FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES – DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

SIGLE DU COURS : PHY 1620 NOM DU PROFESSEUR : Pierre Bergeron

TITRE DU COURS : Ondes et vibrations

EXAMEN INTRA : DATE : 27 février 2008 HEURE : 13 :30–15 :20 SALLE : Z–260

DIRECTIVES PÉDAGOGIQUES : **Aucune documentation ou calculatrice n'est permise, et vous devez répondre à toutes les questions.**

QUESTION 1 *Faibles amplitudes* (10 points)

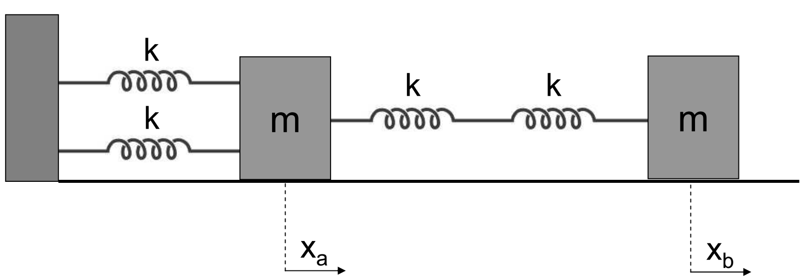
a) Expliquez pourquoi nous devons faire l'approximation de faibles amplitudes pour décrire le système masse-ressort.

b) Expliquez pourquoi nous devons faire l'approximation de faibles amplitudes pour décrire le pendule simple.

c) Qu'en est-il du circuit électrique composé d'une bobine et d'un condensateur (le circuit LC) ?

QUESTION 2 *Oscillateurs couplés* (30 points)

Deux blocs de masse m identique sont reliés par des ressorts ayant tous la même constante de rappel k, tel qu'illustré ci-dessous. Ils peuvent glisser sans friction sur une table mais sont limités à des mouvements le long de l'axe longitudinal x.



a) Écrivez les équations du mouvement pour chacune des masses.

b) Déterminez les fréquences et les amplitudes relatives des modes normaux de ce système.

c) Déterminez les solutions générales des équations du mouvement pour chacune des masses.

Sigle du cours : PHY 1620

QUESTION 3 *Oscillateur amorti et entretenu* (30 points)

Considérez un oscillateur harmonique simple de masse m avec une constante de rappel k qui subit un amortissement caractérisé par une constante d'amortissement γ, et entretenu par une force externe de la forme $F_0 \cos \omega t$.

a) Démontrez que la puissance moyenne (sur une période) $\overline{P}$ absorbée et dissipée par cet oscillateur est donnée par

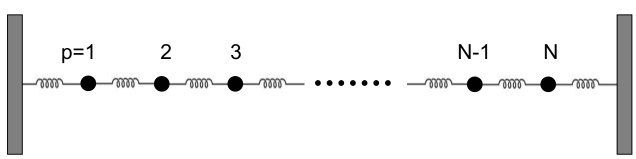
$$\overline{P}(\omega) = \overline{P}(\omega_0) \frac{\gamma^2 \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2 \omega^2}$$

où $\overline{P}(\omega_0) = F_0^2 / 2m\gamma$ est la valeur maximale de la puissance.

b) Démontrez que le profil de puissance se réduit à un profil de Lorentz quand le facteur de qualité de ce système est très élevé.

QUESTION 4 *Oscillateurs couplés à plusieurs composantes* (30 points)

On s'intéresse aux oscillations **longitudinales** d'un ensemble de N plombs de masse m reliés entre eux par des ressorts de constante de rappel k, le tout relié aux extrémités à des parois fixes, tel qu'illustré ci-dessous.



a) Écrivez l'équation du mouvement longitudinal $x_p(t)$ d'un plomb p quelconque.

b) À partir du résultat trouvé en a), écrivez explicitement les équations du mouvement pour les cas $N = 1$, $N = 2$, et $N = 3$, et résolvez ces équations dans chacun des cas pour trouver les fréquences et les amplitudes relatives des modes normaux.

c) De façon générale, le mouvement d'une corde plombée sera décrit comme une **superposition** des modes normaux. Considérons un tel mouvement pour les cas $N = 5$ et $N = 6$. Qu'arrive-t-il dans chacun des cas au mouvement de la corde si nous immobilisons le plomb $p = 2$ au moment où celui-ci passe au point d'équilibre ?

FACULTÉ DES ARTS ET DES SCIENCES – DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE

Sigle du cours : PHY 1620

FORMULES UTILES

$$x_{p,n} = C_n \sin\left(\frac{pn\pi}{N+1}\right)\cos(\omega_n t + \alpha_n)$$

$$z(t) = A(\omega)e^{i(\omega t - \delta)} \quad \text{avec} \quad x(t) = \mathbb{R}\mathrm{e}(z)$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$$

$$A(\omega) = \frac{F_0/m}{[(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma\omega)^2]^{1/2}} \qquad \tan\delta(\omega) = \frac{\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \qquad Q \equiv \frac{\omega_0}{\gamma}$$

$$\sum_i V_i = 0 \qquad V_C = \frac{Q}{C} \qquad V_L = L\,\frac{dI}{dt}$$

SIGNATURES : LE PROFESSEUR ______________________

Pierre Bergeron

LE DIRECTEUR ______________________

Yves Lépine