *Astrophys. J.*, 355:733–744, juin 1990.

- [40] J. Christensen-Dalsgaard, T. L. Duvall, Jr., D. O. Gough, J. W. Harvey et E. J. Rhodes, Jr. Speed of sound in the solar interior. *Nature*, 315:378–382, mai 1985.
- [41] T.C. Clune, J.R. Elliott, M.S. Miesch, J. Toomre et G.A. Glatzmaier. Computational aspects of a code to study rotating turbulent convection in spherical shells. *Parallel Computing*, 25(4):361 – 380, 1999. ISSN 0167-8191. URL <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167819199000095>.
- [42] J.-F. Cossette, P. Charbonneau et P. K. Smolarkiewicz. Cyclic Thermal Signature in a Global MHD Simulation of Solar Convection. *Astrophys. J. Lett.*, 777:L29, novembre 2013.
- [43] J.-F. Cossette, P. Charbonneau, P. K. Smolarkiewicz et M. P. Rast. Magnetically Modulated Heat Transport in a Global Simulation of Solar Magneto-convection. *Astrophys. J.*, 841:65, mai 2017.
- [44] National Research Council. *Radiation Hazards to Crews of Interplanetary Missions : Biological Issues and Research Strategies*. The National Academies Press, Washington, DC, 1996. ISBN 978-0-309-05698-4.
- [45] T. G. Cowling. The magnetic field of sunspots. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 94: 39–48, novembre 1933.
- [46] L. D’Alessi, A. Vecchio, V. Carbone, M. Laurenza et M. Storini. Quasi-Biennial Modulation of the Solar Neutrino Flux : A “Telescope” for the Solar Interior. *Journal of Modern Physics*, 4:49–56, 2013.
- [47] M. Dikpati et P. Charbonneau. A Babcock-Leighton Flux Transport Dynamo with Solar-like Differential Rotation. *Astrophys. J.*, 518:508–520, juin 1999.
- [48] J. A. Domaradzki, Z. Xiao et P. K. Smolarkiewicz. Effective eddy viscosities in implicit large eddy simulations of turbulent flows. *Phys. Fluids*, 15:3890–3893, décembre 2003.

- [49] S. D'Silva. Joy's Law and Limits on the Magnetic Field Strength at the Bottom of the Convection Zone. Dans K. L. Harvey, éditeur, *The Solar Cycle*, volume 27 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 168, 1992.
- [50] T. J. Dunkerton. The role of gravity waves in the quasi-biennial oscillation. *J. Geophys. Res.*, 102:26053–26076, novembre 1997.
- [51] A. S. Eddington. The Deflection of Light during a Solar Eclipse. *Nature*, 104:372, décembre 1919.
- [52] A. Einstein. Die Grundlage der allgemeinen Relativitätstheorie. *Annalen der Physik*, 354:769–822, 1916.
- [53] L. T. Elkins-Tanton. *The Solar System : The Sun, Mercury, and Venus*. Chelsea House, 2006. ISBN 0816051933.
- [54] S. T. Fletcher, A.-M. Broomhall, D. Salabert, S. Basu, W. J. Chaplin, Y. Elsworth, R. A. Garcia et R. New. A Seismic Signature of a Second Dynamo ? *Astrophys. J. Lett.*, 718:L19–L22, juillet 2010.
- [55] M. Forestini. *Principes fondamentaux de structure stellaire*. Gordon and Breach Science Publishers, 1999. ISBN 9056992236.
- [56] R. A. Freedman et W. J. Kaufmann. *Universe : Stars and Galaxies w/Starry Night Enthusiast*. 2008.
- [57] F. A. M. Frescura, C. A. Engelbrecht et B. S. Frank. Significance Tests for Periodogram Peaks. *ArXiv e-prints*, juin 2007.
- [58] M. Ghizaru, P. Charbonneau et P. K. Smolarkiewicz. Magnetic Cycles in Global Large-eddy Simulations of Solar Convection. *Astrophys. J. Lett.* **715**, L133–L137, juin 2010.
- [59] P. A. Gilman. A Rossby-Wave Dynamo for the Sun, I. *Solar Phys.*, 8:316–330, août 1969.

- [60] P. A. Gilman. A Rossby-Wave Dynamo for the Sun, II. *Solar Phys.*, 9:3–18, septembre 1969.
- [61] P. A. Gilman. Dynamically consistent nonlinear dynamos driven by convection in a rotating spherical shell. II - Dynamos with cycles and strong feedbacks. *Astrophys. J. Suppl. Series*, 53:243–268, octobre 1983.
- [62] W. W. Grabowski et P. K. Smolarkiewicz. A Multiscale Anelastic Model for Meteorological Research. *Monthly Weather Review*, 130:939, 2002.
- [63] D. J. Griffiths et C. Inglefield. Introduction to Electrodynamics. *American Journal of Physics*, 73:574–574, juin 2005.
- [64] G. Guerrero, P. K. Smolarkiewicz, A. G. Kosovichev et N. N. Mansour. Differential Rotation in Solar-like Stars from Global Simulations. *Astrophys. J.*, 779:176, décembre 2013.
- [65] G. E. Hale. Invisible sun-spots. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 82:168, janvier 1922.
- [66] G. E. Hale, F. Ellerman, S. B. Nicholson et A. H. Joy. The Magnetic Polarity of Sun-Spots. *Astrophys. J.*, 49:153, avril 1919.
- [67] S. Hanasoge, L. Gizon et K. R. Sreenivasan. Seismic Sounding of Convection in the Sun. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 48:191–217, janvier 2016.
- [68] D. H. Hathaway et L. Rightmire. Variations in the Sun’s Meridional Flow over a Solar Cycle. *Science*, 327:1350–, mars 2010.
- [69] A. Herzenberg. Geomagnetic Dynamos. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 250:543–583, août 1958.
- [70] J. S. Hesthaven, S. Gottlieb et D. Gottlieb. *Spectral methods for time-dependent problems*. 2007.
- [71] B. Hetherington. *A chronicle of pre-telescopic astronomy*. 1996.

- [72] J. Heyvaerts et E. R. Priest. Coronal heating by phase-mixed shear Alfvén waves. *Astron. Astrophys.*, 117:220–234, janvier 1983.
- [73] A. W. Hood et D. W. Hughes. Solar magnetic fields. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 187:78–91, août 2011.
- [74] R. Howe. Solar Interior Rotation and its Variation. *Liv. Rev. in Solar Phys.*, 6:1, février 2009. URL <http://solarphysics.livingreviews.org/Articles/lrsp-2009-1/> {normalfont,consultedinMay2011}.
- [75] R. Howe, J. Christensen-Dalsgaard, F. Hill, R. W. Komm, R. M. Larsen, J. Schou, M. J. Thompson et J. Toomre. Dynamic Variations at the Base of the Solar Convection Zone. *Science*, 287:2456–2460, mars 2000.
- [76] D. W. Hughes, R. Rosner et N. O. Weiss. *The Solar Tachocline*. mai 2007.
- [77] M. J. Käpylä, P. J. Käpylä, N. Olsper, A. Brandenburg, J. Warnecke, B. B. Karak et J. Pelt. Multiple dynamo modes as a mechanism for long-term solar activity variations. *Astron. Astrophys.*, 589:A56, avril 2016.
- [78] P. J. Käpylä, M. J. Korpi, A. Brandenburg, D. Mitra et R. Tavakol. Convective dynamos in spherical wedge geometry. *Astronom. Nach.*, 331:73, janvier 2010.
- [79] P. J. Käpylä, M. J. Mantere, E. Cole, J. Warnecke et A. Brandenburg. Effects of Enhanced Stratification on Equatorward Dynamo Wave Propagation. *Astrophys. J.*, 778:41, novembre 2013.
- [80] L. L. Kitchatinov. Do dynamo-waves propagate along isorotation surfaces? *Astron. Astrophys.*, 394:1135–1139, novembre 2002.
- [81] L. L. Kitchatinov et G. Ruediger. Differential rotation in solar-type stars : revisiting the Taylor-number puzzle. *Astron. Astrophys.*, 299:446, juillet 1995.
- [82] S. J. Kline. *Similitude and Approximation Theory*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1986. ISBN 9783642648946.

- [83] G. A. Kovaltsov, A. Mishev et I. G. Usoskin. A new model of cosmogenic production of radiocarbon ^{14}C in the atmosphere. *Earth and Planetary Science Letters*, 337:114–120, juillet 2012.
- [84] F. Krause et K. H. Raedler. *Mean-field magnetohydrodynamics and dynamo theory*. 1980.
- [85] N. A. Krivova et S. K. Solanki. The 1.3-year and 156-day periodicities in sunspot data : Wavelet analysis suggests a common origin. *Astron. Astrophys.*, 394:701–706, novembre 2002.
- [86] J. R. Kuhn, J. D. Armstrong, R. I. Bush et P. Scherrer. Rossby waves on the Sun as revealed by solar ‘hills’. *Nature*, 405:544–546, juin 2000.
- [87] S. R. Lantz et Y. Fan. Anelastic Magnetohydrodynamic Equations for Modeling Solar and Stellar Convection Zones. *Astrophys. J. Suppl. Series*, 121:247–264, mars 1999.
- [88] M. Laurenza, A. Vecchio, M. Storini et V. Carbone. Quasi-biennial Modulation of Galactic Cosmic Rays. *Astrophys. J.*, 749:167, avril 2012.
- [89] N. Lawson, A. Strugarek et P. Charbonneau. Evidence of Active MHD Instability in EULAG-MHD Simulations of Solar Convection. *Astrophys. J.*, 813:95, novembre 2015.
- [90] R. B. Leighton. Transport of Magnetic Fields on the Sun. *Astrophys. J.*, 140:1547, novembre 1964.
- [91] R. B. Leighton. A Magneto-Kinematic Model of the Solar Cycle. *Astrophys. J.*, 156:1, avril 1969.
- [92] R.G. Lerner et G.L. Trigg. *Encyclopedia of physics*. VCH, 1991. ISBN 9783527269549.

- [93] F. B. Lipps et R. S. Hemler. A Scale Analysis of Deep Moist Convection and Some Related Numerical Calculations. *Journal of Atmospheric Sciences*, 39: 2192–2210, octobre 1982.
- [94] F. B. Lipps et R. S. Hemler. Another Look at the Scale Analysis for Deep Moist Convection. *Journal of Atmospheric Sciences*, 42:1960–1964, septembre 1985.
- [95] M. Littman, F. Espenak et K. Willcox. *Totality : Eclipses of the Sun, Third Edition*. OUP Oxford, 2008. ISBN 9780191579943.
- [96] D. W. Longcope et A. A. Pevtsov. Helicity transport and generation in the solar convection zone. *Advances in Space Research*, 32:1845–1853, 2003.
- [97] L. G. Margolin et W. J. Rider. A rationale for implicit turbulence modelling. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 39:821–841, juillet 2002.
- [98] L. G. Margolin, W. J. Rider et F. F. Grinstein. Modeling turbulent flow with implicit LES. *Journal of Turbulence*, 7:15, 2006.
- [99] A. J. Meadows. *Early solar physics*. 1970.
- [100] D. H. Menzel, F. L. Whipple et G. de Vaucouleurs. *Survey of the universe*. 1970.
- [101] T. S. Metcalfe, S. Basu, T. J. Henry, D. R. Soderblom, P. G. Judge, M. Knölker, S. Mathur et M. Rempel. Discovery of a 1.6 Year Magnetic Activity Cycle in the Exoplanet Host Star ι Horologii. *Astrophys. J. Lett.*, 723:L213–L217, novembre 2010.
- [102] M. S. Miesch. Large-Scale Dynamics of the Convection Zone and Tachocline. *Living Reviews in Solar Physics*, 2:1, décembre 2005.
- [103] M. S. Miesch, B. P. Brown, M. K. Browning, A. S. Brun et J. Toomre. Magnetic Cycles and Meridional Circulation in Global Models of Solar Convection. Dans N. H. Brummell, A. S. Brun, M. S. Miesch et Y. Ponty, éditeurs, *Astrophysical Dynamics : From Stars to Galaxies*, volume 271 de *IAU Symposium*, pages 261–269, août 2011.

- [104] M. S. Miesch, A. S. Brun et J. Toomre. Solar Differential Rotation Influenced by Latitudinal Entropy Variations in the Tachocline. *Astrophys. J.*, 641:618–625, avril 2006.
- [105] M. S. Miesch, J. R. Elliott, J. Toomre, T. L. Clune, G. A. Glatzmaier et P. A. Gilman. Three-dimensional Spherical Simulations of Solar Convection. I. Differential Rotation and Pattern Evolution Achieved with Laminar and Turbulent States. *Astrophys. J.*, 532:593–615, mars 2000.
- [106] W. M. Mitchell. The history of the discovery of the solar spots. *Pop. Astron.*, 24:562, 1916.
- [107] H. K. Moffatt. The degree of knottedness of tangled vortex lines. *Journal of Fluid Mechanics*, 35:117–129, 1969.
- [108] H. K. Moffatt. *Magnetic field generation in electrically conducting fluids*. Cambridge University Press, 1978.
- [109] K. Mursula, B. Zieger et J. H. Vilppola. Mid-term quasi-periodicities in geomagnetic activity during the last 15 solar cycles : Connection to solar dynamo strength To the memory of Karolen I. Paularena (1957-2001). *Solar Phys.*, 212:201–207, janvier 2003.
- [110] N. J. Nelson, B. P. Brown, A. S. Brun, M. S. Miesch et J. Toomre. Magnetic Wreaths and Cycles in Convective Dynamos. *Astrophys. J.*, 762:73, janvier 2013.
- [111] A. A. Norton et J. C. Gallagher. Solar-Cycle Characteristics Examined in Separate Hemispheres : Phase, Gnevyshev Gap, and Length of Minimum. *Solar Phys.*, 261:193–207, janvier 2010.
- [112] M. Ossendrijver. The solar dynamo. *Astron. Astrophys. Rev.*, 11:287–367, 2003.
- [113] E. N. Parker. Hydromagnetic Dynamo Models. *Astrophys. J.*, 122:293, septembre 1955.

- [114] D. Passos et P. Charbonneau. Characteristics of magnetic solar-like cycles in a 3D MHD simulation of solar convection. *Astron. Astrophys.*, 568:A113, août 2014.
- [115] V. Penza, E. Pietropaolo et W. Livingston. Modeling the cyclic modulation of photospheric lines. *Astron. Astrophys.*, 454:349–358, juillet 2006.
- [116] Z. P. Piotrowski, P. K. Smolarkiewicz, S. P. Malinowski et A. A. Wyszogrodzki. On numerical realizability of thermal convection. *Journal of Computational Physics*, 228:6268–6290, septembre 2009.
- [117] V. V. Pipin. Helicity-vorticity turbulent pumping of magnetic fields in the solar convection zone. *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics*, 107:185–206, février 2013.
- [118] S. B. Pope. *Turbulent Flows*. août 2000.
- [119] J. M. Prusa, P. K. Smolarkiewicz et A. A. Wyszogrodzki. EULAG, a Computational Model for Multiscale Flows. *Comp. Fluids*, 37:1193–1207, octobre 2008.
- [120] É. Racine, P. Charbonneau, M. Ghizaru, A. Bouchat et P. K. Smolarkiewicz. On the Mode of Dynamo Action in a Global Large-eddy Simulation of Solar Convection. *Astrophys. J.*, 735:46, juillet 2011.
- [121] G. O. Roberts. Spatially Periodic Dynamos. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 266:535–558, juillet 1970.
- [122] S. G. Ryan et A. J. Norton. *Stellar Evolution and Nucleosynthesis*. janvier 2010.
- [123] J. Schou, J. Christensen-Dalsgaard et M. J. Thompson. The resolving power of current helioseismic inversions for the sun’s internal rotation. *Astrophys. J. Lett.*, 385:L59–L62, février 1992.
- [124] C. J. Schrijver et C. Zwaan. *Solar and Stellar Magnetic Activity*. avril 2000.

- [125] C. Simard, P. Charbonneau et A. Bouchat. Magnetohydrodynamic Simulation-driven Kinematic Mean Field Model of the Solar Cycle. *Astrophys. J.*, 768:16, mai 2013.
- [126] C. Simard, P. Charbonneau et C. Dube. Characterisation of the turbulent electromotive force and its magnetically-mediated quenching in a global EULAG-MHD simulation of solar convection. *ArXiv e-prints*, avril 2016.
- [127] R. Simoniello, W. Finsterle, D. Salabert, R. A. García, S. Turck-Chièze, A. Jiménez et M. Roth. The quasi-biennial periodicity (QBP) in velocity and intensity helioseismic observations. The seismic QBP over solar cycle 23. *Astron. Astrophys.*, 539:A135, mars 2012.
- [128] R. Simoniello, K. Jain, S. C. Tripathy, C. S. Baldner, S. Turck-Chièze et F. Hill. Are We Entering a Period of Reduced Activity or a Grand Minima State ? Dans K. Jain, S. C. Tripathy, F. Hill, J. W. Leibacher et A. A. Pevtsov, éditeurs, *Fifty Years of Seismology of the Sun and Stars*, volume 478 de *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 167, décembre 2013.
- [129] R. Simoniello, K. Jain, S. C. Tripathy, S. Turck-Chièze, C. Baldner, W. Finsterle, F. Hill et M. Roth. The Quasi-biennial Periodicity as a Window on the Solar Magnetic Dynamo Configuration. *Astrophys. J.*, 765:100, mars 2013.
- [130] P. K. Smolarkiewicz et P. Charbonneau. EULAG, a computational model for multiscale flows : An MHD extension. *Journal of Computational Physics*, 236: 608–623, mars 2013.
- [131] P. K. Smolarkiewicz et L. G. Margolin. On forward-in-time differencing for fluids - Extension to a curvilinear framework. *Monthly Weather Review*, 121:1847–1859, juin 1993.
- [132] P. K. Smolarkiewicz et L. G. Margolin. MPDATA : A Finite-Difference Solver for Geophysical Flows. *J. Comp. Phys.*, 140:459–480, mars 1998.

- [133] P. K. Smolarkiewicz et L. G. Margolin. In : Grinstein, F.F., Margolin, L.G., Rider, W.J. (eds.) *Implicit Large Eddy Simulation : Computing Turbulent Fluid Dynamics*. Cambridge University Press, UPH, Shaftesbury Road, Cambridge, UK, 2007.
- [134] S. K. Solanki, B. Inhester et M. Schüssler. The solar magnetic field. *Reports on Progress in Physics*, 69:563–668, mars 2006.
- [135] S. K. Solanki, I. G. Usoskin, B. Kromer, M. Schüssler et J. Beer. Unusual activity of the Sun during recent decades compared to the previous 11,000 years. *Nature*, 431:1084–1087, octobre 2004.
- [136] C. P. Sonett, M. S. Giampapa et M. S. Matthews, éditeurs. *The sun in time*, 1991.
- [137] E. A. Spiegel et J.-P. Zahn. The solar tachocline. *Astron. Astrophys.*, 265:106–114, novembre 1992.
- [138] H. C. Spruit. Pressure equilibrium and energy balance of small photospheric fluxtubes. *Solar Phys.*, 50:269–295, décembre 1976.
- [139] H. C. Spruit. Heat flow near obstacles in the solar convection zone. *Solar Phys.*, 55:3–34, novembre 1977.
- [140] F. R. Stephenson. Historical evidence concerning the sun : Interpretation of sunspot records during the telescopic and pretelescopic eras. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 330(1615):499–512, 1990. ISSN 0080-4614. URL <http://rsta.royalsocietypublishing.org/content/330/1615/499>.
- [141] M. Stix. *The Sun. an Introduction*. 1989.
- [142] K. G. Strassmeier. Starspots. *Astron. Astrophys. Rev.*, 17:251–308, septembre 2009.
- [143] A. Strugarek, P. Beaudoin, A. S. Brun, P. Charbonneau, S. Mathis et P. K. Smolarkiewicz. Modeling turbulent stellar convection zones : Sub-grid scales effects. *Advances in Space Research*, 58:1538–1553, octobre 2016.

- [144] A. Strugarek, P. Beaudoin, P. Charbonneau, A. S. Brun et J.-D. do Nascimento. Reconciling solar and stellar magnetic cycles with nonlinear dynamo simulations. *Science*, 357:185–187, juillet 2017.
- [145] M. Stuiver et T. F. Braziunas. Atmospheric C-14 and century-scale solar oscillations. *Nature*, 338:405–408, mars 1989.
- [146] P. A. Sturrock. *Plasma Physics, An Introduction to the Theory of Astrophysical, Geophysical and Laboratory Plasmas*. 1994.
- [147] M. J. Thompson, J. Christensen-Dalsgaard, M. S. Miesch et J. Toomre. The Internal Rotation of the Sun. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, 41:599–643, 2003.
- [148] R. K. Ulrich et T. Tran. The Global Solar Magnetic Field - Identification of Traveling, Long-lived Ripples. *Astrophys. J.*, 768:189, mai 2013.
- [149] I. G. Usoskin. A History of Solar Activity over Millennia. *Living Reviews in Solar Physics*, 10:1, mars 2013.
- [150] Albert van Helden. Galileo and Scheiner on sunspots : A case study in the visual language of astronomy. *Proceedings of the American Philosophical Society*, 140 (3):358–396, 1996. ISSN 0003049X. URL <http://www.jstor.org/stable/987314>.
- [151] A. Vecchio et V. Carbone. On the Origin of the Double Magnetic Cycle of the Sun. *Astrophys. J.*, 683:536–541, août 2008.
- [152] N. Vilmer. Solar flares and energetic particles. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London Series A*, 370:3241–3268, juillet 2012.
- [153] H.-H. Voigt. *Karl Schwarzschild. Collected works. Volume 1*. 1992.
- [154] P. Wang. *Solar Physics Research Trends*. 2008.
- [155] J. Warnecke, M. Rheinhardt, P. J. Käpylä, M. J. Käpylä et A. Brandenburg. Turbulent transport coefficients in spherical wedge dynamo simulations of solar-like stars. *ArXiv e-prints*, janvier 2016.

- [156] R. C. Willson et H. S. Hudson. Solar luminosity variations in solar cycle 21. *Nature*, 332:810–812, avril 1988.
- [157] K. K. C. Yau et F. R. Stephenson. A revised catalogue of Far Eastern observations of sunspots (165 BC to AD 1918). *Q. J. Roy. Astron. Soc.*, 29:175–197, juin 1988.
- [158] T. V. Zaqarashvili, M. Carbonell, R. Oliver et J. L. Ballester. Quasi-biennial Oscillations in the Solar Tachocline Caused by Magnetic Rossby Wave Instabilities. *Astrophys. J. Lett.*, 724:L95–L98, novembre 2010.
- [159] Ia. B. Zel'dovich. The Magnetic Field in the Two-Dimensional Motion of a Conducting Turbulent Liquid. *J. Exp. Theor. Phys.*, 4(3):460, 1957.
- [160] J. Zhao, R. S. Bogart, A. G. Kosovichev, T. L. Duvall, Jr. et T. Hartlep. Detection of Equatorward Meridional Flow and Evidence of Double-cell Meridional Circulation inside the Sun. *Astrophys. J. Lett.*, 774:L29, septembre 2013.
- [161] J. B. Zirker. *Total eclipses of the sun*. 1995.
- [162] J. B. Zirker. *Journey from the center of the sun*. 2002.