



On ne connaît pas  $N_e$  (c'est ce que l'on cherche!) (2)

Une fois  $N_e$  déterminé, les autres quantités sont facilement obtenues à partir de Saha et Boltzmann.

$$N_e = ?$$

$$= \frac{N_e}{N_{\text{hydrogène}}} = \frac{\text{eq 1}}{\text{eq 3}} \cdot \text{eq 2}$$

$$N_e = \frac{(N_{\text{TOT}} - N_e) \cdot (N_{H^+} - N_{H^-})}{N_H + N_{H^+} + N_{H^-}}$$

On divise par  $N_{H^+}$  en haut et en bas:

$$N_e = (N_{\text{TOT}} - N_e) \left[ \frac{1 - \frac{N_{H^-}}{N_{H^+}}}{1 + \frac{N_H}{N_{H^+}} + \frac{N_{H^-}}{N_{H^+}}} \right]$$

= 13.6 eV pour H  
0.754 eV pour  $H^-$

Saha:  $\frac{N_j}{N_{j+1}} = N_e \cdot \frac{U_j(T)}{U_{j+1}(T)} \frac{C_I}{\phi} T^{-3/2} \exp\left(\frac{\chi_{Ij} - \chi_{Ij+1}}{kT}\right)$

$2.07 \times 10^{-16}$   
ne dépend que de T

donc,  $\frac{N_{H^-}}{N_{H^+}} = \frac{N_{H^-}}{N_H} \cdot \frac{N_H}{N_{H^+}}$

$\phi$                        $\phi$   
 $N_e \phi(T)$                $N_e \phi(T)$       (voir notes p. 10)

$$N_e = (N_{TOT} - N_e) \left[ \frac{1 - N_e \cdot N_e \cdot \phi \cdot \phi}{1 + N_e \phi + N_e^2 \phi \phi} \right] \quad \left( = (N_{TOT} - N_e) \left[ \frac{TPH}{BTH} \right] \right)$$

$N_e$  dépend de  $N_e$ ! Equation non-linéaire en  $N_e$ .

On solutionne en utilisant la bonne vieille méthode de Newton-Raphson

[ Exemple en classe → Newton Raphson ]

Une fois  $N_e$  trouvé, on peut déterminer les populations.

par exemple,  $\frac{N_{H^+}}{N_{hydrogène}} = \frac{N_{H^+}}{(N_{TOT} - N_e)} = \frac{N_{H^+}}{N_{H^+} + N_{H^0} + N_{H^-}} = \frac{1}{1 + \frac{N_{H^0}}{N_{H^+}} + \frac{N_{H^-}}{N_{H^+}}}$

$N_{H^+} = \frac{N_{TOT} - N_e}{BTH}$  et puisque  $N_e$  est maintenant connu, on peut calculer tout les termes

$N_H = \frac{N_H}{N_{H^+}} \cdot N_{H^+}$  ;  $N_{H^-} = \frac{N_{H^-}}{N_{H^0} \cdot N_e \cdot \phi(T)} \cdot N_H$   
Saha →  $N_e \cdot \phi(T)$

les populations des niveaux individuels de l'hydrogène sont obtenues par l'éq. de Boltzmann

$\frac{N_H(m)}{N_H} = \frac{g_m}{g_H} \exp \left( -\frac{X_{Hm}}{kT} \right)$  (eq. 2.5)

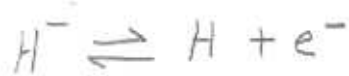
Un exemple un peu plus complexe (à peine...)

(4)

considérons un gaz avec  $H, H^-, H^+, e^-, He, He^+$ ,

abondance:  $\alpha_H$   
 $\alpha_{He}$

réactions considérées:



$$\left( \alpha_i \equiv \frac{N_i}{N_{\text{noyaux}}} \right)$$

conditions à satisfaire:

Neutralité  $\Rightarrow N_e = N_{H^+} + N_{He^+} - N_{H^-}$  (1)

conservation des noyaux  $\Rightarrow N_{\text{noyaux}} = (N_{\text{TOT}} - N_e)$  (2)

$$= \underbrace{N_H + N_{H^+} + N_{H^-}}_{N_{\text{hydrogène}}} + \underbrace{N_{He} + N_{He^+}}_{N_{\text{hélium}}} \quad (3)$$

$$N_e = \frac{(1) \cdot (2)}{(3)} = (N_{\text{TOT}} - N_e) \left[ \frac{N_{H^+} - N_{H^-}}{N_H + N_{H^+} + N_{H^-}} + \frac{N_{He^+}}{N_{He} + N_{He^+}} \right]$$

$$= (N_{\text{TOT}} - N_e) \left[ \frac{\alpha_H (N_{H^+} - N_{H^-})}{N_H + N_{H^+} + N_{H^-}} + \frac{\alpha_{He} (N_{He^+})}{N_{He} + N_{He^+}} \right]$$

diviser en haut et en bas par  $N_{H^+}$  et  $N_{He^+}$

$$N_e = (N_{\text{TOT}} - N_e) \left[ \frac{\alpha_H \left( 1 - \frac{N_{H^-}}{N_{H^+}} \right)}{\left( 1 + \frac{N_H}{N_{H^+}} + \frac{N_{H^-}}{N_{H^+}} \right)} + \frac{\alpha_{He} (1)}{\left( 1 + \frac{N_{He}}{N_{He^+}} \right)} \right]$$

$$N_e = (N_{\text{TOT}} - N_e) \left[ \alpha_H \frac{TPH}{BTH} + \alpha_{He} \frac{TPHe}{BTHe} + \dots + \alpha_Z \frac{TPZ}{BTZ} \right]$$