FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES – DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

SIGLE DU COURS : PHY 2215 NOM DU PROFESSEUR : P. Bergeron

TITRE DU COURS : Physique thermique et statistique

EXAMEN FINAL : DATE : 21 avril 2016 HEURE : 9h00–12h00 SALLE : Z–317

DIRECTIVES PÉDAGOGIQUES : **Vous n'avez droit qu'aux feuilles de formules qui vous sont distribuées en classe. La calculatrice n'est pas permise. Vous devez répondre à toutes les questions.**

QUESTION 1 — *Questions de compréhension* (25 points)

Répondre brièvement à chacune des questions suivantes :

a) Le postulat fondamental de la mécanique statistique stipule que tous les états microscopiques sont équiprobables, alors que la distribution canonique indique que les états d'énergies plus élevées sont beaucoup moins probables que les états de basse énergie. Comment expliquez-vous cette contradiction ?

b) Expliquez le contraste qui existe entre la façon de calculer la valeur moyenne d'une quantité physique à partir du nombre d'états accessibles Ω et à partir de la fonction de partition Z.

c) À partir de l'expression différentielle pour l'entropie, démontrez comment il faut modifier la relation thermodynamique fondamentale $T\,dS = dE + p\,dV$ dans le cas où N_i, le nombre de molécules du type i, n'est pas constant. Quelle est l'interprétation physique du potentiel chimique μ_i dans ce contexte ?

d) Expliquez ce que l'on a décrit au 19e siècle comme la *catastrophe ultraviolette* et comment la mécanique quantique a réussi à éviter cette catastrophe.

e) Expliquez pourquoi l'énergie moyenne d'un gaz de fermions peut être très élevée, même à température nulle.

QUESTION 2 — *Le solide d'Einstein* (30 points)

Soit la fonction de partition pour un oscillateur harmonique quantique :

$$Z = \frac{\exp[-\beta\hbar\omega/2]}{1-\exp(-\beta\hbar\omega)} \ .$$

a) Expliquez *physiquement* en quoi consiste le solide d'Einstein.

b) À partir de l'expression ci-dessus pour Z, démontrez que la chaleur spécifique molaire à volume constant pour le solide d'Einstein est donnée par

$$c_V = 3R\left(\frac{\theta_E}{T}\right)^2 \frac{\exp(\theta_E/T)}{[\exp(\theta_E/T)-1]^2}$$

où la température d'Einstein est donnée par

$$\theta_E = \frac{\hbar\,\omega}{k} \ .$$

c) À partir de cette expression pour c_V, obtenez la loi de Dulong-Petit, et spécifiez sous quelle(s) condition(s) vous obtenez cette loi.

d) Expliquez pourquoi la chaleur spécifique d'un réseau cristallin *classique* viole la troisième loi de la thermodynamique quand $T \to 0$, et démontrez comment l'approche quantique du solide d'Einstein résout ce problème.

QUESTION 3 — *Le point critique* (20 points)

a) Calculez le rapport pv/RT au point critique pour un gaz non-idéal de van der Waals dont l'équation d'état est donnée par

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v-b) = RT$$

où v est le volume molaire (V/ν), et a et b sont des constantes.

b) Que se passe-t-il physiquement en ce point particulier ?

c) Que représentent les constantes a et b dans cette équation ?

FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES – DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

Sigle du cours : PHY 2215

QUESTION 4 — *Le paradoxe de Gibbs* (25 points)

Soit la fonction de partition d'un gaz idéal contenant N molécules monoatomiques de masse m à l'intérieur d'une enceinte de volume V à température T :

$$Z = \zeta^N \quad \text{avec} \quad \zeta = V\left(\frac{2\pi m}{h_0^2\beta}\right)^{3/2} .$$

a) Démontrez le paradoxe de Gibbs en utilisant les différentes fonctions thermodynamiques *que vous devrez calculer à partir de cette fonction de partition.*

b) Expliquez la nature de ce paradoxe et montrez en détail la façon de le résoudre.

c) Démontrez qu'il n'existe aucun paradoxe pour un gaz quantique de fermions ou de bosons dans la limite classique.

AUTRES FORMULES UTILES

$$k = \frac{R}{N_A} \text{ J K}^{-1}$$

$$\ln N! \simeq N \ln N - N$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \cdots \qquad (-1 < x \leq 1)$$

SIGNATURES : LE PROFESSEUR _____

LE RÉPONDANT _____

LE DIRECTEUR _____